T.C.
İstanbul Üniversitesi
Sosyal Bilimler Enstitüsü
İşletme Ana Bilim Dalı
Finansman Bilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

FİNANSAL PİYASALARDA ARDIŞIK BAĞLANIMLI KOŞULLU VARYANS ETKİLERİ, OYNAKLIK TAHMİNİ VE TÜRKİYE ÜZERİNE BİR UYGULAMA

Şevket Gürhan Adlığ
2501050784

Tez Danışmanı
Doç. Dr. Vedat Sarıkovanlık

İstanbul – 2009

FİNANSAL PİYASALARDA ARDIŞIK BAĞLANIMLI KOŞULLU VARYANS ETKİLERİ, OYNAKLIK TAHMİNİ VE TÜRKİYE ÜZERİNE BİR UYGULAMA

Şevket Gürhan Adlığ

ÖZ

Politik karar alıcılar, yatırımcılar ve iş dünyası açısından finansal piyasalardaki oynaklığın önemi şüphesiz ki çok önemlidir. Alınacak her türlü kararda finansal göstergeler, belirleyici rol üstlenmektedir. Çalışmamızın amacı bu oynaklıkların tespit edilmesi ve geçmiş dönem oynaklıklarını ve finansal verileri kullanarak finansal piyasalardaki belirsizlikten kaynaklanan risk faktörünü, oynaklık tahminleri yöntemlerini kullanarak minimize etmektir. Bu amaç doğrultusunda konunun teorik yapısı incelenirken zaman serileri ve buna bağlı ARIMA otoregresif modelleri dikkate alınmış, sonrasında ARCH modelleri içerisinden en çok kullanılan ARCH, GARCH, GARCH-M, EGARCH ve TGARCH modellerinden bahsedilmiştir. Uygulama kısmında ise finansal piyasalarda gösterge niteliğindeki İMKB100 verilerinin yanında EURO/YTL ve ALTIN fiyatları verileri kullanılarak önce uygun ARIMA modelleri, daha sonrasında da ARCH modelleri kullanılarak oynaklık modellemeleri yapılmıştır.

ANAHTAR KELİMELER: ARCH, GARCH, EGARCH, TGARCH, GARCH-M, Volatilite, Oynaklık, ARIMA, Zaman Serisi, Ardışık Bağlanımlı Koşullu Varyans.

AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSCEDASTICITY (ARCH) EFFECTS ON FINANCIAL MARKETS, VOLATILITY FORECAST AND APPLICATIONS ON TURKISH MARKETS

Şevket Gürhan Adlığ

ABSTRACT

It's obvious that volatility in financial markets is one of the most important concerns of political decision makers, investors and the business world. Financial indicators have a determinative role on every kind of decision to be made. The aim of this study is the determination of the volatility and minimizing the risk factor by using volatility forecast models with the help of past volatility and financial data in the market. Whilst the theorical process, we've studied on time seris and ARIMA Autoregressive models, later on we have mentioned about most common ARCH models such as ARCH, GARCH, GARCH-M, EGARCH and TGARCH. On the application section, first we have determined the most suitable ARIMA model and later on we've developed ARCH models in order to forecast volatility by using three financial data regarding IMKB100 Index data which is one of the most important indicators of a financial market, EURO/YTL currency data and Gold Prices data.

KEY WORDS: ARCH, GARCH, EGARCH, TGARCH, GARCH-M, Volatility, ARIMA, Time Series, Autoregressive Conditional Heteroscedasticity.

ÖNSÖZ

"Finansal Piyasalarda Ardışık Bağlanımlı Koşullu Varyans Etkileri, Oynaklık Tahmini Ve Türkiye Üzerine Bir Uygulama" konulu bu çalışma, İ.Ü. Sosyal Bilimler Enstitüsü İşletme Fakültesi Finansman Bilim Dalı Yüksek Lisans Programı'na Yüksek Lisans Tezi olarak sunulmuştur.

Finansal piyasalarda en büyük risk faktörü belirsizliktir. Belirsizliklerin önceden tahmin edilmesi ve izlenmesi, alınacak kararlar açısından önem taşımaktadır. Bu çalışmada geçmiş dönem finansal verileri ve oynaklıkları göz önünde bulundurularak zaman serilerinden hareketle ARIMA modelleri oluşturularak, ARCH etkisinin varlığı doğrultusunda ARCH modellemeleri yapılmış, finansal piyasalardaki oynaklıkların analizi ve geleceğe yönelik tahminleri ile ilgili hususlar konusunda bilgi verilmiştir. Bununla birlikte ARCH modelleri kullanılarak İMKB100 Endeksi, EURO/YTL döviz kuru ve Altın Borsası Altın Fiyatları geçmiş zaman verileri kullanılarak üç adet uygulamaya yer verilmiştir.

Bu tezin hazırlanması aşamasında yardımlarını esirgemeyerek araştırmamda büyük pay sahibi olan tez danışman hocam Doç. Dr. Vedat Sarkovanlık'a, çalışmam boyunca desteklerini esirgemeyerek uygulamam boyunca ihtiyacım olan bilgilere ulaşmamda bana yardımcı olan Arş. Grv. Rasim İlker Gökbulut ile Arş. Grv. Ümit Gümrah'a, manevi desteklerinden ötürü arkadaşım Av. Özsev Kanıbelli ile Osman Tansu Sevimli'ye ve aileme teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

Şevket Gürhan Adlığ

İstanbul, 2009

İÇİNDEKİLER

Öz iii
Abstract iv
Önsöz v
Tablolar x
Şekiller xiv

GİRİŞ 1

1. FİNANSAL PİYASALARDA OYNAKLIK (VOLATİLİTE) 3

2. ZAMAN SERİLERİ ANALİZİNİN TEORİK YAPISI 9
   2.1. Zaman Serilerinin Özellikleri 10
   2.2. Zaman Serilerinde Durağanlık 14
   2.3. Zaman Serilerinde Durağanlık Analizi 15

3. ZAMAN SERİSİ ANALİZİNDE KULLANILAN MODELLER 19
   3.1. Doğrusal Durağan Stokastik Modeller 19
      3.1.1. Otoregresif Model (AR). 19
      3.1.2. Hareketli Ortalama Modeli (MA) 20
      3.1.3. Otoregresif Hareketli Ortalama Modeli (ARMA) 22
   3.2. Doğrusal Durağan Olmayan Stokastik Modeller (ARIMA Modelleri) 23
   3.3. Model Belirleme Süreci 25
      3.3.1. Ortalama 25
      3.3.2. Varyans 25
      3.3.3. Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu 26
   3.4. ARIMA Modellerinde Model Belirleme Sürecinin Aşamaları 28
      3.4.1. Geçici Uygun Model Grubunun Belirlenmesi 30
      3.4.2. Geçici Uygun Model Tipinin Belirlenmesi 30

3.4.2.1. Durağan Modeller Grubunda Geçici Uygun Model Tipinin Belirlenmesi 30
3.4.2.2. Durağan Olmayan Modeller Grubunda Geçici Uygun Model Tipinin Belirlenmesi 31
3.4.3. Belirlenen Geçici Uygun Modelin Parametrelerinin Tahmini 33
3.4.4. Geçici Uygun Modelin Uygunluğunun Testi 33

4. KOŞULLU VARYANS MODELLERİ (ARCH) TEMEL ÖZELLİKLERİ VE TEORİK YAPILARI 35
4.1. ARCH Modeli 39
4.1.1. ARCH Modelinin Teorik ve Temel Yapısı 40
4.1.2. ARCH Modelinde Hata Sürecinin Özellikleri 44
4.2. GARCH Modeli 46
4.2.1. GARCH Sürecinin Özellikleri 51
4.3. GARCH-M Modeli 53
4.4. EGARCH Modeli 55
4.5. TARCH Modeli 57

5. ARCH TÜRÜ MODELLERDE ÇÖZÜMLEME SÜRECİNİN AŞAMALARI . 60
5.1. Serinin Özelliklerinin Belirlenmesi 60
5.2. İncelenen Seri İçin Uygun ARIMA Model Tipinin Belirlenmesi 61
5.3. İncelenen Seride ARCH Etkilerinin Araştırılması 61
5.3.1. Tahmin Edilen ARIMA Modeli Hatalarının Doğrusallık Testi 62
5.3.2. Seçilen Uygun ARIMA Modeli Hataları İçin ARCH-LM Testi 63
5.3.3. ARCH Modeli Parametrelerinin Maksimum Olabilirlik Tahmini 68
5.3.4. İncelenen Seri İçin En Uygun ARCH Türü Model Tipinin Belirlenmesi 71
5.3.5. Belirlenen Uygun Koşullu Varyans Modelinin Öngörü Hatalarının Normallik Testi 71
5.3.6. Varyans Öngörülerinin Değerlendirilmesi 73
5.4. Seçilen Uygun ARCH Modelinin Öngörü Amacıyla Kullanılması 74

6. KAPSAM DÂHİLİNDEKİ FİNANSAL PİYASALAR ÜZERİNE UYGULAMALAR 75
6.1. İMKB 100 Borsa Endeksi Üzerine Uygulama 75
6.1.1. Veri ve Yöntem 75
6.1.2. Uygulama 76
6.1.2.1. Zaman Serisi İstatistiki Analiz ve Bulgular 76
6.1.2.2. Zaman Serisi Durağanlık Analizi 78
6.1.2.3. İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde Otokorelasyon Testi .. 79
6.1.2.4. Uygun ARIMA Modelinin Tespiti 81
6.1.2.5. ARCH Testi 82
6.1.2.6. En Uygun ARCH Modelinin Seçimi 84
6.1.2.7. En Uygun ARCH Modelinin ARCH-LM Testi 96
6.1.2.8. En Uygun ARCH Modelinin Varyans Öngörüsü 98
6.1.3. Uygulama Sonuçları 100
6.2. Avrupa Para Birimi (EURO) / YTL Döviz Kuru Üzerine Uygulama 101
6.2.1. Veri ve Yöntem 101
6.2.2. Uygulama 102
6.2.2.1. Zaman Serisi İstatistiki Analiz ve Bulgular 102
6.2.2.2. Zaman Serisi Durağanlık Analizi 104
6.2.2.3. EURO / YTL Getiri Serisinde Otokorelasyon Testi 105
6.2.2.4. Uygun ARIMA Modelinin Tespiti 106
6.2.2.5. ARCH Testi 107
6.2.2.6. En Uygun ARCH Modelinin Seçimi 109
6.2.2.7. En Uygun ARCH Modelinin ARCH-LM Testi 116
6.2.2.8. En Uygun ARCH Modelinin Varyans Öngörüsü 117
6.2.3. Uygulama Sonuçları 120
6.3. Altın Borsası Altın Fiyatları (YTL/KG) Üzerine Uygulama 120
6.3.1. Veri ve Yöntem 121
6.3.2. Uygulama 121
6.3.2.1. Zaman Serisi İstatistiki Analiz ve Bulgular 121
6.3.2.2. Zaman Serisi Durağanlık Analizi 123
6.3.2.3. ALTIN Getiri Serisinde Otokorelasyon Testi 124

6.3.2.4. Uygun ARIMA Modelinin Tespiti 125
6.3.2.5. ARCH Testi 126
6.3.2.6. En Uygun ARCH Modelinin Seçimi 128
6.3.2.7. En Uygun ARCH Modelinin ARCH-LM Testi 129
6.3.2.8. En Uygun ARCH Modelinin Varyans Öngörüsü 131
6.3.3. Uygulama Sonuçları 133

SONUÇLAR 134

KAYNAKÇA 136

TABLOLAR

Sayfa

Tablo 1 Durağan Modellerde Teorik Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonlarının Özellikleri 31

Tablo 2 Durağan Olmayan Modellerde Toerik Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonlarının Özellikleri 32

Tablo 3 İMKB-100 Endeksi Logaritmik Getirilerinin Durağanlık Testi İstatistikleri (Trendli ve Sabitli – Trend and Intercept)..... 79

Tablo 4 İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde Otokorelasyon Testi ve Koleogram Grafiği 80

Tablo 5 İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde Uygun ARIMA Modelinin Testi ... 81

Tablo 6 İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde ARCH-LM İstatisiği Testi Sonuçları..... 82

Tablo 7 İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde Uygun ARMA Modelinin Korelogram Testi 83

Tablo 8 İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde ARCH(1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu..... 84

Tablo 9 İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde ARCH(2) Modeli ve İstatistiksel Tablosu..... 85

Tablo 10 İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde ARCH(3) Modeli ve İstatistiksel Tablosu..... 86

Tablo 11 İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde ARCH(4) Modeli ve İstatistiksel Tablosu..... 86

Tablo 12 İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde ARCH(6) Modeli ve İstatistiksel Tablosu..... 87

Tablo 13 İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde GARCH(1,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu..... 88

Tablo 14 İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde GARCH(2,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu..... 89

Tablo 15 İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde GARCH(2,2) Modeli ve İstatistiksel Tablosu 89
Tablo 16 İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde GARCH-M(1,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu 90
Tablo 17 İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde GARCH-M(2,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu 91
Tablo 18 İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde GARCH-M(2,2) Modeli ve İstatistiksel Tablosu 91
Tablo 19 İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde EGARCH(1,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu 92
Tablo 20 İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde EGARCH(2,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu 92
Tablo 21 İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde EGARCH(2,2) Modeli ve İstatistiksel Tablosu 93
Tablo 22 İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde TGARCH(1,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu 94
Tablo 23 İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde TGARCH(2,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu 94
Tablo 24 İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde TGARCH(2,2) Modeli ve İstatistiksel Tablosu 95
Tablo 25 İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde GARCH (1,1) Modeli İçin ARCH-LM Testi Sonuçları 96
Tablo 26 İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde GARCH(1,1) Modeli Korelogram Testi 97
Tablo 27 İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinin Dinamik Yöntemle Varyans Öngörüsü 98
Tablo 28 İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinin Statik Yöntemle Varyans Öngörüsü 99
Tablo 29 EURO/YTL Logaritmik Getirilerinin Durağanlık Testi İstatikleri (Trendli ve Sabitli – Trend and Intercept) 104
Tablo 30 EURO/YTL Getiri Serisinde Otokorelasyon Testi ve Koleogram Grafiği 105

Tablo 31 EURO/YTL Getiri Serisi ARMA(2,2) Uygun ARIMA Modelinin Testi 106
Tablo 32 EURO/YTL Getiri Serisi ARCH-LM İstatisiği Testi Sonuçları 107
Tablo 33 EURO/YTL Getiri Serisi Uygun ARMA Modelinin Korelogram Testi 108
Tablo 34 EURO/YTL Getiri Serisi ARCH(1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu..... 109
Tablo 35 EURO/YTL Getiri Serisi ARCH(2) Modeli ve İstatistiksel Tablosu..... 109
Tablo 36 EURO/YTL Getiri Serisi ARCH(3) Modeli ve İstatistiksel Tablosu..... 110
Tablo 37 EURO/YTL Getiri Serisi ARCH(6) Modeli ve İstatistiksel Tablosu..... 110
Tablo 38 EURO/YTL Getiri Serisi GARCH(1,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu 111
Tablo 39 EURO/YTL Getiri Serisi GARCH(2,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu 111
Tablo 40 EURO/YTL Getiri Serisi GARCH(2,2) Modeli ve İstatistiksel Tablosu 112
Tablo 41 EURO/YTL Getiri Serisi GARCH-M(1,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu 113
Tablo 42 EURO/YTL Getiri Serisi EGARCH(1,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu 114
Tablo 43 EURO/YTL Getiri Serisi EGARCH(2,2) Modeli ve İstatistiksel Tablosu 114
Tablo 44 EURO/YTL Getiri Serisi TGARCH(1,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu 115
Tablo 45 EURO/YTL Getiri Serisi TGARCH(2,2) Modeli ve İstatistiksel Tablosu 115
Tablo 46 EURO/YTL Getiri Serisi GARCH (1,1) Modeli İçin ARCH-LM Testi Sonuçları 116
Tablo 47 EURO/YTL Getiri Serisi GARCH(1,1) Modeli Korelogram Testi 117
Tablo 48 EURO/YTL Getiri Serisi Dinamik Yöntemle Varyans Öngörüsü 118
Tablo 49 EURO/YTL Getiri Serisi Statik Yöntemle Varyans Öngörüsü..... 119
Tablo 50 Altın Fiyatları Logaritmik Getirilerinin Durağanlık Testi İstatikleri (Trendli ve Sabitli – Trend and Intercept) 124

Tablo 51 Altın Fiyatları Logaritmik Getirileri Serisinde Otokorelasyon Testi ve Koleogram Grafiği 124
Tablo 52 Altın Fiyatları Getiri Serisi ARMA(2,2) Uygun ARIMA Modelinin Testi 125
Tablo 53 Altın Fiyatları Getiri Serisi ARCH-LM İstatisiği Testi Sonuçları 126
Tablo 54 Altın Fiyatları Getiri Serisi Uygun AR(2) Modelinin Korelogram Testi 127
Tablo 55 Altın Fiyatları Getiri Serisi GARCH(1,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu 128
Tablo 56 Altın Fiyatları Getiri Serisi En Uygun GARCH (1,1) Modeli İçin ARCH-LM Testi Sonuçları 129
Tablo 57 Altın Fiyatları Getiri Serisi En Uygun GARCH (1,1) Modeli İçin Korelogram Testi 130
Tablo 58 Altın Fiyatları Getiri Serisi Statik Yöntemle Varyans Öngörüsü 131
Tablo 59 Altın Fiyatları Getiri Serisi Dinamik Yöntemle Varyans Öngörüsü 132

