T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

KARANLIK MADDE VE KARANLIK ENERJİ ETKİLEŞİM DİNAMİĞİNİN KAOS ANALİZİ

Özlem KARTAL

Yüsek Enerji ve Plazma Fiziği

Enstitü Programı

DANIŞMAN
Prof. Dr. Ekrem AYDINER

Temmuz, 2024

İSTANBUL

Bu çalışma 24.07.2024 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yüsek Enerji ve Plazma Fiziği Enstitü Programında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Jürisi

Prof. Dr. Ekrem AYDINER (Danışman)
İstanbul Üniversitesi
Fen Fakültesi

Prof. Dr. Mustafa Sarısaman
İstanbul Üniversitesi
Fen Fakültesi

Dr. Öğretim Üyesi Özgür Sevinç
Yeni Yüzyıl Üniversitesi
Mühendislik Fakültesi

- **İntihal Programı Beyanı**

20.04.2016 tarihli resmi gazetede yayımlanan Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin 9/2 ve 22/2 maddeleri gereğince; Bu Lisansüstü teze, İstanbul Üniversitesi'nin abonesi olduğu intihal yazılım programı kullanılarak Fen Bilimleri Enstitüsü'nün belirlemiş olduğu ölçütlere uygun rapor alınmıştır.

ÖNSÖZ

Tez çalışmam boyunca rehberliği ve desteği için sayın danışmanım Prof. Dr. Ekrem Aydıner'e teşekkür ederim.

Tez çalışmamda emeği geçen Dr. Özgür Ökçü, Dr. Erkan Yılmaz, Dr. Öğr. Üyesi Derya Gemici ve Dr. Öğr. Üyesi Özgür Sevinç hocalarıma çok teşekkür ederim.

Her zaman bana destek olan aileme ve beni yetiştiren tüm öğretmenlerime teşekkür ederim.

Temmuz, 2024 Özlem KARTAL

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

ÖNSÖZ ..... **iv**
İÇİNDEKİLER ..... **vi**
ŞEKİL LİSTESİ ..... **vii**
TABLO LİSTESİ ..... **viii**
SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ ..... **ix**
ÖZET ..... **x**
SUMMARY ..... **xi**
1. GİRİŞ **1**
2. GENEL KISIMLAR **2**
2.1. KOZMOLOJİYE GİRİŞ 2
2.1.1. Büyük Patlama ve Evrenin Başlangıcı 2
2.1.2. Einstein'ın Genel Görelilik Teorisi 3
2.1.3. Homojen ve İzotropik Evren: FLRW Metriği 5
2.1.4. Friedmann Denklemleri 6
2.2. KARANLIK MADDE VE KARANLIK ENERJİ 8
2.3. EVRENİN EVRİMİ 9
2.3.1. Einstein Evreni 10
2.3.2. Radyasyon Baskın Dönem 11
2.3.3. Madde Baskın Dönem 11
2.3.4. Karanlık Enerji Baskın Evren 13
2.4. BÜYÜK PATLAMA TEORİSİNİN KOMPLİKASYONLARI 14
2.4.1. Tekillik 14
2.4.2. Erken Dönem Enflasyon 15
2.4.3. Kozmik Tesadüf 15
2.4.4. Galaksilerin Ortaya Çıkışı 16
2.4.5. Geç Dönem Enflasyon 16
2.4.6. Evrenin Sonu 17

2.5. ÇEVRİMSEL KOZMOLOJİ TEORİLERİ 19
2.5.1. Konformal Çevrimsel Kozmoloji 19
2.5.2. Sicim Teorisi Motivasyonlu Çevrimsel Teoriler 20
2.5.3. İlmek Kuantum Kozmolojisi 20
2.5.4. Kaotik Evren Teorisi 21
2.6. KARANLIK MADDE VE KARANLIK ENERJİ ETKİLEŞİMLERİ 22
2.6.1. Standart Metodlar 22
2.6.2. Karanlık Sektördeki Etkileşimede Yeni Yaklaşım 26
3. MALZEME VE YÖNTEM 27
3.1. YENİ ETKİLEŞİM MODELLERİ 27
3.1.1. Tip-I Etkileşim Modeli 27
3.1.2. Tip-II Etkileşim Modeli 27
3.1.3. Tip-III Etkileşim Modeli 29
3.1.4. Modifiye Etkileşim Modeli 30
3.2. KAOS VE KAOTİK SİSTEMLER 31
3.2.1. Temel Kavramlar 31
3.2.2. Bir Örnek Olarak Lorenz Denkleminin Analizi 32
3.2.3. Çekici Analizi ve Sabit Nokta Hesaplanması 33
3.2.4. Lorenz Denklemleri İçin Jacobian Matris Çözümü 34
3.2.5. Lorenz İçin Faz Uzayı ve Lyapunov Analizi 36
4. BULGULAR 40
4.1. DENKLEMİN KARARLILIK ANALİZİ 40
4.2. KARANLIK MADDE KARANLIK ENERJİ ETKİLEŞİM DENKLEMİ ZAMAN SERİLERİ 41
4.3. KAOS PARAMETRELERİNİN HESAPLANMASI GÖMME BOYUTU VE GECİKME ZAMANI 45
4.4. EN BÜYÜK LYAPUNOV ÜSTELİNİN HESAPLANMASI 47
5. TARTIŞMA VE SONUÇ 51
KAYNAKLAR 54
ÖZGEÇMİŞ 61

ŞEKİL LİSTESİ

Page No

Şekil 2.1: Evreni oluşturan bileşenlerin oran grafiği. 9

Şekil 2.2: Radyasyon baskın dönemin açık, kapalı ve düz evren modellerinin grafiği 12

Şekil 2.3: Madde baskın dönemin açık, kapalı ve düz evren modellerinin grafiği..... 13

Şekil 2.4: KET teorisinin evrenin genişlemesi ve daralıp tekrar genişleyerek yeni evrenin oluşmasını temsil eden çizim. 22

Şekil 3.1: $P_1 = (0,0,0)$ için Özdeğer Grafiği $\sigma = 10$ ve $\beta = 8/3$ 36

Şekil 3.2: P_2 ve P_3 için Özdeğer Grafiği $\sigma = 10$ ve $\beta = 8/3$ 37

Şekil 3.3: $\rho = 28$, $\sigma = 10$ ve $\beta = 8/3$ 38

Şekil 4.1: x_1 zaman serisi grafiği. Başlangıç koşulları $x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 1$, $q = 1$ ve iterasyon=1000. 42

Şekil 4.2: x_2 zaman serisi grafiği. Başlangıç koşulları $x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 1$, $q = 1$ ve iterasyon=1000. 42

Şekil 4.3: x_3 zaman serisi grafiği. Başlangıç koşulları $x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 1$, $q = 1$ ve iterasyon=1000. 43

Şekil 4.4: x_1 ve x_2 zaman serilerinin faz uzayı grafiği. Başlangıç koşulları $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1$, $q = 1$ ve iterasyon=1000. 43

Şekil 4.5: x_2 ve x_3 zaman serilerinin faz uzayı grafiği. Başlangıç koşulları $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1$, $q = 1$ ve iterasyon=1000. 44

Şekil 4.6: x_1 ve x_3 zaman serilerinin faz uzayı grafiği. Başlangıç koşulları $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1$, $q = 1$ ve iterasyon=1000. 44

Şekil 4.7: x_2, x_2 ve x_3 zaman serilerinin faz uzayı grafiği. Başlangıç koşulları $x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 1$, $q = 1$ ve iterasyon=1000..... 45

Şekil 4.8: x_1 zaman serisi için faz uzayı grafikleri. ($\tau = 10$ ve $m = 3$) 48

Şekil 4.9: x_2 zaman serisi için faz uzayı grafikleri. ($\tau = 10$ ve $m = 3$) 48

Şekil 4.10: x_3 zaman serisi için faz uzayı grafikleri. ($\tau = 8$ ve $m = 3$) 48

Şekil 4.11: x_1 zaman serisi en büyük Lyapunov üsteli grafiği. ($\tau = 10$ ve $m = 3$) 49

Şekil 4.12: x_2 zaman serisi en büyük Lyapunov üsteli grafiği. ($\tau = 10$ ve $m = 3$) 50

Şekil 4.13: x_3 zaman serisi en büyük Lyapunov üsteli grafiği. ($\tau = 10$ ve $m = 3$) 50

TABLO LİSTESİ

Page No

Tablo 2.1: Evren modelleri için ölçek faktörü ve zaman 13

Tablo 2.2: W_d Parametresi İçin Sınırlarma Tablosu 24

SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ

Simgeler **Açıklama**

λ_{em}	: Yayılan dalga boyu
λ_{em}	: Gözlemlenen dalga boyu
H_0	: Hubble sabiti
z	: Kayma parametresi (redshit)
$G_{\mu\nu}$	: Metrik Tensör
$T_{\mu\nu}$	: Enerji momentum tensörü
$R_{\mu\nu}$	: Ricci tensörü
G	: Evrensel çekim sabiti
c	: Işığın boşluktaki hızı
Λ	: Kozmolojik sabit
a_t	: Evrenin ölçek çarpanı
ρ	: Toplam enerji yoğunluğu
P	: Toplam Basınç
u^u	: Dört-hız vektörü
w	: Hal denklem değişkeni
η	: Konformal zaman
K	: Kelvin

Kısaltmalar **Açıklama**

BBN	: Big Bang Nucleosynthesis
CCC	: Conformal Cyclic Cosmology
CMB	: Cosmic Microwave Background
DE	: Dark Energy
DM	: Dark Matter
FLRW	: Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker
FRW	: Friedmann-Robertson-Walker
IDE	: Interaction Dark Energy
İKK	: İlmek Kuantum Kozmoloji
KET	: Kaotik Evren Teorisi
RW	: Robertson-Walker

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

KARANLIK MADDE VE KARANLIK ENERJİ ETKİLEŞİM DİNAMİĞİNİN KAOS ANALİZİ

Özlem KARTAL

İstanbul Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Yüsek Enerji ve Plazma Fiziği

Danışman: Prof. Dr. Ekrem AYDINER

Bu tezde, karanlık madde ve karanlık enerji etkileşimlerinin kaos analizi ile incelenmesi amaçlanmıştır. Bu etkileşimler, etkileşen iki termodinamik sistemin kuralları doğrultusunda ele alınmıştır. Karanlık madde ve karanlık enerji arasındaki karşılıklı etkileşimleri ve öz-etkileşimleri kapsayan önerilen bir termodinamik sistem modeli sunulmuştur. Önerilen bu etkileşim modeline göre, karanlık enerji ve karanlık madde etkileşimleri analiz edilmiştir. Etkileşim denklemlerinin faz uzayları çizilmiş, numerik olarak gecikme zamanı ve gömme boyutu hesaplanmıştır. Ayrıca, Lyapunov üstelleri hesaplanarak kaos analizi gerçekleştirilmiştir.

Haziran 2024, 71 sayfa.

Anahtar kelimeler: kaos, karanlık madde, karanlık enerji, Lyapunov üsteli

SUMMARY

M.Sc. THESIS

CHAOS ANALYSIS OF DARK MATTER AND DARK ENERGY INTERACTION DYNAMICS

Özlem KARTAL

İstanbul University

Institute of Graduate Studies in Sciences

Department of Enstitue

Supervisor: Ekrem AYDINER

In this thesis, the interactions between dark matter and dark energy are examined through chaos analysis. These interactions are considered within the framework of two interacting thermodynamic systems. A proposed thermodynamic system model, which includes both mutual interactions and self-interactions between dark matter and dark energy, is presented. Based on this proposed interaction model, the interactions between dark energy and dark matter are analyzed. The phase spaces of the interaction equations are plotted, and the delay time and embedding dimension are numerically calculated. Additionally, the Lyapunov exponents are computed, and a chaos analysis is performed.

June 2024, 71 pages.

Keywords: chaos, dark energy, dark matter, Lyapunov explonent

1. GİRİŞ

Bu tez çalışmasında Aydıner tarafından ileri sürülen karanlık madde ve karanlık etkleşimini temsil eden yeni etkileşim şeması ve bu şemaya ait etkileşim denklemleri incelenecektir.

Bilindiği gibi evren madde, karanlık madde ve karanlık enerji bileşenlerinden oluşmaktadır. Aydıner tarafından üretilen termodinamik olarak etkileşen iki sistemin karanlık enerji ve karanlık madde olarak etkileşimi incelenecektir.

Tezin genel kısımlar konusu kapsamında ilk olarak büyük patlama teorisi ve çevrimsel kozmoloji teorileri kısaca incelenecektir. Ardından, karanlık madde ve karanlık enerji etkileşim modelleri detaylı olarak ele alınacaktır.

Aydıner'in sunduğu etkileşim şeması modifiye edilerek özel şartlar altında karanlık madde ve karanlık enerji etkileşimi incelenecektir. Önerilen yeni denklem sistemi için analitik çözümler ve karalılık analizleri yapılacak, faz uzayı grafikleri çizilecek ve Lyapunov üstelleri elde edilerek denklem sistemi için kaos analizi yapılacaktır.

Tezin organizasyonu şöyledir: Genel kısımlar bölümünde Büyük-Patlama teorisi, çevrimsel kozmoloji teorileri, karanlık madde ve karanlık enerji etkileşimleri ele alınacak ve tanıtılacaktır. Materyal ve Metod kısmında örnek bir kaos analizi yapılacaktır. Ayrıca Aydıner'in önerdiği kaotik etkileşim modelinden bahsedeceğiz. Bulgular kısmında ise yeni önerilen modifiye etkileşim denklemleri için faz uzayı analizleri yapılarak faz uzayı grafikleri çizilecektir. Lyapunov üstelleri elde edilerek kaos analizi yapılacaktır. Tezin tartışma ve sonuç kısmında ise elde edilen sonuçlar ve bu sonuçların kozmoloji ile ilişkisi ve önemi tartışılacaktır.

2. GENEL KISIMLAR

2.1. KOZMOLOJİYE GİRİŞ

2.1.1. Büyük Patlama ve Evrenin Başlangıcı

Günümüzde Big Bang yani Büyük Patlama teorisi yaygın bir şekilde kabul görmektedir. Bu teori kozmolojinin standart teorisini oluşturmaktadır. Büyük patlama teorisi 1920'li yıllarda Rus kozmolog ve matematikçi Alexander Friedmann ile Belçikalı fizikçi ve papaz Georges Lemaître tarafından ortaya atılan bir teoridir. Büyük Patlama teorisinin asıl açıklayıcı ve temel matematiğini ortaya koyan ise Albert Einstein'ın Genel Görelilik teorisidir. Büyük Patlama Teorisi evrenin genişlemesi, kozmik arka plan ışınımı ve ilkel nükleosentez gibi önemli gözlemsel delillerle desteklenmektedir [1].

Büyük Patlama teorisi, evrenin genişlemesi ve genişleyen evrendeki galaksilerin birbirlerinden uzaklaşması temelinde ortaya çıkmıştır. Görünür dalga boylarında bir galaksiye baktığımızda çoğunlukla galaksideki yıldızlardan bize ulaşan ışığı görürüz. Bu nedenle, bir galaksinin görünür dalga boylarında spektrumunu ele aldığımızda, genellikle yıldızların daha serin üst atmosferlerinde oluşan emilim çizgilerini görürüz. Belirli bir emilim çizgisinin dalga boyunu, Dünya'daki bir laboratuvarda ölçtüğümüzde λ_{em} olarak alalım. Aynı emilim çizgisi uzak bir galaksi için ölçüldüğünde dalga boyu λ_{gor} genelde aynı olmaz. Bu fark kırmızıya kayma parametresi z ile ifade edilir ve $z = (\lambda_{gor} - \lambda_{em})/\lambda_{em}$ formülüyle hesaplanır [2]. $z > 0$ kırmızıya kayma olarak adlandırılır ve bu durumda gözlenen ışık daha uzun dalga boylarına kayar. $z < 0$ durumu ise maviye kayma olarak adlandırılır ve bu durumda ışık daha kısa dalga boylarına kayar. Bir diğer deyişle kırmızıya kayma durumu galaksinin uzaklaştığını, maviye kayma durumuysa galaksinin yaklaştığını ifade etmektedir. 20. yüzyılın başına kadar galaksilerin genelde kırmızıya kaydığı yani birbirlerinden uzaklaştığı gerçeği bilinmiyordu. 1912 yılında Lowell Gözlemevi'nde Vesto Slipher, M31'den yani Andromeda Galaksisinden gelen ışığın dalga boyundaki kaymayı ölçtü. Bu galaksi nadir maviye kayma sergileyen galaksilerden biriydi [3]. 1927 yılında Belçikalı kozmolog Georges Lemaitre çoğunlukla Slipher tarafından dalga boyu kaymaları ölçülen 42 galaksiyi incelemiştir. Bu galaksilerin 37 tanesi kırmızıya kayarken, sadece 5

tanesi maviye kaymaktadır. 1929 yılında Hubble yaptığı gözlemler sonucunda daha uzak galaksilerin daha fazla kırmızıya kaydığı sonucuna ulaştı. Galaksilerin uzaklığı ve hızları arasındaki ilişkiyi $v = H_0 d$ formülüyle ifade etmiştir. Buna Hubble yasası denir. Yapılan bu gözlemler, evrenin durgun olmayıp, genişleme eğiliminde olduğunu ortaya koymuştur [2]. Bu durum, evrenin geçmişte tekil bir noktadan başladığı ve zaman içinde Büyük Patlama olayının etkisiyle galaksilerin birbirinden uzaklaştığı teorisini desteklemiştir [2].

Büyük Patlama teorisi, evrenin yaklaşık olarak 13,7 milyar yıl önce olağanüstü yoğun ve sıcak tekil bir noktadan patlayarak oluştuğunu öne sürer. Bu büyük patlamanın sonucunda olağanüstü miktarda enerji ortaya çıkmış ve bu enerjiyle birlikte evrenin ilk erken dönem evresine geçiş yapılmıştır. Kozmik zamanın ilk 10^{-43} ile 10^{-32} saniyesi kadar olan süreci içerir [2]. İlk erken dönemin sonunda evrenimiz kuark−gluon plazması ile doluydu. Daha sonra da erken dönem yaşanmıştır. Bu dönem yaklaşık olarak 370.000 yıl sürmüştür [4]. Bu erken dönem içinde Hidrojen atomları oluşur. Oluşan yeni atomlar hızla en düşük enerji seviyelerine ulaşarak fotonları salarlar. Bu süreç, bugün hala algılanabilen kozmik mikrodalga arka planı (CMB) olarak bilinen fotoların ortaya çıkmasına neden olur. Bu, şu anda evrende gözlemlediğimiz en eski doğrudan kanıttır.

2.1.2. Einstein'ın Genel Görelilik Teorisi

Genel görelilik teorisi 1915 yılında Albert Einstein tarafından geliştirilmiştir. Genel görelilik teorisi, uzay-zamanın kütle ve enerji tarafından nasıl eğrildiğini ve bu eğrilmenin cisimlerin hareketini ve kütleçekimi nasıl etkilediğini belirler. Einstein'ın kendi adıyla anılan alan denklemleriyle matematiksel olarak ifade edilir. Einstein alan denklemleri bu eğriliği ve uzay-zamanın geometrisini ifade eder. Bu denklemler, uzay-zaman eğriliği ile kütle-enerji dağılımı arasındaki ilişkiyi tanımlar. Kompakt biçimde Einstein alan denklemi aşağıdaki gibi verilir:

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \tag{2.1}$$

Burada $G_{\mu\nu}, T_{\mu\nu}$ sırasıyla Einstein ve enerji-momentum tensörleridir ve $G_{\mu\nu}$,

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R \tag{2.2}$$

şeklinde tanımlanır. $R_{\mu\nu}$ Ricci tensörü, R ise Ricci skaleri olarak adlandırılır. $g_{\mu\nu}$ ise metrik tensördür.

Einstein, Genel Görelilik Teorisiyle klasik fizik anlayışını temelden sarsacak bir devrim başlatmıştır. Bu teori, uzay-zamanın ve kütle-enerjinin birbirleriyle etkileştiğini ifade eder. Einstein'ın bu teorisi, özellikle Newton'un kütle çekim yasası ile başlayan klasik mekanikten oldukça farklı bir bakış açısı sunmuştur. Newton'un kütleçekim yasasında iki kütleli cismi birbirlerini kütleçekimsel kuvvet ile çekerken, genel görelilik teorisinde kütleçekimi uzay-zamanın eğriliğiyle ilişkili olarak tanımlanır.

Einstein alan denklemi belirli bir uzay-zaman noktasındaki enerji yoğunluğunu o noktadaki uzay-zaman eğriliği ile ilişkilendiren deterministik bir matematiksel ifade sunar [5]. Uzay-zaman eğriliği terimi, genellikle genel görelilik teorisinde kullanılan bir kavramdır ve fiziksel sistemdeki kütle ve enerjinin uzay-zamanın geometrisini nasıl etkilediğini tanımlar. Bu konsepti daha iyi anlamak için basit bir metafor kullanabiliriz: Düz bir kağıt üzerine çizilen düz bir çizgiyi düşünelim. Ancak bu kağıdı buruşturduğumuzda, çizgi buruşuk bir hale gelir ve uzaktan bakıldığında artık düz gibi görünmez. Ancak bu çizgiye yakından baktığımızda, buruşukluğa rağmen hala düz bir çizgi olduğunu görebiliriz. Genel görelilik teorisine göre, uzay-zaman da benzer bir şekilde davranır. Kütle ve enerji, uzay-zamanı eğer ve dışarıdan bakıldığında bu eğrilik, doğrusal bir yoldan sapmış gibi görünür. Ancak jeodezik kavramı, bu eğriliğin içeriden, yakından bakıldığında aslında doğrusal bir yolda seyrettiğini ifade eder [6].

Kozmolojik sabit Λ Einstein alan denklemlerine dahil edilirse, bu denklemler aşağıdaki gibi verilir:

$$R_{\mu\nu} + \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + g_{\mu\nu}\Lambda = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \tag{2.3}$$

İlk zamanlarda Einstein evrenin statik olduğuna ve genişlemediğine inanıyordu. Bu nedenle statik evren çözümü elde etmek için kozmolojik sabiti denklemlerine eklemiştir. Ancak daha sonraki yıllarda yapılan gözlemler, özellikle Hubble'ın evrenin genişlediğini gözlemesi kozmolojik sabitin uzun bir süre gözden düşmesine neden oldu. Hatta Einstein'ın kozmolojik sabit için "en büyük hatam" dediği söylenmektedir [2]. Fakat evrenin hızlanarak genişlemesinin keşfedilmesiyle kozmolojik sabit yeniden önem kazanmıştır. Çünkü evrenin

genişlemesine neden olduğu düşünülen karanlık enerji için en basit adaylardan birisi kozmolojik sabittir [7]. Bu nedenle kozmolojik sabit hala önemli bir rol oynamaktadır.