ŞEKİLLER

Sayfa

Şekil 1 CBOE VIX Volatilite Endeksi 4
Şekil 2 Zaman Serisi Bileşenleri 13
Şekil 3 Box – Jenkins Yönteminde Model Belirleme Aşamaları 29
Şekil 4 Kaldıraç Etkisi 58
Şekil 5 İMKB-100 Getiri Endeksi Dağılım İstatistikleri 77
Şekil 6 1.1.1999-18.7.2008 Yılları Arası İMKB-100 Endeksi Logaritmik Getirileri 77
Şekil 7 EURO/YTL Getiri Serisi Dağılım İstatistikleri 102
Şekil 8 2.1.2002-18.8.2008 Yılları Arası EURO/YTL Logaritmik Getirileri 103
Şekil 9 ALTIN Fiyatları Getiri Endeksi Dağılım İstatistikleri 122
Şekil 10 4.1.2000-29.8.2008 Yılları Arası Altın Fiyatları Logaritmik Getirileri 123

GİRİŞ

Özellikle finansal piyasalarda büyük krizlerin ve belirsizliklerin yaşandığı son yıllarda hemen hemen tüm dünyada olduğu gibi Türkiye finansal piyasalarında da, gerek yatırımcılar gerekse politika yapıcıları açısından önemli sonuçlar doğuran ve ağırlıklı olarak Türkiye ekonomisindeki belirsizlikle ve istikrarsızlıklardan kaynaklandığına inanılan bir volatiliteden, yani oynaklıktan bahsetmek mümkün olmaktadır. Varlık fiyatları, altın fiyatları, faiz oranları ve Türkiye'de ihtalatçı ve ihracatçı firmaların korkulu rüyası olan döviz kurlarındaki aşırı ve dengesiz dalgalanmalar, finansal sistemin işleyişinde aksamalara ve ekonomi politikalarının uygulanmasında önemli derecede engel teşkil etmektedir. Bunlara ek olarak 2008 senesinin ortalarına doğru varlığını hissettiren ve 2009 senesi içerisinde de etkilerini yaşamakta olduğumuz global ekonomik kriz, oynaklık tahminlerinin öneminin daha da bir ön plana çıkmasına neden olmuştur. 2008 senesinin üçüncü çeyreğinden itibaren kendini gösteren kriz belirtileri ve öngörülemeyen oynaklıklar sayesinde krizin boyutları büyümüş, fiyat seviyelerindeki düşüşlere rağmen ekonomik durgunluk devam etmiş, bu da yatırım kararlarının alınmasını geciktirmiş, hatta var olan yatırımların kârlılığını ve sürekliliğini sekteye uğratmış, bunun doğal sonucu olarak da Ocak 2009 tarihi itibariyle Dünya Çalışma Örgütü'nün verilerine göre 18.000.000 kişi işsiz kalmıştır. Bununla birlikte oynaklıkları tahmin edemeyip yanlış yatırım kararları veren dev büyüklüklerdeki firmalar da finansal açıdan darboğaza girmiş, likidite sorunları yaşamış ve peşi sıra iflas bayraklarını çekmiş ve çekmektedirler. Dolayısı ile oynaklıkların tahmini, mikro ve makro ekonomik bazda önemli sonuçlar doğurmaktadır ve doğurmaya da devam edecektir.

Aynı zamanda varlık fiyatları ve faiz oranlarındaki dalgalanma, Türkiye ekonomisindeki sürdürülebilir cari açığın tolere edilmesinde büyük pay sahibi olan ve ağırlıklı olarak "carry trade" amaçlı – yani yerel piyasadaki yüksek reel faizi ve sürekli düşme eğiliminde olan oynaklığı düşük döviz piyasasındaki döviz kurlarından istifade ederek yurt dışından düşük faizle borçlanıp yerel piyasada yüksek reel faizle getiri elde etmek amaçlı yapılan finansal işlem – olarak Türkiye'ye girmek isteyen

yabancı sermayenin de önünde engel teşkil etmekteydi. Başta 1990'lı yıllarda olmak üzere takip eden 2000'li yıllarda peşi sıra yaşadığımız ekonomik krizler, bu konunun ne kadar önemli olduğunu bir kere daha vurgulamaktadır. Hatta krizlerden sonra finansal kurumlar geçerliliğini ve güvenilirliğini kaybetmiş, finansal piyasalar ise düzgün bir biçimde işlevlerini yerine getiremez hale gelmişlerdir.

Bu nedenle yatırımcılar ve piyasadaki tüm oyuncular, piyasalarda aşırı oynaklığın gerçekten var olup olmadığını bilmek; varsa bunun derecesini ve yapısını saptamak ve finansal piyasalarda volatiliteden dolayı oluşabilecek risklerden korunma tekniklerini geliştirmek sureti ile daha güvenilir öngörüler elde etmek istemektedirler.

Genel olarak bu çalışmanın amacı Türkiye finansal piyasalarında, özellikle altın fiyatlarında, varlık fiyatlarında – hisse senetleri – ve döviz kurlarında olması muhtemel oynaklıkların ARCH (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity – Koşullu Bağlanımlı Varyans Etkileri) modelleri ile tespit edilmesi ve derecelerinin belirlenmeye çalışılmasıdır. Bu bağlamda varlık fiyatlarının oynaklık analizinde İMKB 100 endeksi, Altın fiyatlarındaki oynaklıkların analizinde Altın YTL/KG Kapanış Değerleri ve nihayet döviz kurlarındaki oynaklıkların analizinde EURO / YTL değişkenleri baz alınmıştır.

1. BÖLÜM

FİNANSAL PİYASALARDA OYNAKLIK (VOLATİLİTE)

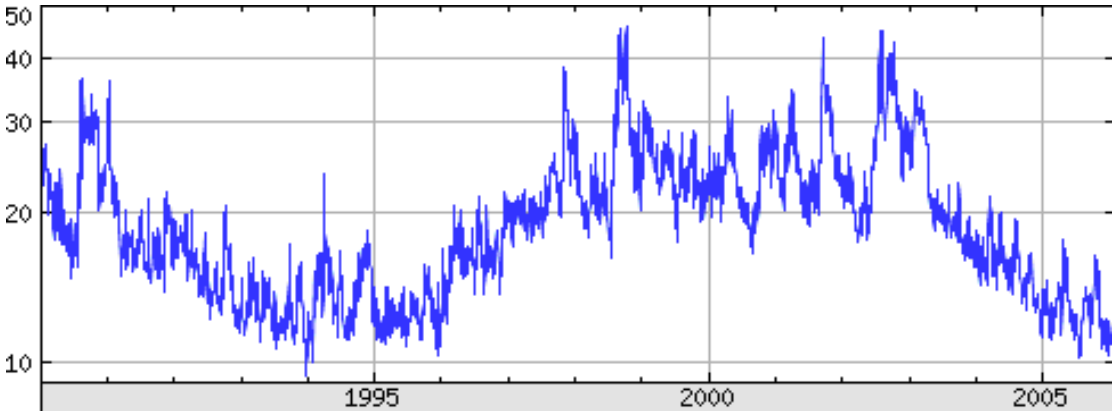
Finansal piyasalarda *Oynaklık*, diğer bir ifade ile *Volatilite*'yi basitçe tanımlamak gerekirse; ekonomik ve politik belirsizliklerden veya küresel faktörlerden ötürü başta döviz kurları, altın fiyatları, faiz oranları ve hisse senedi fiyatları olmak üzere finansal piyasalardaki fiyat seviyelerinde görünen belirsizlik ve aşırı dalgalanma olarak tanımlayabiliriz. Başka bir deyişle oynaklık, finansal varlığın fiyatındaki değişimlerin büyüklüklerindeki belirsizlik veya risk olarak da tanımlanabilir. Volatilite yüksek olduğu zaman, finansal varlık fiyatlarında çarpıcı bir biçimde ani yükseliş ve/veya inişler meydana gelir, düşük olduğu zaman ise yine fiyat seviyeleri dramatik bir şekilde ani değişiklikler göstermez, ama sabit bir hızla ve öngörülebilen zaman içerisinde aşağıya veya yukarıya doğru hareket eder.[1]

Volatilite göstergesi olarak günümüzde en çok takip edilen endekslerden biri de CBOE – Chicago Board Opsiyon Borsası *(Chicago Board Options Exchange)* tarafından oluşturulmuş olan VIX ***(Volatiliy IndeX)*** Volatilite Endeksi'dir. VIX endeksi, S&P500 temeli üzerine kurulmuş volatilite göstergesi olarak da ifade edilebilir. Bazı kaynaklarda da VIX endeksi, korku endeksi – *fear index* – olarak da ifade edilmektedir. Yani yatırımcılar bu endekse dayanarak volatilite tahmini yapıyorlar ve gelecek zaman üzerinde tahminlerde bulunuyorlar. Bu endekste Şekil 1'de de görüldüğü gibi eğer düşük değer varsa, yatırımcı daha sakin ve rahat hareket edebiliyor ki bu değerler 20 ve altı olarak genel kabul görmüştür. 30 ve üstü değerlerde ise yatırımcılar daha tedirgin ve temkinli hareket etmektedirler.

VIX endeksini kullanarak yatırımcılar da geleceğe dönük olarak tahminler yapmaktadırlar. Örneğin eğer değer 20 olarak gerçekleşmişse, gelecek 30 günlük dönem içerisinde S&P500'deki değişimin $\frac{20}{\sqrt{12ay}} = 5{,}77$ → %5,77 olarak

[1] Investopedia, 2008, <http://www.investopedia.com>

gerçekleşmesi beklenecektir. Fakat bu beklenti sadece tek yönlü değil, aşağı veya yukarı yönlü olarak da gerçekleşebilir.



Şekil 1. CBOE VIX Volatilite Endeksi[2]

Finansal piyasalardaki volatilite, farklı türden bulaşıcı etkiler yaratma kapasitesine sahiptir. Bu dalgalanmaların birlikte getirdiği riskler, makroekonomik politikaların oluşturulmasında politika yapıcılar açısından güçlüklere neden olmaktadır. Eğer bu politika yapıcılar, oynaklıklar nedeniyle bozulan istikrarı yeniden oluşturmak amacıyla önlem alma yoluna gitmezlerse, ciddi reel ekonomik maliyetler ortaya çıkabilir. Örneğin, Türkiye'de 1994 para ve 2001 finansal krizlerinde olduğu gibi hükümet, başta bankacılık kesimi olmak üzere tüm finansal kurumların reel zararlarını karşılamak için önemli oranda kaynak ayırmak durumunda kalmıştır. Bununla birlikte döviz cinsinden borçlanmak sureti ile ithalat ve ihracat yapan özel sektöre doğurduğu maliyet gözardı edilemez.

Finansal piyasalardaki oynaklıkları döviz kuru oynaklıkları, faiz oranları oynaklıkları, emtia fiyatlarındaki oynaklıklar… vb. gibi gruplayacağımız gibi döviz kuru oynaklıklarından bahsederken de analitik amaçlarla genellikle üç tip döviz kuru oynaklığından da söz edilebilir; bunlar normal oynaklık, aşırı oynaklık ve diğer tüm oynaklıklardır. Normal döviz kuru oynaklığı, çok aşırı olmayan artış ve azalışları ifade etmekte olup aşırı oynaklık, ara sıra ortaya çıkan önemli derecedeki artışları

[2] Aynı.

veya azalışları gösterir. Diğer oynaklıklar ise normal ve aşırı olarak sınıflandırılamayacak değişimleri içerir.[3]

Aşırı volatilitenin sonuçlarını ve zincirleme etkilerini şu şekilde özetleyebiliriz; İlk olarak reel ekonomik göstergeler olarak bildiğimiz faiz oranları, döviz kurları ve emtia fiyatlarındaki değişmelerden dolayı makro ekonomik politikaların oluşturulmasında güçlük çekilmektedir. Bununla birlikte varlık fiyat hareketlerindeki dengesizlikler nedeni ile finansal kurumlar istikrarsız hale gelmekte, oynaklıklar nedeni ile bozulan istikrarı tekrar sağlamak amacı ile alınan önlemlerin yarattığı ekonomik maliyetler ortaya çıkmaktadır. Bununla birlikte içsel ve dışsal makro ekonomik değişkenlerdeki oynaklık, bankacılık krizlerinin ortaya çıkmasındaki önemli faktörlerden başında gelmektedir.[4]

Yatırımcıların ve politika yapıcılarının temel ilgi alanları ülkeden ülkeye farklılıklar göstermektedir. Amerika Birleşik Devletleri için daha çok hisse senedi piyasaları temel ilgi alanını oluşturmakla birlikte ülkemizde daha çok döviz piyasaları daha fazla ön plana çıkmaktadır. Türkiye'de ise durum aslında çok farklı olmamakla birlikte ekonominin temel göstergelerinden biri olan hisse senedi piyasası ile birlikte faiz oranları ve tam olarak finansal varlık olarak değerlendirilmese de emlak piyasasındaki oynaklıklar ülkemizde politika yapıcıları açısından temel ilgi alanlarından bazılarını oluşurmaktadır.[5]

Enflasyonist beklentilerin artması, daraltıcı para politikaları ve faiz oranları üzerindeki kontrollerin kaldırılması ile artan faiz oranı oynaklıkları, reel ekonomik maliyetler yaratmış ve finansal sistemin işleyişinde kesintilere yol açmıştır. Daha önceki ekonomik kriz ortamlarında olduğu gibi yüksek iç borçlanma nedeniyle faiz oranlarındaki aşırı oynaklıkların Türkiye ekonomisi ve oluşturulacak ekonomi politikaları üzerindeki etkisi de açıkça görülmüştür.

---

[3] Charles Engel ve Craig S. Hakkio, "Exchange Rate Regimes and Volatility", **Economic Review, Federal Reserve Bank of Kansas City,** 3rd Quarter 1993.

[4] Morris Goldstein ve Philip Turner, **Banking Crises in Emerging Economies: Origins and Policy Options,** (Basle: Bank for International Settlements, BIS Economic Papers No.46, 1996), 9.

[5] Mustafa Özer ve Serpil Türkyılmaz, **Türkiye Finansal Piyasalarında Oynaklıkların ARCH Modelleri ile Analizi**, (Eskişehir: T.C. Anadolu Üniversitesi Yayınları No. 1593, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Yayınları No. 186, 2004), 4

Hisse senedi piyasasındaki oynaklıklar, yatırım ve tüketim harcamalarını etkileyerek ekonomik faaliyetler üzerinde etkili olabileceği gibi finansal sistemin işleyişini bozarak yapısal düzenlemelerin yapılmasına da neden olabilir. Örneğin 2000 Kasım ve 2001 Şubat krizlerinden sonra Bankacılık Düzenleme ve Denetleme Kurulu'nun kurulması ve başta bankacılık kesimi olmak üzere finansal kurumlarla ilgili birçok yapısal ve idari düzenlemeye gidilmiştir. Bununla birlikte alınan makro ekonomik önemlemler de çok büyük maddi külfet oluşturmuştur.[6]

Bu önlemler çerçevesinde öncelikle, mali piyasalarda ki belirsizliği azaltmak ve kriz ortamından süratle çıkmak için bankacılık sisteminin yeniden yapılandırılmasına ağırlık verilmiş, özellikle Şubat 2001 krizi sırasında faiz oranlarının yükselmesine ve piyasaların kilitlenmesine neden olan kamu ve fon bankalarının gecelik borçlanma sorununun çözümü ön plana alınmıştır. Bu çerçevede, kamu ve fon bankalarının özel bankalardan ve banka dışı kesimden yüksek faizli gecelik borçlanma ihtiyaçlarının azaltılması ve bu ihtiyacın Merkez Bankası tarafından karşılanması benimsenmiştir. Görev zararı alacakları ve sermaye ihtiyaçları için Hazine kamu ve fon bankalarına değişken faizli devlet iç borçlanma senedi vermiştir. Merkez Bankası bu senetlerin 14 katrilyon liralık kısmının kesin alımını yapmış ve geri kalanı içinde repo imkanı tanımıştır. Böylece, bu operasyonun başlatıldığı 16 Mart 2001 tarihinde, kamu ve fon bankalarının 21,7 katrilyon lira olan gecelik borçlanma ihtiyaçlarının yüzde 41'i Merkez Bankası tarafından karşılanırken, 31 Mayıs 2001 tarihi itibariyle Merkez Bankasının payı yüzde 96,8'e yükselmiştir.

Bu operasyon, kamu ve fon bankalarının piyasadaki baskısını azaltarak faiz oranlarının düşmesine, vadelerin uzamasına ve bu bankaların bilançolarının küçülmesine katkıda bulunmuştur. Toplam 21,7 katrilyon liralık bu operasyonun likiditeyi artırıcı etkisini gidermek için Merkez Bankası ters-repo ve döviz satışı ile fazla likiditeyi çekmiş, Hazinede Nisan ayında itfasının üzerinde borçlanarak likidite kontrolune destek olmuştur. Böylece, net iç varlıklardaki bu aşırı artışın para tabanına yansıması önlenerek enflasyonist etki sınırlandırılmıştır.[7]

---

[6] Türkiye Cumhuriyeti Merkez Bankası, "Para Politikası Raporu", Kasım 2001, <http://www.tcmb.gov.tr/yeni/evds/yayin/paraprog/pp2001/pp_rap.html>

[7] Aynı.