2.1.3. Homojen ve İzotropik Evren: FLRW Metriği

Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) metriği, homojen ve izotropik bir evreni tanımlayan bir uzay-zaman metriğidir. Bu metrik, evrenin genel yapısını ve genişlemesini anlamak için kullanılır. FLRW metriği, evrenin genişleme oranını, içerdiği maddenin ve enerjinin etkilerini ve evrenin geometrisini belirler. Evrenin tamamına büyük bir ölçekte bakarsak evren homojen ve izotropiktir [8]. Evrenin homojen ve izotropik olmasının ne anlama geldiğini açıklayalım. 100*megaparsek* (Mpc) mesafesinden daha küçük bir ölçekte baktığımızda örneğin Samanyolu galaksisine bakarsak her bir yıldız ve etrafındaki gezegenler eşit ve eş değer değildir yani evren küçük ölçekte homojen değildir. Ancak $100Mpc$ mesafesinden daha büyük bir ölçekte bakarsak evrende var olan galaktik homojen yani eşit bir şekilde dağılmış durumdadır. İzotropik olması ise evrende tercihli bir yönün olmaması olarak tanımlanır. Aynı şekilde evreni küçük bir ölçekten yani Samanyolu galaksisi üzerinden bakarsak evden izotropik değildir. Ancak $100Mpc$ üzerindeki mesafelerde evren iztropiktir. Çünkü bu mesafelerde süperkümeler tipik olarak yaklaşık $100Mpc$ uzunluğundadırlar ve süperkümeler yaklaşık $100Mpc$ mesafesindeki boşluklarla birbirlerinden ayrılırlar. Bunlar evrendeki en büyük yapıları oluşturmaktadır. Araştırmalar sonucu daha büyük yapılar gözlenmemiştir [2]. Sonuç olarak, evrenin homojen ve izotropik özelliklerinin büyüklük ölçeğine bağlı olarak değiştiği gözlemlenmektedir. Evrenin iztropik olduğunun en önemli kanıtlarından biri olan, 1965 yılında Penzias ve Wilson tarafından keşfedilen kozmik mikrodalga arka planının (Cosmic Microwave Background, CMB) olduğunu söylebiliriz [8]. CMB, evrenin her yerinde ve her yönde neredeyse aynı sıcaklıkta (yaklaşık 2.725 K) ölçülen bir radyasyon formudur. Bu radyasyonun izotropik yapısı, evrenin büyük ölçeklerde izotropik olduğunu gösterir.

FLRW metriği aşağıdaki gibi verilir:

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\phi^2) \right] \text{[2]} \tag{2.4}$$

Burada $a(t)$, uzayın metriğinin genel ölçeğini belirler ve evrenin ölçek çarpanı olarak tanımlanabilir. Bu metrik, kozmolojik ilkeye uyumlu bir evreni tanımlar ve Robertson-Walker (RW) metriği olarak adlandırılır. Yukarıdaki metrikle tanımlanan evren, Friedmann-Robertson-Walker (FRW) Evreni veya bazen Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) Evreni olarak bilinir. Burada $k = 0$ olduğunda, madde sınırsız genişleme için gerekli minimum kinetik enerjiye sahiptir. Madde o zaman fazla kinetik enerjiye sahip olduğundan, $k < 0$ durumunda da sınırsız genişleme meydana gelir. Ancak $k > 0$ olduğunda genişleme sınırlı sürelidir. Bu durumlar uygun bir şekilde parabolik, hiperbolik ve eliptik olarak tanımlanır [9].

2.1.4. Friedmann Denklemleri

Friedmann denklemleri evrenin genişlemesini ve genişleme dinamiklerini tanımlayan temel denklemlerdir. Bu denklemler genellikle Einstein'ın genel göreliliği çerçevesinde formüle edilir ve Friedmann-Robertson-Walker (FRW) metriği kullanılarak analiz edilir. FLRW metriğinde ölçek faktörü $a(t)$ ve k belirlenmemiştir. Friedmann denklemlerini çözerek ölçek çarpanı ve k sabitini elde edebiliriz. Temel kozmolojik modelde evreni mükemmel akışkan olduğunu varsayarak çözümler yapılır. Mükemmel akışkan için enerji-momentum tensörü aşağıdaki gibi verilir:

$$T^{\mu\nu} = (\rho + P)\frac{u^{\mu}u^{\nu}}{c^2} + Pg^{\mu\nu} \tag{2.5}$$

Burada ρ toplam enerji yoğunluğunu ve P ise toplam basıncı temsil eder. u^{μ} ise dört-hız vektörünü göstermektedir. FRW metriğinin koordinat sisteminde evren homojen ve izotropiktir. Akışkanın durgun olduğu refernas sistemine karşılık gelir. Yani $u^{\mu} = (1,0,0,0)$ şeklinde alınır. Denklem çözümlerini yapabilmek için FRW metriğini denklem (2.4) Einstein alan denklemlerinde mükemmel akışkan için enerji-momentum tensörüyle denklem (2.5) birlikte kullanmalıyız. Eintein denklemlerinin tt tensörü birinci Friedmann denklemini verir:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2} \tag{2.6}$$

Burada Hubble parametresi $H = \frac{\dot{a}}{a}$ şeklinde verilir. İkinci Friedmann denklemini elde etmek için Einstein alan denklemlerinin diğer bileşenleri olan rr, $\theta\theta$ ve $\phi\phi$ kullanılır. İkinci

Friedmann denklemi aşağıdaki gibi verilir:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G_N}{3c^2}(\rho + 3P) \tag{2.7}$$

Enerji-momentum tensörünün kovaryant korunumunu yani $\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$ ifadesini kullanırsak, süreklilik denklemini elde ederiz:

$$\dot{\rho} = -3H(\rho + P) \tag{2.8}$$

Denklemler (2.6), (2.7) ve (2.8) birbirlerinden bağımsız değildir. Elde edilen denklemlerden sadece iki tanesi birbirlerinden bağımsızdır. Bu denklemleri kullanarak üçüncü denklemi elde edebiliriz. İlk olarak birinci Friedmann denkleminin zamana göre türevini alalım:

$$H\frac{\ddot{a}}{a} - H\frac{\dot{a^2}}{a^2} = \dot{\rho}\frac{4\pi G_N}{3c^2} + H\frac{kc^2}{a^2} \tag{2.9}$$

Yukarıdaki ifadede $\frac{\dot{a}^2}{a^2}$ yerine denklem (2.6) ifadesinde verilen birinci Friedmann denklemini yazabiliriz. Ayrıca $\dot{\rho}$ yerine de (2.8) denklemini kullanabiliriz. Bu durumda yukarıdaki ifade aşağıdaki gibi verilir:

$$H\frac{\ddot{a}}{a} - H\frac{8\pi G_N}{3c^2}\rho + H\frac{kc^2}{a^2} = \frac{4\pi G_N}{3c^2}[-3H(\rho + P] + H\frac{kc^2}{a^2} \tag{2.10}$$

Yukarıdaki denklemde gerekli düzenlemeleri yaparsak ikinci Friedmann denklemini tekrardan elde etmiş oluruz.

Artık iki bağımsız denklem ve üç bilinmeyenimiz (a, ρ, P) var. Bu üç bilinmeyeni bulmak için üçüncü bir denkleme ihtiyacımız var. Bu denklem evrendeki akışkanın hal denklemidir. En basit formda aşağıdaki gibi tanımlanır

$$P = w\rho \tag{2.11}$$

Bu denklem evrendeki enerji yoğunlu ve akışkan basıncı arasındaki ilişkiyi tanımlar. ω hal denkleminin değişkenidir ve akışkanın türüne bağlı olarak farklı değerler alır. Örneğin, madde, radyasyon ve karanlık enerji gibi farklı bileşenler farklı hal denklemi değişkenlerine sahiptir ve bu parametreler bileşenlerin farklı termodinamik davranışlarını yansıtır. Madde

baskın (toz) dönem için $\omega = 0$, radyasyon baskın dönem için $\omega = 1/3$ ve kozmolojik sabit baskın (boşluk enerjisi) dönem için $\omega = -1$ alınır. $\omega = 0$ durumunda yani akışkanın soğuk karanlık madde veya baryonik maddeye denk geldiği durumda görelilik etkileri ihmal edilebilir düzeydedir. Dolayısıyla basınç $P \approx 0$ alınır. Diğer yandan radyasyon durumunda rölativistik etkiler söz konusudur. Fotonlar sahip oldukları momentum nedeniyle bir basınç üretirler. Bu durumda $P \approx \rho/3$ alınır. Diğer önemli nokta ise akışkanın $\omega < -1/3$ durumudur. Bu durumda 2.7 denkleminden görüleceği gibi $\ddot{a} > 0$ olacağından pozitif bir ivmelenme söz konusudur. $\omega < -1/3$ durumunda basınç negatiftir ve bu bileşene sahip akışkan karanlık enerji olarak adalandırılır [2]. En basit formda karanlık enerji adayı $\omega = -1$ için kozmolojik sabittir.

2.2. KARANLIK MADDE VE KARANLIK ENERJİ

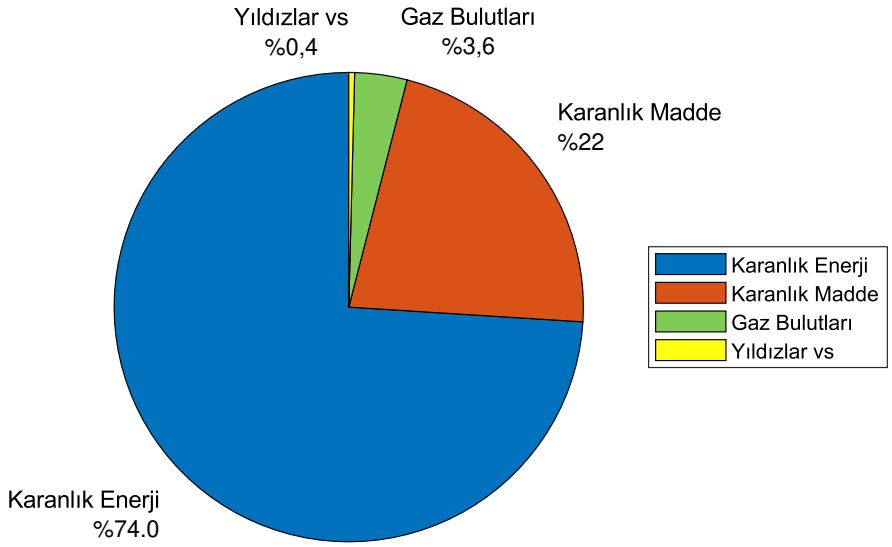
Karanlık madde, evrenin büyük bir kısmını oluşturan ancak elektromanyetik ışıkla etkileşime girmeyen veya ışığı yansıtmayan bir tür maddedir. Bu nedenle, doğrudan gözlemlenmesi zor veya imkansızdır. Ancak, karanlık maddenin varlığı, gözlemlenen bazı fenomenlerin açıklanması için zorunludur.

Fritz Zwicky'nin 1933'teki çalışmaları, galaksilerin hareketlerinden yola çıkarak galaksi kümelerinin toplam kütlesini hesaplamış ve bu kütlenin, görünür maddenin kütlesinden çok daha fazla olduğunu ortaya koymuştur [10]. Bu büyük fark, normal baryonik maddenin yanı sıra var olan başka bir tür maddenin varlığını gerektirmiştir. Günümüzde, karanlık maddenin varlığı, kozmolojik gözlemler ve teorik modellemelerle güçlü bir şekilde desteklenmektedir. Büyük patlama nükleosentezi (Big Bang Nucleosynthesis, BBN) ve kozmik mikrodalga arka planın incelenmesi gibi gözlemler, evrendeki normal baryonik maddenin sadece küçük bir kısmının toplam kütleye katkıda bulunduğunu göstermektedir. Geri kalan büyük kısmın, karanlık maddenin oluşturduğu non-relativistik madde olduğu düşünülmektedir.

Tüm bu gözlemler ve teorik hesaplamalar, evrendeki görünür maddenin yanı sıra karanlık maddenin de var olduğunu ve evrenin büyük bir kısmını oluşturduğunu göstermektedir. Ancak, karanlık maddenin doğası hala tam olarak anlaşılamamıştır, bu da aktif bir araştırma alanı olarak kalmasını sağlamaktadır.

Uzak galaksiler arasındaki uzaklaşma hızındaki değişkenlik, karanlık enerjinin varlığını

açıklamak için öne sürülmüştür [11]. Galaksilerin birbirinden uzaklaşma hızı, genellikle Hubble'ın Yasası kullanılarak belirlenir. Bu yasa, uzakta olan bir nesnenin uzaklaşma hızının, onun uzaklığı ile orantılı olması gerektiğini belirtir.Uzak bir galaksinin uzaklaşma hızı genellikle galaksiden çıkan ışığın kırmızıya kaymasından hesaplanır [12]. Uzak galaksilerin gözlemleri, belirli bir uzaklık için uzaklaşma hızının Hubble'ın yasasına göre beklenenden daha az olduğunu ortaya koymuştur. Bu ölçüm, kesin bir uzaklık tahmini sağlamak için uzak süpernovaların parlaklığını kullanarak gerçekleştirilmiştir [13].



Şekil 2.1: Evreni oluşturan bileşenlerin oran grafiği.

2.3. EVRENİN EVRİMİ

Evrenimiz yaklaşık olarak 13,8 milyar yaşındadır. Kozmik başlangıçtan bu yana çeşitli evrimsel aşamalardan geçerek günümüze geldiği düşünülmektedir. Bu aşamalar farklı dönemler olarak isimlendirilir. Erken enflasyon, radyasyon baskın dönem, madde-karanlık madde baskın dönem, geç enflasyon dönemi ile başlayan karanlık enerji baskın dönem şeklindedir.

Evrende bulunan madde çeşitlerinin ve miktarlarının ayrıntılı bilgisini edindikten sonra, evrenin dönemlerini zamana bağlı modellemek için Friedmann denklemlerinden

yararlanabiliriz. Kozmolojik zamanda evrenin dönemlerini yorumlamak için (2.8) denklemimize (2.11) denklemini yazalım:

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -3\frac{\dot{a}}{a}\rho(1+w) \tag{2.12}$$

Bu denklemden yararlanılarak enerji yoğunluğu ile evrenin zaman geçişleri hakkında bir yaklaşık eşitlik kurabiliriz.

$$\rho \approx a^{-3(1+w)} \tag{2.13}$$

2.3.1. Einstein Evreni

Einstein evreninin ne olduğunu anlayabilmek için Friedmann denklemlerinden yararlanacağız. Friedmann denklemleri, evrenin genişlemesi hakkında bilgi veren kozmolojik denklemlerdir. Bu denklemler, uzay-zamanın genişlemesini, içindeki madde ve enerjinin dağılımını ve evrenin geometrisini açıklar. Friedmann denklemleri, belirli bir yoğunluk dağılımına sahip bir evrenin dinamiğini modellemek için kullanılır. Bu hesaplamaları yaparken $P = 0$ alacağız. Einstein evreninde basınç terimi (P) sıfır alınır, çünkü bu modelde madde, "toz" olarak tanımlanır. Toz, idealize edilmiş bir durumda, maddenin parçacıklarının hızlarının sıfır olduğu anlamına gelir, yalnızca kütleleri ve yerçekimsel etkileri vardır. Bu durumda, parçacıklar arasındaki herhangi bir termal hareket yoktur ve dolayısıyla basınç da sıfırdır [14]. Einstein evreninde evrenin genişlemesi gibi bir durum olmadığı için $\ddot{a} = 0$, $\dot{a} = 0$ alınır. Kozmolojik sabit terimini hesaba katarsak Friedmann denklemlerinden

$$\frac{\Lambda c^2}{4\pi G_N} = \rho \tag{2.14}$$

elde edilir. Bu bulduğumuz ρ değerini (2.6) denklemindeki yerine yazalım:

$$\Lambda = \frac{k}{a^2 c} \tag{2.15}$$

Einstein evreninde $k = 1$ için sadece ölçek faktörü tanımlanabilir.

$$a = \sqrt{\frac{1}{\Lambda c}} \tag{2.16}$$

Einstein evreni karasızdır. Küçük bir pertürbasyon çökmesine ya da genişlemesine sebep olabilir. Kozmolojik sabit varlığında statik bir evren bu model içinde tanımlanabilir. Hubble'ın evrenin genişlediğini keşfinin ardından bu model gözden düşmüştür [15].

2.3.2. Radyasyon Baskın Dönem

Evrenin evrim zaman çizgisine göre, erken dönem şişmesinden sonra, Evren sırasıyla radyasyon ve madde baskın dönemlerinden geçer [16]. Bu dönem yani radyasyon baskın dönem, evrenin sıcak ve yoğun olduğu için, radyasyonun diğer enerji bileşenlerine göre daha baskın olduğu bir zamandır.

Radyasyon baskın dönemde evrenin genişlemesi, radyasyonun içinde bulunduğu yoğun ortam nedeniyle önemli ölçüde etkilenir [17]. Evren genişledikçe, radyasyonun yoğunluğu azalır ve madde baskın hale gelir. Bu dönem, kozmik mikrodalga arka plan ışıması gibi gözlemlenebilir fenomenlere yol açar.

Radyason baskın evrende $p = \rho/3$ ve $w = 1/3$ alınır. Radyasyon baskın evrende, genellikle radyasyonun basıncı, yoğunluğunun üçte biri ile ilişkilendirilir çünkü radyasyonun basıncı, yoğunluğun üçte biri kadar etkilidir [18].

$$\dot{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho\frac{a^4}{a^2} - k$$

$$\dot{a^2} = \frac{8\pi G\beta}{3a^2} - k \tag{2.17}$$

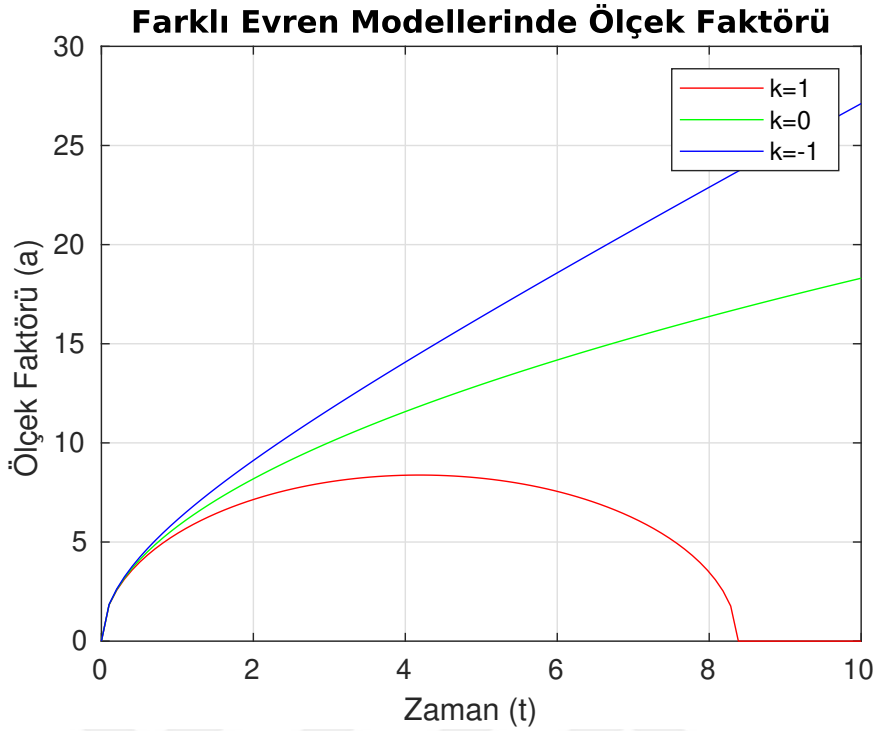
Ayrıca $\beta = \rho a^4$ alıyoruz. Evrenin ölçek faktörünü bulabilmek için evrenin başlangıç zamananı yani $t = 0$ da ölçek faktör $a = 0$ olur. Bu durumda

$$\rightarrow \quad a = \left[\sqrt{\frac{32\pi G\beta}{3}}t - kt^2\right]^{1/2} \tag{2.18}$$

elde edilir. Evrenin geometrik şekline göre $k = 0$, $k = 1$, $k = -1$ grafikleri çizelim:

2.3.3. Madde Baskın Dönem

Einstein evreninde olduğu gibi yine maddeyi toz halinde düşünerek işlem yapacağız yani $p = 0$ ve $w = 0$ alacağız. Friedmann denklemini (2.6) kullanarak revize edelim.



Şekil 2.2: Radyasyon baskın dönemin açık, kapalı ve düz evren modellerinin grafiği

$$\ddot{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\frac{\rho a^3}{a} - k$$

$$\ddot{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\frac{A}{a} - k \tag{2.19}$$

Burada şunu elde ediyoruz.

$$a^3\rho = A \tag{2.20}$$

Yeni değişkeni η tanıtalım ve t ile ilişkilendirelim. Yeni zaman değişkeni η'ya konformal zaman denir. η açısından, Denklem (2.19) şu şekilde yeniden yazılabilir:

$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{1}{a_{(t)}} \tag{2.21}$$

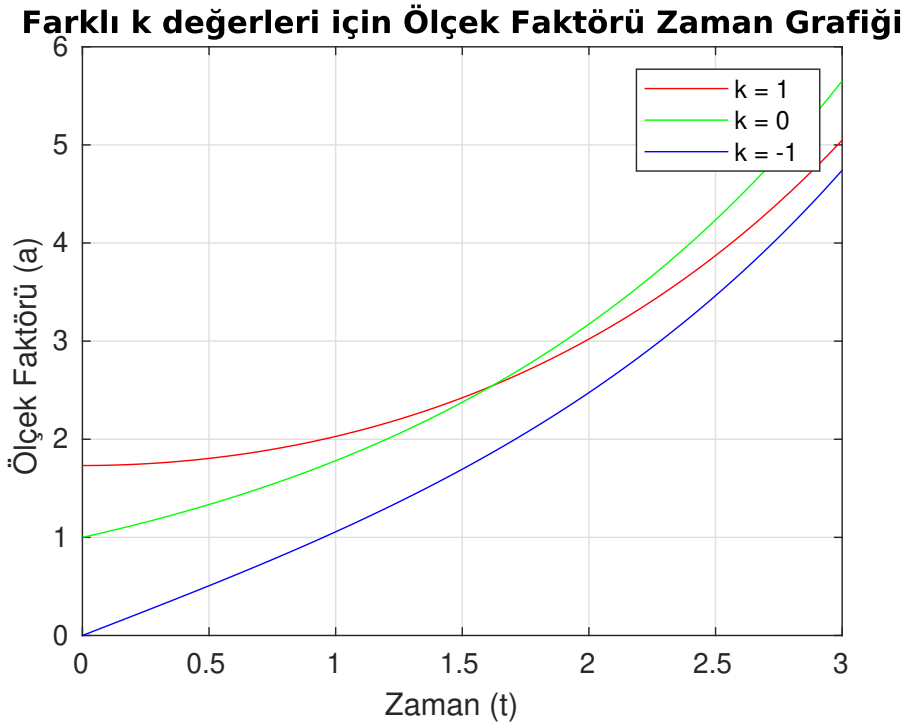
Konformal zaman, evrenin genişlemesini gözlemlemek için daha uygun bir zaman değişkenidir çünkü evrenin erken evrelerindeki yoğunluk ve sıcaklık değişikliklerini daha iyi ele alır. Standart zaman değişkenlerine kıyasla, konformal zamanın kullanılması, bazı matematiksel denklemleri daha basitleştirir ve analitik çözümleri kolaylaştırır.

Başlangıç koşulunu $a = 0$ alırsak $t = 0$ zaman koşulyla. Denklemi integre edersek k=1 yani kapalı evren, $k = 0$ düz evren, $k = -1$ açık evren modellerinin çözümlerini yapmış oluruz.

Tablo 2.1: Evren modelleri için ölçek faktörü ve zaman

Model	**Ölçek Faktörü** (a)	**Zaman** (t)
Kapalı ($k = 1$)	$a = \frac{4\pi GA}{3}(1 - \cos n)$	$t = \frac{4\pi GA}{3}(n - \sin n)$
Açık ($k = -1$)	$a = \frac{4\pi GA}{3}(\cosh n - 1)$	$t = \frac{4\pi GA}{3}(\sinh n - n)$
Düz ($k = 0$)	$a = \frac{2\pi GA}{3}n^2$	$t = \frac{2\pi GA}{9}n^3$

Bu değerlerden yararlanarak ölçek faktörü ve zaman ekseni alınarak grafiği çizersek;



Şekil 2.3: Madde baskın dönemin açık, kapalı ve düz evren modellerinin grafiği

2.3.4. Karanlık Enerji Baskın Evren

Vakumun hakim olduğu evren kavramı, evrenin toplam dinamiklerini ve bileşenlerini anlamak için kullanılan bir ifadedir.Evrenin genişlemesine ve topyekun gelişmesine katkıda

bulunan enerji bileşenlerini ifade etmek için kullanılır. Vakum hakim evren, evrenin genişlemesini hızlandıran ve evrenin büyük ölçekli yapısını etkileyen bir enerji bileşeni olan karanlık enerji tarafından domine edildiği bir evren modelidir [19]. Karanlık enerji, evrenin genişlemesini hızlandıran ve evrenin yoğunluğunu oluşturan gizemli bir enerji bileşenidir. Vakumun hakim olduğu bir evren, bu karanlık enerjinin varlığı ve etkisiyle belirlenir [19].

Maddenin olmadığı bir ortamdan bahsettiğimiz için $p = \rho = 0$ alıyoruz. Vakum hakimiyetinden bahsettiğimizde karanlık enerjiden bahsettiğimiz için Genel Görelilikte olan kozmolojik sabiti Λ değerini sıfır olarak almıyoruz. Kozmolojik sabiti 0'den büyük ve 0'den küçük olarak ayrı ayrı hesaplayıp ölçek faktörünü hesaplıyoruz.

Friedmann denklemini kullanarak $\Lambda > 0$ için işlem yaparsak:

$$k = 1 \quad a = \sqrt{\frac{3}{\Lambda}} \cosh\left(\sqrt{\frac{\Lambda}{3}} t\right) \tag{2.22}$$

$$k = 0 \quad a = a_{(0)} \exp\left(\sqrt{\frac{\Lambda}{3}} t\right) \tag{2.23}$$

$$k = -1 \quad a = \sqrt{\frac{3}{\Lambda}} \sinh\left(\sqrt{\frac{\Lambda}{3}} t\right) \tag{2.24}$$

Tüm evrenler sonsuza kadar genişler. $k = 1$ ve $k = 0$ için ölçek faktörü hiçbir zaman yok olmaz, bu nedenle Büyük Patlama yoktur.

2.4. BÜYÜK PATLAMA TEORİSİNİN KOMPLİKASYONLARI

2.4.1. Tekillik

Büyük patlama teorisi, evrenin başlangıcı ve genişlemesi hakkında temel bir açıklama sağlar. Ancak bu teori evrenin başlangıcına dair kesin bir açıklama getirmemekte ve tekillik denilen bir noktada matematiksel olarak anlamsız hale gelmektedir. Bilim insanları tekillik kavramını açıklamak üzere çalışma yapmaktadır. Bu tür bir tekil nokta, mevcut fizik yasalarının uygulanabilirliğini zor bir duruma sokar ve bir maddenin sonsuz enerji yoğunluğuna sahip olması doğa yasalarıyla bağdaşmamaktadır [20]. Ayrıca, böyle bir tekil

nokta, bir madde olarak gözlemlenmemiştir, sadece genel görelilik teorisinin matematiksel bir sonucu olarak kabul edilir, bu da teorinin bir kusuru veya sınırı olarak değerlendirilir [21]. Bu tekil noktanın çözümünün kuantum mekaniğinde olduğunu varsayarız. Ancak, kuantum mekaniği ve kütleçekimi entegrasyonu olan kuantum kütleçekimi teorisi henüz tamamlanmadığı için kesin bir açıklama mevcut değildir [20].

2.4.2. Erken Dönem Enflasyon

1920'lerde Edwin Hubble'ın gözlemleri, galaksilerin uzaklaşma hızlarının bizden uzaklaşmalarıyla orantılı olarak arttığını göstererek, evrenin genişlediğini ortaya koymuştur [22]. Ayrıca, 1965 yılında Penzias ve Wilson, gökyüzündeki her bölgede yaklaşık 2.73 K (Kelvin) sıcaklıkta bir mikrodalga arka plan ışını tespit etmişlerdir [23]. Bu ışıma, evrenin sıcak ve yoğun erken döneminden kalma ilkel bir ışınımdır ve spektrumu, bilim insanlarının öngörüleriyle uyumlu bir şekilde ölçülmüştür. Bu gözlemler, Büyük Patlama teorisini destekleyen en önemli kanıtlardır.

Ancak, Büyük Patlama teorisinin geleneksel biçimi bazı kısıtlamalara sınırlandırmalara sahiptir. Model, gözlemsel olarak açıklanamayan bazı fenomenlerin yanı sıra, ilkel patlamanın altında yatan fiziksel süreçler hakkında detaylı bilgi sunmaz. Ancak Alan Guth'un geliştirdiği enflasyon modeli bu eksiklikleri gidermektedir. Guth'un modeline göre erken evrende bir "faz değişimi" vardı. Bu süreç anlık itici çekime neden oldu ve evrenin hızla genişlemesine yol açtı. Bu genişlemenin ardından evrenin sürekli genişlemesi devam etti.

2.4.3. Kozmik Tesadüf

Kozmik tesadüf problemi, evrende gözlemlenen belirli koşulların, yaşamın ortaya çıkması için gerekli olan parametrelerin, tesadüfi bir uygunluk şekilinde ayarlanmış olması durumunu ifade eder. Bu parametrelerin, evrende yaşamın oluşması için kritik derecede hassas olması ve bu hassasiyetin tesadüfi bir şekilde ortaya çıkmasının olasılığının son derece düşük olması, kozmik tesadüf problemini oluşturur.

Örneğin evrende karmaşık yapıların ve yaşamın ortaya çıkabilmesi için evrenin genişleme hızının, karanlık enerji miktarının ve madde miktarının belirli değer aralıklarında olması gerekir. Bu değerler evrende yaşamın varlığı için yeterince ayarlanmış gibi görünüyor.

Ancak bu değerlerin nasıl bu kadar kesin bir şekilde belirlendiği ve bunların şans eseri olup olmadığı, kozmik rastlantısallık probleminde soru işaretini gündeme getiriyor. Bu sorun, yaşamın varlığına ve evrenin doğasına ilişkin derinlemesine anlayışın en başlıca problemlerinden biridir.

2.4.4. Galaksilerin Ortaya Çıkışı

Galaksilerin ortaya çıkış problemi, Büyük Patlama teorisine göre evrenin genişlemesi ve evrimi içindeki bir zorluktur. Büyük Patlama teorisi, evrenin erken dönemlerinde, evrende gözlemlenen yapıların ve fenomenlerin oluşumunu açıklamak için bir çerçeve sunar. Ancak, bu teori galaksilerin nasıl oluştuğunu tam olarak açıklamaz ve bazı önemli soruları yanıtlamaz.

Örneğin Big Bang teorisi galaksilerin oluşumunun başlangıç koşullarını açıklamıyor. Galaksilerin oluşumuna gelince, ilk yıldızların ve galaksi alanlarının nasıl ve ne zaman oluştuğu hala belirsizliğini koruyor. Ayrıca yıldızların ve galaksilerin erken evrende nasıl birleşip evrimleştikleri konusunda da belirsizlikler var.

Ancak gözlemler ve teorik çalışmalar galaksilerin oluşumunda yer alan birçok sürecin anlaşılmasına yardımcı olmuştur. Galaksilerin oluşumunun incelenmesi, evrenin karanlık madde, karanlık enerji, kozmik ışınlar ve manyetik alanlar gibi karmaşık yapılarının anlaşılmasına yardımcı olmuştur. Ancak galaksilerin nasıl oluştuğu ve evrimleştiğine dair tam bir anlayış henüz sağlanamadı. Bu nedenle galaksi oluşumu sorunu kozmolojik araştırmaların önemli bir alanıdır.

2.4.5. Geç Dönem Enflasyon

Geç dönem enflasyon dediğimiz maddenin baskın olduğu bir evren yapısından karanlık enerjinin baskın olduğu bir evren yapısına geçişi temsil eder. 1997 yılında yapılan gözlemsel çalışmalardan elde edilen sonuçlar evrenin sabit hızla genişlemediği aksine ivmeli bir genişleme hızına uygun bir dinamiğe sahip olduğunu ortaya koydu [13, 24]. Bu gözlem madde baskın dönem için bilinen genişleme karakterine uymuyordu. Çünkü Friedmann çözümleri evrenimizin madde baskın dönemde $a(t) \sim t^{2/3}$ şeklinde genişlemekte olduğunu kesin bir biçimde ortaya koymuştu. Fakat gözlemler evrenin ivmeli genişlemekte olduğunu destekler nitelilkteydi ve bu problem standart büyük patlama modeli ile açıklanamıyordu. Bu

dönem geç enflasyon dönemi olarak bilinir. Fakat fiziksel kozmolojinin bu önemli problemi 2022 yılında Aydıner ve arkadaşları tarafından yapılan çalışma ile çözülebileceği gösterildi [16].

2.4.6. Evrenin Sonu

Evrenin geleceği için bilimsel bakış açısından sunulan ana olasılıklardan biri "Büyük Donma" teorisidir. Bu teori, evrenin sürekli genişlemesiyle sonuçlanarak nihayetinde mutlak sıfır sıcaklığa yaklaşması senaryosuna dayanır [25]. Bu hipoteze göre, karanlık enerji olmadığı durumlarda düz veya hiperbolik bir geometride gerçekleşebilir veya pozitif bir kozmolojik sabit varsa kapalı bir evrende olabilir. Bu senaryoda, yıldızların genellikle 1 ila 100 trilyon yıl boyunca oluştuğu düşünülür. Ancak sonunda, yıldız oluşumu için gerekli gaz miktarı azalacak ve mevcut yıldızlar zamanla tükenerek ışıklarını söndürecektir. Böylece evren karanlığa gömülecektir. Ardından evren, zamanla kaybolacak ve aynı zamanda Hawking ışımasını yayarak kaybolacak olan kara deliklerle dolacaktır. Poincaré tekrarlama teoremi, termal dalgalanmalar ve dalgalanma teoremi gibi faktörler aracılığıyla, entropinin sonsuz bir şekilde azalması gözlemlenebilir. Bu durum, Büyük Donma senaryosuyla ilişkilendirilmiş olan Isı Ölümü kavramını içerir. Isı Ölümü senaryosu, evrenin maksimum entropiye ulaştığı bir durumu tanımlar; bu durumda her şeyin homojen bir şekilde dağıldığı ve herhangi bir gradyanın olmadığı bir ortam söz konusudur. Ancak, bu homojen durum, yaşam gibi bilgi işleme süreçlerinin sürdürülmesi için gerekli olan gradyanların varlığını gerektirir. Isı Ölümü senaryosu, üç uzaysal modelde belirtilen temel prensiplerle uyumlu olmakla birlikte, gerçekleşmesi için evrenin nihayetinde bu durumu sağlamak için gerekli minimum sıcaklığa ulaşması gerekmektedir.

Büyük Yırtılma teorisi, Dartmouth College'dan Robert R. Caldwell tarafından ortaya atılmış olup Hubble sabitine dayanmaktadır. Hubble sabitine göre, evrenin ivme hızının yerel yapıları, örneğin galaksileri yok etmek için yetersiz olduğu, çünkü bu yapıların yerçekimi ile bir arada tutulduğu belirlenmiştir. Ancak, galaksiler arasındaki uzayın artmasına yeterince büyük oldukları kabul edilir. Teoriye göre, Hubble sabitindeki sürekli bir artış sonsuza doğru tüm formların ve nesnelerin evrende parçalanmasına yol açacaktır [26]. Nesnelerin büyüklüğüne bakılmaksızın, bunlar serbest temel parçacıklara ve radyasyona, vb. dönüşecektir. Nesneler arasında yıldızlar, galaksiler, atomlar ve alt parçacıklar bulunmaktadır. Galaksilerin öncelikle parçalanacağı ve daha sonra sonsuz bir

zamanda tüm diğer formların parçalanacağı öngörülmektedir. Evren, enerji yoğunluğunun, ölçek faktörünün ve genişleme hızının sonsuza yaklaşmasıyla, etkili olarak bir tekillik olarak sona erer.

Bu evrenin sonunu açıklama, evrende bulunan karanlık enerjinin türüne bağlı olarak özel bir duruma sahiptir. Eğer hayalet karanlık enerji varsa, yukarıda tanımlananın daha ani bir Büyük Yırtılma olması muhtemeldir. Bu, hayalet karanlık enerjinin negatif kinetik enerjiye sahip olduğu varsayıldığı için daha yüksek bir ivme oranına yol açar. Evrende karanlık enerjinin sınırsız bir şekilde artması durumunda, evreni bir arada tutan ana kuvvetleri aşabilir. Bu, evrenin bizim gördüğümüz gibi sonunda sıfır boyutlara ve sonsuz derecede uzaklıklara ulaştığı bir durumdur. Ancak, Chandra X-ışını Gözlemevi'ni kullanarak galaksi kümesi hızlarını gözlemleyerek, bilim insanları, Büyük Yırtılmanın meydana gelmesi için şu anda geçen zamanın yaklaşık olarak -0.991 olduğunu öne sürmüşlerdir, bu nedenle Büyük Yırtılmanın olasılığının düşük olduğunu belirtmişlerdir.

Büyük Çöküş evren hipotezi, evrenin son durumunu simetrik olarak görür. Evrenin genişlemesi sonunda tersine döner ve evren çöker, sonunda kozmik ölçek faktörü sıfır olur ve bunun sonucunda evrenin yeniden şekillenmesi, başka bir Büyük Patlama'nın tetiklenmesine neden olabilir. Temel varsayımı, evrenin ortalama yoğunluğunun genişlemesini durdurabileceği ve evrenin daralmaya başlayacağıdır. Bu durumun sonuçları bilinmemektedir, ancak teori, evrendeki tüm madde ve zaman-mekanın boyutsuz bir tekillik haline geleceğini tahmin etmektedir [27]. Bu, evrenin Büyük Patlama ile başladığı bir durumdur. Büyük Çöküş durumları, önceki bir evrenin Büyük Çöküşünden sonra Büyük Patlamanın gerçekleşmesi için yollar açar. Bu durumda, döngüsel bir model de denilen osilasyonlu bir evren yaratılır. Evren, sonsuz bir diziliş evrenine benzeyecek şekilde, her sonlu evrenin bir Büyük Çöküşle sona erdiği ve bir sonraki evrenin Büyük Patlama ile başladığı bir modeldir. Döngüsel evrenin temel bir zayıflığı, termodinamiğin 2. yasına uygun olmamasıdır, çünkü entropi osilasyondan osilasyona çıkarak evrenin sonunda ısı ölümüne yol açacaktır.

Büyük Sıçrama teorisi, evrenin kökeni ve evrimi hakkında bir kozmolojik modeldir. Bu teori, evrenin genişlemesini takiben bir daralma döneminin var olduğunu ve Büyük Patlama'nın ardından gelen bir "Büyük Çöküş" ile "Büyük Patlama" arasında bir döngü olduğunu öne sürer [28]. Bu perspektife göre, evrenin başlangıcı ve sonu arasında

sonsuz tekrarlar yaşanabilir veya mevcut evren, evrenlerin ilk iterasyonu olabilir. Büyük Sıçrama teorisinin temelini oluşturan kavramlardan biri, yoğunluğun sonsuzluğa yaklaşması durumunda kuantum köpüğünün davranışının değişmesidir. Bu durumda, fiziksel sabitlerin, özellikle vakumda ışık hızı gibi, sabit kalmayabileceği öne sürülür. Bu teoriye göre, Büyük Sıçrama'nın gerçekleştiği zamanda ölçümün mümkün olmayacağı bir zaman aralığı vardır. Ancak, Büyük Sıçrama teorisinin önemli bir zorluğu, sıçramalar arasındaki "aralık" fazının koşuludur. Bu koşul, sürekli tekrarlar (döngüler) mutlak ve farklılaşmamışsa, sonsuz tekrarlar sürecinde her an için bir zaman tekilliğini temsil edebilir.

2.5. ÇEVRİMSEL KOZMOLOJİ TEORİLERİ

2.5.1. Konformal Çevrimsel Kozmoloji

Roger Penrose tarafından önerilen Çevrimsel Konformal Kozmoloji (Conformal Cyclic Cosmology, CCC) teorisi, evrenin başlangıç ve sonunun matematiksel olarak aynı olduğunu, bu nedenle her bir sonun yeni bir başlangıcı doğurduğunu ve bu döngünün sonsuza kadar devam ettiğini iddia etmektedir [29]. Bu teori, evrenin genel görelilik ve kuantum mekaniği arasındaki temel sorunları çözmeye çalışırken, evrenin doğası ve kaderi hakkında derinlemesine bir anlayış sunmayı amaçlamaktadır.

CCC teorisinin merkezinde, evrenin başlangıç ve sonunun aynı olduğu fikri yatar. Bu teoriye göre, Big Bang ve Heat Death gibi evrenin belirli noktalarındaki yoğun ve homojen durumlar, aslında aynı matematiksel yapıya sahiptir. Penrose, conformal mapping gibi matematiksel araçları kullanarak bu dönemler arasındaki ilişkiyi açıklar.

CCC teorisine göre, her bir evrensel döngü veya "aeon", önceki bir Heat Death'ten sonra başlar ve bir sonraki Big Bang'e kadar devam eder. Bu döngülerin her biri, evrenin içindeki enerji ve madde dönüşümünü, genel görelilik ve kuantum mekaniğiyle uyumlu bir şekilde açıklamaya çalışır [30].

CCC teorisi, evrenin sonsuzluğunu ve başlangıcını ele alırken birçok önemli sonuca yol açar. Örneğin, evrenin herhangi bir noktasında başlangıç veya son olmadığı düşüncesi, evrenin yapısını ve evrenin döngüler halinde nasıl işlediğini anlamamıza yardımcı olur.

2.5.2. Sicim Teorisi Motivasyonlu Çevrimsel Teoriler

Steinhardt–Turok: (ekpyrotic senaryosu)

Ekpirotik evren modeli, evrenin doğasını açıklamak için bir hipotez sunar. Bu model, evrenin büyük patlama öncesi durumunu ele alır ve bu durumu bir döngüsel süreç olarak tasvir eder. İlk olarak 2001'de Justin Khoury, Burt Ovrut, Paul Steinhardt ve Neil Turok tarafından tanıtılmıştır [31].

Ekpirotik evren modeline göre, büyük patlama aslında bir büyük sıçrama olarak gerçekleşmiştir. Bu sıçrama, önceki bir daralma döneminden geçişle ortaya çıkmıştır. Bu model, evrenin temel olaylarının büyük sıçramadan önce gerçekleştiğini ve ardından döngüsel olarak evrenin sıçramalarla devam ettiğini öne sürer.

Bu modelin temelinde sicim teorisi, zarlar (brane) ve ekstra boyutlar gibi fiziksel kavramlar yer alır. Ekpirotik evren modelleri, genellikle kuantum alanlarının evriminin sıradan uzay-zamanda gerçekleştiği enflasyon modelleriyle benzer fiziksel bileşenleri kullanır.

Ekpirotik ve döngüsel modeller, evrenin temel özelliklerini doğru bir şekilde açıklar ve kozmik mikrodalga arka planı gözlemleriyle uyumludur. Ancak, bazı araştırmacılar Planck gözlemlerinin ekpirotik/döngüsel senaryoların uygun parametre alanını önemli ölçüde sınırladığını iddia etmektedir.

Sonuç olarak, ekpirotik evren modeli, evrenin büyük patlama öncesindeki ve sonrasındaki evrimini anlamaya yönelik alternatif bir yaklaşım sunar.

2.5.3. İlmek Kuantum Kozmolojisi

İlmek kuantum kütleçekimi tekniklerini kozmolojik uzay-zamanlara uygulanmasıyla ortaya çıkmıştır. Ortaya çıkan çerçeve, İlmek kuantum kozmolojisi (İKK) olarak bilinir [32]. Bu alandaki araştırmalar, Planck ölçeğinde evrenin davranışını anlamamıza ve teorik çerçevenin fenomenolojik sonuçlarını keşfetmemize olanak tanımaktadır [32].

Bu alan, genel görelilik ve kuantum mekaniğinin evrenin başlangıcını ve evrimini nasıl etkilediğini anlamak için geliştirilmiş bir çerçevedir. İKK, özellikle evrenin çok

erken dönemlerindeki kozmolojik tekillikleri çözmeyi ve evrenin mikroskobik düzeydeki yapılarını anlamayı amaçlar. İlmek kuantum çekiminin ayırt edici özelliklerinden bazıları, FRW modelleri üzerinden İKK ile açıklanır.

Bu çerçeve, özellikle evrenin planck ölçeğindeki davranışlarını incelemek için matematiksel ve fiziksel yöntemler geliştirmiştir. İKK, evrenin başlangıcına ilişkin temel soruları ele alırken, klasik genel görelilik teorisinin sınırlarını aşmak için çeşitli yaklaşımlar kullanır.