Volatilitenin tahmin edilmesi bize ne gibi faydalar getirir sorunun cevabı ise oldukça geniş. En basit olarak oynaklıkların tahmin edilmesi, belirsizliklerin tahmin edilmesi demektir, yani risklerin önemli bir ölçüde minimize edilmesi anlamına gelmektedir. Finansal piyasalarda da risk unsuru yatırımcı açısından hesaplanması zor fakat tahmin edilmesi arzu edilen en büyük faktördür. Yatırımcının bir finansal varlıktan beklediği getirinin, risksiz faiz haddinin üzerine o finansal varlığın geitirisi ile risksiz faiz haddi arasındaki farkın risk faktörü ile çarpımı olduğu düşünülürse [$E(R)=R_f + ß \times (R_m-R_f)$], Beta katsayısının (ß), yani sistematik riskin minimize edilmesi, kayıpları minimize etmekle birlikte kazancı da optimize etmektedir. Bununla birlikte oynaklıkların analizi bize finansal türev ürünlerin fiyatlamasında, portföy seçimlerinde ve genel anlamda yatırım risklerinin ölçülmesi ve yönetilmesi gibi konularda gösterge olmaktadır.[8]

Döviz kuru oynaklıklarından bahsederken, normal, aşırı ve tüm diğer oynaklıklar olarak üç tip oynaklık olduğundan söz etmiştik. Döviz kurlarının oldukça dalgalı, yani aşırı oynak olduğu biçiminde yaygın bir görüş vardır.[9] Örneğin yakın zamana baktığımızda 03.03.2008 tarihinde 1,8588 YTL olan Euro TCMB döviz satış kuru, 1 hafta sonrasında 10.03.2008 tarihinde %2,66'lık bir artış göstererek 1,9084 YTL olmuş, yine hemen bir hafta sonrasında bir önceki haftaya gore %4,83, iki hafta öncesine gore %7,62'lik bir artış gösterek 2,0005 YTL seviysine gelmiştir. Aynı dönemlerde yıllık faiz oranlarının %17 seviyelerinde dalgalandığını düşünürsek bu artışlar rakamsal olarak düşük görünse de oransal açıdan çok yüksek rakamlardır ve döviz kuru oynaklıklarının aşırı oynak olduğu görüşünü desteklemektedir. Bu durum dövizle borçlanan bireysel ve kurumsal yatırımcıları ve bilhassa Türkiye'nin çok fazla yabancı yatırımcı çekmesine sebep olan "carry trade" yatırımcılarını olumsuz etkilemektedir.

Döviz kuru oynaklıkları, gelecekte elde edilecek net nakit girişleri konusunda belirsizliğe yol açmakla birlikte uzun dönem yatırım kararları üzerinde olumsuz yönde etki meydana getirir. Yüsek ithalat ve ihracat fiyatlarına neden olarak

---

[8] Stavros Degiannakis ve Evdokia Xekalaki, "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (Arch) Models: A Review", **Quality Technology and Quantitative Management,** 1(2), 2004, 271.

[9] Engel ve Hakkio.

uluslararsı ticaretin önünde engel teşkil eder. Bu da dolaylı olarak iç tüketim harcamalarının azalmasına yol açar, ekonominin duraklamasına sebep olur.[10] Aynı zamanda uzun vadeli sermaye akımlarının azalmasına, aynı zamanda 1990lı yılların başından itibaren ülkemizde olduğu gibi "sıcak para" adı verilen kısa vadeli spekülatif sermaye hareketlerinin artmasına neden olur.

Döviz kurlarındaki oynaklıklar esnek ve sabit ancak ayarlanabilir döviz kuru sistemlerinde önemli ölçüde farklılaşır. Esnek döviz kuru sisteminde, döviz kuru oynaklığı kısmen "piyasa temelleri" adı verilen para arzı, reel gelir gibi değişkenler ile para ve maliye politikalarındaki değişmelerden meydana gelir. Döviz kurundaki dalgalanmaların büyük bir kısmı, spekülatörlerin piyasa temelleri konusunda bilgi edinmeleri ile değişen piyasa beklentilerindeki değişmeden kaynaklandığını da söyleyebiliriz. Piyasa temelleri hakkında yeni bilgi olmasa bile piyasada her zaman yer alan spekülatif balonlar piyasa beklentilerini değiştirebilir. Özetlemek gerekirse, esnek döviz kuru sisteminde döviz kurlarındaki volatilite, piyasa temelleri ve beklentilerdeki ani değişmelerden ve dalgalanmalardan kaynaklanmaktadır. Diğer bir yandan sabit ancak ayarlanabilir döviz kuru sistemlerinde döviz kurlarındaki dagalanma, döviz kurunu yeniden uyumlu hale getirme çabasından kaynaklanmaktadır. Bu durumda şunu rahatlıkla söyleyebiliriz ki bir ülkenin sabit ancak ayarlanabilir döviz kuru sistemine geçmiş olması, o ülkede döviz kuru oynaklığının olmadığı anlamına gelmez, aksine döviz kurunun yeniden uyumlu hale getirilmesi çabası ile ilgili haberlerden kaynaklanan yeni bir tür döviz kuru oynaklığı oluşturur.

[10] Sean Becketti ve Gordon H. Sellon, Jr., "Has Financial Market Volatility Increased?", **Economic Review, Federal Reserve Bank of Kansas City,** Haziran 1989, 19.

2. BÖLÜM

ZAMAN SERİLERİ ANALİZİNİN TEORİK YAPISI

Zaman serisi analizi, herhangi bir zaman serisini unsurlarına ayırmak, bunların gelecekte alabilecekleri değerleri tahmin etmek ve sonra unsurları sonraki bölümde değineceğimiz Y_t fonksiyonunda görüleceği şekilde birleştirerek belirli bir tahmin değerine ulaşmaktan oluşur. İşletme ekonomisi ile ilgili araştırmalarda zaman serileri analizinden büyük yararlar elde edilir. Bu tür analizler, önce ekonomik olayların gidişinin ve nedenlerinin daha iyi anlaşılmasını ve yorumlanmasını sağlarlar. Diğer taraftan zaman serisi analizlerinde seri değerleri, çeşitli unsurlara ayrıldığından, her unsurun etkisi kolaylıkla görülebilir ve olumsuz etkilerden azaltılması yönünde çalışmalar da yapılmaktadır.[1]

Gerek döviz kuru oynaklıkları olsun, gerek faiz oranları oynaklıkları veya emtia fiyatları oynaklıkları olsun, volatilite analizinde en doğru veya yaklaşık sonuca ulaşabilmek için dikkat etmemiz gereken en önemli hususlardan bir tanesi de doğru zaman serisinin seçilmesidir.

İktisadi olaylar, zaman değişkeninin yanında çeşitli unsurların etkisi altında olduğundan bu tür olaylarla ilgili zaman serileri sadece zamanın deterministik bir fonksiyonu değildir. Bu olaylar sadece zaman değişkeni tarafından tam olarak açıklanamazlar. Bir zaman serisinin, gelecek dönemlere ilişkin göstereceği seyri tam olarak açıklayabilmek için kullanılacak matematiksel modelde, olayı açıklayacak tüm değişkenlere yer vermek gerekir ama bu her zaman mümkün değildir. Böyle bir modelde tüm değişkenlere yer vermek, modeli daha karmaşık bir hale getirir ve uygulanmasını güç kılar.

Zamanla ilişkili olaylar, rassal karaktere sahip olduğu için söz konusu olaylarla ilgili serilerin gelecek dönemdeki seyrini, bugünkü ve geçmiş dönem değerlerine dayanarak incelemek için değişik bir yaklaşım gerekir. Bu yaklaşım, deterministik olmayan stokastik yani bir başka deyişle değişken veya rastlantısal (rastsal) ve

[1] Orhan İdil, **Yönetimde İstatistik: Teknikler ve Örnek Olaylar,** (İstanbul: 1994), 86.

istatistik yaklaşımdır. Bu nedenle zaman serileri incelenirken, bu serilere bir stokastik süreç olarak bakılması, tanımlanması ve analiz için stokastik modeler kullanılması gereği ortaya çıkmaktadır. Bu amaçtan hareket ederekten bu çalışmada deterministik modellere yer verilmeyecektir.

Uygulamada en sık görülen stokastik model doğrusal stokastik modeller ARIMA Modelleri'dir. Doğrusal stokastik modeller, incelenen zaman serilerinin durağan olup olmamasına göre doğrusal durağan ve doğrusal durağan olmayan stokastik modeller olarak sınıflandırılabilir. Otoregresif Bütünleşik Hareketli Ortalama (ARIMA – Autoregressive Integrated Moving Average) modelleri olarak bilinen durağan olmayan doğrusal stokastik modeller de zaman serilerinin mevsim unsurunu içerip içermemesin göre "mevsimsel ARIMA" ve "mevsimsel olmayan ARIMA" modelleri olarak da sınıflandırılabilir. Bu modeller, koşullu değişen varyans modeli belirleme sürecinde uygulanacaktır.

Bu bölümde zaman serisinin tanımı, özellikleri, durağanlık kavramı, serilerin durağanlığını sağlamak amacı ile yararlanılan durağanlaştırma yöntemlerini ele alacağız.

2.1. ZAMAN SERİLERİNİN ÖZELLİKLERİ

Zaman serisi, istatistiksel bir olayın zaman değişkeninin konumlarına göre aldığı değerlerin sıralanması ile elde edilir ve eşit zaman aralıkları ile ardışık olarak sıralanan rassal, yani tesadüfî değişkenlerin toplamı olarak ifade edilmektedir. Başka bir deyişle, belirli bir zaman dilimi içerisinde ard arda sıralanan ve zaman içerisinde farklılık gösterebilen tesadüfî değişkenler topluluğuna zaman serisi denir. Bu süreç aynı zamanda stokastik süreç olarak da ifade edilmektedir. Diğer bir tanım yapacak olursak bir zaman serisinin, ilgilenilen bir büyüklüğün zaman içerisinde sıralanmış ölçümlerinin bir kümesi olarak ifade edebiliriz. Zaman serileri analizinin ya da çözümlemesinin amacı, rassal serinin yapısının geçmiş dönemleri dikkate alarak tanımlanabilmesidir. Farklı bir ifade ile zaman serilerinin analizinin yapılma amacı, önceki dönemlere ait gözlem değerleri yardımı ile geçmişin açıklanması ve gelecekteki değerlerin tahmin edilmesidir. Tabi bu tahminler yapılırken şöyle bir

varsayım vardır ki bu da zaman serilerinin geçmişteki hareketlerinin gelecekte de aynı seyir içinde olacağıdır.

Zaman serileri; veri toplama şekillerine göre sürekli ve kesikli, temin edildiği kaynağa göre iktisadi ve fiziksel, göstermiş oldukları periyod şekillerine göre mevsimsel ve mevsimsel olmayan, ortalamadan büyük sapma gösterip göstermediklerine göre durağan ve durağan olmayan zaman serileri şeklinde sınıflandırılabilir.[2] Uygulamada zaman serilerinin çoğu kez kesikli zaman serisi oldukları ve bununla birlikte durağan bir yapıya sahip oldukları görülmektedir.

Zaman serilerinin genel özelliklerine baktığımızda zaman serileri hakkında aşağıda belirtilen genel kabul görmüş veya diğer bir deyişle gelenekselleşmiş gerçeklerden bahsetmek mümkündür:[3]

a) Zaman Serilerinin Büyük Bir Kısmı Belirli Bir Trend İçerir (Clear Trend)

b) Zaman Serilerinden Bazıları Kıvrımlı Bir Eğilim İzler (Meander)

c) Zaman Serisindeki Yukarı veya Aşağıya Her Şok Hareketin Devamında

d) Büyük Bir Direnç Gözlemlenir (Persistence)

e) Zaman İçerisinde Serideki Volatilite Sabit Değildir (Inconstant Volatility)

f) Bazı Zaman Serileri Diğer Zaman Serileri İle Etkileşim İçerisinde Hareket Ederler (Sharing Comovements With Other Series)

Zaman serileri trend, mevsimsel dalgalanmalar, konjonktürel dalgalanmalar ve rassal dalgalanmalar gibi zamanın ve zamana bağlı olarak değişen sosyo ekonomik faktörlerin etkilerini taşırlar.[4] Buna dayanarak zaman serilerini,

a) Trend (T_t)

b) Mevsimsel Dalgalanmalar (M_t)

c) Konjonktürel Dalgalanmalar (K_t)

d) Düzensiz ve Geçici Hareketler (G_t)

---

[2] Erkan Işığıçok, **Zaman Serilerinde Nedensellik Çözümlemesi,** (Bursa: Uludağ Üniversitesi Basımevi, 1994), 46.

[3] Hakan Yılmazkuday, "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH) Model", 2003, <http://people.vanderbilt.edu/~hakan.yilmazkuday/research_files/ARCH.pdf>

[4] Ayşe Kazan ve Şenol Altan, "Zaman Serilerinde Mevsimsel Etkiler ve En Küçük Kareler Yönteminin Kullanımı", **Gazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Birimler Fakültesi Dergisi**, 4(1), 2002.

şeklinde dört başlık altında toplamak mümkündür.[5] Bu faktörlerden trend, zaman serisinin belirli zaman aralıklarında veya dönem içindeki ana eğilimini gösterir. Basit bir anlatımla, trend analizi yapıldığı zaman ortaya y = a + bx gibi bir formülasyon çıkar. Bu formülde b'nin katsayısı pozitif ise trend yukarı doğru, yani değerler artan bir eğri etrafında toplanıyor anlamına gelmekte olup, negatif ise trend aşağı doğru, yani değerler azalan bir eğri etrafında toplanıyor anlamına gelmektedir.

Mevsimsel dalgalanmalar, daha çok ele alınan iktisadi değişkene göre aylık veya üç aylık verilerinde kendini gösterir ve bir yılda tekrarlanan hareketlerdir. Yapısı itibari ile mevsimsellik arz eden serilerde bu dalgalanmalar daha belirgin olarak ortaya çıkmaktadır. Basit bir örnekle açıklamak gerekirse üstü açık otomobil satışları genelde yaz aylarına talep görmekte, havaların soğuk olduğu zamanlarda ise talep görmemektedir. Dolayısıyla talep tahmini yaparken kış aylarını baz alırsak, mevsimsellik gösteren bir değişken olduğu için uygun zaman serisi seçilmemiş olur.

Konjonktürün etkisini taşıyan dalgalanmalar, konjonktürel veya dönemsel dalgalanmalar olarak da adlandırılmaktadır. 1 yıldan daha uzun zaman aralığında yaklaşık 5-10 yılda bir tekrarlanan hareketlerdir. Düzensiz hareketler ise, varlığı önceden tahmin edilemeyen doğal ve sosyo ekonomik sebeplerden kaynaklanmaktadır.[6]

Zaman serisinin bileşenleri, trend (T_t), mevsimsel dalgalanmalar (M_t), konjonktürel dalgalanmalar (K_t) ve düzensiz ve geçici dalgalanmalar (G_t) arasındaki ilişki

$$Y_t = f(T_t, K_t, M_t, G_t) \qquad (2.1)$$

şeklinde gösterilebilir.

Ekonometride bu dört faktör, çarpım veya toplam halinde modellenebilir. Bunlardan çarpımsal model;

$$Y_t = T_t \times K_t \times M_t \times G_t \qquad (2.2)$$

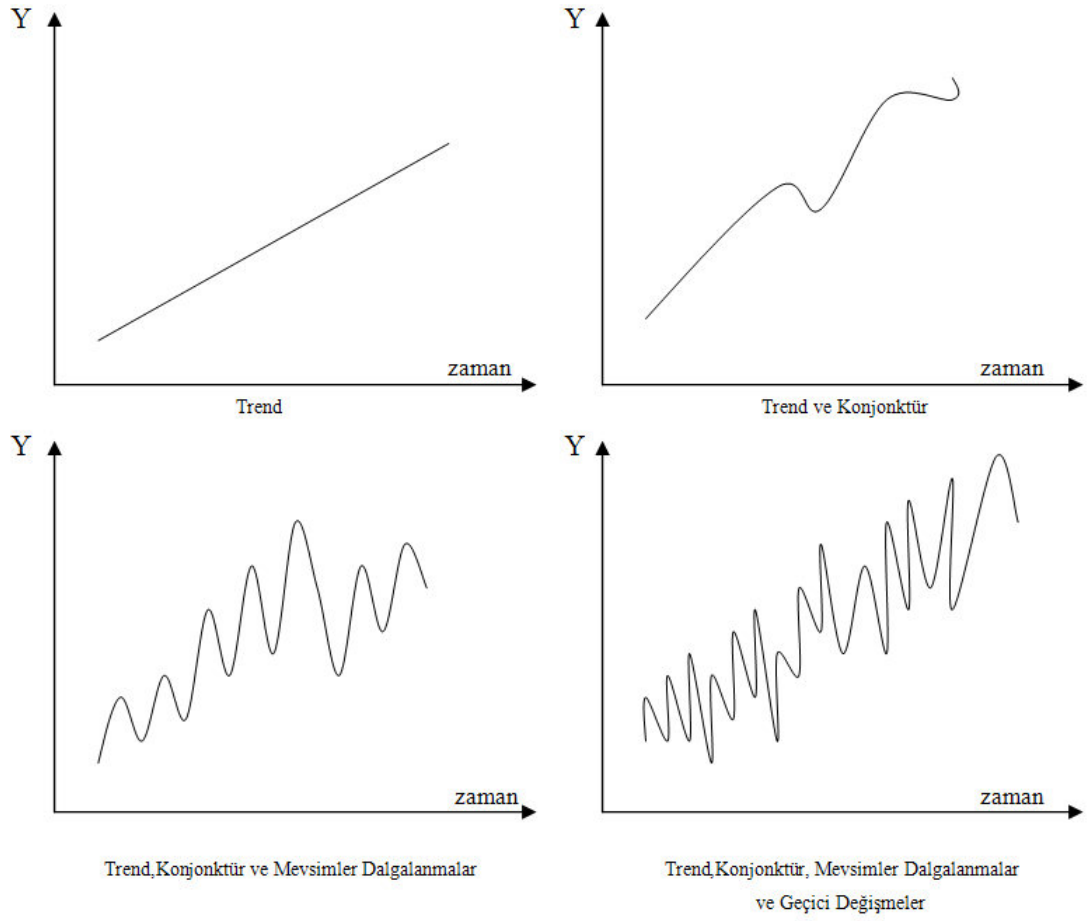
[5] İdil, 86.

[6] Işığıçok, 44.

toplamsal model;

$$Y_t = T_t + K_t + M_t + G_t \qquad (2.3)$$

şeklinde gösterilmektedir.