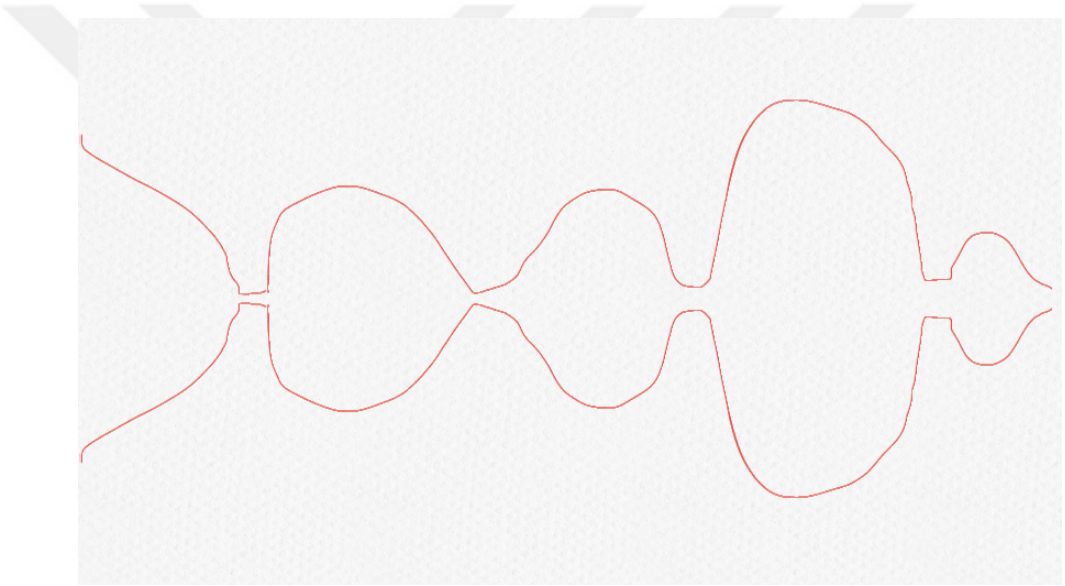
İKK temel özelliklerinden biri, klasik genel göreliliğin evrenin başlangıcındaki singularitelerini çözmek için yeni bir mekanizma sunmasıdır. Bu mekanizma, evrenin Planck ölçeğindeki yoğunluklarında önemli bir rol oynar ve evrenin büyük patlaması yerine bir kuantum sıçraması oluşur.

2.5.4. Kaotik Evren Teorisi

2018 yılında Aydıner tarafından önerilen *kaotik evren teorisi* (KET) diğer çevrimsel teoriler gibi büyük patlama teorisinin teorik komplikasyonlarını çözmek için önerilmiş olsada aslında kozmolojinin çatı teorisi olmaya adaydır. Friedman-Robertson-Walker uzay-zaman çerçevesinde, bu bileşenlerin yoğunluklarındaki zaman evrimine dayalı basit bir etkileşim modeli önerilmiştir. Bu model Lotka-Volterra tipi denklemlerle açıklanabilir. Sayısal çözümler, karanlık enerji, karanlık madde ve madde arasındaki etkileşimlerin, belirli koşullar altında kaotik bir dinamik sergilediğini göstermektedir. Bu kaotik davranış, evrenin zaman evriminin kaotik olduğunu öne sürmektedir [33]. Ayrıca, bu modelin evrenin evrimine ilişkin bazı önemli kozmolojik sorunlara çözüm getirebileceği önerilmektedir. Bunlar arasında, evrenin oluşumu ve sonu gibi kavramlara açıklık getirmektedir. Örneğin büyük patlama teorsinde evrenin başlangıcı tekillik ile açıklanmaktadır ama KET teorisinde tekillik diye bir durum yoktur. Şuan ki evrenimiz bir önceki evrenin ölümüyle ortaya çıktığı fikri açıklanmıştır. Aynı zamanda büyük patlama teorisi evrenin sonuna dair bir açıklama yapamıyorken KET teorisi sayesinde sonunun ne olacağına bir açıklama getirilebilmiştir. Bu teori ayrıca, biyolojik sistemlerde rekabet eden türlerin dinamikleriyle evrenin zaman evrimi arasında bir bağlantı kurarak yeni bir bakış açısı sunmaktadır.

Ayrıca, Aydiner ve arkadaşları karanlık madde ve karanlık enerji etkleşimini modelleyerek geç dönem enflasyon yani madde baskın dönemden karanlık enerji baskın döneme geçişi açıklayan bir fiziksel mekanizma önerdiler. Bu çalışmada, evrenin madde egemen

dönemden karanlık enerji egemen döneme geçişinin fiziksel mekanizmasını açıklamak ve her iki dönemi kapsayan bir hibrit ölçek faktörü bulmak amacıyla bir kozmoloji modeli sunulmaktadır. Bu bağlamda, FLRW metriği çerçevesinde karanlık madde ve karanlık enerji etkileşimine karşılık gelen iki skaler alanın etkileşimli bir Lagranjiyenin incelenmektedir. İki skaler alanın bir potansiyelle etkileştiği varsayılmıştır; bu potansiyel, iki salınımcı ve iki anti-salınımcı tarafından belirlenmektedir. Bu model, evrenin genel evrimine ve madde-enerji içeriğine ilişkin daha kapsamlı bir anlayışın elde edilmesine katkı sağlamayı amaçlamaktadır [16]. Bunlara ek olarak, Aydıner 2023 de karanlık madde ve karanlık enerjinin etkileşiminin kaotik olması gerektiğini enerji korunum yasasını kullanarak teorik olarak ispatlayarak KET in teorik olarak doğrulamasını kanıtlamıştır.



Şekil 2.4: KET teorisinin evrenin genişlemesi ve daralıp tekrar genişleyerek yeni evrenin oluşmasını temsil eden çizim.

2.6. KARANLIK MADDE VE KARANLIK ENERJİ ETKİLEŞİMLERİ

2.6.1. Standart Metodlar

Karanlık enerji ve karanlık madde arasındaki etkileşimin, Evren'in evrimi üzerindeki önemini vurgular. Bu etkileşim, yoğunluk salınımlarının büyümesini değiştirerek Evren'in yapısal oluşumunu etkileyebilir. Ayrıca, bu etkileşimin varlığı ve etkisi, kozmoloji literatüründe geniş kapsamlı bir şekilde ele alınmıştır [35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49]. Bu etkileşimler, karanlık enerjinin evrenin genişlemesini hızlandırdığı, buna karşılık karanlık maddenin yerçekimsel çekimiyle galaksilerin ve kozmik yapıların

oluşumunu etkilediği karmaşık bir dizi süreci içerir. ΛCDM modelinde karanlık enerji ve karanlık madde, enerji yoğunlukları ayrı ayrı korunarak bağımsız olarak evrim geçirir[50]. Karanlık enerji ve karanlık madde için toplam enerji yoğunluğu korunur ve karanlık enerji ve madde için enerji momentum tensörü aşağıdaki gibi yazılır:

$$\sum_i \nabla_\mu T_i^{\mu\nu} = 0 \tag{2.25}$$

bu denklemde i alt indisi karanlık enerji ve karanlık madde bileşenlerine karşılık gelmektedir, (d) yada karanlık madde (c) temsil etmektedir [50]. Süper akışkan için olan enerji momentm tensörünü kullanarak düz uzayda Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker metriğine adapte edebiliriz. Bu durumda aşağıda ki denklemleri elde etmiş oluruz.

$$\dot{\rho}_d + 3H(1+w_d)\rho_d = -Q \tag{2.26}$$

$$\dot{\rho}_c + 3H\rho_c = Q \tag{2.27}$$

Denklemlerden yararlanarak karanlık enerji ve karanlık madde yoğunluğunu q_d ve q_c terimleri tanımlayabiliriz. Karanlık enerji denklemini $w_d = p_d/q_d$ olarak tanımlarız ve p_d karanlık enerji basıncını temsil eder. Bildiğiniz gibi Hubble parametresi $H = \dot{a}/a$ dır. Hubble parametresi, kozmik ölçek faktörü olan a'ya bağlı olarak tanımlanır; burada prime sembolü, conformal time türevini temsil eder. Konformal time, kozmolojide ve genel görelilikte kullanılan bir zaman ölçüsüdür. Bu zaman ölçüsü, uzay-zamanın geometrisini belirli bir şekilde ölçeklendirerek, evrensel özellikleri vurgular. Özellikle büyük ölçeklerde ve kozmolojik modellerde evrenin genişleme sürecini ve evrenin dinamiklerini anlamak için kullanılır. Q, karanlık enerji ve karanlık madde arasındaki etkileşimleri temsil eden matematiksel bir terimdir. $Q > 0$ olduğu durumda, enerji akışı karanlık enerjiden karanlık maddeye doğrudur. Yani, karanlık enerjiden karanlık maddeye bir enerji transferi gerçekleşir. $Q < 0$ olduğu durumda ise, enerji akışı karanlık maddedan karanlık enerjiye doğrudur. Yani, karanlık maddeden karanlık enerjiye bir enerji transferi gerçekleşir. Şu anda yaygın olarak kabul gören fenomenolojik etkileşim destekli evrim modeli (Interaction Dark Energy, IDE) modellerinde, Q'nun genellikle enerji yoğunluğu ρ'ya ve zamana bağlı bir fonksiyon olduğu

varsayılır [51] ve

$$Q = Q(\rho, H^{-1}) \tag{2.28}$$

şeklinde yazılabilir.

Birinci dereceden Taylor açılımı, bir fonksiyonun belirli bir noktasında yaklaşık olarak ilk dereceden bir polinomla ifade edilmesidir. Bu ifade, fonksiyonun yaklaşık davranışını belirli bir noktada açıklar ve birinci dereceden Taylor açılımı şu şekilde yazılabilir [52]:

$$Q = 3H(\xi_1\rho_c + \xi_2\rho_d) \tag{2.29}$$

ξ_1 ve ξ_2, serbest parametrelerdir ve çalışmada incelenen modellerin belirli özelliklerini belirlemek için kullanılır. **Tablo 2.2:**, analiz edilen modellerin bir özetini içerir. W_d parametresine ilişkin gereksinim, kararlılık davranışının göz önüne alınmasıyla belirlenir; bu da modelin doğru sonuçlar üretmesi için W_d parametresinin belirli bir değere sahip olması gerektiği anlamına gelir [53].

Tablo 2.2: W_d Parametresi İçin Sınırlarma Tablosu

Model	Q	W_d
IDE1	$3H\xi_2\rho_d$	-1 $< W_d <$ -1/3
IDE2	$3H\xi_2\rho_d$	$W_d <$ -1
IDE3	$3H\xi_1\rho_c$	$W_d <$ -1
IDE4	$3H\xi(\rho_d+\rho_c)$	$W_d <$ -1

Costa ve diğerlerinin (2017) çalışmasında [54], kozmolojik modellerin sınırlamaları incelenmiştir. Bu sınırlamalar, Planck CMB, BOSS BAO, Tip Ia süpernova ve Hubble sabiti gibi çeşitli kozmolojik gözlemler kullanılarak elde edilmiştir. Çalışma sonucunda, IDE3 ve IDE4 modelleri için sıkı kısıtlamalar belirlenmiştir, yani bu modellerin parametre değerleri dar bir aralıkta sınırlıdır. Bu, gözlemlerle tutarlı olmaları için bu modellerin belirli bir teorik çerçevede belirli bir hassasiyette parametrelere sahip olması gerektiği anlamına gelir. Diğer yandan, IDE1 ve IDE2 modelleri için sadece zayıf kısıtlamalar elde edilmiştir. Bu, IDE1 ve IDE2 modellerinin gözlemlerle tutarlı olabilmesi için daha fazla düzelme veya açıklamaya ihtiyaç duyduğunu gösterir. Sonuç olarak, bu çalışma, kozmolojik modellerin doğruluğunu değerlendirirken sıkı kısıtlamaların önemini vurgular ve gözlemlerle uyumlu modellerin belirlenmesinde kritik bir rol oynar.

IDE1 ve IDE2 modellerindeki etkileşimlerin karanlık enerji yoğunluğuna orantılı olduğunu ve bu etkileşimin ancak son zamanlarda baskın hale geldiğini belirtir. Bu tür bir etkileşimin, kozmik mikrodalga arka planının anizotropisi ve evrenin genişleme tarihine zayıf etkileri olduğunu ve dolayısıyla bu gözlemlerden sıkı bir şekilde sınırlanamadığını ifade eder [50]. IDE1 ve IDE2 modellerinin, kozmolojik yapı oluşumu açısından ΛCDM modelinden farklı olabileceğini ifade eder. Yani, bu modellerin, evrenin nasıl oluştuğunu ve geliştiğini açıklamak için ΛCDM modelinden farklı bir mekanizma veya süreç içerebileceğini belirtir. Bu farklılık, özellikle doğrusal olmayan yapı oluşumu üzerinde etkili olabilir. Bu tür yapılara örnek olarak galaksi kümeleri ve zayıf lensleme pik istatistikleri verilebilir. Dolayısıyla, IDE1 ve IDE2 modellerinin doğruluğunu değerlendirmek ve sınırlamak için, bu doğrusal olmayan yapılarla ilgili gözlemler ve analizler kullanılabilir. Bu tür gözlemler, bu modellerin kozmolojik yapı oluşumu üzerindeki etkisini daha ayrıntılı bir şekilde incelemeye yardımcı olabilir ve bu modellerin doğruluğunu daha sıkı bir şekilde değerlendirebilir.

Karanlık enerji (Dark Energy, DE) ve karanlık madde (Dark Matter, DM) arasındaki tüm olası fenomenolojik etkileşimlerin, kozmolojik parametreler üzerindeki etkileri titizlikle incelenmiştir. Özellikle, bu etkileşimlerin evrenin temel yapı taşları olan kozmolojik parametreler üzerindeki etkileri ayrıntılı bir şekilde değerlendirilmiştir. Ayrıca, bu etkileşimlerin, gözlemlenen evrenin birçok gizemli yönünü açıklamada kritik bir rol oynayan kozmolojik tesadüf problemi olarak bilinen bir zorluğu nasıl etkilediği de araştırılmıştır [55]. Kozmik tesadüf problemi, gözlemlenen karanlık enerji yoğunluğunun ve karanlık madde yoğunluğunun benzer bir düzeye sahip olmasını açıklamakta ve bu durum, evrenin evrimine ilişkin bazı temel soruları yanıtlamada önemli bir ipucu sunmaktadır. Tekillik ve kozmik tesadüf problemlerini çözmek için karanlık madde ve karanlık enerji etkileşimine dayanan birçok etkileşimli model kullanılmıştır [56, 57, 58, 59, 60, 18, 16, 33]. Bu bağlamda, DE ve DM arasındaki etkileşimlerin, kozmolojik parametrelerdeki değişiklikler aracılığıyla bu sorunun çözülmesinde veya en azından azaltılmasında nasıl bir etkiye sahip olabileceği detaylı bir şekilde incelenir. Karanlık enerji ve karanlık madde arasındaki etkileşimlerin evrenin temel özellikleri üzerindeki etkilerini anlamak ve kozmolojik evrimin anahtar sorularını çözmek için önemli bir adım olarak değerlendirilmektedir. Karanlık enerji ve karanlık madde arasındaki etkileşimi daha iyi anlamak ve evrenin temel özelliklerini daha doğru bir şekilde belirlemek için, bu etkileşimin gözlemlenen verilere dayanarak daha sıkı bir şekilde sınırlandırılması gerektiğini ifade ediyor [61]. Bu ek gözlemsel veriler,

karanlık enerji ve karanlık madde arasındaki etkileşimin kozmolojik parametreler üzerindeki etkilerini daha ayrıntılı bir şekilde incelememize ve evrenin evrimini daha iyi anlamamıza yardımcı olabilir.

2.6.2. Karanlık Sektördeki Etkileşimede Yeni Yaklaşım

Aydıner'in 2023 yılında yazdığı "Chaotic interaction between dark matter and dark energy" isimli makalesinde yaptığı çalışmları inceleyelim. Bu çalışmada, karanlık madde ve karanlık enerjiyi grand-kanonik sistemler olarak ele alarak, bu sistemler arasındaki etkileşimleri ve dinamikleri inceleme amaçlanmıştır [34]. Özellikle, çift yönlü etkileşen termodinamik sistemler arasındaki dinamikleri daha gerçekçi bir şekilde açıklamak üzere yeni bir etkileşim şeması önerilmiştir. Enerji korunumu yasasına dayanan yeni teoremler geliştirilmiştir. Bu teoremleri kullanarak, karanlık madde ve karanlık enerji arasındaki etkileşimleri tanımlayan yeni çiftlenmiş denklemler elde edilmiştir. Daha sonra, bu denklemleri sayısal olarak çözerek, sistemin faz uzayı diyagramlarını ve Lyapunov üstelini belirlenmiştir. Yapılan analizler sonucunda, karanlık madde ve karanlık enerji arasındaki etkileşimin kaotik olduğu gösterilmiştir. Bu bulgu, evrenin temel yapı taşlarının dinamikleri hakkında önemli bir anlayış sağlar ve daha geniş bir bağlamda evrenin evrimini anlamak için önemli ipuçları sunar. Ayrıca, önerilen teoremler ve elde edilen sonuçlar, çift yönlü etkileşen diğer parçacık ve termodinamik sistemler üzerinde de genelleştirilebilir. Aydıner etkileşen iki açık termodinamik sistemdeki etkileşimleri modellemek için iki tür etkileşim biçimi önermiştir [34]. Bunlar karşılıklı etkileşim ve öz-etkileşimdir. Konu kaynakça [34] da ayrıntılı olarak anlatılmıştır. Ayrıca Aydıner bu etkileşim biçimlerini etkileşen termodinamik sistemlerein özel hallerine de uygulamıştır [62]. Aydıner'in kaynakça [34] de verdiği etkileşim denklemi:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 x_3 - x_1 \\ \frac{dx_2}{dt} &= (x_3 - q)x_1 - x_2 \\ \frac{dx_3}{dt} &= 1 - x_1 x_2 \end{aligned} \tag{2.30}$$

şeklindedir. Burada q kontrol parametresidir ve $q = \Gamma_1 - \Gamma_2$ şeklinde verilir. Burada x_1, x_2 ve x_3 sistemler arasında transfer edilen enerjilere karşılık gelir. Bunlar, karanlık enerji ve karanlık madde etkileşimlerinin dinamiklerini yöneten doğrusal olmayan bağlı denklemlerdir. Bu konuya ileride tekrar döneceğiz.

3. MALZEME VE YÖNTEM

3.1. YENİ ETKİLEŞİM MODELLERİ

Bu bölümde karanlık madde ve karanlık enerji etkilşeiminin bir özel halini inceliyeceğiz. Aydıner'in 2023 de sunduğu [34, 62] etkileşim modellerini özetleyeceği. Ardından benzer bir modifiye etkileşim denklemi ileri süreceğiz ve denklem sistemini çözeceğiz. Analiz yapmaya başlamadan önce Aydıner tarafından önerilen karanlık madde, karanlık enerji ve madde etkişelim modelinin nasıl geliştirildiğini açıklayalım.

3.1.1. Tip-I Etkileşim Modeli

Yukarıda verilen (2.30) numaralı denklemi burada yeniden yazacağız. Bu denklemi Tip-I olarak adlandırdık. Diğer denklemleri de benzer şekilde adlandıracağız.

Denklem (2.30) verilen Tip-I etkileşim denklemi aşagıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 x_3 - x_1 \\ \frac{dx_2}{dt} &= (x_3 - q)x_1 - x_2 \\ \frac{dx_3}{dt} &= 1 - x_1 x_2 \end{aligned} \tag{3.1}$$

3.1.2. Tip-II Etkileşim Modeli

Termodinamik sistemlerde karanlık enerji ve karanlık madde etkileşimini inceleyeceğiz. Bu etkileşimi iki çift açık sistem için inceleyeceğiz. İlk olarak inceleyeceğimiz durum $\delta \neq 0$, $\delta N = 0$ ve $dV = 0$ bu şekilde olacaktır. İkinci olarak ise $\delta \neq 0$, $\delta N \neq 0$ ve $dV \neq 0$ bu durum altında inceleme yapacağız [62]. Her açık termodinamik sistem için enerji değişim denklemi aşağıdaki gibidir

$$dU = \delta Q + \Sigma_{i=1}^{N} \delta W_i \tag{3.2}$$

dU sistemin enerji değişimini, δQ ısı değişimini ve δW sistem üzerine yapılan işi temsil eder. Enerji değişim denklemi etkileşim içinde bulunan iki çift sistem için aşağıdaki gibidir;

$$\begin{aligned} dU_1(x_2) &= \delta Q_1(x_1) + \delta W_1(x_1) + \delta N_1(x_{1)} \\ dU_2(x_1) &= \delta Q_2(x_2) + \delta W_2(x_2) + \delta N_2(x_{2)} \end{aligned} \tag{3.3}$$

burada x_1 enerji akışının sistem 1'den sistem 2'ye aktığı durumu, x_2 enerji akışının sistem 2'den sistem 1'e aktığı durumu temsil etmektedir [62]. Sistemler arası gerçekleşen enerji transfer değişimi korunur. Bu sebepten aşağıdaki denklemi yazarız;

$$\oint dU(x_i) = 0 \tag{3.4}$$

$i = 1,2$ aynı anda toplam enerjide korunur.

$$\Sigma_{i=1} E_i = const \tag{3.5}$$

İki sistemin denge durumunda olmaktan çok uzak olduğunu düşünürsek yani $T_1 \neq T_2$, $p_1 \neq p_2$ yada $\mu_1 \neq \mu_2$ Ancak bu iki sistem temas ettiklerinde sistemler dengeye gelene kadar birbirleri arasında etkileşim yapmaya devam edeceklerdir. Ayrıca herbir sistem kendi içinde iç enerji değişimi yaşayacaktır [62]. Bu denklem aşağıda belirtildiği gibidir;

İki çift termodinamik sistem için kendi içinde etkileşim denklemi

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma_1}{dt} &= 1 - x_1 x_2 \\ \frac{d\Gamma_2}{dt} &= 1 - x_1 x_2 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Kendi içinde etkileşim döngüsü standart termodinamik istatistiği ile henüz tanımlanmamıştır [62]. Bu yeni bir yaklaşım modelidir. Kendi içinde etkileşim döngüsü vektörel bir alan oluşturur. Vektörel alanı tork ile temsil ediyoruz. Kendi içinde etkileşim döngüsü gizli bir çekiciye sahiptir [62]. Dinamik sistemlerde, literatüre bakılırsa bu şekilde gizli çekici fikrini görebiliriz [63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72]. Aydıner'in önerdiği termodinamik sistemler için yeni bir bakış açısı kazandırmaktadır.

Yukarıda bahsettiğimiz gibi termodinamik sistemleri iki durumda inceleyeceğiz ilk

durumumuz $\delta \neq 0$, $\delta N = 0$ ve $dV = 0$ şartlar altında inceleme yapacağız. Bu durum için karşılıklı etkileşim denklemi aşağıdaki gibidir;

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= \Gamma_1 x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= \Gamma_2 x_1 \end{aligned} \tag{3.7}$$

$\Gamma_{1,2}$'nin enerji transfer hızını gösteren non-holonomik değişkenleri belirtir [62]. Non-holonomik sistem de hareketi berlirleyen kısıtlamaların, pozisyonların bir fonksiyonu olarak ifade edilemediği durumlar için söylenir. Bu sistemlerde, hareketin belirlenmesi için hız veya zaman gibi ek parametreler gerekebilir. Örneğin, bir arabanın hareketi, yalnızca arabanın konumlarına değil, aynı zamanda hız ve yöne de bağlı olabilir, bu nedenle bu sistem non-holonomiktir. Termal sistemlerde (3.6) ve (3.7) denklemleri kullanarak, birbirine bağlı ve etkileşen iki kanonik topluluk için etkileşim denklemi elde ederiz [62].