Şekil 2. Zaman Serisi Bileşenleri

Toplamsal model, dört öğenin birbirinden bağımsız olduğunu varsayar; her bir öğe, dört bağımsız etki kaynağının sonucu olarak düşünülür. Bunun için de uzun dönem eğilimin değeri ne olursa olsun, mevsimsel ve konjonktür dalgalanmalarını etkilemediği kabul edilir. Çarpımsal model, dört öğenin farklı nedenlerden kaynaklandığını, ancak birbirleri ile ilişkili olduklarını varsayar.[7] Zaman serisinde, mevsimsel dalgalanmaların trend ile doğru orantılı olarak değişmesi durumunda çarpımsal modelin daha uygun olduğu varsayılır.

[7] Işıl Akgül, **Geleneksel Zaman Serisi Yöntemleri,** (İstanbul: Der Yayınları, 2003), 4-5.

2.2. ZAMAN SERİLERİNDE DURAĞANLIK

Sistemi dışsal olarak etkileyen ve sistemin kendi dinamikleri ile üretilmeyen olaylar, iktisadi değişkenler üzerinde etkileri birkaç dönemde dengeye gelebilen geçici şoklara veya etkileri uzun süre devam eden ortalama ve varyansta sapma gösteren kalıcı şoklara neden olurlar. Seriler, bu şokların karakterine göre trend veya mevsimsel dalgalanma özellikleri göstermektedirler. Trend etkisine ve mevsimler etkiye sahip seriler, durağan seriler değildir.

Durağan olmadıkları gözlemlenen bu iktisadi zaman serileri arasında nedensel ilişkilerin anlamlı bir şekilde analiz edilebilmesi ve bu modellemeden anlamlı tahminler ya da başka bir deyişler öngörüler yapılabilmesi için genellikle bu serilerin durağan bir yapıya sahip olmaları gerekmektedir. Aksi halde, durağanlık varsayımı altında geçerli olan regresyon analizi ile yapılan tüm testlerin (t ve F gibi) ne kadar güvenilir ve tutarlı olduğunu sorgulamak gerekecektir. Tüm bu analizler öncesinde zaman serisinin durağanlığının mutlaka belirlenmesi önemli bir husustur.

Buna karşılık ortalaması ve varyansı (dolayısı ile standart sapması) zaman içerisinde değişim göstermeyen, iki dönem arasındaki kovaryansın hesaplandığı dönemde değil de, iki dönem arasındaki uzaklığa bağlı olan rassal süreç durağan olarak adlandırılır.

Zaman serisini Y_t olarak adlandırdığımızda;

$E(Y_t) = \mu$ beklenen değeri (ortalama) (2.4)

$V(Y_t) = E\,(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2$ Varyansı (2.5)

$\gamma_k = E\,[(Y_t - \mu)\,.\,(Y_{t+k} - \mu)\,]$ k gecikme ile kovaryansı (2.6)

yani Y_t ile Y_{t+k} arasındaki kovaryansı göstermektedir. Bu koşullarda k=0 olduğu zaman, Y'nin iki değeri arasındaki kovaryansı, varyansına eşit olmuş oluyor.[8]

[8] Damodar N. Gujarati, **Temel Ekonometri**, Çev.: Ümit ve Gülay G. Şenesen, (İstanbul: Literatür Yay., 1999), 713.

Böyle bir durumda durağansallıktan bahsediyorsak, Yt+k ile Yt'nin ortalamaları, varyansı ve kovaryansı birbirine eşit veya yakın olması gerekmektedir. Özetle, bir zaman serisinin durağan olması durumunda, ortalaması, varyansı ve çeşitli gecikmelerdeki kovaryansı, bunları ne zaman ölçersek ölçelim aynı kalacak olmasıdır.[9]

Stokastik Y_t sürecinin ortalamasının (μ), varyansının σ^2 sabit olması durumunda, sürecin durağan olduğu ve ayrıca kovaryansının cov (Y_t, Y_{t+k}) = γ_k olması durumunda sürecin *kovaryans durağan* olduğu söylenir.[10] Kovaryans durağanlık, kovaryans fonksiyonunun zamana değil, sadece zaman genişliğine (k), yani zamanlar arası farka bağlı olması sebebi ile sağlanır. Başka bir deyişle, zaman serisinin birinci momenti, ikinci momenti ve korvaryansı, zamana göre sistematik bir değişik sergilemiyor. Aynı zamanda seri, mevsimsel etkilerden arınmış olarak da nitelendirilebilir.[11]

2.3. ZAMAN SERİLERİNDE DURAĞANLIK ANALİZİ

Bir zaman serisi, trende sahipse ve bu trend kalıcı şoklardan kaynaklanmışsa, zaman serileri belli bir ortalama değere doğru yakınsamayacaktır. Değişkenlerin, belli bir ortalama değere doğru yakınsamaları olarak da tanımlayabileceğimiz durağanlık kavramı açısından bu süreç trend durağan olmayan bir özellik taşır ve şokların, öngörülmeyen niteliğinden dolayı *Stokastik Trend* olarak adlandırılır. Bu gibi durumlarda, zaman serisinin aynı zamanda "*yığılım"*a sahip olduğu söylenir.

Serinin durağan olup olmadığını incelemek için istatistiksel yöntemlerden faydalanmaktayız. Bunun için;

I) İlk aşamada ilgili zaman serisine ait zaman grafiğini çiziyoruz ve genel eğilim hakkında bilgi sahibi oluyoruz. Bu aşamada serinin seyrinde trend etkisinin

---

[9] Aynı.

[10] J.W.C. Granger ve P. Newbold, **Forecasting Economic Time Series,** (New York: Academic Press, 1977), 4.

[11] Nurullah Altındiş, **Zaman Serilerinde ARIMA ve ARCH Modelleri – Faiz Oranı ve Net Uluslar arası Rezerv Serilerine Uygulanması,** Yüksek Lisans Tezi, T.C. Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Ekonometri Anabilim Dalı Ekonometri Bilim Dalı, İstanbul, 2005, 6

olup olmadığı, ortalama ve varyansta sergilediği eğilimler gözlemlenebilir. Tabi bu sadece gözlem olduğu için tek başına yeterli değildir. Bundan sonraki aşamalara geçip incelemeye devam etmek gerekir.

II) İkinci aşamada, zaman serisine ait örnek otokorelasyon fonksiyonu hesaplanır. **Otokorelasyon**, çoklu regresyon analizinde hata teriminin birbirini izleyen değerleri arasında ilişki bulunması halidir. Bu durum, genel doğrusal regresyon modelinin önemli bir varsayımından sapmadır. Genel doğrusal regresyon modelinde varsayım gereği olarak, hata terimleri arasında bir ilişki yoktur. Matematiksel olarak otokorelasyon olmaması demek, i ve j zaman noktalarindaki rassal u hatalarinin arasındaki kovaryansın 0'a eşit olması olarak gosterilir:

$$\text{Cov}\,(u_i\, u_j) = E\,\{\,[u_i - E(u_i)\,]\,[\,u_j - E(u_j)\,]\,\} = E\,(u_i\, u_j) = 0 \qquad (2.7)$$

Otokorelasyon, uygulamada daha çok zaman serilerinde ortaya çıkmaktadır. Zaman serilerinde otokorelayon, zaman periyodunun büyüklüğü veya küçüklüğüne göre değişebilir. Periyod, bir aylık veriye dayanıyorsa, otokorelasyon büyük, üç aylıksa biraz daha küçük ve yıllıksa daha da küçüktür.

Otokorelasyonun nedenleri şu şekilde sıralanabilir:

1) Bazı açıklayıcı değişkenlerin modele alınmaması
2) Modelin matematiksel biçiminin yanlış seçilmesi
3) Açıklanan değişkende ölçme hatası olması
4) Verilerin İşlenmesi
5) Hata teriminin yanlış belirlenmesi

Otokorelasyon sonucunda ise;

1) Parametre tahminleri sapmasız olmakla birlikte etkin değildir.
2) Hata teriminin varyansı, olduğundan küçük tahmin edilmektedir.
3) En küçük kareler tahminlerine göre yapılan öngörüler etkin değildir.

Bu sonuçlar doğrultusunda eğer seride otokorelasyon varsa, öncelikle analizini yapmış olduğumuz zaman serisi, etkin bir seri değildir, seriden uygun ARIMA modeli türetilemez ve tahminlerde kullanılamaz. Diğer bir deyişle ilgili zaman serisinde durağanlık sözkonusu değildir, serinin durağan hale getirilmesi

gerekmektedir. Bunun içinse kullanılan en yaygın yöntem ise ilgili zaman serisinin logaritmik getirilerinin alınıp yeni zaman serisi haline getirilmesidir.

Otokorelasyon hesaplanırken, seriye ait otokorelasyon fonksiyonu;

$$\rho k = \frac{\sum_{t=k-1}^{T} (Y_t - \bar{y}).(Y_{t+k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^{T} (Y_t - \bar{y})} \qquad (2.8)$$

formülünden yararlanılarak hesaplanır.

Bartlett, bir zaman serisinin rassal olması durumunda, örnek otokorelasyon katsayılarının sıfır ortalama ve (1/T) varyansla yaklaşık normal dağıldığını göstermiştir. Bu bilgiden yararlanılarak örnek otokorelasyon katsayılarına ait değerlerin %95 güvenilirlikle +/- 1.96 * $1/T^{1/2}$ aralığında bulunması halinde ρ_k değerlerinin sıfır olduğunu söyleyen ve H_0: $\rho_k = 0$ olarak ifade edilen hipotez reddedilemez. Bu durumda serinin durağan olduğuna karar verilir.[12]

Otokorelasyonun test edilmesi sürecinde kuracağımız hipotez de aşağıdaki gibi olmalıdır;

H_0: P = 0 Hata terimi değerleri birbirinden bağımsızdır (otokorelasyon yoktur)

H_1: P ≠ 0 Hata terimi değerleri birbiriyle bağımlıdır (otokorelasyon vardır)

Otokorelasyonun sınanması esnasında grafik testlerinden de faydalanabiliriz. Bu yöntemde serinin t zamandaki hata terimleri ile t-1 zamandaki hata terimleri bir grafikte gösterilir ve grafikten otokorelasyon olup olmadığı anlaşılır. Aynı zamanda zaman serisi hata terimi (y ekseni) ve zaman (x ekseni) grafiği çizildiğinde, eğer seri bir trend izliyorsa seride otokorelasyonun varlığından sözetmek mümkündür. Bu durum her iki bahsedilen grafik için de geçerlidir. Eğer hata terimleri arasında otokorelasyon varsa ve bu yukarı doğru bir hareket izliyorsa, bu durumda pozitif otokorelasyon, aşağıda doğru bir trend izliyorsa negatif otokorelasyon vardır

[12] Gujarati, 717.

diyebiliriz. Ama her zaman bu grafik yöntemler gerçekçi sonuç ortaya koymayabilir. Bunun için diğer yöntemleri de uygulamakta fayda vardır.[13]

Diğer bir yöntem ise Durbin Watson – *DW* testidir (1951). DW Testi, birinci dereceden bir otokorelasyon testidir. Yani mevcut hata terimi ve hemen kendinden önceki hata terimi arasındaki ilişkiyi test eder. Burada kurulacak hipotez aşağıdaki gibidir:[14]

$$H_0 : \rho = 0$$
$$H_1 : \rho \neq 0$$

DW istatistiği sonucunda elde edilen değerin 2'ye yakınsaması beklenir. Eğer hesaplanan DW istatistiği değeri 2 ise H_0 kabul, $\hat{\rho} = 0$, yani otokorelasyon yoktur, DW değeri 0 ise H_0 red, $\hat{\rho} = 1$, yani pozitif otokorelasyon vardır, DW değeri 4 ise, H_0 red, $\hat{\rho} = -1$, yani negatif otokorelasyon vardır.

III) Durağanlığın sınanmasının diğer bir yolu ise birim kök sınamasıdır. Bu aşamada çeşitli birim kök testleri yapılabilir. Bu testlerin en önemlilerinden biri de 1979 senesinde Dickey ve Fuller tarafından önerilen birim kök testidir.

Çalışmamızda, zaman serilerinin durağan olup olmadıklarını testini yapmayacağız. Çünkü ele alacağımız tüm zaman serilerinde uygulama aşamasında verilerin direk logaritmik getirileri üzerinden hareket edeceğimiz için otomatikman durağan bir seri elde etmiş olacağız.

---

[13] Chris Brooks, **Introductory Econometrics for Finance**, (İngiltere: Cambridge University Press, 2002).

[14] Aynı.

3. BÖLÜM

ZAMAN SERİSİ ANALİZİNDE KULLANILAN MODELLER

Zaman serilerini analiz edilirken bu sürece rassal ya da rastlantısal bir süreç olarak bakılması, tanımlanması ve analiz için stokastik modellerin kullanılması gerektiğini ve bu amaçla bu çalışmada deterministik modellere yer verilmeyeceğini söylemiştik. Aynı zamanda, zaman serileri çözümlemesinde kullanılan modelleri *doğrusal durağan* ve *doğrusal durağan olmayan* olarak ele alacağımızdan bahsetmiştik.

3.1. DOĞRUSAL DURAĞAN STOKASTİK MODELLER

Doğrusal durağan stokastik modellere ilişkin model tipleri, otoregresif (AR – Auto Regressive), hareketli ortalama (MA – Moving Average) ve otoregresif hareketli ortalama (Auto Regressive Moving Average) modelleri olarak isimlendirilmektedir.

3.1.1. OTOREGRESİF MODEL [AR(p)]

Bir zaman serisinin herhangi bir dönemdeki gözlem değerini, aynı serinin ondan önceki belirli sayıda geçmiş dönemin gözlem değerlerine ve hata terimine bağlı olarak açıklayan modeldir.[1] AR (Auto Regressive) modelleri, içerdikleri geçmiş dönem gözlem değeri sayısına göre isimlendirilirler.

Örneğin Yt, t zamanındaki gözlem değerlerini göstermek üzere otoregresif modeli;

$$y_t = \phi y_{t-1} + u_t \qquad (3.1)$$

olduğu gibi bir tane geçmiş dönem gözlem değeri içeriyorsa birinci dereceden otoregresif modeli [AR(1)],

[1] Mustafa Özer ve Serpil Türkyılmaz, **Türkiye Finansal Piyasalarında Oynaklıkların ARCH Modelleri ile Analizi**, (Eskişehir: T.C. Anadolu Üniversitesi Yayınları No. 1593, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Yayınları No. 186, 2004), 9.

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + u_t \quad (3.2)$$

modelinde olduğu gibi iki tane geçmiş dönem gözlem değerine yer veriliyorsa ikinci dereceden otoregresif modeli [AR(2)] ve p tane geçmiş dönem gözlem değeri modelde yer alıyorsa, p'inci dereceden otoregresif [AR(p)] modeli olarak isimlendirilir.

AR(p) model tipinin genel yazılımı şu şekildedir;

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \phi_3 y_{t-3} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \phi_p y_{t-p} + u_t \quad (3.3)$$

Otoregresif Model Box-Jenkins tekniğine göre;

$$P_t = \delta + \phi_1 P_{t-1} + \phi_2 P_{t-2} + \ldots\ldots + \phi_p P_{t-p} + \varepsilon_t \quad (3.4)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada ε_t rassal beyaz gürültü (random white noise) hata terimini ifade etmektedir ve serinin ortalaması sıfır ve varyansı sabittir. p ile ifade edilen otoregresif modeldeki geçmiş dönem ya da gecikme sayısıdır.

Görüldüğü üzere p değişkeni, otoregresif model tipinin derecesini ifade etmektedir, yani modelin kaçıncı dereceden olduğunu gösterir. Bu modellerde, u_t ortalaması 0 (sıfır) ve varyansı (σ_u^2) sabit olan ilişkisiz rassal hata terimidir.

3.1.2. HAREKETLİ ORTALAMA MODELİ [MA(q)]

Hareketli ortalama modelleri, bir zaman serisinin herhangi bir zaman dilimi içerisindeki gözlem değerinin, aynı dönemdeki hata terimi ve belirli sayıdaki geçmiş dönem hata teriminin doğrusal bir birleşimi olarak ifade edildiği modellerdir.[2]

Hareketli Ortalama (Moving Average [MA]) modelleri, içerdikleri geçmiş dönem hata terimi sayısına göre isimlendirilirler.

[2] Aynı, 10.

y'nin modelinin

$$y_t = u_t - \theta.u_{t-1} \quad (3.5)$$

olduğu durumda, bir tane geçmiş dönem hata terimi içeriyorsa birinci dereceden MA(1) modeli,

$$y_t = u_t - \theta_1.u_{t-1} - \theta_2.u_{t-2} \quad (3.6)$$

modelinde olduğu gibi iki tane geçmiş dönem hata terimi içeriyorsa ikinci dereceden MA modeli, MA(2) modeli ve q tane geçmiş dönem hata terimi modelde yer alıyorsa q. dereceden MA(q) modeli olarak isimlendirilir. MA(q) model tipinin genel yazılımı,

$$y_t = u_t - \theta_1.u_{t-1} - \theta_2.u_{t-2} - \ldots\ldots\ldots\ldots - \theta_q.u_{t-q} \quad (3.7)$$

şeklindedir. Modelden görüldüğü üzere q hareketli ortalama model tipinin derecesini göstermektedir. Bu modellerde, u_t ortalaması 0 (sıfır) ve varyansı (σ_u^2) sabit olan ilişkisiz rassal hata terimidir. Bir hareketli ortalama MA modeli için, geçmiş dönem kuru gürültülü hata terimlerinin basitçe doğrusal bir birleşimi olduğunu söyleyebiliriz.[3]

Box-Jenkins'in modelinde ise şu şekilde ifade edilmektedir;

$$P_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \theta_2\varepsilon_{t-2} - \ldots - \theta_q\varepsilon_{t-q} \quad (3.8)$$

Bu formülasyonda μ zaman serisinin ortalama değerini, ε_t ise t günündeki beyaz gürültü hata terimini ifade etmektedir. θ_j (j = 1, 2, …q) değerleri ise modelin parametrelerini oluşturmaktadır.

Otoregresif modellerde olduğu gibi hareketli ortalama modellerinde de hata teriminin zaman içerisinde bağımsız ve rassal olduğu, saf hata terimi sürecinde yaratıldığı varsayılmaktadır. MA(q) süreci, tanım gereği q durağan saf hata teriminin ortalaması olduğu için MA süreçlerinin tümü durağandır.[4]

---

[3] Aynı, 11.

[4] Işıl Akgül, **Zaman Serilerinin Analizi ve ARIMA Modelleri**, (İstanbul: Der Yayınları, 2003), 67.

3.1.3. OTOREGRESİF HAREKETLİ ORTALAMA MODELİ (ARMA)

Box-Jenkins, uygun modeli belirlemek ve tahminlerde kullanmak amacı ile sistematik bir metodoloji kullanarak bu iki modeli birleştirmiştir. Otoregresif Hareketli Ortalama Modelleri (ARMA), Otoregresif (AR) ve Hareketli Ortalama (MA) modellerinin bir birleşimidir. Bir zaman serisinin herhangi bir döneme ait gözlem değeri, ondan önceki belirli sayıda gözlem değerinin ve hata teriminin doğrusal bir birleşimi olarak ifade edilir. ARMA modeli, p terimli AR ve q terimli MA modelinin bir birleşimi ise p+q terim içerir ve ARMA (p,q) şeklinde ifade edilir.[5]

ARMA (p,q) modelinin genel gösterimi fark denklemi biçiminde aşağıdaki şekilde ifade edilir;[6]

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \ldots\ldots + \phi_p y_{t-p} + \theta_0 u_t - \theta_1 u_{t-1} - \theta_2 u_{t-2} - \ldots\ldots - \theta_q u_{t-q} \qquad (3.9)$$

Burada y_t, t'nci döneme ait gözlem değeridir. $\theta_0,\ldots..,\theta_q$ ve $\phi_2,\ldots..,\ \phi_p$ ARMA modelinin parametreleridir. ARMA (p,q) modelinde hesaplanması gereken parametre sayısı p+q+2 tanedir. p tanesi ϕ parametreleri sayısı, q tanesi θ parametreleri sayısı, bir tanesi μ ve bir tanesi de σ_u^2'dur.[7]

Box-Jenkins, çalışmasında ARMA modellerini şu şekilde ifade etmiştir;

$$\Delta P_t = \mu + \phi_1 P_{t-1} + \ldots\ldots\ldots + \phi_n P_{t-n} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \ldots\ldots\ldots\ldots + \theta_n \varepsilon_{t-n} \qquad (3.10)$$

P_t, P_{t-1}, P_{t-2},…. ile durağan zaman serisi verileri, ε_t, ε_{t-1}, ε_{t-2}, ….. ile mevcut ve önceki tahmin hata terimleri, μ, ϕ_t, ϕ_{t-1}, ϕ_{t-2}, …, θ_t, θ_{t-1}, θ_{t-2},…. ile regresyon modelinin parametreleri ifade edilmektedir.

---

[5] Özer ve Türkyılmaz, 12.

[6] Damonar N. Gujarati, **Basic Econometrics**, (ABD: The McGraw-Hill Companies, Inc., 1995)

[7] Özer ve Türkyılmaz, 12.

Uygulamada en sık karşılaşılan ARMA model türü ARMA (1,1)'dir. Bu model tipi de aşağıdaki gibi yazılır;

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + u_t - \theta_1 . u_{t-1} \quad (3.11)$$

Box-Jenkis ifadesi ile aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$P_t = \mu + \phi_1 P_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad (3.12)$$

İlgili zaman serisi durağan olmadığında Doğrusal Durağan Olmayan Stokastik Modeller olan ARIMA modelleri kullanılmaktadır. Bahsi geçen ARIMA modelleri durağanlık (stationary) şartını koşmaktadır.

3.2. DOĞRUSAL DURAĞAN OLMAYAN STOKASTİK MODELLER (ARIMA MODELLERİ)

Zaman serilerinde, zamana bağlı olaylar rassal karakterde olduğu için söz konusu olaylar ile ilgili serilerin gelecek dönemlere ilişkin seyrinin stokastik bir yaklaşımla incelenmesi gerekmektedir. Bu nedenle, zaman serileri analizinin çözümlenmesinde sistematik kısmının öngörülmesinde kullanılan analiz modeli, stokastik sürecin özel bir çözümlemesi olarak bilinen Box ve Jenkins tarafından geliştirilmiş olan ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average) modelleridir.

ARMA modelleri, ele alınan söz konusu zaman serisinin durağan olduğu varsayımına dayanmaktadır. Yani bir zayıf durağan zaman serisi için ortalama, varyans ve kovaryans zaman içinde sabittir. Fakat uygulamada karşılaşılan ekonomik zaman serilerinin çoğu durağan değildir.

İlgilenilen seri, orijinal değerlerde durağan değilse ve durağanlığı bozan unsur trend unsuru ise, serinin uygun d dereceden (d=1, 2 için) sıralı farkları alınır. Değişkenler zayıf durağanlık özelliklerini taşımadıklarında, seride hâkim olan stokastik trendin veya stokastik mevsimselliğin seriden arındırılabilmesi için seri durağan hale gelene kadar fark alma işlemi uygulanır. Farkı alınmış serilerin ortalaması, varyansı ve kovaryansı zaman içinde sistematik olarak değişim

göstermez. Aksi halde durağan hale getirilmemiş serilerin model içinde yer alması sonucu elde edilecek parametreler, sabit katsayılı olmadıklarından elde edilecek öngörü sonuçları sapmalı ve tutarsız sonuçlar verir.

Durağan olmayan ancak d dereceden fark alma işlemi ile durağan hale dönüştürülmüş serilere uygulanana modellere *entegre (bütünleşmiş) modeller* veya *durağan olmayan doğrusal stokastik modeller* adı verilir ve ARIMA (p,d,q) modelleri olarak adlandırılır. Burada p, modelde yer alacak geçmiş dönem gözlem değeri sayısını, d fark alma derecesini ve q modelde yer alacak geçmiş dönem hata terimi sayısını gösterir.

Genel ARIMA (p,d,q) modelinin genel ifadesi aşağıdaki şekildedir;[8]

$$w_t = \phi_1 w_{t-1} + \phi_2 w_{t-2} + \ldots\ldots + \phi_p w_{t-p} + u_t - \theta_1.u_{t-1} - \theta_2.u_{t-2} - \ldots\ldots - \theta_q.u_{t-q} \qquad (3.13)$$

$\{ w_t \}$ → farkı alınmış seridir

d → fark alma derecesidir

∇ → fark alma operatörü dersek, $w_t = \nabla^d y_t$ şeklinde de yazmak mümkün olacaktır.

Eğer birinci farklar, seriyi durağanlaştırıyorsa, fark operatörünün yazılımı;

$$\nabla y_t = y_t - y_{t-1} = (1 - L)y_t \qquad (3.14)$$

şeklinde olur.

Eğer seri d'nci fark alındığında durağan hale geliyorsa fark operatörünün yazılımı;

$$\nabla^d y_t = w_t = (1 - L)^d y_t \qquad (3.15)$$

şeklinde olur.[9]

---

[8] Aynı, 13.

[9] R.M. Leuthold, A.J.A MacCormick, A. Schmitz ve D.G. Watts, "Forecasting Daily Hog Prices and Quantities: A Study of Alternative Forecasting Techniques", **Journal of the American Statistical Association**, 65(329), 1970.

Mevsimsel dalgalanma göstermeyen serilerin öngörü amacıyla çözümlemesinde kullanılan genel ARIMA (p,d,q) modelinde hesaplanması gereken parametre sayısı ARMA (p,q) modelindeki parametre sayısı kadardır.

3.3. MODEL BELİRLEME SÜRECİ

Model belirleme sürecinde sıfır orijinine göre birinci moment yani ortalama, ortalama orijinine göre ikinci moment yani varyans, otokovaryans, otokorelasyon fonksiyonu ve kısmi otokorelasyon fonksiyonu gibi araçlar kullanılır.

3.3.1. ORTALAMA

Ortalama, serinin etrafında dalgalanma gösterdiği düzeyi ifade eder. Yani zaman içerisinde gözlemlenen veriler, ortalama olarak hesap edilen veri etrafında dağılım gösterir.

$$E(y_t) = E(y_{t-k}) = \mu \tag{3.16}$$

ile gösterilir. μ, incelenen zaman serisine dayanarak;

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} y_t = \mu \tag{3.17}$$

şeklinde ifade edilir.

3.3.2. VARYANS

Serinin gözlem değerlerinin, hesaplanan ortalama değerden ne kadar saptığını gösteren değerdir.

$$\sigma^2_{\,y} = E(y_t - \mu)^2 \tag{3.18}$$

şeklinde ifade edilir.

Varyansı incelenen zaman serisine göre tahmini de,

$$s^2{}_y = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} (y_t - \bar{y})^2 = \hat{\sigma}^2{}_y \qquad (3.19)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

3.3.3. OTOKORELASYON VE KISMİ OTOKORELASYON FONKSİYONU

Bir zaman serisinin y_t ile y_{t-k} gibi belirli bir k kadar zaman aralığında birbirinden ayrı iki değeri arasındaki ilişkiye *otokovaryans*, bu ilişkinin derecesini ölçen ve $\sqrt{(k)}$ ile gösterilen katsayıya da *otokovaryans katsayısı* denir. Bu katsayıları da k gecikmesine bağlayan fonksiyona da *otokovaryans fonksiyonu* adı verilmektedir. Otokovaryans fonksiyonu, zaman serileri analizinde önemli bir araç olmasına rağmen farklı ölçü birimleriyle ifade edilmiş olabileceği veya terimleri farklı büyüklüklerde olan serilerin karşılaştırılmasında yanıltıcı olabileceği için yetersiz kalmaktadır. Bu yetersizlik, hesaplanan $\sqrt{(k)}$ 'ların standartlaştırılması, yani $\sigma^2{}_y$ değerine bölünmesi suretiyle giderilebilir. Standartlaştırılmış otokovaryans fonksiyonuna *otokorelasyon fonksiyonu* adı verilir.

Otokorelasyon, aynı değişkenin farklı zaman aralıkları ile aldığı değerler arasındaki ilişkinin derecesini belirler. Zamana göre elde edilmiş gözlem kümesindeki gözlemler arasındaki ilişkinin ölçülmesinde kullanılan bu katsayıya otokorelasyon katsayısı denir ve ρ(k) ile gösterilir.[10]

k sayıda gecikme için (k=0,1,2,3,….) için hesaplanan {ρ(k)} değerlerini k gecikmelerine bağlayan otokorelasyon fonksiyonu anakütle için aşağıdaki gibi yazılır;

[10] Robert S. Pindyck, Daniel L. Rubinfeld, **Econometric Models and Economic Forecasts**, 4. b., (ABD: The McGraw-Hill Companies, Inc., 1998)

$$\rho(k) = \frac{E\left[(y_t - \mu)(y_{t+k} - \mu)\right]}{E\left[(y_t - \bar{y})\text{^}2\right]} = \sqrt{(k)} \ / \ \sigma^2{}_y \tag{3.20}$$

İncelenen zaman serisi için hesaplanan otokorelasyon katsayısına örneklem otokorelasyon katsayısı adı verilir, r(k) ile ifade edilir ve aşağıdaki gibi gösterilir;

$$r(k) = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}\left[(y_t - \bar{y}).(y_{t+k} - \bar{y})\right]}{\sum_{t=1}^{n}\left[(y_t - \bar{y})\text{^}2\right]} \tag{3.21}$$

Optimum otokorelasyon fonksiyonunun belirlenebilmesi için uygulamada gözlem sayısının en az 50 olması gerekir. Bununla birlikte hesaplanacak olan örneklem otokorelasyon katsayısının da en çok n-4 kadar olması başarılı bir analiz için yeterli kabul edilmektedir.[11] Otokorelasyon katsayıları +1 ile –1 değerleri arasında yer alır.

Kısmi otokorelasyon, diğer gecikmeli değişkenlerin etkisi sabit kalmak şartı ile bir x_t değişkeni ile bu değişkenden gecikmeli olarak türetilen y_{t+1}, y_{t+2}, y_{t+3},….., y_{t+n} değişkeni arasındaki ilişkiyi gösterir. Kısmi otokorelasyon katsayısı ise bu ilişkinin derecesini belirleyen istatistiksel bir ölçüdür. Otokorelasyon katsayısında olduğu gibi kısmi otokorelasyon katsayısı da +1 ile –1 değerleri arasında yer almakta ve aynı şekilde yorumlanmaktadır.

Kısmi otokorelasyon katsayısı, AR modellerinin derecesinin belirlenmesinde kullanıldığından AR modelleri için büyük önem taşımaktadır. AR modelleri derecesini belirleyebilmek için hesaplanan kısmi otokorelasyon katsayılarının hangi gecikmeden sonra 0'dan istatistiksel olarak farklı olmayan değerler aldığına karar vermek gerekir. Kısmi otokorelasyon katsayısının standart hatası, verilecek karar için bir ölçüdür. Söz konusu katsayı, uygun model tipinin belirlenmesinde yardımcıdır.

[11] Özer ve Türkyılmaz, 18.

3.4. ARIMA MODELLERİNDE MODEL BELİRLEME SÜRECİNİN AŞAMALARI

Durağan zaman serilerini modellemede en sık kullanılan modeller Otoregresif Bütünleşik Hareketli Ortalama (ARIMA) modelleridir. Bu modellere Box – Jenkins yöntemine ilişkin modeller de denmektedir. Bu modeller, kesikli zaman serilerinin modellemesinde de yaygın şekilde kullanılırlar.

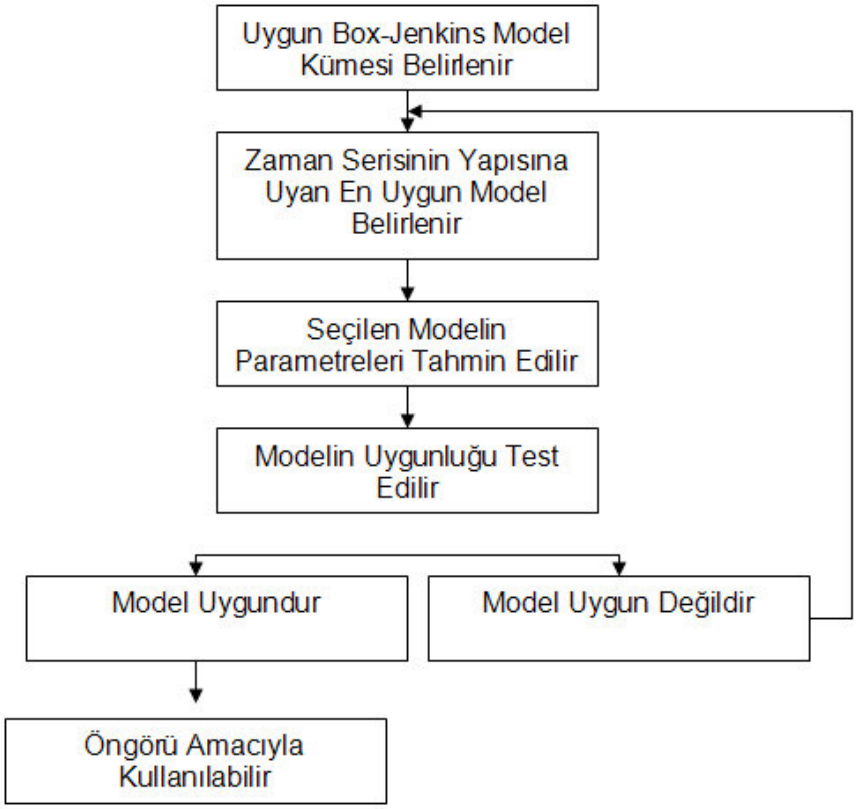
Box – Jenkins metodundaki en önemli aşama, otokorelasyon ve kısmı otokorelasyon katsayılarının incelenerek uygun otoregresif modelin, yani ARMA(p,q) modelinin seçilmesi aşamasıdır. Bu süreçte modelin belirlenmesi mekanik olarak mümkün olmadığından araştırmacıların kararı çok önem kazanmaktadır. Ancak otokorelasyon ve kısmı otokorelasyon katsayılarının, belirli tek bir modeli açıkça ortaya koymamaları ve birden fazla modele uygunluk göstermeleri nedeni ile yalnızca bir modelin uygun modeldir diye ifade edilmesi kolay olamamaktadır. Verilerin rassal yani tesadüfî olması nedeni ile otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayıları belirgin bir eğilim göstermezler.[12]

Box – Jenkins yönteminin esası, söz konusu mevcut zaman serisinin yapısına uygun olarak model seçenekleri arasından en uygun ARIMA model grubunun veya tipinin seçilmesine dayanmaktadır. İlk etapta bu modeller kümesinden geçici olarak seçilen ve parametreleri tahmin edilen modelin uygunluğu araştırılır ve test edilir. Model uygunsa, öngörü amacıyla tercih edilebilir ve kullanılabilir. Fakat model uygun değilse, aynı model kümesi içerisinden yeniden uygun bir model grubu ve tipi seçilerek aynı süreç tekrarlanır.