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 x_3 \\ \frac{dx_2}{dt} &= (x_3 - q) x_1 \\ \frac{dx_3}{dt} &= 1 - x_1 x_2 \end{aligned} \tag{3.8}$$

q bir kontrol parametresidir ve $q = \Gamma_1 - \Gamma_2$ eşittir [62]. Bu denklem, sistemler arasındaki ısı transferine dayalı olarak, sistemin davranışını doğrusal olmaya bir şekilde tanımlar. Bu denklem, sistemler arasındaki ısı alışverişinin karmaşıklığını ve sistemin dinamiklerindeki doğrusallıktan sapmayı içerir.

3.1.3. Tip-III Etkileşim Modeli

Üçüncü durum için inceleme yaptığımızda, hacim değişiminide hesaba katmamız gerekmektedir. Bu durumun özelliği $\delta \neq 0$, $\delta N \neq 0$ ve $dV \neq 0$ dir. Etkileşim sonunda sistemin hacmi değişebilir ve değişim sisteme uygulanan işin mikatarını etkileyebilir veya engelleyebilir. Sisteme yapılan işi $\delta W = -pdV$ olarak tanımlarız. Bu durum için denklem (3.8) ile birleştirirsek;

$$\begin{aligned}
\frac{dx_1}{dt} &= x_2x_3 - x_1 - \int_0^T x_1(t)dt \\
\frac{dx_2}{dt} &= (x_3 - q)x_1 - x_2 - \int_0^T x_2(t)dt \\
\frac{dx_3}{dt} &= 1 - x_1x_2
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Denklemlerdeki integral ifadeleri doğrusal olmayan terimler içermediği için bu terimlerin katkıları sayısal çözümde sabit katkıları olacaktır [62]. Bu nedenle integralleri $\delta_{1,2}$ olarak tanımlarız. $\delta_{1,2}$ bu terimi basitleştirebiliriz [62]. $\delta_{1,2}$ enerji depolama kapasitesini ölçen kontrol parametreleri olarak düşünebiliriz. Bu durumda, sayısal çözümün detaylarında kaybolmak yerine, sabit bir q değerinin içinde bu terimleri belirtebiliriz [62].

3.1.4. Modifiye Etkileşim Modeli

Aydıner'in oluşturduğu (2.30) denkleminden yararlanarak oluşturduğu bu denklem sistemini kullanarak bizde karanlık enerji, karanlık madde ve madde etkileşim modeli oluşturacağız. Ayrıca Aydıner'in oluşturduğu bu denklemi biraz modifiye ederek oluşturduğumuz denklemin kaos analizini gerçekleştireceğiz. Modifikasyon sürecinde, belirli bir motivasyondan yola çıktık. x_3 değişkenimizin, denklemimize baktığımızda, x_1 ve x_2 değişkenlerinin etkileşimine bağlı olarak değişen bir değişken olduğunu gözlemledik. Bu motivasyonla, x_1 ve x_2 değişkenlerinin etkileşiminin üssel olarak değişebileceği fikrini benimsedik. Bu nedenle, x_3 değişkenini e^{x_3} olarak modifiye etmeyi uygun bulduk. Bu modifikasyon, x_1 ve x_2 değişkenlerinin etkileşimlerinin dinamiklerini daha iyi temsil etmeyi amaçlamaktadır. Ayrıca, bu tür bir dönüşümün, kaotik davranışların daha belirgin bir şekilde gözlemlenmesini sağlayacağını düşündük. Sonuç olarak, x_3 değişkeninin üssel bir fonksiyon olarak yeniden tanımlanması, sistemin genel dinamik yapısının incelenmesine olanak tanımıştır.

Aydıner'in denklemi kullanarak modifiye ettiğimiz yeni denklemimiz aşağıdaki gibidir;

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= x_2 e^{x_3} - x_1 \\ \frac{dx_2}{dt} &= (e^{x_3} - q)x_1 - x_2 \\ \frac{dx_3}{dt} &= 1 - x_1 x_2\end{aligned} \tag{3.10}$$

Yukarıda modifiye ettiğimiz denklemimizi kullanarak karanlık madde ve karanlık enerji etkileşiminin kaos analizini yapacağız.

3.2. KAOS VE KAOTİK SİSTEMLER

3.2.1. Temel Kavramlar

Kaos teorisi, belirli koşullar altında deterministik sistemlerin belirsiz ve karmaşık davranışlar sergileyebileceğini ve bu davranışların tahmin edilemeyeceğini öne süren bir matematiksel bir alanı ifade eder. İşte kaos teorisinin tarihçesi hakkında önemli dönemlere ve kişilere odaklanan bir genel bakış.

Poincaré'nin Çalışmaları (19. Yüzyıl), Kaos teorisinin temelleri, Henri Poincaré'nin 19. yüzyılda yaptığı çalışmalara dayanmaktadır. Poincaré, N-kütleli manyetik top sistemini incelediğinde, belirli başlangıç koşullarına bağlı olarak gelecekteki durumların öngörülemez olduğunu fark etti. Bu durum, gelecekteki durumların hassas başlangıç koşullarına bağlı olarak değişebileceği anlamına gelir [73].

Lorenz ve Deterministik Kaos (1960'lar), Edward Lorenz, 1960'larda atmosferik modeller üzerinde yaptığı çalışmalar sırasında deterministik kaosun temellerini attı. Lorenz, basit bir atmosfer modelindeki denklemleri incelediğinde, küçük başlangıç koşullarındaki değişikliklerin zaman içinde büyük etkilere yol açtığını keşfetti. Lorenz, bu durumu "kelebek etkisi" olarak adlandırdı [74].

Mandelbrot ve Fraktallar (1970'ler), Benoit Mandelbrot, fraktal geometriyi tanımlayarak ve bu geometrinin karmaşık ve kendini tekrarlayan desenleri modelleyerek, kaos teorisine yeni bir boyut kattı. Fraktal geometri, doğadaki karmaşık yapıları ve düzensiz desenleri açıklamak için kullanılır [75].

Kaotik Dinamikler ve İterasyon (1970'ler - 1980'ler), 1970'ler ve 1980'lerde, kaotik dinamiklerin matematiksel temelleri daha da geliştirildi. İteratif fonksiyonlar, kaotik davranışların modellenmesinde önemli bir rol oynar. Logistic Map gibi basit iteratif modeller, kaosun temel prensiplerini açıklamak için kullanılır.

Kaostan Uygulamalara (1990'lar - Günümüz), Kaos teorisi, birçok farklı disiplinde uygulama buldu. Hava durumu tahminleri, biyolojik sistemlerin modellemesi, ekonomi, bilgisayar güvenliği gibi birçok alanda kaos teorisi kullanılmaktadır. Bu alanlarda kaos teorisi, belirsizlikle başa çıkma ve karmaşık sistemlerin davranışlarını anlama konusunda önemli bir araç haline gelmiştir.

Kaotik sistemlerin anlaşılması ve modellenmesi, bilim dünyasında önemli bir dönüşüme yol açmış ve kaos teorisi, karmaşık sistemlerin doğasını anlama çabalarımızı etkilemiştir.

3.2.2. Bir Örnek Olarak Lorenz Denkleminin Analizi

Lorenz denklemleri, kaotik sistemlerin davranışlarını modellemek için kullanılan ve Edward N. Lorenz tarafından 1963 yılında geliştirilen üç boyutlu, deterministik bir sistemdir. Bu denklemler, başlangıçta atmosferdeki konveksiyon akımlarını modellemek amacıyla türetilmiştir, ancak daha sonra kaos teorisinin temel örneklerinden biri olarak ün kazanmıştır [76]. Lorenz denklemleri, basit yapısına rağmen, kaotik davranış sergileyen sistemlerin incelenmesinde önemli bir rol oynamaktadır. Lorenz denklemleri

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \sigma(y-x) \\ \frac{dy}{dt} &= x(\rho-z)-y \\ \frac{dz}{dt} &= xy-\beta z \end{aligned} \tag{3.11}$$

şekinde verilir. Burada σ, ρ and β denklemin parametreleridir.

Lorenz denklemlerinin en dikkat çekici özelliklerinden biri, küçük başlangıç koşullarındaki farklılıkların zamanla büyük değişikliklere yol açmasıdır. Bu özellik, kaos teorisinin temel prensiplerinden biri olan "başlangıç koşullarına duyarlılık" (sıklıkla "kelebek etkisi" olarak da bilinir) olarak adlandırılır [77]. Bu özellik, deterministik bir sistemin uzun vadeli öngörülmesini neredeyse imkansız hale getirir.

Lorenz denklemlerinin çözümleri, zamanla belirli bir bölgeye çekilir ve bu bölge içinde karmaşık, fraktal bir yapı oluşturur. Bu yapı, Lorenz çekicisi olarak bilinir ve kaotik sistemlerin görselleştirilmesinde önemli bir örnek teşkil eder. Lorenz çekicisi, sistemin düzenli bir şekilde dağılmadığını, ancak yine de belirli bir düzen içerisinde kaotik davrandığını gösterir.

3.2.3. Çekici Analizi ve Sabit Nokta Hesaplanması

Çekici analizi, bir dinamik sistem tarafından takip edilen genel davranışı temsil eden attractor olarak adlandırılan bir geometrik yapıyı araştırır [78]. Bu çekici, sistemin belirli bir durumundan başlayarak zamanla sistemdeki değişiklikleri gösterir. Çekici analizi, bu geometrik yapıyı inceleyerek sistemin kararlılığını, kaotikliğini ve diğer önemli özelliklerini belirler. Çekici analizi için birçok farklı yöntem ve teknik mevcuttur. Bunlar arasında Poincaré kesitleri, Lyapunov üsler, Bifurkasyonlar ve Fraktal boyut hesaplamaları gibi geleneksel teknikler bulunur. Ayrıca, yapay zeka ve makine öğrenimi tekniklerinin attractor analizi için yeni ve yenilikçi yaklaşımlar sağladığı da görülmektedir. Çekici analizi, karmaşık sistemlerin davranışlarını anlamak için önemli bir araçtır. Bu yöntem, kaotik ve kararlı sistemler arasındaki farklılıkları belirlemek, sistemin uzun vadeli davranışlarını tahmin etmek ve sistemdeki önemli özellikleri belirlemek için kullanılabilir.

Lorenz denkleminin sabit noktalarını bulmak için (3.11) denklemlerini sıfıra eşitleyeceğiz. Yani $\frac{dx}{dt} = 0$, $\frac{dy}{dt} = 0$ ve $\frac{dt}{dt} = 0$ yapacağız. Böylece

$$\begin{aligned} \sigma(y-x) &= 0, \\ x(\rho - z) - y &= 0, \\ xy - \beta z &= 0 \end{aligned} \tag{3.12}$$

yazabiliriz. Bu denklemleri çözerek sabit noktaları bulabiliriz. İlk denklem de $x = y$ seçerek sabit noktaları bulabiliriz. İlk denklem y yerine x koyup, üçüncü denkleminde x ve y yerine x koyarak çözebiliriz:

$$\begin{aligned} x(\rho - z)x &= 0 \\ x(\rho - z - 1) &= 0 \end{aligned} \tag{3.13}$$

Burada $x = 0$ veya $z = \rho - 1$ olduğunu görürüz. $x = 0$ durumunu üçüncü denklem yerine yazdığımızda $z = 0$ olur. Bu nedenle, birinci sabit nokta $P_1 = (0,0,0)$ olur. İkinci denklemi kullanarak sabit noktayı bulmak istersek:

$$x^2 - \beta z = 0 \tag{3.14}$$

Bu denkleme $z = p - 1$ yerine yazarsak:

$$\begin{aligned} x^2 - \beta(\rho - 1) &= 0 \\ x &= \pm\sqrt{\beta(\rho - 1)} \end{aligned} \tag{3.15}$$

Bu durumda $y = \pm\sqrt{\beta(\rho - 1)}$ ve $z = \rho - 1$ dolayısıyla ikinci ve üçüncü sabit noktalar:

$$\begin{aligned} P_2 &= \left(\sqrt{\beta(\rho - 1)}, \sqrt{\beta(\rho - 1)}, \rho - 1\right) \\ P_3 &= \left(-\sqrt{\beta(\rho - 1)}, -\sqrt{\beta(\rho - 1)}, \rho - 1\right) \end{aligned} \tag{3.16}$$

Üç adet sabit nokta belirledik. Bu sabit noktalar ile ilgili analiz yapmak gerekirse, ρ değeri bizim için oldukça önemli çünkü ρ sıfırdan küçük olursa (3.13) denklemleri için denge noktaları irrasyonel sayı vermektedir. Bu sebepten dolayı ρ değeri üzerinden kaos analizi yapacağız.

3.2.4. Lorenz Denklemleri İçin Jacobian Matris Çözümü

Jacobian matrisi, bir dinamik sistemdeki sabit noktaların kararlılığını belirlemek için kullanılır. Kaos analizi yaparken Jacobian matrisini çözmek, sistemdeki sabit noktaların çevresindeki dinamikleri incelememize olanak tanır. Özellikle, sabit noktaların lineer kararlılığını değerlendirmek için kullanılır.

Jacobian matrisinin özdeğerleri ve özvektörleri, sabit noktaların çevresindeki sistem davranışının doğası hakkında bilgi sağlar [79]. Özdeğerlerin gerçek kısımları negatif ise, sabit nokta stabil olarak kabul edilir ve çevresindeki sistem davranışı düzenli olabilir. Bununla birlikte, özdeğerlerin gerçek kısımları pozitif ise, sabit nokta dengesiz veya kararsız olabilir ve sistem kaotik veya karmaşık dinamikler gösterebilir.

Ayrıca, Jacobian matrisinin çözümü, sabit noktaların etrafındaki bölgesel davranışı inceleme

imkanı sağlar. Özvektörler, sabit noktanın çevresindeki yönlerin ve eğilimlerin bir göstergesi olabilir. Bu, sistemdeki potansiyel kararsızlık bölgelerini veya kaotik davranışın belirtilerini tanımlamak için kullanılabilir.

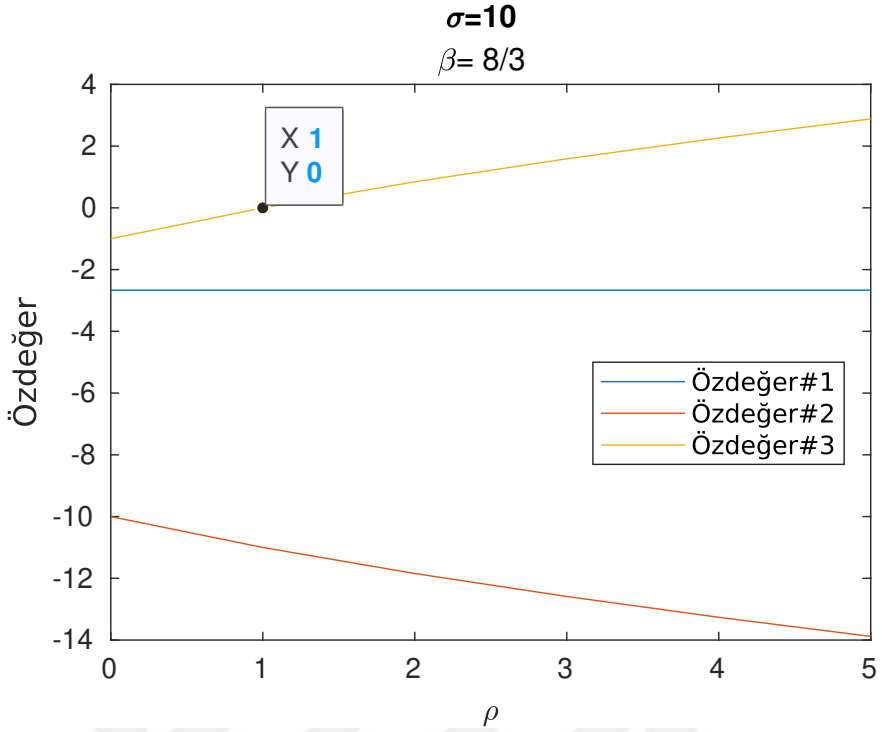
Sonuç olarak, Jacobian matrisinin çözümü, bir dinamik sistemdeki sabit noktaların ve çevresindeki dinamiğin doğasını anlamamıza ve kaotik davranışın olası belirtilerini tespit etmemize yardımcı olur. Bu nedenle, kaos analizi yaparken Jacobian matrisini çözmek, sistemdeki karmaşık davranışı anlamak için önemli bir araçtır.

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial f_1}{\partial x} = -\sigma, \quad \frac{\partial f_1}{\partial y} = \sigma, \quad \frac{\partial f_1}{\partial z} = 0 \\
&\frac{\partial f_2}{\partial x} = \rho - z, \quad \frac{\partial f_2}{\partial y} = -1, \quad \frac{\partial f_2}{\partial z} = -x \\
&\frac{\partial f_3}{\partial x} = y, \quad \frac{\partial f_3}{\partial y} = x, \quad \frac{\partial f_3}{\partial z} = -\beta
\end{aligned} \tag{3.17}$$

$$J = \begin{pmatrix} -\sigma & \sigma & 0 \\ \rho - z & -1 & -x \\ y & x & -\beta \end{pmatrix} \tag{3.18}$$

Bulduğumuz bu Jacobian matrisinin özdeğerlerini daha önce yukarıda bulduğumuz $P_1 = (0,0,0)$ sabit noktasına göre hesaplama yapıp bu özdeğerlerin bir grafiğini çizeceğiz. Bu özdeğerleri hesaplayabilmek için Lorenz denklemlerinde var olan sabit değerlerimizi yani $\sigma = 10$ ve $\beta = 8/3$ alcağız. Bu değerler daha önceki çalışmalarda belirtilmiştir [80, 81, 82, 83]. Bu değişkenlere göre ρ değeri değiştikçe denklemimizin kaos verip vermeyeceğini analiz edebiliyoruz. P_1 sabit noktamız için özdeğer çözümü yaparsak;

Özdeğerlerin sıfırdan küçük olması demek sabit noktanın çevresindeki lineerleştirilmiş sistem kararlıdır. Bu durumda, sabit nokta bir çekici veya stabil nokta olarak kabul edilir. Sistem, sabit nokta etrafında sınırlı bir şekilde salınır veya titreşir. Özdeğerlerin büyük olması, sabit noktanın çevresindeki lineerleştirilmiş sistem kararsızdır. Bu durumda, sabit nokta bir itici veya instabil nokta olarak kabul edilir. Sistem, sabit noktadan uzaklaşır ve



Şekil 3.1: $P_1 = (0,0,0)$ için Özdeğer Grafiği $\sigma = 10$ ve $\beta = 8/3$

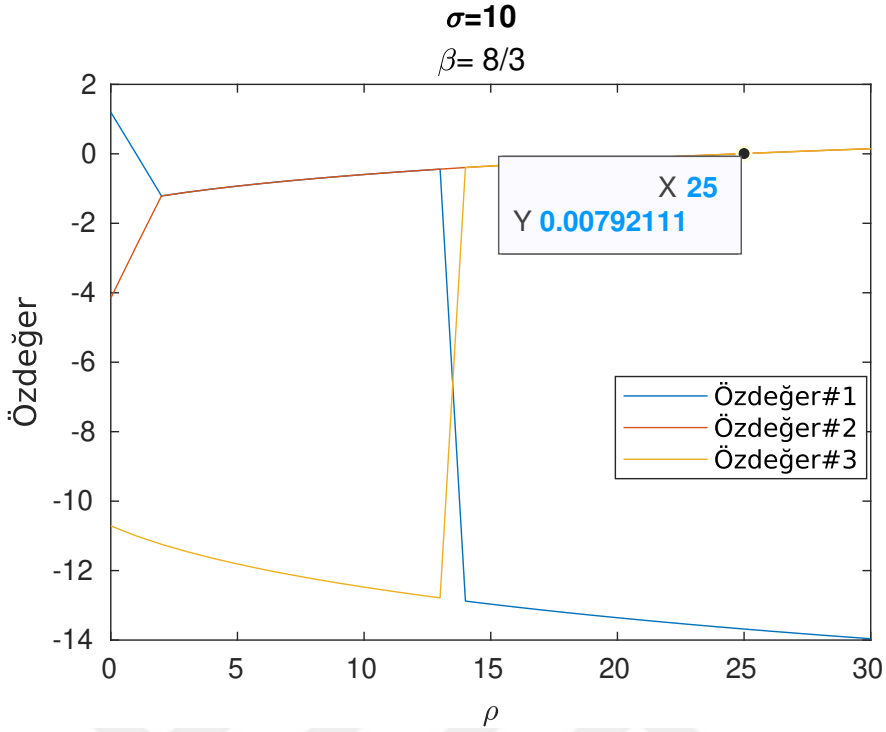
kaotik davranış gösterebilir. Küçük başlangıç hataları bile zamanla büyüyerek sistemde büyük değişikliklere yol açabilir.Bu analizden dolayı $\rho < 1$ ise sistem kaos vermeyecektir çünkü 1'den küçük olduğunda özdeğerler negatif olmaktadır. $\rho > 1$ olduğunda sistem kaos verecektir çünkü özdeğerler positif değer vermektedir.

Sabit noktalar olan P_2 ve P_3 için özdeğer grafiğini çizersek;

Bu grafiği analiz edersek eğer $\rho > 24$ değerinden büyük olmalı. Çünkü bu değerden sonra özdeğerlerden birtanesi pozitif değer vermektedir. Pozitif çıkması bu değer çevresinde denklemimiz kaos vermektedir. Bu aşamadan sonra Lorenz denklemin faz uzayı grafiklerini çizelim:

3.2.5. Lorenz İçin Faz Uzayı ve Lyapunov Analizi

Lyapunov üsleri, bir dinamik sistemdeki küçük başlangıç koşulu değişikliklerinin zamanla nasıl büyüdüğünü ölçen matematiksel bir kavramdır [84]. Bu üsler, belirli bir dinamik sistemdeki yörüngelerin kararlılığını ve kaotikliğini belirlemek için kullanılır. Lyapunov üsleri, dinamik sistemlerin karmaşıklığını anlamak ve tahmin etmek için önemli bir araçtır ve özellikle kaotik sistemlerin analizinde yaygın olarak kullanılır.



Şekil 3.2: P_2 ve P_3 için Özdeğer Grafiği $\sigma = 10$ ve $\beta = 8/3$

Lyapunov üsleri, bir dinamik sistemdeki yörüngelerin kararlılığını veya kaotikliğini belirlemek için kullanılan önemli bir kavramdır. Bu üsler, bir dinamik sistemdeki küçük başlangıç koşulu değişikliklerinin zamanla nasıl büyüdüğünü ölçer. Lyapunov üsleri, garip çekici kararlılığı ile ayrılan yolların ölçülmesinde temel bir rol oynar ve çok ölçekli ölçümlerle ilişkilendirilen fraktal boyutlara bir bağlantı sağlar [85].