ARIMA modellerinin analizi üç aşamada yapılır. Birinci aşama *belirleme (identification)* sürecidir. Serinin yapısına uygun geçici uygun modeller ve aynı zamanda modelin parametreleri belirlenir. İkinci aşamada yani *tahmin (estimation)* aşamasında ise belirlenen geçici uygun modellerin tahmini yapılır. Üçüncü aşama ise tahmin edilen geçici uygun modellerden en uygun olanını belirlenmesi olan *ayırd*

[12] Neyran Orhunbilge, **Zaman Serileri Analizi Tahmin ve Fiyat İndeksleri**, (İstanbul: İşletme Fakültesi Yayın No:277, 1999), 193.

edici kontrol (diagnostic testing) aşamasıdır.[13] Farklı bir sıralama ile ARIMA modellerinin analizi modelin *belirlenmesi*, *parametlerinin tahmini*, *uygunluğunun araştırılması* ve *tahminlerde kullanılması* şeklinde 4 aşamalı olduğunu da söyleyebiliriz.[14]



Şekil 3. Box – Jenkins Yönteminde Model Belirleme Aşamaları

Box – Jenkins yönteminde model belirleme aşamaları şematik olarak Şekil 3'te gösterilmiştir. Burada ilk iki aşama belirleme aşaması, üçüncü aşama tahmin aşaması, dördüncü aşama ayırt edici kontrol aşaması, en son aşama ise öngörü aşaması olarak karşımıza çıkmaktadır.

[13] Nurullah Altındiş, **Zaman Serilerinde ARIMA ve ARCH Modelleri – Faiz Oranı ve Net Uluslar arası Rezerv Serilerine Uygulanması,** Yüksek Lisans Tezi, T.C. Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Ekonometri Anabilim Dalı Ekonometri Bilim Dalı, İstanbul, 2005, 15.

[14] Orhunbilge, 196-198.

3.4.1 GEÇİÇİ UYGUN MODEL GRUBUNUN BELİRLENMESİ

Bir zaman serisinin, ARIMA modelleri içe analiz edilmesi için önce hangi ARIMA model grubunun uygun olduğunun belirlenmesinin gerekliliğinden bahsetmiştik. Bu amaçla serinin önce durağan olup olmadığı, durağan değilse durağanlığı hangi zaman serisi bileşeninin etkisinin bozduğu belirlenir. Tam aksine seri eğer durağan ise, seri için önerilecek model grubu doğrusal durağan ARMA (p,q) model grubu olacaktır. Eğer seri durağan değilse ve durağanlık trend unsurunun etkisiyle bozuluyorsa uygun model grubu doğrusal durağan olmayan ARIMA (p,d,q) model grubu olacaktır. Seri değerleri, rassal unsurların yanında hem trend hem de mevsim unsurunun etkisi altında ise mevsimsel ARIMA $(p,d,q)(P,D,Q)_s$ model grubu olmalıdır. Model grubunun belirlenebilmesi için serinin kartezyen grafiğinden ve ACF fonksiyonundan yararlanılır.[15]

3.4.2. GEÇİCİ UYGUN MODEL TİPİNİN BELİRLENMESİ

Bu aşamada belirlenen model gruplarından hangi model tipinin uygun olacağına karar verilir. Diğer bir ifade ile daha önce açıklamış olduğumuz p,d,q,P,D,Q değerlerinin tespit edilmesi sürecidir.

3.4.2.1. DURAĞAN MODELLER GRUBUNDA GEÇİCİ UYGUN MODEL TİPİNİN BELİRLENMESİ

Seri için uygun model tipini belirlerken serinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarının eğilimleri birlikte değerlendirilir. Değerlendirmede, teorik ACF (Auto Correlation Function) ve PACF (Partial Auto Correlation Function) fonksiyonları ile ilgili Tablo 1'de verilen bilgiler kullanılır.

[15] Özer ve Türkyılmaz, 24.

Tablo 1.

Durağan Modellerde Teorik Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonlarının Özellikleri[16]

Model	Otokorelasyon Fonksiyonu (ACF)	Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu (PACF)
AR(p)	Üstel veya Sinüsoidal şekilde gittikçe azalır	p gecikmesinden sonra kısmi otokorelasyon katsayısı aniden düşerek istatistiksel olarak anlamsız olur
MA(q)	q gecikmesinden sonra otokorelasyon katsayısı aniden düşerek istatistiksel olarak anlamsız olur	Üstel veya Sinüsoidal şekilde gittikçe azalır
ARIMA(p,q)	(q-p) gecikmesinden sonra üstel ve/veya sinüsoidal bir biçimde azalır	(p-q) gecikmesinden sonra üstel ve/veya sünisoidal bir biçimde azalır

Durağan olmayan modeller grubunda geçici uygun model tipinin belirlenmesi aşamasında değerlendirme yaparken de farklı özelliklere dikkat edilir.

3.4.2.2. DURAĞAN OLMAYAN MODELLER GRUBUNDA GEÇİCİ UYGUN MODEL TİPİNİN BELİRLENMESİ

Durağan olmayan stokastik modeller IAR(d,p), IMA(d,q) ve ARIMA(p,d,q) model tiplerinde hangisinin seri için uygun olduğuna ve model derecesine karar verirken serinin durağanlığının sağlandığı aşamadaki değerleri için hesaplanan otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarından yararlanılır. Bu fonksiyonlarla ilgili değerlendirme için Tablo 2 kullanılmaktadır.

[16] B. Abraham, J. Ledolter, **Statistical Methods for Forecasting**, (New York: John Wiley&Sons, 1983).

Tablo 2.

Durağan Olmayan Modellerde Teorik Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonlarının Özellikleri[17]

Model	**Otokorelasyon Fonksiyonu (ACF)**	**Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu (PACF)**
IAR(1,d,0)	Üstel olarak azalır	Yalnız φ_{11} için anlamlıdır
IMA(0,d,1)	Yalnız ρ_1 için anlamlıdır	Üstel olarak azalır
IAR(2,d,0)	Üstel fonksiyonlar karışımı veya azalan sinüsoidal biçimindedir	Yalnız φ_{11} ve φ_{22} için anlamlıdır
IMA(0,d,2)	Yalnız $\rho_{(1)}$ ve $\rho_{(2)}$ için anlamlıdır	Üstel fonksiyonlar karışımı veya azalan sinüsoidal biçimindedir
ARIMA(1,d,1)	$\rho_{(k)}$ birinci gecikmeden sonra üstel olarak azalır (k>2)	φ_{kk} birinci gecikmeden sonra (k>2) üstel olarak azalır

Not: Tabloda otokorelasyon katsayıları için ρ, kısmi otokorelasyon katsayıları için φ simgeleri kullanılmıştır.

[17] Özer ve Türkyılmaz, 25.

3.4.3. BELİRLENEN GEÇİCİ UYGUN MODELİN PARAMETRELERİNİN TAHMİNİ

Uygulamada önerilen geçici uygun ARIMA model tipinin parametrelerinin tahmin edilebilmesi amacıyla geliştirilmiş paket bilgisayar programları kullanılmaktadır. MINITAB, SPSS, EViews gibi paket programlar, bu amaçla kullanılan önemli programların en başında gelir. Bu çalışmada biz EViews programı ile uygulama yapacağız.

3.4.4. GEÇİCİ UYGUN MODELİN UYGUNLUĞUNUN TESTİ

Daha önceki bölümlerde geçici uygun bir ARIMA model tipi ve bu model tipinin parametrelerinin tahminini yapmıştık. Bu aşamalardan sonra sıra seçilen modelin uygunluğunun test edilmesine gelir.

Uygunluk testleri için önce nihai parametre değerlerinin geçici uygun modelde yerine konulması ile tahminle yapılır. Tahmin hataları $u_t = y_t - \bar{y}$ serisi oluşturulur. Sonra hatalar serisi için otokorelasyon katsayıları hesaplanır ve bu katsayılar incelenir. Tahmin hatalarının otokorelasyon katsayılarının seyri, bir zaman serisi unsurunu göstermiyorsa ve bu katsayılar belirli bir anlam seviyesinde standart hata limitleri ile kıyaslandığında sıfırdan anlamlı olmadığı anlaşılırsa geçici modelin uygun model olduğuna karar verilir. Tam tersi durumlarda ise model uygun değildir. Bu aşamada yapılacak işlem yeniden geçici uygun modeli aramak olacaktır.

Her hata otokorelasyon katsayısının kendi standart hatasıyla karşılaştırılması, küçük gecikmelerde otokorelasyon katsayılarının sıfırdan anlamlı şekilde farklı olup olmadığını, yani modelin uygunluğunu ortaya koymaz. Bu nedenle otokorelasyon katsayılarını tek tek incelemek yerine belirli sayıda hata otokorelasyon katsayısını bir arada incelemek modelin uygunluğunu daha açık ortaya koyabilir.

Bu amaçla modelin uygunluğunun testi için Box ve Pierce tarafından elde edilen istatistiksel sonuçlara dayalı bir test kullanılabilir ve bu test, örneklem otokorelasyon fonksiyonu için uygulanabilir. Eğer model doğru olarak belirlenirse, hata otokorelasyonları $\hat{r}_k$ 'lar ilişkisizdir. Ayrıca hata otokorelasyonları 0 (sıfır) ortalamalı

ve 1/T varyanslı normal dağılmış tesadüfi değişkenlerdir. Burada T ile ifade edilen değişken, zaman serilerindeki gözlem sayısıdır.[18]

Uygunluk testinde kullanılan Q istatistiği;

$$Q = T.\sum_{k=1}^{K} \hat{r}_k^2 \quad \text{k=1,2,….,K} \tag{3.22}$$

olarak hesaplanır.[19]

$\hat{r}_k$: örneklem tahmin hatalarının çeşitli gecikmelerdeki otokorelasyon katsayısını,

T: farkı alınmış örneklem hacmini (d fark alma derecesi olmak üzere T=N-d ‘dir),

K: Hesaplanan otokorelasyon katsayısının miktarını gösterir.

Q istatistiği, K-p-q serbestlik derecesi ile χ^2 dağılımına sahiptir.

Bu durumda kurulacak hipotez *“H_0: Hatalar Serisi Rassaldır, Otokorelasyon Yoktur”* şeklinde olacaktır. H_0 hipotezi, belirlenen modelin uygun olduğu ve hatalar serisinin otokorelasyon katsayılarının değerlerinin belirlenen güven düzeyinde $+/_- Z_c / \sqrt{n}$ sınırları arasında yer aldığı anlamında gelmektedir.

Eğer hesaplanan tablo değeri χ^2 (K-p-q) tablo değerinden büyükse, H_0 hipotezi reddedilir ve hatalar serisinin rassal olmadığına ve sözkonusun modelin uygun olmadığı ve hatalar serisinin otokorelasyon katsayılarının değerlerinin belirlenen güven düzeyinde $+/_- Z_c / \sqrt{n}$ sınırları arasında yer almadığı anlamında gelir.[20]

---

[18] Aynı, 28.

[19] Pindyck ve Rubinfeld.

[20] Özer ve Türkyılmaz, 29.

4. BÖLÜM

KOŞULLU VARYANS MODELLERİ (ARCH) TEMEL ÖZELLİKLERİ VE TEORİK YAPILARI

Bu bölümde, *Koşullu Varyans Modelleri*'ne *(**A**uto**R**egressive **C**onditional **H**eteroskedasticity - **ARCH**)* giriş yapıp teorik yapıları hakkında bilgi vereceğiz.

Basit anlatımı ile volatilite göstergesi olarak literatürde karşımıza iki tip kavram çıkmaktadır. Bunlardan biri günlük getiri kareleri *(squared daily returns)* ve diğeri de günlük aralık tahminleyicileri *(daily range estimators)*'dir. Günlük getiri kareleri *(squared daily returns)*, isminden de anlaşılacağı gibi, belirli bir zaman dilimi içerisinde toplanan ve zaman serisi haline getirilmiş olan verilerin gözlenmiş olan getirilerinin karelerini hesaplamak anlamına gelmektedir. Her bir zaman noktasındaki getirinin karekökü, *t* zaman dilimi için daha sonraki zaman dilimi için volatilite göstergesi haline gelmektedir.[1]

Günlük aralık tahminleyicileri (daily range estimators) kavramı da zaman dilimi içerisinde gözlenen en yüksek fiyat ile en düşük fiyatın logaritmasının alınması yöntemi ile oynaklığın gözlenmesi anlamına gelmektedir ve

$$\sigma_2^t = \log\left(\frac{enyuksek_t}{endusuk_t}\right) \tag{4.1}$$

olarak ifade edilebilir.[2]

Zaman serileri, genellikle tek bir zaman serisi unsurunun etkisi altında kalmaz, düzensiz dalgalanmaların yanında öteki unsurların değişik bileşimlerinin veya tamamının etkisi altında olabilir. Bundan dolayı tek bir öngörü modeli mevcut değildir. Zira öngörü sürecinde çözümlenecek en önemli problem mevcut zaman serisi verilerinin yapısını en iyi açıklayan öngörü modelini bulmaya çalışmaktır.

---

[1] Chris Brooks, **Introductory Econometrics for Finance**, (İngiltere: Cambridge University Press, 2002), 444-445.

[2] Aynı, 445.

ARIMA modelleri, zaman serilerinin çözümlenmesinde yakın geçmişte ve günümüzde sıkça kullanılan stokastik modellerdir. Durağan zaman serilerine uygulanan bu modellerde herhangi bir zaman dönemine ilişkin tahmin değeri, kendinden önceki belirli sayıdaki geçmiş dönem $\{y_t\}$ gözlem değerinin veya $\{u_t\}$ hata teriminin (random shocks) doğrusal bir fonksiyonu olarak açıklanmaktadır.

Burada her bir rassal hata teriminin (öngörü hatası – random shocks) ortalaması sıfır ve zamana göre varyansı değişmeyen bir normal dağılımdan rassal olarak seçildiği varsayılır. Varyansının sabit olduğu varsayılan bu dağılımda ayrıca $\{u_t\}$ hata terimlerinin birbirinden bağımsız olduğu varsayımı söz konusudur, yani otokorelasyon bulunmamaktadır.[3]

Açıklanan varsayımlar altında ARIMA modellerinde örneğin durağan ARMA $yt = c + \phi y_{t-1} + u_t$ modelinin öngörüldüğünü varsaydığımızda t+1 öndönemine ilişkin y_{t+1} öngörü değeri bir koşullu ortalamadır.

y_{t+1} 'in koşullu öngörüsü

$$E_t y_{t+1} = c + \phi y_t \tag{4.2}$$

öngörü hatasının koşullu varyansı

$$E_t\left[\left(y_{t+1-c-\phi y_t}\right)^2\right] = E_{t\,t+1}^2 = \sigma^2 \tag{4.3}$$

şeklinde olur.[4]

Eğer koşullu öngörüler yerine koşulsuz öngörüler kullanılsaydı, koşulsuz öngörü $\{ y_t \}$ serisinin daima ortalamasına, yani $c / (1-\phi_1)$'e eşit olurdu. Koşulsuz tahmin hatalarının varyansı ise;

$$E_t \{ [y_{t+1} - c / (1-\phi_1)]^2 \} = E \{ [u_{t+1} - \theta_1 u_t - \theta_1^2 u_{t-1} - \theta_1^3 u_{t-2} + \ldots)^2 \}$$

$$= \sigma^2 / (1-u_1^2) \tag{4.4}$$

[3] Mustafa Özer ve Serpil Türkyılmaz, **Türkiye Finansal Piyasalarında Oynaklıkların ARCH Modelleri ile Analizi**, (Eskişehir: T.C. Anadolu Üniversitesi Yayınları No. 1593, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Yayınları No. 186, 2004), 30.

[4] W. Enders, **Applied Econometric Time Series**, (ABD: John Wiley&Sons, Inc., 1995), 135-211.

şeklinde olur.

$1/(1-u_1^2) > 1$ olduğu için koşulsuz tahmin koşullu tahminden daha büyük bir varyansa, yani hata payına sahiptir. Bundan dolayı koşullu öngörüler kullanılmaktadır ve tercih edilmektedir.

Zaman serileri çözümlemesinde ilk iki moment ile ilgilenilmektedir. ARIMA modellerinde yukarıda açıklandığı gibi birinci moment olan aritmetik ortalama ile ilgilenilmiştir ve varyansın sabit olduğu zaman içinde gözlem değerlerinde meydana gelen değişikliğin varyans üzerinde bir değişikliğe neden olmadığı varsayılmıştır.

Oysa trend düzeyleri etrafında devri fakat periyodik olmayan aşağı ve yukarı yönde dalgalanmalar gözlemlenmektedir. Bu tür dalgalanmaların en çok gözleneni ve en önemlisi ise konjonktür dalgalanmalarıdır. Konjonktür dalgalanması, refah dönemlerini durgunluk dönemlerinin izlemesi nedeniyle veya tam tersi bir durumda, zaman serilerinde meydana gelen dalgalanmalar ile gösterilir. İşte bu trend etrafında gözlenen bu türden dalgalanmalara *oynaklık kümeleri* adı verilmektedir.

Sadece ekonomik faktörlerden değil, sosyal kültürel faktörler ve hatta iklim dalgalanmaları ve beklenmedik küresel şokların etkisi ile meydana gelebilen bu oynaklıklar nedeniyle varyansın değişmezliği varsayımı her zaman geçerli olmayabilir. Tahmin hataları varyansının sabit olmadığı, değişen varyansa sahip olduğu zaman serisi çözümlemesinde serilerin bu özelliğini de dikkate alacak modellere gereksinim duyulmuştur. Bu durumdan yola çıkaraktan Robert F. Engle, 1982 senesinde oynaklığı zamana bağlı olarak değişen ekonomik zaman serilerinin modellenmesi metodu olan ve değişen konjonktürel dalgalanmalarla birlikte hataların varyansların değişebileceğini de göz önüne alan model olan Ardışık Bağlanımlı Koşullu Varyans (**ARCH** - **A**uto**R**egressive **C**onditional **H**eteroskedasticity) modeli üzerinde çalışmalar yapmaya başlamıştır.