Lyapunov üsteli tanımlanırken ilk olarak yörüngeler arasındaki mesafe incelenir. Fiziksel olarak gösterimi Şekil 'da görülebilir. Şekil daki yörüngelerin bir çekici etrafında olduğu varsayılır. $x(t)$, t anındaki çekici üzerindeki bir noktayı temsil ederken, $x(t) + \delta(t)$, bu noktadan $\delta(t)$ uzaklıktaki bir noktayı temsil eder.

Bir dinamik sistemde, başlangıç koşullarında yapılan küçük bir değişikliğin zamanla nasıl evrileceğini incelerken Lyapunov üsteli şu şekilde tanımlanır:

$$\lambda = \lim_{t\to\infty} \frac{1}{t} \ln \frac{\delta(t)}{\delta_0} \tag{3.19}$$

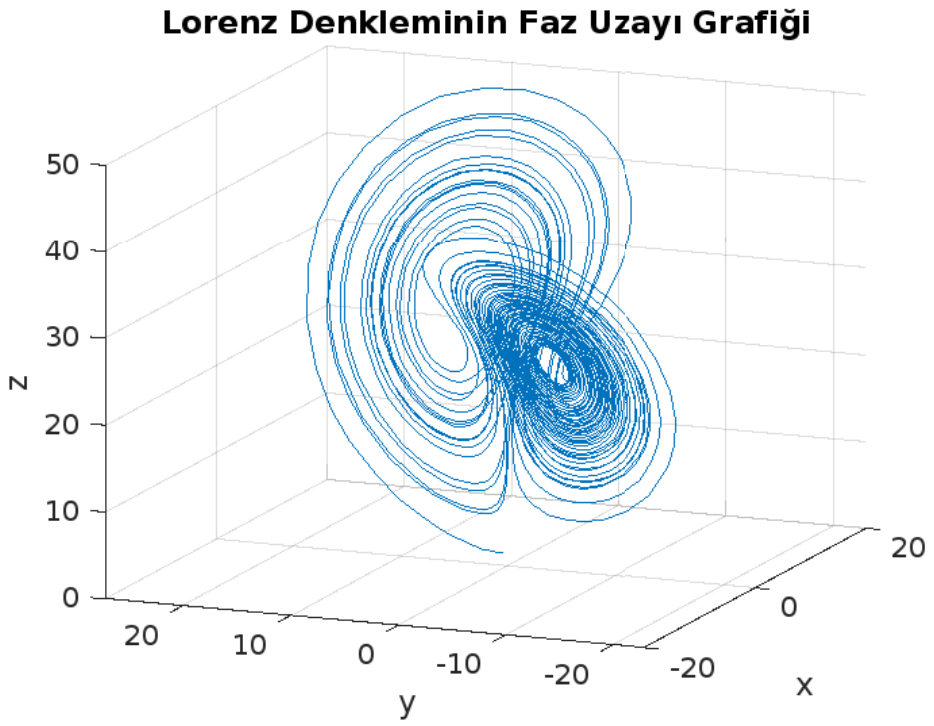
Burada, λ Lyapunov üsteli, $\delta(t)$ zaman t anındaki iki yakın trajektör arasındaki mesafe, δ_0 başlangıçtaki küçük pertürbasyon (ilk mesafe) Lyapunov üsteli, sistemin zamanla nasıl davrandığını ölçer. **Pozitif Lyapunov Üsteli** ($\lambda > 0$): İki yakın trajektör arasındaki mesafe

zamanla üstel olarak artar. Bu, sistemin kaotik olduğunu ve küçük başlangıç farklarının zamanla büyüdüğünü gösterir. Kaotik sistemlerin karakteristik özelliğidir. **Sıfır Lyapunov Üsteli ($\lambda = 0$):** İki yakın trajektör arasındaki mesafe zamanla sabit kalır veya lineer olarak artar. Bu, sistemin periyodik veya kuasi-periyodik olduğunu gösterebilir. **Negatif Lyapunov Üsteli ($\lambda < 0$):** İki yakın trajektör arasındaki mesafe zamanla üstel olarak azalır. Bu, sistemin kararlı olduğunu ve başlangıçtaki farkların zamanla yok olduğunu gösterir.

Lorenz sisteminde, tipik parametreler kullanıldığında ($\sigma = 10$, $\rho = 28$, $\beta = \frac{8}{3}$), Lyapunov üstelleri şu şekilde bulunur:

$$\lambda_1 \approx 0.905, \quad \lambda_2 \approx 0, \quad \lambda_3 \approx -14.572$$

Bu sonuçlar, sistemin kaotik olduğunu ve başlangıç koşullarına son derece duyarlı olduğunu gösterir. Lyapunov üsteli, dinamik sistemlerin davranışlarını analiz etmek için güçlü bir araçtır. Bir sistemin kaotik olup olmadığını belirlemek, başlangıç koşullarına duyarlılığını ölçmek ve uzun vadeli davranışlarını öngörmek için kullanılır. Pozitif bir Lyapunov üsteli, kaotik bir sistemin varlığını ve küçük başlangıç değişikliklerinin büyük farklılıklara yol açabileceğini gösterir.



Şekil 3.3: $\rho = 28$, $\sigma = 10$ ve $\beta = 8/3$

Kaos teorisi, doğal ve karmaşık sistemlerin davranışlarını anlamak için önemli bir çerçeve sunar. Bu teori, küçük başlangıç koşullarının bile sistemlerin uzun vadeli davranışlarını büyük ölçüde etkileyebileceğini öne sürer. Bu nedenle, kaos dinamiğinde hassasiyetin rolünü anlamak ve başlangıç koşullarını doğru bir şekilde ölçmek kritik öneme sahiptir. Kaos teorisine göre, bir sistemdeki küçük bir başlangıç koşulu değişikliği, zamanla büyük etkilere neden olabilir. Bu nedenle, başlangıç koşullarını doğru bir şekilde belirlemek ve ölçmek, sistemin gelecekteki davranışlarını tahmin etmek için önemlidir [86]. Hassas başlangıç koşulları, sistemin doğru bir şekilde modellemesini ve gelecekteki tahminlerin güvenilirliğini sağlar.

4. BULGULAR

4.1. DENKLEMİN KARARLILIK ANALİZİ

Diferansiyel denklemlerin kararlılık ve sabit nokta analizi, sistemin davranışını anlamak için kritik öneme sahiptir. Bu tür analizler, sistemin uzun vadede nasıl davrandığını ve hangi koşullar altında dengeye ulaştığını belirlemek için kullanılır.

Denklemin sabit noktalarını bulabilmek için değerlerimizi sıfıra eşitliyoruz.

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 e^{x_3} - x_1 = 0 \\ \frac{dx_2}{dt} &= (e^{x_3} - q)x_1 - x_2 = 0 \\ \frac{dx_3}{dt} &= 1 - x_1 x_2 = 0 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Sabit noklarımızı Matlab aracılığı ile hesaplayabiliyoruz. Sabit noktalarımızı 1.2720, 0.7862 ve 0.4812 olarak buluyoruz. Bulduğumuz bu sabit noktalarımızın karalılığını test etmek için jacobian matrisini hesaplamamız gerekiyor.

$$J = \begin{bmatrix} -1 & e^{x_3} & x_2 e^{x_3} \\ e^{x_3} - q & -1 & (e^{x_3} - q)x_1 \\ -x_2 & -x_1 & 0 \end{bmatrix}$$

Bulduğumuz bu jacobian matrisinin özdeğerlerini hesaplarsak kararlılık analizimizi gerçekleştirmiş olacağız. Matlab yardımıyla jacobian matrisimizin özdeğerlerini hesaplarsak değerlerimiz;

$$\lambda_1 = -3.1773, \quad \lambda_2 = 0.5887, \quad \lambda_3 = 0.5887$$

λ_2 ve λ_3'ün pozitif gerçek kısımları, sistemde kararsızlık olduğunu gösterir. Özdeğerlerin pozitif olması, sistemin bu yönlerde büyüyen bir davranış sergileyeceğini ve zamanla sapmanın artacağını gösterir.

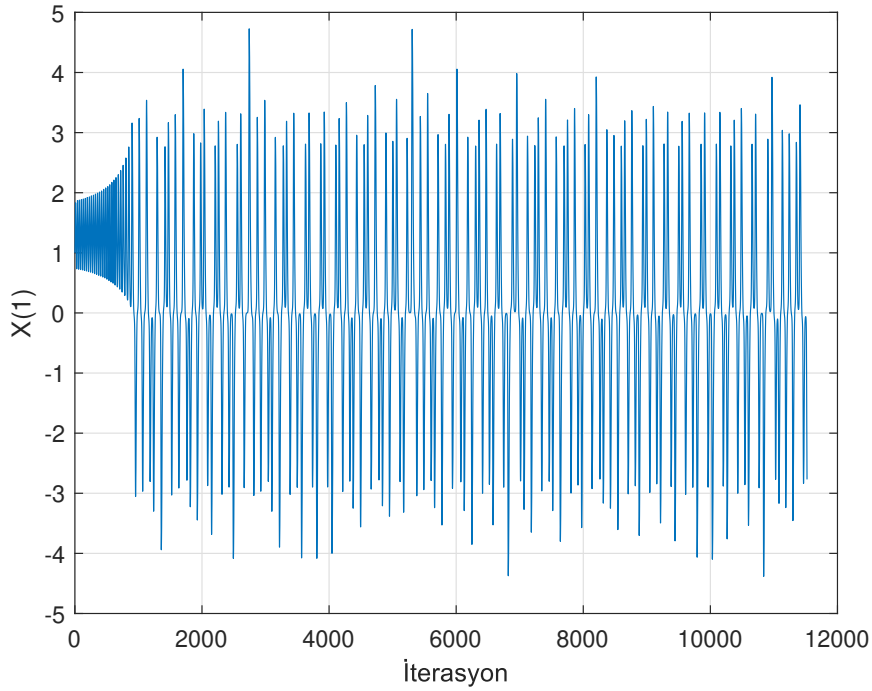
Negatif gerçek kısımlar, sistemin bu özdeğerle ilişkili serbestlik derecelerinin zamanla azalacağını ve sistemin bu yönde kararlı olduğunu gösterir. Yani, bu özdeğer sistemin belirli bir yönelime doğru stabilize olmasına katkı sağlar.

Genel olarak, sistemin kararsız olduğunu söyleyebiliriz çünkü özdeğerlerin bir kısmı pozitif. Özellikle, pozitif gerçek kısımlı özdeğerler sistemde büyüyen dinamikleri işaret eder, bu da sistemin belirli bir dengeye ulaşmadan sapmasına neden olur.

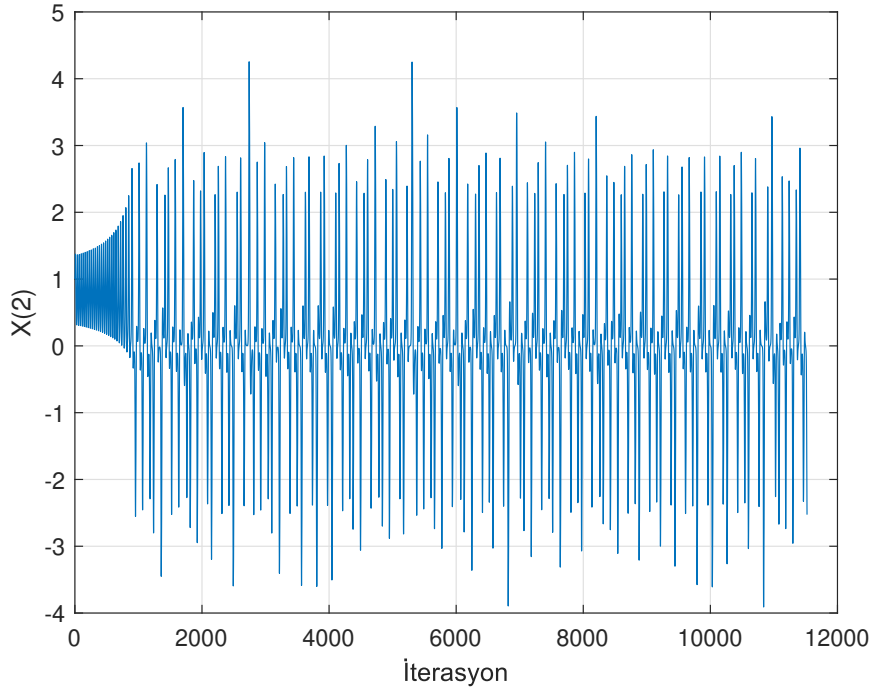
4.2. KARANLIK MADDE KARANLIK ENERJİ ETKİLEŞİM DENKLEMİ ZAMAN SERİLERİ

Zaman serileri, bir değişkenin zamanla nasıl değiştiğini gösteren veri dizileridir. Hava durumu, hisse senedi fiyatları, kalp atışları ve elektrik sinyalleri gibi birçok alanda zaman serileri kullanılır. Kaos analizinde, zaman serileri sistemlerin dinamik davranışlarını gözlemlemek ve analiz etmek için kullanılır. Zaman serilerindeki özellikler, sistemlerin karmaşıklığını, periyodisitesini, trendini ve kaotik yapılarını ortaya çıkarır. Dinamik sistemlerde, ölçüm cihazları kullanılarak çekilen veriler genellikle düzenli aralıklarla zaman serileri şeklinde kaydedilir. Bu zaman serileri genellikle skaler verilerdir ve genellikle $x(t_0) + n\Delta t$ şeklinde ifade edilir. Burada başlangıç zamanında ilk ölçüm alınır ve Δt cihazda belirlenen sabit bir zaman aralığıdır [87]. İkinci ölçüm, anından $n\Delta t$ zamanı geçtikten sonra alınır. Bu şekilde seri devam ettirilerek ölçümler alınır. Bu yöntem genellikle çok miktarda veri toplanmasını gerektirir. Bu teknik, temel bir özelliği olarak çok miktarda veri üzerinde çalışılmasını içerir.

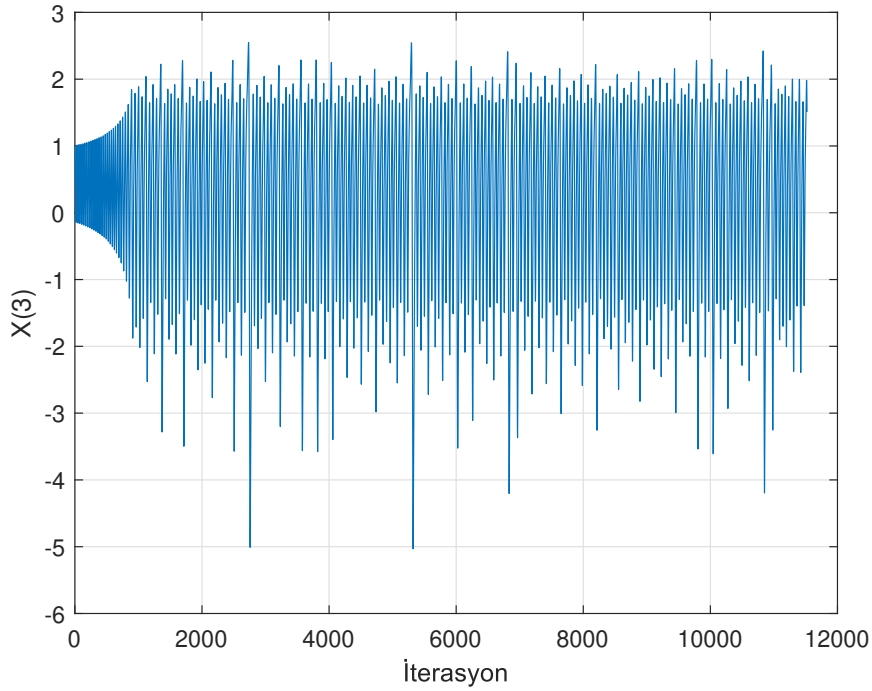
Karanlık madde karanlık enerji etkileşimi için sunduğumuz denklem 4.3 için, başlangıç koşulları $x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 1$, $q = 1$ ve iterasyonu 1000 alarak zaman serilerini çizdik.



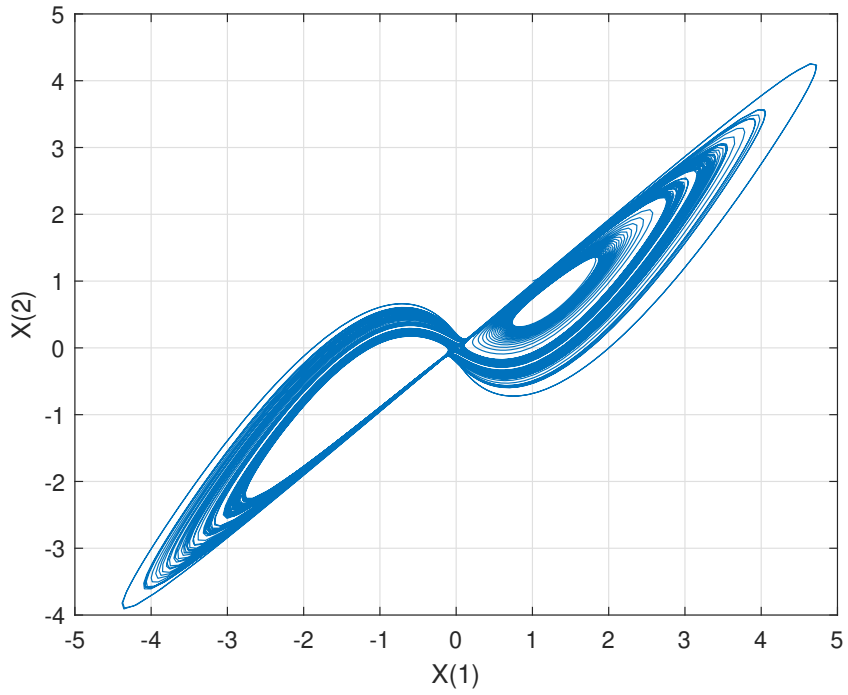
Şekil 4.1: x_1 zaman serisi grafiği. Başlangıç koşulları $x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 1$, $q = 1$ ve iterasyon=1000.



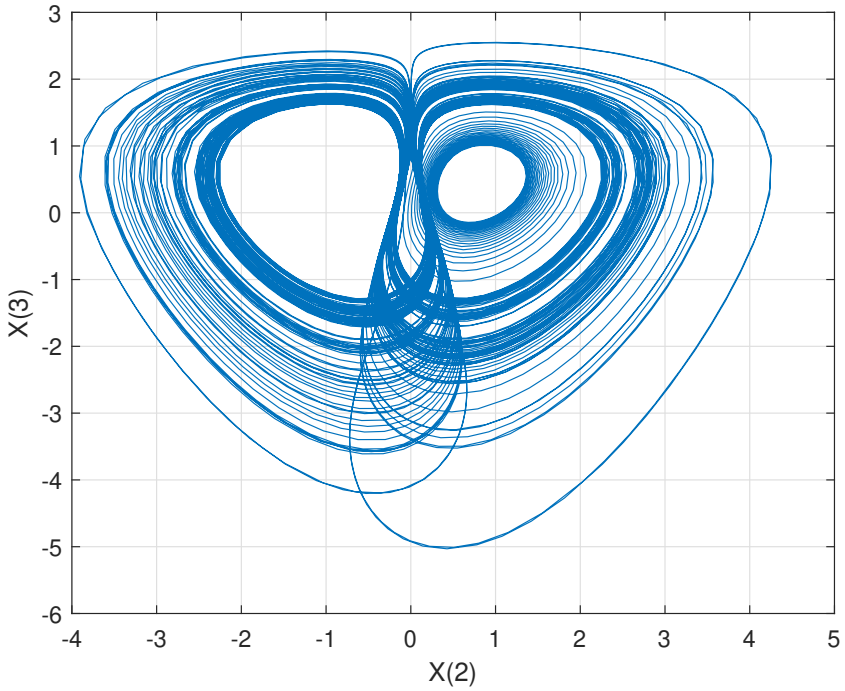
Şekil 4.2: x_2 zaman serisi grafiği. Başlangıç koşulları $x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 1$, $q = 1$ ve iterasyon=1000.



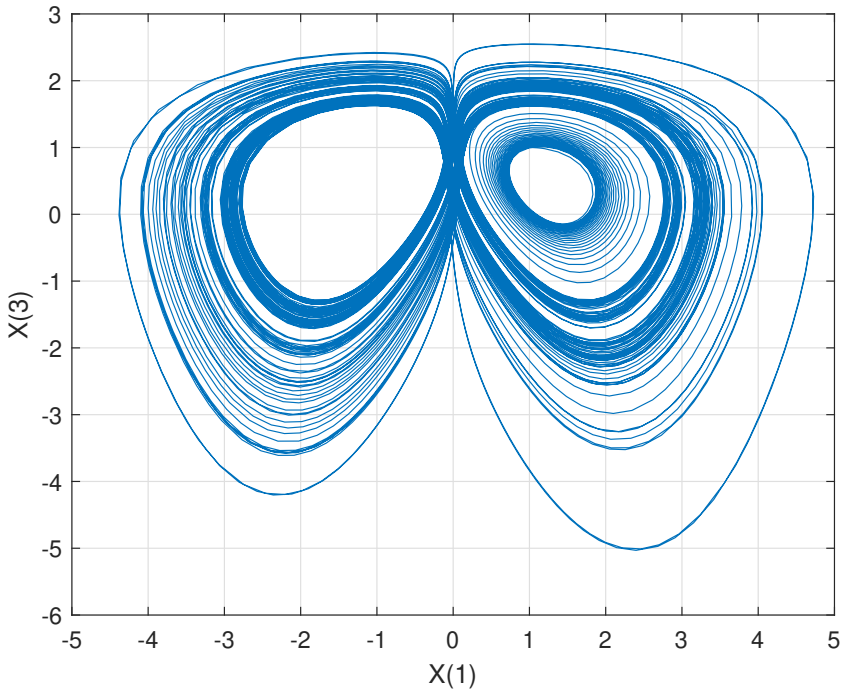
Şekil 4.3: x_3 zaman serisi grafiği. Başlangıç koşulları $x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 1$, $q = 1$ ve iterasyon=1000.