Engle'e göre sıfır ortalamaya sahip olan ARCH süreçleri, koşulsuz varyansa değil, geçmiş dönem öngörü hatalarına bağlı olarak değişen varyansa sahip olup seri korelasyon içermeyen yani aynı zamanda otokorelasyonsuz süreçlerdir. Engle'ın yukarıda açıklanan katkıları ile bir stokastik süreç olan zaman serilerinin öngörü

amacıyla çözümlenmesinde kullanılacak modellerde, hem koşullu ortalamaya, hem de koşullu varyansa yani ARCH etkisine birlikte yer verme imkânı sağlanmıştır.

Engle, literatüre önemli bir boyut kazandıran 1982'de yayınladığı çalışmasında, ARCH süreçlerinde koşullu ve koşulsuz varyans arasındaki fark üzerinde yoğunlaşmıştır. Engle, makalesinde sıfır ortalamaya sahip olan ARCH sürecinin koşulsuz varyansa değil, geçmiş dönem öngörü hatalarına bağlı olarak değişen varyansa sahip olduğunu belirtmiştir.[5] Zaten ARCH modelleme sürecini, ARIMA modelleme sürecinden ayıran en büyük fark da budur. Böylece stokastik bir süreçte rassal olarak belirlenen zaman serilerinin, öngörü amaçla kullanılacak modellerde hem koşullu ortalamayı, hem de koşullu varyansı birlikte modelleme imkanı verilmiştir.

Birçok uygulamalı çalışmada kullanılan ARCH modelleri, bu modellerin dayandığı değişen varyans konusunda yapılan önemli katkılarla zaman içerisinde geliştirilmiş ve ARCH türü modeller olarak bilinen modeller türetilmiştir. Çalışmanın ilerleyen bölümlerinde bu modellerden söz edeceğiz.

Tahmin hatalarındaki oynaklığı, yani diğer bir ifade ile değişen koşullu varyansı öngörmenin çeşitli nedenleri vardır. Bunları sıralayacak olursak;

1) Eğer tahmin güven aralıkları zamana göre değişiyorsa, öngörü hatalarının varyansını modellemek suretiyle daha güvenilir ve tutarlı güven aralıkları tahminlenebilir.

2) Eğer tahmin hatalarında varolan değişen varyanslılık uygun bir şekilde ele alınırsa daha etkin tahminleyiciler elde edilebilir.

3) Aynı zamanda risk – getiri ilişkisini gösterir.

[5] Nurullah Altındiş, **Zaman Serilerinde ARIMA ve ARCH Modelleri – Faiz Oranı ve Net Uluslar arası Rezerv Serilerine Uygulanması,** Yüksek Lisans Tezi, T.C. Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Ekonometri Anabilim Dalı Ekonometri Bilim Dalı, İstanbul, 2005, 22.

4.1. ARCH MODELİ

İktisat teorisini test etmek amacı ile kullanılan ekonometrik modellemelerde, rassal bileşeni ifade eden hata terimine ilişkin bazı varsayımlar yapılmaktadır. Stokastik hata terimine ilişkin varsayımlardan bir tanesi daha once de belirttiğimiz gibi hata terimlerinin birbirinden bağımsız olduğu, yani hata terimleri arasında otokorelasyonun olmadığı varsayımıdır. Bir diğer varsayım ise, hata terimlerinin varyansının sabit olduğu ve zaman içerisinde değişim göstermediği varsayımıdır. Yani her y_t değeri için hata terimi ε_t'nin varyansı belli bir sabir sayı olıp σ^2 olarak ifade edilir. Formülize edersek eğer $V(\varepsilon_t|y_t) = \sigma^2$ olarak gösterebiliriz. Bu şekilde zaman içerisinde değişmeyen serinin sabit varyanslı olduğu durumlar *"homoskedastic"* olarak ifade edilir. Varsayımın yerine getirilmemesi durumunda ise serinin değişen varyanslı olduğu durum ise *"heteroskedastic"* olarak ifade edilir. Bu durumda $V(\varepsilon_t|y_t) = \sigma_t^2$ ifadesi daha doğru olur. Alt indisteki "t" ifadesi, zaman içerisinde varyansın değiştini ifade etmektedir.[6]

Diğer bir taraftan söz konusu modellerde yer alan sabit varyans varsayım da zaman serilerinin çoğunda sorun yaratmaktadır. Birçok makroekonomik ve finansal değişkenlere ait zaman serilerinin gün geçtikçe ve genellikle geniş bir volatilite sergilediği görülmektedir. Bu gibi ekonomik büyüklüklere ait zaman serilerinde, hataların varyansının zaman içinde değişmez olduğu varsayımı da uygun olmamaktadır. [7]

Özellikle, tahmin hatalarının varyansının sabit olmayıp, dönemden döneme farklılık göstermesi durumunda, tahmin hatalarının varyansı değişen varyanslı olarak nitelendirilir ve tahmin hatalarındaki bu istikrarsız dalgalanmaya ve olağan dışı değişebilirliğe *volatilite* adı verilir. Diğer yandan, bir zaman serisinde volatilitenin olması, bir anlamda öngörü varyanslarının otokorelasyonlu olmasını sağlamaktadır. Ayrıca, tahmin varyanslarında görülen olağan dışı volatilite durumunda zaman

---

[6] Şahin Akkaya ve M. Vedat Pazarlıoğlu, **Ekonometri I**, (İzmir: Anadolu Matbaacılık, 1995), 98-99.

[7] H. William Grene, **Econometric Analysis**, 2. b., (New York: Macmillan Publishing Co., 1993), 438.

serilerinde değişen varyans ve otokorelasyon problemlerinin birlikte yer aldığı söylenebilir.[8] Tüm bu bilgiler ve hatırlatmalar ışığında bu bölümde ARCH modelinin temel özellikleri, teorik yapısı, ARCH modelinde hata sürecinin özellikleri ve ARCH modelinde hata sürecinin dağılımı konularını ele alacağız.

4.1.1. ARCH MODELİNİN TEORİK VE TEMEL YAPISI

Yukarıda belirtildiği gibi ARCH modelleri, koşullu varyansın modellemesine imkan veren modellerdir. Bu model, zaman serisi modellerindeki sabit varyans varsayımını bir kenara bırakarak, varyansın gecikmeli öngür hatalarının karelerinin fonksiyonu olarak değişmesine izin vermektedir. Bu nedenle ARCH modelleri, tahmin sürecindeki değişen varyansı regresyonla birleştirmeye uygun bir tanımlamadır.[9]

ARCH modelinde öngörü hatalarının karakteristik davranışlarının, regresyon artıklarına dayandığı varsayılmıştır. Burada aynı zamanda, regresyon artıkları da otokorelasyonlu olacaktır. ARCH modelinde kullanılan koşullu varyans (h_t), ψ_{t-1} gerçekleşmiş bilgi setine (information set) bağımlıdır. Bu bilgi seti, dışsal etkenler ve gecikmeli içsel değişkenler ile bu değişkenlerin parametreleri olan β vektöründen oluşmaktadır. Burada ε en küçük kareler artıklarını, q ARCH sürecinin sırasını, α ise bilinmeyen parametreler vektörünü temsil etmektedir. Buradan hareketle ARCH regresyon modeli, normallik varsayımını da içerecek şekilde şu şekilde gösterilebilir;

$$y_t | \psi_{t-1} \sim N(x_t \beta, h_t)$$

$$h_t = (\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, ..., \varepsilon_{t-q}, \alpha)$$

$$\varepsilon_t = y_t - x_t \beta$$

ARCH modellerinde,

$$y_t = c + \sum_{i=1}^{k} \phi y_{t-i} + u_i \tag{4.5}$$

[8] Erkan Işığıçok, "Türkiye'de Enflasyonun Varyansının ARCH ve GARCH Modelleri İle Tahmini", **Uludağ Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi**, 17(2), 1999.

[9] A.C. Harvey, **The Econometric Analysis of Time Series**, 2. b., (Cambridge: The MIT Press, 1991), 220.

ARMA modeli yardımı ile türetilen öngörü hataları $\{u_t\}$ serisinin, örneğin t dönemine ilişkin koşullu varyansı h_t, belirli sayıda geçmiş dönem öngörü hatalarının karelerinin bir fonksiyonu olarak ifade edilir.[10] Örneğin p geçmiş dönem için ARCH(p) genel modeli;

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i u_{t-1}^2 \tag{4.6}$$

şeklinde yazılır.

Burada p, modelin derecesini gösterir. α_i ise modelin parametrelerini ifade etmektedir. t+1 ön dönemi için koşullu varyans öngörü modeli;

$$h_{t+1} = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i u_{t+1-p} \tag{4.7}$$

şeklinde yazılır.

Bu durumda ARCH(p) modeli, p=1 için ARCH(1) modeli olarak ifade edilir ve t+1 ön dönemi için varyans öngörü modeli;

$$h_{t+1} = \alpha_0 + \alpha_1 u_t^2 \tag{4.8}$$

şeklinde ifade edilir.

ARCH(1) modelinde koşullu varyans, hata teriminin bir gecikmesinin karesine bağlı bir fonksiyondur. Ayrıca burada $\alpha_0 > 0$ ve $0 < \alpha_1 < 1$ koşulunun sağlanması gerektiği unutulmamalıdır. Bu parametrelerden herhangi birinin negatif olması, koşullu varyansın negatif tahmin edilebilme olasılığını doğurur ki bu da teorik olarak mümkün değildir.[11]

---

[10] V. Akgiray, Conditional Heteroskedasticity in Time Series of Stock Returns: Evidence and Forecast, **Business**, 62, 1989, 55-80.

[11] Cüneyt Akar, **Finansal Piyasalarda Volatilite: İMKB Örneği,** Doktora Tezi, T.C. Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İşletme Anabilim Dalı, Bursa, 2006.

Gerçekte yukarıda belirtmiş olduğumuz ARCH(p) genel doğrusal en uygun model değildir. Çünkü $\{y_t\}$ ve koşullu varyans birlikte en iyi şekilde maksimum olabilirlik teknikleri kullanılarak modellenmektedir. ARCH(p) genel doğrusal modeli yerine v_t'yi çarpımsal hata terimi olarak belirlemek daha uygun olmaktadır.[12]

ARCH(p) modelinin tahmin edilmesinde, genelleştirilmiş moment metodu basit en küçük kareler yöntemi ve en çok olabilirlik ya da yukarıda belirtilen ifadesi ile maksimum olabilirlik yöntemleri kullanılmaktadır. Hata teriminin normal dağıldığı varsayımı altında, örneklem büyüklüğü arttığında, basit en küçük kareler yöntemi ile en çok olabilirlik yönteminin tahmin edicileri birbirine yakınsamaktadır. Engel çalışmasında, maksimum olabilirlik yöntemini kullanarak, ARCH artıklarına sahip doğrusal bir regresyon modelinin daha etkin öngörüler vereceğini ortaya koymuştur.[13]

Mandelbrot, 1963 yılında yayınladığı makalesinde, büyük değişimlerin büyük değişimleri veya küçük değişimlerin küçük değişimleri takip ettiğini söylemektedir.[14] Böylece ARCH(p) $h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i u_{t-1}^2$ modelinde h_t, u_{t-p}^2'nin gerçekleşmiş geçmiş değerlerine bağlı olacaktır. Dolayısı ile u_{t-p}^2'nin gerçekleşmiş değeri büyük ise, t dönemindeki koşullu varyansı h_t de büyük olacaktır. Bu durumda varyanstaki bağımlılığı da ölçen en çok olabilirlik yönteminin kullanımı ile tam etkin tahminler elde edilebilecektir.[15]

En basit koşullu değişen varyanslı model türü Engle tarafından önerilmiş olan

$$u_t = v_t \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2} \tag{4.9}$$

modelidir.[16]

---

[12] Özer ve Türkyılmaz, 34-35.

[13] Engle, 987-1008.

[14] Benoit Mandelbrot, "The Variation of Certain Speculative Prices", **Journal of Business**, 36, 1963, 418.

[15] Harvey, 220.

[16] Özer ve Türkyılmaz, 35.

Ya da daha geniş kapsamlı olarak yazmak gerekirse;

$$u_t = v_t \sqrt{\alpha_0 + \sum_{t=1}^{p} \alpha_i u_{t-i}^2} \qquad (4.10)$$

şeklinde gösterilebilir.[17]

Burada $v_t \sim$ i.i.d. (0,1) (Independent, Identically Distributed) anlamına gelmektedir. α_0 ve α_1 sabit olup $\alpha_0 > 0$ ve $0 < \alpha_1 < 1$ değerine sahiptir.

Yukarıdaki ARCH modellerinde α_i parametlerine ilişkin bazı kısıtlamalar sözkonusudur. Örneğin u_t'nin türetilecek olan bütün değerleri için koşullu σ_t^2 varyansı pozitif olmak durumundadır. Bu durumun sağlanabilmesi için $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_p$ parametreleri negatif olmamalıdır. Yani $\alpha_0 > 0$ ve i=1,2,….,p olmak üzere $\alpha_{i \geq} 0$ koşulları sağlanmalıdır.

Öte yandan söz konusu modellerdeki α_i parametrelerinin sıfıra eşit olması durumunda tahmin edilen varyans α_0 değerine eşit olur. Bu koşul, minimum koşullu varyans değerinin α_0'a eşit olduğunu gösterir.

Diğer bir kısıtlama ise, α_i'lerin her birinin veya toplamının 1'den küçük olması durumudur. Yani kısıtımızı matematiksel bir ifade ile $\sum_{i=1}^{p} \alpha_i \langle 1$ olarak ifade edebiliriz. Bu kısıtlama, ARCH sürecinin durağanlığının ve kararlılığının sağlanması için gereklidir. Tersi durumda süreç sonsuz varyansa sahip olur.[18]

ARCH sürecine ilişkin alternatif modeller de söz konusudur fakat çalışmamızda diğer alternatif modellere yer verilmeyecektir.

---

[17] Aynı.

[18] Robert F. Engle, "Estimates of Variance of U.S. Inflation Based upon ARCH Model" **Journal of Money, Credit and Banking**, 15, 1983, 288.

4.1.2. ARCH MODELİNDE HATA SÜRECİNİN ÖZELLİKLERİ

u_t süreci geçmiş gore orthogonallik yani $E (u_t \mid u_{t-h}) = 0$ koşulunu sağlamak zorundadır. t-h dönemindeki u değeri biliniyorken, t dönemindeki u'nun beklenen değerinin sıfır olması, u'nun orthogonal olduğu anlamına gelmektedir. Bu sınırlama, bazı sonuçlara varmamıza neden olmaktadır;

I) Hata süreci, herhangi bir h gecikmesindeki kendinden önceki değerler için de ortogonaldir.[19]

$$E (u_t \mid u_{t-h}) = 0 , \; h > 0 \tag{4.11}$$

u_{t-h} 'ın bilgi yönünden memnuniyeti u_{t-1} 'den daha küçüktür. Buna göre;

$$E (u_t \mid u_{t-h}) = E (E(u_t \mid u_{t-h}) \mid u_{t-h}) = E (0 \mid u_{t-h}) = 0 \tag{4.12}$$

II) Bahsi geçen ortogonallik özelliği, bazı koşullu korelasyonların sıfıra eşit olduğunu gösterir.[20]

h ve k birer pozitif tamsayı olmak üzere;

$$\begin{aligned} \text{Cov} [(u_t,u_{t+k}) \mid u_{t-h}] &= E [u_t \, u_{t+k} \mid u_{t-h}] - E [u_t \mid u_{t-h}] \, E [u_{t+k} \mid u_{t-h}] \\ &= E [u_t \, u_{t+k} \mid u_{t-h}] \\ &= E [E (u_t \, u_{t+k} \mid u_{t-+k-1}) \mid u_{t--h}] \\ &= E [u_t \, E [u_{t+k} \mid u_{t-+k-1}) \mid u_{t--h}] \qquad (4.13) \\ &\quad (u_t, \, u_{t+k-1} \text{ bilgisine sahip olduğu için}) \\ &= 0 \text{ olur.}[21] \end{aligned}$$

[19] C. Gouriêroux, **Arch Models and Financial Applications**, (Springer Verlag, 1997).

[20] Aynı.

[21] Aynı.

Bu durum, herhangi bir h gecikmesinde hata sürecinin bugünkü ve gelecek dönemki değerleri arasında korelasyon olmadığını ifade eder.

III) Hata sürecinin diğer özellikleri[22]

$$u_t^2 = c + au_{t-1}^2 + v_t \tag{4.14}$$

otoregresif sürecinden türetilen ve koşullu varyans ile ilgili olan

$$u_t^2 = c\left[1 + a + ... + a^{h-1}\right] + a^h u_{t-h}^2 + v_t + av_{t-1} + ... + av_{t-h+1} \tag{4.15}$$

eşitliğinin her iki tarafının u_{t-h} bilgisi üzerine koşullu olarak beklenen değeri alınırsa;

$$E(u_t^2 u_{t-h}) = c\left[1 + a + ... + a^{h-1}\right] + a^h u_{t-h}^2 = c\frac{1-a^h}{1-a} + a^h u_{t-h}^2 \tag{4.16}$$

olarak tanımlanır. Buna gore koşullu varyanslar;

$$Var(u_t | u_{t-h}) = c\frac{1-a^h}{1-a} + a^h u_{t-h}^2 \tag{4.17}$$

olarak tanımlanır.[23]

h gecikme değeri sonsuza doğru yaklaştıkça bu koşullu varyanslar da koşulsuz varyanslara yaklaşır. Yani;

$$Var(u_t) = EVar(u_t | u_{t-h}) = \frac{c}{1-a} \tag{4.18}$$

olur.

Varyans, zamandan bağımsız olduğu için u hata sürecinin zayıf bir kuru gürültü olduğu söylenebilir. Koşullu ve koşulsuz varyans arasındaki fark ortalamadan olan kareli sapmaların basit bir fonksiyonudur.

---

[22] Bu bölümde modellerde c; α_0 , a; α_1 yerine kullanılmıştır.