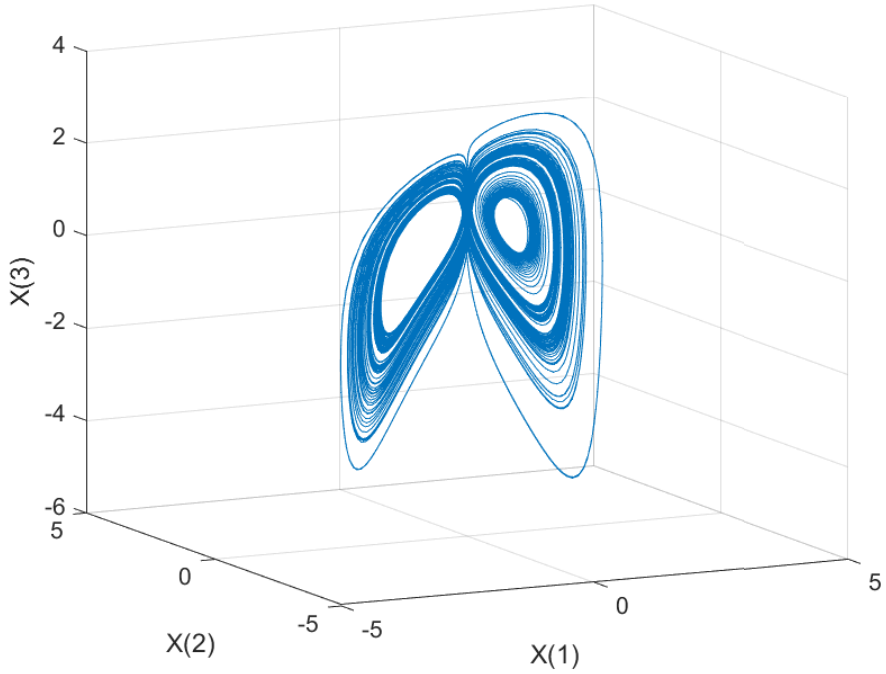
Şekil 4.4: x_1 ve x_2 zaman serilerinin faz uzayı grafiği. Başlangıç koşulları $x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 1$, $q = 1$ ve iterasyon=1000.



Şekil 4.5: x_2 ve x_3 zaman serilerinin faz uzayı grafiği. Başlangıç koşulları $x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 1$, $q = 1$ ve iterasyon=1000.



Şekil 4.6: x_1 ve x_3 zaman serilerinin faz uzayı grafiği. Başlangıç koşulları $x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 1$, $q = 1$ ve iterasyon=1000.



Şekil 4.7: x_2, x_2 ve x_3 zaman serilerinin faz uzayı grafiği. Başlangıç koşulları $x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 1$, $q = 1$ ve iterasyon=1000.

Dinamik sistemlerde, ölçüm cihazları kullanılarak çekilen veriler genellikle düzenli aralıklarla zaman serileri şeklinde kaydedilir. Bu zaman serileri genellikle skaler verilerdir ve genellikle $x(t_0) + n\Delta t$ şeklinde ifade edilir. Burada başlangıç zamanında ilk ölçüm alınır ve Δt cihazda belirlenen sabit bir zaman aralığıdır. İkinci ölçüm, anından $n\Delta t$ zamanı geçtikten sonra alınır. Bu şekilde seri devam ettirilerek ölçümler alınır. Bu yöntem genellikle çok miktarda veri toplanmasını gerektirir. Bu teknik, temel bir özelliği olarak çok miktarda veri üzerinde çalışılmasını içerir.

4.3. KAOS PARAMETRELERİNİN HESAPLANMASI GÖMME BOYUTU VE GECİKME ZAMANI

Kaotik zaman serilerinin doğasını anlamak için, genellikle sistemin dinamiklerini yeniden oluşturmak için gereken süre ile gömme işlemi için gereken süre arasındaki ilişkiyi araştıran birçok çalışma bulunmaktadır [88]. Bu çalışmalar, genellikle karşılıklı bilgi ve gecikmeli gömme gibi yöntemler kullanır. Bu yöntemlerin temel amacı, kaotik sistemlerin belirli özelliklerini ortaya çıkarmaktır.

Özellikle, "gömme boyutu" (m) adı verilen bir kavram, bu tür analizlerde önemli bir role sahiptir. Gömme boyutu, sistemin dinamiklerini uygun bir faz uzayına yerleştirmek için gereken zamanı ifade eder. Bu zaman aralığının doğru bir şekilde belirlenmesi, potansiyel dinamiklerin etkin bir şekilde çıkarılabileceği zaman aralığını belirlemeye yardımcı olur.

Gömme zamanını belirlemek için, genellikle gömme boyutu (m) ve gecikme zamanı (τ) belirlenir. Bu parametreler, kullanılan test istatistiğinin bir üst sınıra ulaştığı bir noktada belirlenir. Bu noktada, gömme boyutu, doygunluk noktasının gerçekleştiği zamandaki değer olarak tanımlanır.

Bu şekilde, kaotik zaman serilerinin doğasını anlamak için hem gömme süresi hem de çekicinin yeniden yapılandırılması için gereken süre arasındaki ilişkiyi belirlemek mümkündür. Bu ilişki, kaotik sistemlerin içsel özelliklerinden yararlanılarak doğru bir şekilde belirlenebilir.

Kaotik zaman serilerinin analizine başlarken, ilk adım genellikle olarak adlandırılan gecikme zamanının (τ) belirlenmesidir. Çünkü bu, incelenen zaman serisini uygun bir faz uzayında yeniden yapılandırmak için gereken ikinci kriterdir, birinci kriter ise gömme boyutudur (m). Bu nedenle, doğru (τ)'nin seçilmesi kritiktir; çünkü yanlış bir (τ) seçimi, faz uzayını doğru şekilde yapılandıramayabilir [88].

Gecikme zamanını belirlemek için genellikle otokorelasyon fonksiyonu veya karşılıklı bilgi fonksiyonundan faydalanılır. Bu yöntemler, zaman serisinin içerdiği yapısal bilgiyi ve ilişkileri değerlendirerek uygun bir gecikme zamanı belirlemeye yardımcı olur. Bu sayede, analizde kullanılan verilerin dinamik özellikleri daha doğru bir şekilde yorumlanabilir.

$$X(t) = \{x(t), x(t+\tau), \ldots, x[t+(m-1)\tau]\} \tag{4.2}$$

Gecikme zamanı, bir sistem modeli oluşturulurken dikkate alınmalıdır. Matematiksel modelleme sürecinde, gecikme zamanı belirli bir değişkenin geçmiş değerlerine bağlı olarak ifade edilen diferansiyel denklemlerde göz önünde bulundurulmalıdır [88]. Ayrıca, zaman gecikmeli sistemlerin analizinde, gecikme zamanı için uygun bir değerin seçilmesi önemlidir. Bu değer, sistemdeki dinamiklerin doğru bir şekilde temsil edilmesini sağlamak

için dikkatlice seçilmelidir.

$$\begin{aligned}
\frac{dx_1}{dt} &= x_2(t-\tau_{x_2})e^{x_3}(t-\tau_{x_3}) - x_1(t-\tau_{x_1}) \\
\frac{dx_2}{dt} &= (e^{x_3}(t-\tau_{x_3}) - q)x_1(t-\tau_{x_1}) - x_2(t-\tau_{x_2}) \\
\frac{dx_3}{dt} &= 1 - x_1(t-\tau_{x_1})x_2(t-\tau_{x_2})
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Denklemlerimizin gömme boyutunu ve gecikme zamanını belirlemek amacıyla, Matlab yazılımı kullanarak phaseSpaceReconstruction fonksiyonuyla hesaplamalar gerçekleştirdik. Matlab yazılımı kullanarak aşağıdaki faz uzayı grafiklerimizi çıkardık.

x_1 **Zaman serisi için parametre hesaplamaları:** Yapılan hesaplamada gecikme zamanı $\tau = 10$ ve gömme boyutu $m = 3$ olarak hesaplanmıştır.

x_2 **Zaman serisi için parametre hesaplamaları:** Yapılan hesaplamada gecikme zamanı $\tau = 10$ ve gömme boyutu $m = 3$ olarak hesaplanmıştır.

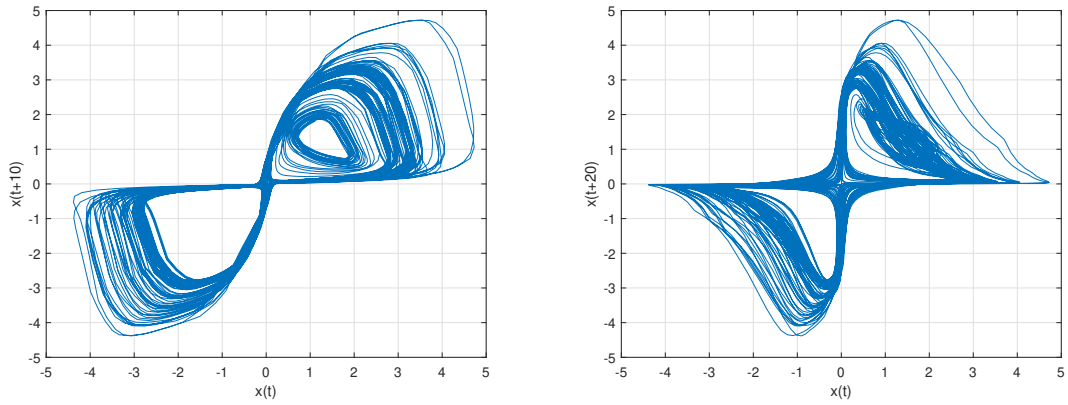
x_3 **Zaman serisi için parametre hesaplamaları:** Yapılan hesaplamada gecikme zamanı $\tau = 8$ ve gömme boyutu $m = 3$ olarak hesaplanmıştır.

Sistemin kaotik olduğunu doğrulamak için, verilerin fraktal boyut özelliklerine sahip olması ve Lyapunov üstünlerinden en az birinin pozitif değerde olması gerekmektedir. Bunun için sistemimizin en büyük Lyapunov üstellerinin hesaplanması gerekir.

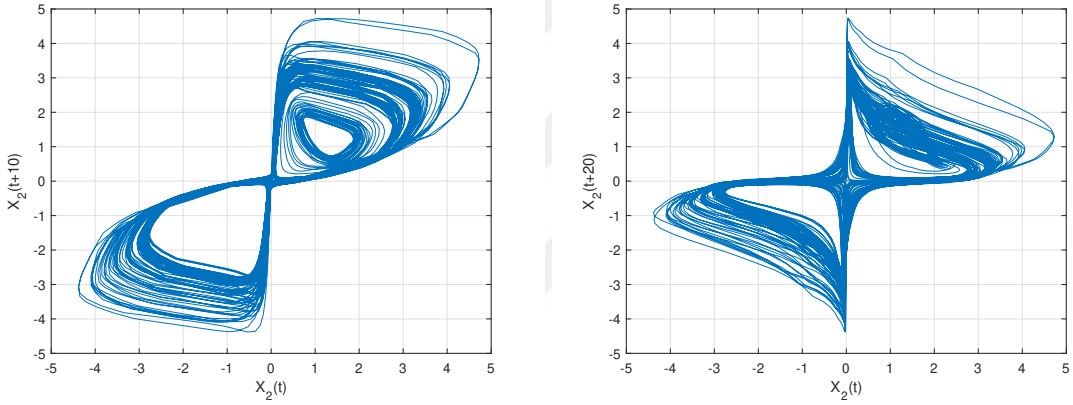
4.4. EN BÜYÜK LYAPUNOV ÜSTELİNİN HESAPLANMASI

Lyapunov üsteli, dinamik sistemlerin kararlılık analizi için önemli bir araçtır. Bu kavram, bir dinamik sistemdeki kaotik davranışların kararlılığını belirlemek için kullanılır ve sistemdeki çeşitli noktaların kararlılık ölçütünü sağlayıp sağlamadığını değerlendirir [87]. Lyapunov üsteli, bir sistemdeki çeşitli başlangıç koşullarının uzayda nasıl dağıldığını ve bu dağılımın zamanla nasıl değiştiğini inceler [87].

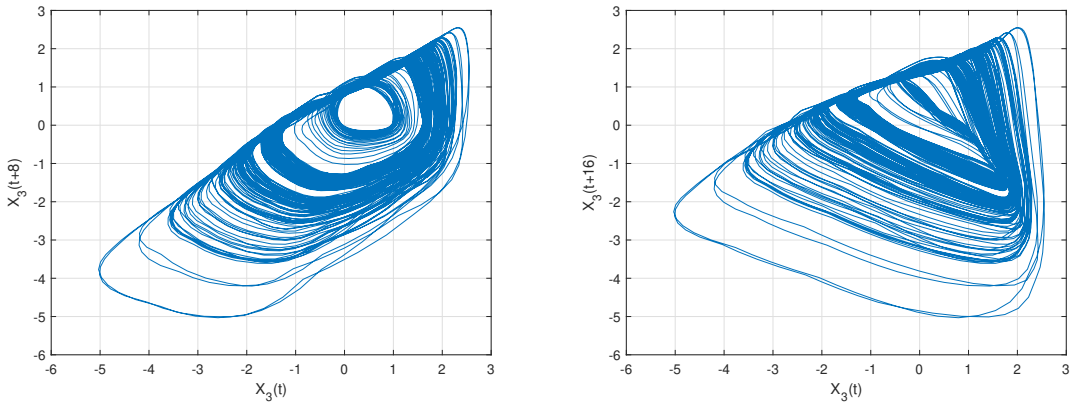
Lyapunov üsteli, bir dinamik sistemdeki herhangi bir noktanın çevresindeki trajektoryaların



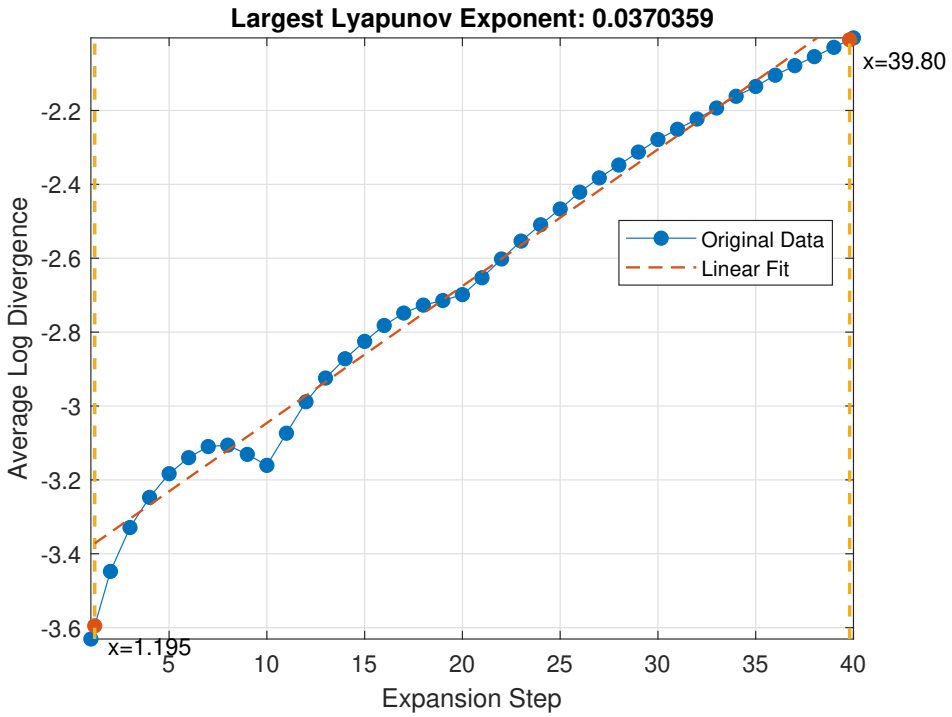
Şekil 4.8: x_1 zaman serisi için faz uzayı grafikleri. ($\tau = 10$ ve $m = 3$)



Şekil 4.9: x_2 zaman serisi için faz uzayı grafikleri. ($\tau = 10$ ve $m = 3$)



Şekil 4.10: x_3 zaman serisi için faz uzayı grafikleri. ($\tau = 8$ ve $m = 3$)

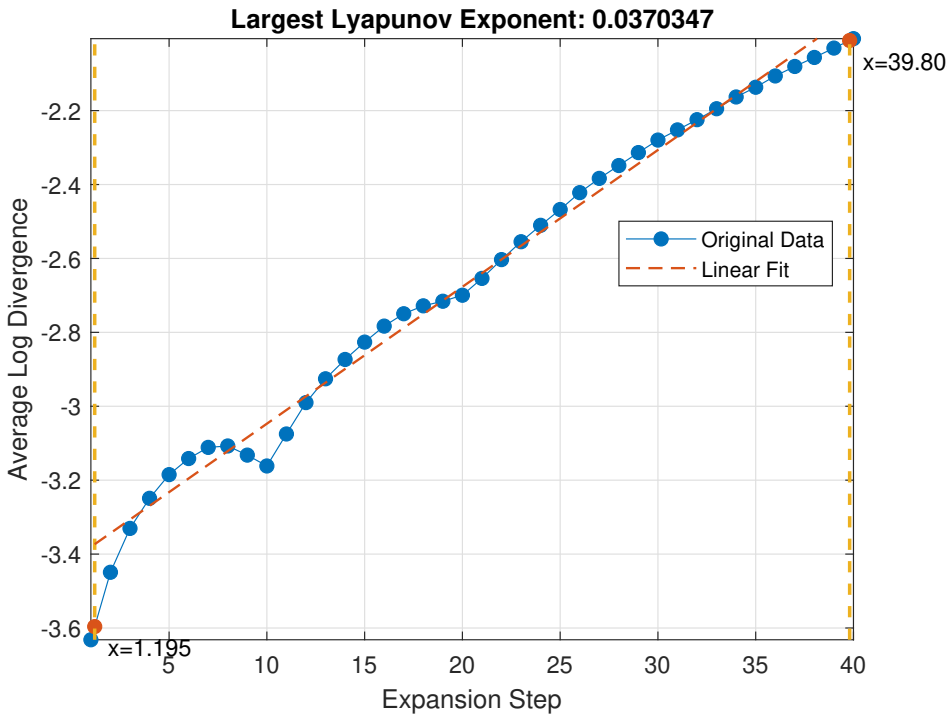


Şekil 4.11: x_1 zaman serisi en büyük Lyapunov üsteli grafiği. ($\tau = 10$ ve $m = 3$)

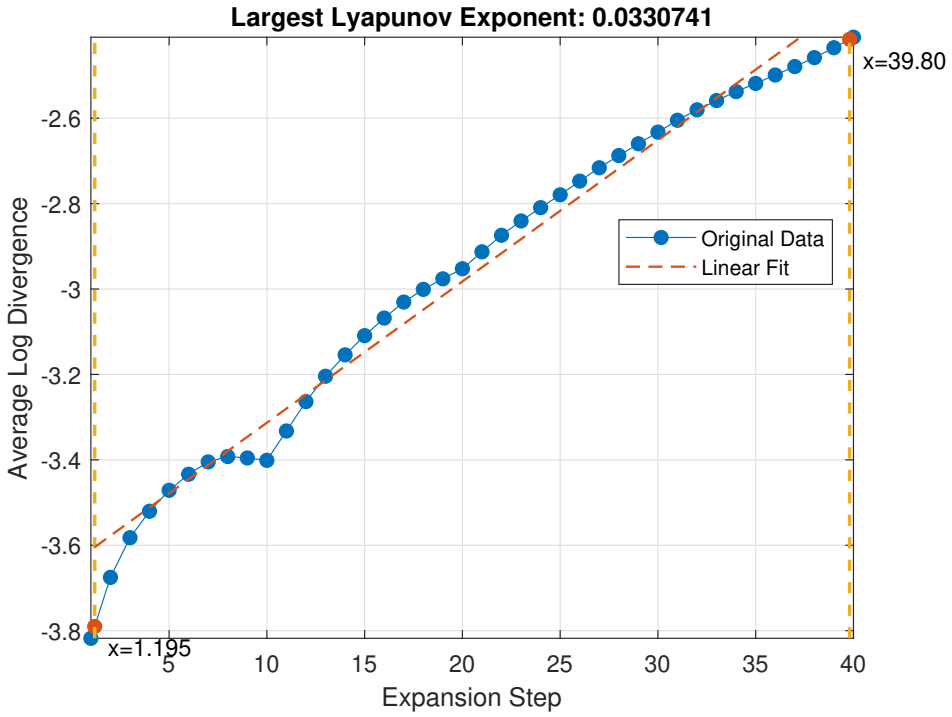
kararlılığını değerlendirmek için kullanılan bir matematiksel kriterdir [87].

$$\lambda = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \ln\left(\frac{dx(n+1)}{dx_n}\right) \tag{4.4}$$

Lyapunov üsteli, bir dinamik sistemdeki kaotik davranışın ölçülmesinde yaygın olarak kullanılan bir araçtır. Bu üstel, sistemdeki kararlılık ve belirsizlik düzeyini belirlemek için önemli bir araç sağlar. Ayrıca, Lyapunov üsteli, bir sistemdeki kaotik davranışın doğası hakkında önemli bilgiler sağlar ve sistemin uzun vadeli davranışını tahmin etmek için kullanılabilir. Pozitif Lyapunov üsleri, bir sistemin kaotik davranış gösterdiğini ve küçük başlangıç koşulu değişikliklerinin zamanla büyüdüğünü gösterirken, negatif Lyapunov üsleri bir sistemin kararlı olduğunu ve başlangıç koşulu değişikliklerinin zamanla azaldığını gösterir [89].



Şekil 4.12: x_2 zaman serisi en büyük Lyapunov üsteli grafiği. ($\tau = 10$ ve $m = 3$)



Şekil 4.13: x_3 zaman serisi en büyük Lyapunov üsteli grafiği. ($\tau = 10$ ve $m = 3$)

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu tezde, karanlık madde ve karanlık enerji etkileşimlerinin kaotik bir davranış sergileyip sergilemediğini test etmeyi amaçladık. Bu hedef doğrultusunda, çalışmamızın başlangıcında genel kısımlar bölümünde kozmolojiye dair temel bilgiler sunduk. Kozmoloji konusunu ele alırken, Büyük Patlama senaryosunu detaylı bir şekilde açıkladık ve tartıştık. Bu bağlamda, Büyük Patlama'yı destekleyen genel görelilik kuramı ve Friedmann denklemlerinden bahsettik. Ayrıca, evrenin evrim sürecini, yani gelişimini detaylandırdık. Bu süreçte madde baskın dönem ve karanlık enerji baskın dönem gibi evreleri analiz ettik. Büyük Patlama teorisinin karmaşıklıklarından ve bu teorinin yerini alabilecek alternatif teorilerden biri olan çevrimsel kozmoloji teorilerinden de bahsettik. Karanlık madde ve karanlık enerji etkileşimini termodinamik yasalar çerçevesinde nasıl analiz edildiğinden bahsettik. Bu tezde termodinamik olarak etkileşen açık iki sistem için önerilen etkileşim modelini revize ettik ve etkileşim revizyonunu karanlık enerji ve karanlık madde etkileşimi içni uyguladık.

Kaos analizi yapabilmek için öncelikle denklemlerimizin faz uzaylarını çizdik. Faz uzaylarını $x_1 - x_2$, $x_1 - x_3$, $x_3 - x_2$ düzlemlerinde çizerek sistemin kaotik olup olmadığını inceledik. Oluşturduğumuz denklemleri tek tek inceleyelim. x_1, x_2 ve x_3 için 1000 iterasyon boyunca çizilen zaman serilerini yani **Şekil 4.1:**,**Şekil 4.2:** ve **Şekil 4.3:** grafiklerini analiz ettiğimizde, grafiklerin düzgün bir trende sahip olmadığını ve zaman serisinde ani değişiklikler olduğunu gözlemlemekteyiz. Bu tür bir zaman serisi, verilen denklemlerimizin kaotik davranış sergileme olasılığının yüksek olduğunu göstermektedir.Daha sonra, $x_1 - x_2$, $x_1 - x_3$ ve $x_3 - x_2$ değişkenlerimizin faz uzaylarını çizdik. Çizdiğimiz faz uzayı grafiklerini analiz ettiğimizde, $x_1 - x_2$ için iki değişken sisteminin birbirine göre zamanla nasıl değiştiğini görmekteyiz. **Şekil 4.4:**'te çizdiğimiz grafikte iki çeker (attractor) olduğunu gözlemliyoruz. Bu, iki değişken sistemimizin birbirine göre kaotik davranış sergileyebileceğini göstermektedir. Aynı şekilde, $x_3 - x_2$ değişkenlerinin faz uzaylarını çizdiğimizde **Şekil 4.5:** de iki çekerin açık bir şekilde görüldüğünü belirlemekteyiz. $x_1 - x_3$ değişkenlerinin faz uzayı grafiklerini çizdiğimizde **Şekil 4.6:** yine aynı şekilde iki çeker olduğunu kolaylıkla gözlemleyebiliyoruz. Bu durumda, tüm değişkenlerimizin birbiri üzerindeki faz uzaylarını çizdiğimizde, yani **Şekil 4.7:**'de olduğu gibi, gözle görülür şekilde

iki çekicinin (attractor) varlığını görebiliyoruz. Bu durum, denklemlerimizin davranışlarının kaotik olabileceğini göstermektedir. Ancak, sadece faz uzaylarını çizmek kaosun varlığını kanıtlamak için yeterli olmadığından, gömme boyutunu ve gecikme zamanına göre grafiklerimizi x_1, x_2, x_3 değerleri için tek tek hesaplayıp grafiklerini çizdik. x_1 için gecikme zamanımızı (τ) 10 olarak, gömme boyutu (m) 3 olarak hesapladık ve çizdirdiğimiz grafiğimizde **Şekil 4.8:** ise $x_1(t)-x_1(t+10)$ ve $x_1(t)-x_1(t+20)$ için tekrardan faz uzayında olduğu gibi iki çekici olduğunu gözlemledik. Aynı durumu x_2 içinde yaptık ve gecikme zamanımızı (τ) 10 olarak, gömme boyutu (m) 3 olarak bulduk. Grafiklerini $x_2(t)-x_2(t+10)$ ve $x_2(t)-x_2(t+20)$ olarak çizdirdiğimizde **Şekil 4.9:** faz uzayı çizimimizde olduğu gibi iki çekici olduğunu gözlemledik. Son olarak x_3 içinde gerekli hesaplamaları yaptık ve gecikme zamanımızı (τ) 8 olarak, gömme boyutu (m) 3 olarak bulduk. Grafiklerini $x_3(t)-x_3(t+8)$ ve $x_3(t)-x_3(t+16)$ olarak çizdirdiğimizde **Şekil 4.10:** faz uzayı çizimimizde olduğu gibi iki çekici olduğunu gözlemledik.

Çizdiğimiz bu grafikleri incelediğimizde denklemlerimizin kaos verdiği konusunda emin olmaya başladık çünkü grafiklerimize baktığımızda kaos için önemli olan çekici etkisini görebildik. Daha sonra, denklemlerimizin kaos verip vermediği konusunda daha da emin olabilmek için Lyapunov grafiklerini de inceledik. Lyapunov üstelini hesaplamak denklemlerimizin başlangıç koşullarına olan hassasiyetini ölçmekte bize yardımcı olur ve bu sayede sistemin kaotik olup olmadığını anlamamızı sağlar. Bu kapsamda, üç değişken için ayrı ayrı Lyapunov grafiklerini çizdik **Şekil 4.11:**, **Şekil 4.12:** ve **Şekil 4.13:** ve Lyapunov üstellerini hesapladık. Elde ettiğimiz Lyapunov üstel değerlerinin pozitif olması, sistemin kaotik olduğunu göstermektedir.

Aydıner tarafından önerilen karanlık madde ve karanlık enerjinin Tip-I etkileşim denkleminin modifiyesini yaptık. Kararlılık analizi gerçekleştirdik ve sabit noktalarda denklemimizin kararsız olduğu sonucuna ulaştık. Yapılandırılmış faz uzaylarını çizdik ve bu faz uzaylarını kullanarak en büyük Lyapunov üstelini hesapladık. Bulduğumuz Lyapunov değerleri sistemimizin kaos olduğu konusunda yüksek oranda emin olmamızı sağladı. Son olarak, eşleşmiş etkileşen termodinamik sistemlerde sadece karanlık enerji ve karanlık madde için değil başka bir çok etkileşen sistem için denklemlerimiz genelleştirilebilir.

Hesaplamalarımız sonucunda, elde ettiğimiz üç Lyapunov üstel değerinin de pozitif olduğunu gördük. Bu sonuç, oluşturduğumuz denklemlerin karanlık madde ve karanlık

enerji etkileşim denklemlerinin kaotik davranış sergilediğini göstermektedir. Bu bulgular, kozmolojik modellerin ve karanlık bileşenlerin dinamiklerinin anlaşılmasında yeni perspektifler sunmaktadır.

KAYNAKLAR

[1]. Coc, A., Uzan, J. ve Vangioni, E., 2014, Standard big bang nucleosynthesis and primordial CNO abundances after Planck, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, **2014**(10), 050, Oct,.

[2]. Ryden, B., 2016, *Introduction to Cosmology*, 2nd edition, Cambridge University Press, Cambridge.

[3]. Slipher, V., 1912, The radial velocity of the Andromeda Nebula, *Lowell Observatory Bulletin*, **2**, 56-57, Oca.

[4]. Tanahashi, M. ve Data Group (Particle Data Group işbirliği), 2018, Review of Particle Physics, *Phys. Rev. D*, **98**(3), 030001, 1898 sayfa, Ağu, American Physical Society,.

[5]. Isenberg, J. 2017, General Relativity, Time, and Determinism, in: *Space, Time and the Limits of Human Understanding*, Springer International Publishing, Cham, 299-311, ISBN: 978-3-319-44418-5.

[6]. Busemann, H., 2012, *The Geometry of Geodesics*, Dover Publications, Dover Books on Mathematics, ISBN: 9780486154626.

[7]. Kogut, J., 2021, Dark Mysteries 1. Dark Energy and the Cosmological Constant 2. Dark Matter, *Journal of Cosmology*, **2021**(09), Eyl,.

[8]. Saha, S., 2018, *Elements of Cosmological Thermodynamics*, Springer, SpringerBriefs in Physics, ISBN: 978-3-319-74706-4, 978-3-319-74705-7.

[9]. Hoyle, F., 1948, A New Model for the Expanding Universe, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **108**, 372-382.

[10]. Zwicky, F., 1933, Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln, *Helvetica Physica Acta*, **6**, 110-127, Jan.

[11]. Peebles, P. J. E. ve Ratra, Bharat, 2003, The Cosmological Constant and Dark Energy, *Rev. Mod. Phys.*, **75**, 559-606, arXiv:astro-ph/0207347, KSUPT-02-3,.

[12]. Lewis, R., 2020, The Explanation for Dark Matter and Dark Energy, *International Journal of Physical and Mathematical Sciences*,.

[13]. Perlmutter, S., Aldering, G., Goldhaber, G., 1999, Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae, *The Astrophysical Journal*, **517**(2), 565–586, Jun, American Astronomical Society,.

[14]. Lemaître, G., 1931, A Homogeneous Universe of Constant Mass and Increasing Radius accounting for the Radial Velocity of Extra-galactic Nebulæ, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **91**(5), 483-490, Mar,.

[15]. Bambi, C., 2018, *Introduction to general relativity: a course for undergraduate students of physics*, 1st edition, Cambridge University Press, Singapore.

[16]. Aydıner, E., Dereli, T., Başaran-Öz, I., Sarısarman, M., 2022, Late time transition of Universe and the hybrid scale factor, *Eur. Phys. J. C*, **82**(39), Mar,.

[17]. Papantonopoulos, E., 2008, The Physics of the Very Early Universe, in: *Gravity, Black Holes, and the Very Early Universe: An Introduction to General Relativity and Cosmology*, Springer New York, New York, NY, 201-229, ISBN: 978-0-387-73631-0,.

[18]. Simpson, J. A., 2004, Letter: Statefinder Parameters for Interacting Dark Energy, *General Relativity and Gravitation*, **36**, 1483–1491,.

[19]. Parker, L. ve Raval, A., 2000, New quantum aspects of a vacuum-dominated universe, *Phys. Rev. D*, **62**(8), 083503, 9 sayfa, Sep, American Physical Society,.

[20]. Choi, H., 2016, Solution of the Singularity Problem of Black Hole.

[21]. Wald, Robert M., 1984, *General Relativity*, Chicago Univ. Pr., Chicago, USA,.

[22]. Hubble, E., 1929, A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, **15**(3), 168-173,.

[23]. Fixsen, D. J., 2009, The temperature of the cosmic microwave background, *The Astrophysical Journal*, **707**(2), 916, Nov, The American Astronomical Society,.

[24]. Riess, A. G., Filippenko, A. V., Challis, P., ve diğerleri., 1998, Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant, *The Astronomical Journal*, **116**(3), 1009, Sep,.

[25]. Mack, K. 2021, *The End of Everything: (Astrophysically Speaking)*, Scribner, ISBN: 9781982103552.

[26]. Alonso-Serrano, A., Bouhmadi-López, M. ve Martín-Moruno, P., 2018, Quantum cosmology: Avoiding the big rip, *Physical Review D*, **98**(10), 104004, Nov, American Physical Society (APS),.

[27]. Biradar, S. ve Hote, Y. V., 2016, Accelerated Modified Big Bang Big Crunch Optimization Based On Evolution Of Universe,.

[28]. Novello, M. ve Perez Bergliaffa, S.E., 2008, Bouncing cosmologies, *Physics Reports*, **463**(4), 127-213,.

[29]. Penrose, R., 2012, The Basic Ideas of Conformal Cyclic Cosmology, *AIP Conference Proceedings*, **1446**, 233-243, Jun,.

[30]. Shriethar, R., 2020, Conformal Cyclic Evolution of the Universe: a Loop Quantum Gravity Perspective, *Int J Theor Phys*, 3995–4012.

[31]. Khoury, J., Ovrut, Burt A., Steinhardt, P. J. ve Turok, N., 2001, Ekpyrotic universe: Colliding branes and the origin of the hot big bang, *Physical Review D*, **64**(12), 123522, ISSN: 1089-4918, Nov, American Physical Society (APS),.

[32]. Agullo, I. ve Singh, P., 2016, Loop Quantum Cosmology: A brief review, eprint: arXiv:1612.01236, primaryClass: gr-qc.

[33]. Aydiner, E., 2018, Chaotic universe model, *The European Physical Journal C*, **8**(721),.

[34]. Aydiner, E., 2024, Chaotic interactions between dark matter and dark energy, *arXiv: 2304.06614*,.

[35]. Amendola, L., 2000, Coupled quintessence, *Phys. Rev. D*, **62**(4), 043511, 10 sayfa, Jul, American Physical Society,.

[36]. Amendola, L. ve Quercellini, C., 2003, Tracking and coupled dark energy as seen by the Wilkinson Microwave Anisotropy Probe, *Phys. Rev. D*, **68**(2), 023514, 7 sayfa, Jul, American Physical Society,.

[37]. Amendola, L., Tsujikawa, S. ve Sami, M., 2006, Phantom damping of matter perturbations, *Physics Letters B*, **632**(2), 155-158, ISSN: 0370-2693,.

[38]. Pavón, D. ve Zimdahl, W., 2005, Holographic dark energy and cosmic coincidence, *Physics Letters B*, **628**(3), 206-210, ISSN: 0370-2693,.

[39]. del Campo, S., Herrera, R. ve Pavón, D., 2008, Toward a solution of the coincidence problem, *Phys. Rev. D*, **78**(2), 021302, 5 sayfa, Jul, American Physical Society,.

[40]. Böhmer, Christian G., Caldera-Cabral, G., Lazkoz, R. ve Maartens, R., 2008, Dynamics of dark energy with a coupling to dark matter, *Phys. Rev. D*, **78**(2), 023505, 8 sayfa, Jul, American Physical Society,.

[41]. Chen, S., Wang, B. ve Jing, J., 2008, Dynamics of an interacting dark energy model in Einstein and loop quantum cosmology, *Phys. Rev. D*, **78**(12), 123503, 8 sayfa, Dec, American Physical Society,.

[42]. Olivares, G., Atrio-Barandela, F. ve Pavón, D., 2008, Dynamics of interacting quintessence models: Observational constraints, *Phys. Rev. D*, **77**(6), 063513, 10 sayfa, Mar, American Physical Society,.

[43]. Väliviita, J., Majerotto, E. ve Maartens, R., 2008, Large-scale instability in interacting dark energy and dark matter fluids, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, **2008**(07), 020, Jul,.

[44]. Jackson, B. M., Taylor, A. ve Berera, A., 2009, On the large-scale instability in interacting dark energy and dark matter fluids, *Phys. Rev. D*, **79**(4), 043526, 6 sayfa, Feb, American Physical Society,.

[45]. Corasaniti, P. S., 2008, Slow-roll suppression of adiabatic instabilities in coupled scalar field-dark matter models, *Phys. Rev. D*, **78**(8), 083538, 6 sayfa, Oct, American Physical Society,.

[46]. Zimdahl, W., 2005, Interacting dark energy and cosmological equations of state, *International Journal of Modern Physics D*, **14**(12), 2319-2325.

[47]. Guo, Z., Ohta, N. ve Tsujikawa, S., 2007, Probing the coupling between dark components of the universe, *Phys. Rev. D*, **76**(2), 023508, 9 sayfa, Jul, American Physical Society,.

[48]. Xia, J., 2009, Constraint on coupled dark energy models from observations, *Phys. Rev. D*, **80**(10), 103514, 9 sayfa, Nov, American Physical Society,.

[49]. Martinelli, M., Honorez, L. L., Melchiorri, A. ve Mena, O., 2010, Future CMB cosmological constraints in a dark coupled universe, *Phys. Rev. D*, **81**(10), 103534, 7 sayfa, May, American Physical Society,.

[50]. Liu, Y., Liao, S., Liu, X., Zhang, J., An, R. ve Fan, Z., 2022, Dark matter haloes in interacting dark energy models: formation history, density profile, spin, and shape, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **511**(2), 3076-3088, Jan,.

[51]. Pan, S., de Haro, J., Yang, W. ve Amorós, J., 2020, Understanding the phenomenology of interacting dark energy scenarios and their theoretical bounds, *Physical Review D*, **101**(12), 123506, ISSN: 2470-0029, American Physical Society (APS),.

[52]. Wang, B., Abdalla, E., Atrio-Barandela, F. ve Pavón, D., 2016, Dark matter and dark energy interactions: theoretical challenges, cosmological implications and observational signatures, *Reports on Progress in Physics*, **79**(9), 096901, Aug, IOP Publishing,.

[53]. He, J., Wang, B. ve Abdalla, E., 2009, Stability of the curvature perturbation in dark sectors' mutual interacting models, *Physics Letters B*, **671**(1), 139-145, ISSN: 0370-2693,.

[54]. Costa, A. A., Xu, X., Wang, B. ve Abdalla, E., 2017, Constraints on interacting dark energy models from Planck 2015 and redshift-space distortion data, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, **2017**(01), 028, Jan,.

[55]. He, Jian-Hua ve Wang, Bin, 2010, The interaction between dark energy and dark matter, *Journal of Physics: Conference Series*, **222**, 012029, 8 sayfa, Haz,.

[56]. Zlatev, I., Wang, L. ve Steinhardt, P. J., 1999, Quintessence, Cosmic Coincidence, and the Cosmological Constant, *Phys. Rev. Lett.*, **82**(5), 896–899, Feb, American Physical Society,.

[57]. del Campo, S., Herrera, R., Olivares, G. ve Pavón, D., 2006, Interacting models of soft coincidence, *Phys. Rev. D*, **74**(2), 023501, 9 sayfa, Jul, American Physical Society,.

[58]. He, Jian-Hua, Wang, Bin ve Abdalla, Elcio, 2011, Testing the interaction between dark energy and dark matter via the latest observations, *Phys. Rev. D*, **83**(6), 063515, 13 sayfa, Mar, American Physical Society,.

[59]. Brax, P. ve Martin, J., 2006, The supergravity quintessence model coupled to the minimal supersymmetric standard model, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, **2006**(11), 008, Kas,.

[60]. Bolotin, Yuri L., Kostenko, A., Lemets, Oleg A. ve Yerokhin, Danylo A., 2015, Cosmological evolution with interaction between dark energy and dark matter, *International Journal of Modern Physics D*, **24**(03), 1530007,.

[61]. Jian-Hua ve Wang, B., 2008, Effects of the interaction between dark energy and dark matter on cosmological parameters, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, **0806**, 01,.

[62]. Aydıner, E., 2024, Chaotic Interaction between Thermodynamic Systems, *Preprints*, April, Preprints,.

[63]. Hilbert, D., 1900, Lecture delivered before the International Congress of Mathematicians at Paris, *Mathematical Problems*.

[64]. Leonov, G. A. ve Kuznetsov, N. V., 2013, Hidden attractors in dynamical systems from hidden oscilattions in hilbert–kolmogorov, aizerman, and kalman problems to hidden chaotic attractor in chua circuits, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, **23**(01), 1330002,.

[65]. Leonov, G., Kuznetsov, N. ve Vagaitsev, V., 2012, Hidden attractor in smooth Chua systems, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, **241**, 1482–1486,.

[66]. Leonov, G. A., Kuznetsov, N. V. ve Mokaev, T. N., 2015, Homoclinic orbits, and self-excited and hidden attractors in a Lorenz-like system describing convective fluid motion: Homoclinic orbits, and self-excited and hidden attractors, *The European Physical Journal Special Topics*, **224**(8), 1421–1458, Jul, Springer Science and Business Media LLC,.

[67]. Leonov, G., Kuznetsov, N. ve Vagaitsev, V., 2011, Localization of hidden Chua's attractors, *Physics Letters A*, **375**, 2230-2233, Jun,.

[68]. Dudkowski, D., Prasad, A. ve Kapitaniak, T., 2015, Perpetual points and hidden attractors in dynamical systems, *Physics Letters A*, **379**, Jun,.

[69]. Dudkowski, D., Jafari, S., Kapitaniak, T., Kuznetsov, N., Leonov, G. ve Prasad, A., 2016, Hidden Attractors in dynamical systems, *Physics Reports*, **637**, May,.

[70]. Kumarasamy, S., Banerjee, M., Varshney, V., Shrimali, M., Kuznetsov, N. ve Prasad, A., 2023, Saddle-Node Bifurcation of Periodic Orbit Route to Hidden Attractors, *Physical Review E*, **107**, L052201, Apr,.

[71]. Kuznetsov, N., Mokaev, T., Ponomarenko, V., Seleznev, E., Stankevich, N. ve Chua, L., 2022, Hidden attractors in Chua circuit: mathematical theory meets physical experiments, *Nonlinear Dynamics*, **111**, 1-29, Dec,.

[72]. Jafari, S., Sprott, J. C. ve Nazarimehr, F., 2015, Recent New Examples of Hidden Attractors, *The European Physical Journal Special Topics*, **224**, 1469-1476, Jul,.

[73]. Stump, D., 1989, Henri Poincare's Philosophy of Science, *Studies in History and Philosophy of Science Part A*, **20**(3), 335-363.

[74]. Lorenz, E. N., 1987, Deterministic and Stochastic Aspects of Atmospheric Dynamics, *Springer Netherlands*, Dordrecht, 159-179.

[75]. Mandelbrot, B., 1967, How long is the coast of Britain Statistical self-similarity and fractional dimension, *Science*, **156**, 636-638.

[76]. Lorenz, E. N., 1963, Deterministic Nonperiodic Flow, *Journal Of The Atmospheric Science*, **20**, 130-141.

[77]. Strogatz, S.H., 2000, *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry and Engineering*, Westview, Studies in nonlinearity.

[78]. Alligood, K.T., Sauer, T.D. ve Yorke, J.A., 2000, *Chaos: An Introduction to Dynamical Systems*, Springer New York, Textbooks in Mathematical Sciences.

[79]. Devaney, R., 2021, *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*, Research Gate,.

[80]. Sparrow, C., 1982, *The Lorenz Equations: Bifurcations, Chaos, and Strange Attractors*, Springer-Verlag.

[81]. Tabor, M., 1989, *Chaos and Integrability in Nonlinear Dynamics: An Introduction*, Wiley.

[82]. Hilborn, R. C., 2000, *Chaos and Nonlinear Dynamics: An Introduction for Scientists and Engineers*, Oxford University Press.

[83]. Ott, E., 2002, *Chaos in Dynamical Systems*, Cambridge University Press.

[84]. Young, L.-S., 2013, Mathematical theory of Lyapunov exponents, *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, **46**, 254001, Jun. doi:10.1088/1751-8113/46/25/254001.

[85]. Grassberger, P. and Procaccia, I., 1983, Measuring the strangeness of strange attractors, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, **9**(1), 189-208. doi:10.1016/0167-2789(83)90298-1.

[86]. Rega, G., Lenci, S. ve Thompson, J., 2010, Controlling Chaos: The OGY Method, Its Use in Mechanics, and an Alternative Unified Framework for Control of Non-regular Dynamics, in: *Understanding Complex Systems*, Understanding Complex Systems, 211-269, May, ISBN: 978-3-642-04628-5.

[87]. Wolf, A., Swift, J., Swinney, H. L. and Vastano, J., 1985, Determining Lyapunov exponents from a time series, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, **16**(3), 285-317. doi:10.1016/0167-2789(85)90011-9.

[88]. Yılmaz, E. ve Aydıner, E., 2024, Chaotic and Quasi-periodic Regimes in the Covid-19 Mortality Data, *Chaos Theory and Applications*, **6**(1), 41–50, Akif AKGÜL,.

[89]. Abarbanel, H., Brown, R., Sidorowich, J. J. ve Tsimring, L. Sh., 1993, The analysis of observed chaotic data in physical systems, *Rev. Mod. Phys.*, **65**(4), 1331-1392, Oct, American Physical Society,.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler	
Adı Soyadı	Özlem KARTAL
Doğum Yeri	
Doğum Tarihi	
Uyruğu	[X] T.C. [ ] Diğer:
Telefon	
E-Posta Adresi	
Web Adresi	http://



Eğitim Bilgileri	
Lisans	
Üniversite	Boğaziçi Üniversitesi
Fakülte	Eğitim Fakültesi
Bölümü	Fizik Öğretmenliği
Mezuniyet Yılı	2020

Yüksek Lisans	
Üniversite	İstanbul Üniversitesi
Enstitü Adı	Fen Bilimleri
Anabilim Dalı	Yüsek Enerji ve Plazma Fiziği
Programı	Enstitü Programı
Mezuniyet Tarihi	2024