[23] Gouriêroux.

$$Var(u_t|u_{t-h}) - Var(u_t) = a^h \left[u_{t-h}^2 - E(u_{t-h}^2) \right] \ , \ a > 0 \qquad (4.19)$$

Eğer hataların modülleri büyükse, o zaman koşullu varyans koşulsuz varyanstan daha küçük değerler alır.

4.2. GARCH MODELİ

ARCH modeli Engle'in (1982) makalesinde yayınlandıktan sonra Bollerslev (1986) tarafından ARCH modeli temeli üzerinde çalışılarak GARCH modeli (***G**eneralized **A**uto**R**egressive **C**onditional **H**eteroscedasticity – **GARCH***) ortaya atılmıştır. Aynı zamanda Taylor (1986) da bir çalışmasında GARCH modellerine değinmiştir.[24]

ARCH modelinin uygulamasında, modelde yer alan koşullu varyans denklemindeki parametrelere bazı kısıtlamalar getirildiğinden bahsetmiştik. Bu kısıtlamalar nisbi olarak uzun gecikmeler kullanılmak istenmesi ve ARCH modelinde sabit gecikme yapısının önerilmesinden dolayıdır.[25]

Doğrusal ARCH regresyon modelinin uygulamasında, koşullu varyans süreci belirlenirken uzun gecikmelerin modele alınması, α parametrelerinin pozitif olma kısıtının sağlanmasında sorunlara yol açmakta olduğu da bilinmektedir.[26]

Sözkonusu durumdan dolayı ve negatif varyanslı parametre tahminlerine ulaşılması sakıncasını gidermek amacıyla, ARCH modellerinin genişletilmiş (generalized) hali olan, daha fazla geçmiş bilgiye dayanan daha esnek bir gecikme yapısına sahip olan bir model yapısı geliştirilmiştir. Sözkonusu modele *Genişletilmiş ARCH* veya ***G**eneralized **A**uto**R**egressive **C**onditional **H**eteroscedasticity – **GARCH*** adı verilmiştir.

Bu modeli Tim Bollerslev 1986 yılında yayınladığı makalesinde tanıtmıştır ve model yukarıda da belirtildiği üzere GARCH modeli olarak literatürde yer

---

[24] T.G. Anderson, T. Bollerslev, P.F. Christoffersen ve F.X. Diebold, **Volatility Forecasting, forthcoming Handbook of Economic Forecasting, (**Amsterdam, 2005).

[25] Özer ve Türkyılmaz, 39.

[26] Tim Bollerslev, "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", **Journal of Econometrics**, 31, 1986, 307-327.

almaktadır.[27] GARCH(p,q) modeli varyansın, geçmiş dönem oynaklıkların ve bağımlı değişkenin geçmiş dönem varyanslarına bağlı olarak açıklandığı modellerdir.[28] Diğer bir ifade ile GARCH(p,q) süreci, tahmin edilecek değişkenin koşullu varyansının, geçmiş dönem hata karelerinin gecikmeli değerlerine ve bağımlı değilşenin geçmiş dönem koşullu varyansının geçmiş değerlerine bağlı olarak modellenmesidir diyebiliriz.[29]

Bu durumda, otoregresif süreçlerde, varyansta meydana gelen değişmenin içsel olduğu, yani, koşullu varyansın geçmiş dönem değerlerinin geçmiş dönem şoklarının cari döneme ait değerinin belirlenmesinde etkili olduğu sonucuna ulaşılır.[30]

Değişen varyans için GARCH(p,q) modeli aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.[31]

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{q} \beta_i h_{t-i} \tag{4.20}$$

Burada $p > 0$, $q \geq 0$, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$ (i=1,2,….,p) ve $\beta_i \geq 0$ (i=1,2,….,q) eşitsizlikleri için geçerlidir. Diğer bir kısıt da $\sum_{i=1}^{p} \alpha_i + \sum_{i=1}^{q} \beta_i < 1$ şeklinde karşımıza çıkmaktadır.[32]

Yukarıda yazılı olan modelden de anlaşılacağı gibi GARCH(p,q) modeli, ARCH(p) modeline q sayıda geçmiş dönem koşullu varyans modelinin doğrusal formu ilave edilerek genelleştirilmiştir. Burada herhangi bir döneme ait varyans, örneğin t dönemine ilişkin varyans, ilk q sayıdaki geçmiş dönem koşullu varyansın doğrusal bir fonksiyonu olarak açıklanmıştır.

---

[27] Aynı.

[28] Özer ve Türkyılmaz, 40.

[29] Altındiş, 28.

[30] J.B. Cromwell, W.C. Labys ve M. Terraza, **Univariate Tests for Time Series Models**, (Londra: Sage Publications, 1994), 56.

[31] Bollerslev.

[32] Özer ve Türkyılmaz, 44-45.

GARCH(p,q) modelinde p ve q, modelde p sayıda ARCH terimi ve q sayıda GARCH terimi olduğunu gösterir. q=0 için bu modelin bir ARCH(p) modeli olduğu söylenebilir.

Uygulamada en sık karşılaşılan GARCH(p,q) model tipi GARCH(1,1) model tipidir. Bu model tipine ilişkin değişen varyans modeli;

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \tag{4.21}$$

olarak ifade edilir. Bu ifadede varyans, aşağıdaki 3 etki tarafından belirlenmektedir;[33]

i) α_0 olarak gösterilen sabit,

ii) $\alpha_1 u_{t-1}^2$ ilişkisi ile ifade edilen ARCH parçası olarak adlandırılan bölüm,

iii) $\beta_1 h_{t-1}$ ilişkisi ile ifade edilen geçmiş dönemler değişkenlik tahminleri

Regresyon parametrelerinin toplamı olan $(\alpha + \beta)$, geçmiş dönem değişkenlerinin değişimlerinin şimdiki değişkenlik seviyesine (volatilite) etkisini ifade eder. Bu değer çoğunlukla 1'e yakındır ve şokların finansal varlıkların getirilerindeki değişkenliğe daha çok etki ettiğine işaret eder.[34]

İyi tanımlanmış bir GARCH(1,1) sürecini elde edebilmek için bütün parametrelerin { $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$ (i=1,2,….,p) ve $\beta_i \geq 0$ (i=1,2,….,q) } negatif olmayan değerlere sahip olması gerekir. Ayrıca $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ koşulunu da sağlamalıdır. Bu koşul, söz konusu sürecin durağan bir süreç olduğunu gösterir.[35]

GARCH modeli parametrelerinin tahminlenmesi için maksimum olabilirlik tekniği kullanılır. Uygulanan model tipinin uygunluğunun araştırılması için karesel hataların otokorelasyon fonksiyonundan yaralanılır.

GARCH modellerinin en önemli özelliği, $\{y_t\}$ zaman serisinin hatalarının koşullu varyansının bir ARMA süresi oluşturmasıdır. Bu sonuç beklenen bir

---

[33] Akar.

[34] Aynı.

[35] Özer ve Türkyılmaz, 40.

sonuçtur. Çünkü GARCH modeli, koşullu varyansın bir ARMA sürecine imkan verecek şekilde geliştirilmiştir ve burada hata süreci

$$u_t = v_t \sqrt{h_t} \tag{4.22}$$

şeklinde ifade edilmiştir.[36] Burada hata sürecinin varyansının 1'e eşit olduğu [$\sigma_u^2 = 1$] düşüncesinden hareket edilmiştir.

Bu durumu açıklamak gerekirse, diyelim ki $\{y_t\}$ zaman serisini açıklamak için bir ARMA modeli önerdiniz. Önerilen model uygun model ise ACF *(**A**uto**C**orrelation **F**unction)* ve PACF *(**P**artial **A**uto**C**orrelation **F**unction)* bir kuru gürültü sürecini gösterir. Bunun yanında karesel hataların yani hata karelerinin ACF fonksiyonu GARCH modelinin derecesini yani q'nun değerini belirlemeye imkân verir.

$$E_{t-1} u_t^2 = h_t \tag{4.23}$$

olduğu için daha once belirtmiş olduğumuz (4.20) eşitliğini yeniden

$$E_{t-1} u_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{q} \beta_i h_{t-i} \tag{4.24}$$

şeklinde yazabiliriz.

(4.24) nolu eşitlikten $\left\{ u_t^2 \right\}$ kümesi elde edilir. Sonra örneklem varyansı

$$\sigma_{u_t}^2 = \sum_{t=1}^{T} u_t^2 / T \tag{4.25}$$

olarak hesaplanır. Burada T, hata terimi sayısını ifade etmektedir. Daha sonar karesel hataların, yani hata karelerinin ACF fonksiyonu aşağıdaki eşitlik yardımı ile hesaplanır ve korelogramı çizilir;

[36] Enders.

$$r(i) = \frac{\sum_{i=1}^{T}(u_t^2 - \sigma_u^2)(u_{t-1}^2 - \sigma_u^2)}{\sum_{t=1}^{T}(u_t^2 - \sigma_u^2)^2} \tag{4.26}$$

Yeterli sayıda örneklem hacimleri için r_i'lerin standart hatası $1/\sqrt{T}$ değerine doğru yaklaşır. Anlamlı r_i değerleri GARCH hatalarının varlığını gösterir. r_i'lerin tek tek anlamlılığının araştırılması yerine Ljung-Box Q istatistiği

$$Q = T(T+2)\sum_{i=1}^{n} r_i^2 / T - i \tag{4.27}$$

kullanılarak da r_i'lerin anlamlılık sınaması yapılabilir. Eğer u_t^2'ler ilişkisiz ise, r_i'ler n serbestlik derecesinde χ^2 dağılımı gösterir. u_t^2 değerlerinin ilişkisiz olduğu sıfır hipotezinin reddedilmesi, ARCH veya GARCH hatalarının olmadığı hipotezinin reddedilmesi ile aynı anlama gelir. Uygulamada n'nin değeri, T/4'ten az olmamalıdır.[37]

ARIMA modelleri koşullu ortalama modelleri için nasıl esnek bir yaklaşım sağlıyorsa GARCH modeli de koşullu varyans dinamikleri için aynı esnek yaklaşımı sağlamakta olduğunu söyleyebiliriz. Bununla birlikte GARCH(1,1) modeli, tüm volatilite modelleri arasında en basit ve en sıhhatli modeldir. Aynı zamanda bu model genişletilebilir ve/veya değiştirilebilir. Fakat bu modeler, volatilitenin yönü konusunda eksik kalmaktadır ki bu da volatilite üzerinde oldukça etkili sonuçlar doğurmaktadır.[38] Sonraki bölümlerde bu etkiyi ortadan kaldıracak GARCH modellerinden bahsedeceğiz.

---

[37] Aynı.

[38] Robert Engle, "The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics", **Journal of Econometric Perspectives,** 15(4), Fall 2001, 157-168.

4.2.1. GARCH SÜRECİNİN ÖZELLİKLERİ

GARCH modelleri, koşullu varyansın otokorelasyonlu bir tesadüfi değişken olması, u_t^2 'nin bir ARMA modeline sahip olması, hataların koşulsuz dağılımının simetrik ve sivri olması gibi özelliklere sahiptir.

i) *Koşullu Varyans Otokorelasyonlu Bir Tesadüfi Değişkendir*. GARCH modelinin koşullu varyansı daha once belirtildiği gibi

$$h_t = w + \alpha(L)u_t^2 + \beta(L)h_t \tag{4.28}$$

şeklinde yazılabilir (burada w = α_0 olarak alınmıştır). Sürecin koşulsuz varyansı

$$\sigma_y^2 = \frac{w}{1-\alpha(1)-\beta(1)} \tag{4.29}$$

ile ifade edilirse

GARCH modelinin denkleminde w yerine $\sigma_t^2(1-\alpha(1)-\beta(1))$ yazılırsa;

$$h_t = \sigma_y^2(1-\alpha(1)-\beta(1)) + \alpha(L)u_t^2 + \beta(L)h_t$$

$$h_t - \sigma_y^2 = \alpha(L)u_t^2 - \sigma_y^2\alpha(1) + \beta(L)h_t - \sigma_y^2\beta(1)$$

$$h_t - \sigma_y^2 = \alpha(L)(u_t^2 - \sigma_y^2) + \beta(L)(h_t - \sigma_y^2) \tag{4.30}$$

sonucuna varmaktayız. Bu sonuçtan da anlaşılacağı gibi koşullu varyans, kendi geçmiş değerleri ile otokorelasyonlu bir tesadüfi değişkendir.[39] Koşullu varyansın yüksek derecede sürekliliği α ve β katsayılarının toplamlarının 1'e yakın olmasından kaynaklanmaktadır.

ii) *u_t^2 bir ARMA modeline sahiptir.* Eğer u_t bir GARCH(p,q) süreci gösteriyorsa, u_t^2 bir ARMA modeline sahiptir.[40]

---

[39] F.X. Diebold ve J.A. Lopez, **Modeling Volatility Dynamics**, (Cambridge: National Bureau of Economic Research, Technical Working Paper Series 173, 1995).

[40] Aynı.

$$u_t^2 = w + [\alpha(L) + \beta(L)]u_t^2 - \beta(L)v_t + v_t \tag{4.31}$$

Burada v_t, kareli hata terimi ve t anındaki koşullu varyans arasındaki farkı ifade etmektedir;

$$v_t = u_t^2 - h_t \tag{4.32}$$

Bu farkı daha iyi açıklayabilmek için koşullu varyansın;

$$h_t = w + \alpha(L)u_t^2 + \beta(L)h_t \tag{4.33}$$

ifadesinin sağ tarafına $\beta(L)u_t^2$ eklenip çıkartılırsa,

$$h_t = w + \alpha(L)u_t^2 + \beta(L)u_t^2 - \beta(L)u_t^2 + \beta(L)h_t$$

$$h_t = w + [\alpha(L) + \beta(L)]u_t^2 - \beta(L)\left[u_t^2 - h_t\right] \tag{4.34}$$

elde edilir. Yukarıda elde etmiş olduğumuz denklemin her iki tarafına u_t^2 eklenirse,

$$h_t + u_t^2 = w + [\alpha(L) + \beta(L)]u_t^2 - \beta(L)\left[u_t^2 - h_t\right] + u_t^2 \tag{4.35}$$

denklemini elde ederiz. Buradan yola çıkaraktan,

$$u_t^2 = w + [\alpha(L) + \beta(L)]u_t^2 - \beta(L)\left[u_t^2 - h_t\right] + \left[u_t^2 - h_t\right] \tag{4.36}$$

$$u_t^2 = w + [\alpha(L) + \beta(L)]u_t^2 - \beta(L)v_t + v_t \tag{4.37}$$

denklemini elde ederiz. Burada u_t^2 , v_t hatalı bir ARMA([max(p,q)],p) süreci olarak karşımıza çıkmaktadır. Eğer $\alpha(L) + \beta(L) = 1$ 'in kökleri birim çemberin dışında ise u_t^2 kovaryans durağandır.[41]

[41] Aynı.

iii) *İlgilenilen Koşulsuz Dağılım Simetrik ve Sivridir.* GARCH modellerinin moment yapısı karmaşıktır.

Doğru olarak yapılan bazı hesaplamalar, bir GARCH modelinin koşulsuz dağılımının simetrik ve sivri olduğunu göstermektedir. Bir GARCH modelinin koşulsuz sivriliği, koşulsuz dağılımının kuyruklarındaki ve merkezindeki gözlemlerle birleştirilen düşük oynaklık (Low Volatility) ve yüksek oynaklık (High Volatility) kümelerini gösteren koşullu varyanstaki değişmelerin tekrarlanmasından anlaşılmaktadır.

GARCH modelleri Bollerslev (1986)'de gösterildiği gibi, sonlu koşulsuz momentlere sahip olmayla sınırlı değillerdir.

Tüm derecelerdeki koşulsuz momentli, koşullu normal GARCH dağılımı yalnızca $\alpha(L) = \beta(L) = 0$ olduğu zaman meydana gelir. Finansal veriler için çoğu parametre tahminleri sonsuz 4. moment, hatta bazıları sonsuz 2. moment gösterir. Örnek bir GARCH dağılımında anakütle ortalaması 0, varyansı 10 ve sivrilik 5.2 bulunmuştur. Bu örnekten de GARCH dağılımının normale gore daha sivri olduğunu söyleyebiliriz.[42]

4.3. GARCH-M MODELİ

GARCH-M modelleri, koşullu ortalamadaki oynaklık etkisini tanımlamak için kullanılan en iyi model olarak karşımıza çıkmaktadır. İlk kız Engle, Lilien ve Robbins (1987) tarafından tartışılmaya açılmıştır.[43] Modelin ilk olarak tanıtımını Bollerslev 1987'deki "A Conditional Heteroscedastic Time Seris Model for Speeculative Prices and Rates of Return" adlı makalesinde yapmıştır.[44] GARCH-M, ***G**eneralized **A**uto**R**egressive **C**onditional **H**eteroscedasticity in **M**ean* anlamına gelmektedir.

---

[42] Aynı.

[43] R.F. Engle, D.M. Lillien ve R.P. Robins, "Estimating Time-Varying Risk Premia in the term Structure: The ARCH-M Model", **Econometrica**, 55, 1997, 391-408.

[44] Tim Bollerslev, "A Conditional Heteroscedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return", **Review of Economics and Statistics**, 69, 1987, 542-547.

Bu modellerde koşullu varyans $\{h_t\}$ veya koşullu standart sapma $\{\sqrt{h_t}\}$, koşullu ortalama modelinde bir açıklayıcı değişken olarak yer almaktadır, modele açıklayıcı değişken olarak girer. Sırasıyla koşullu varyansın $\{h_t\}$ ve koşullu standart sapmanın $\{\sqrt{h_t}\}$ açıklayıcı değişken olarak yeraldığı modeller aşağıdaki gibi gösterilebilir;

$$y_t = x_t\beta + \lambda h_t + u_t$$

$$y_t = x_t\beta + \lambda\sqrt{h_t} + u_t$$

$$u_t|\Omega_{t-1} \sim \mathrm{N}(0, h_t) \tag{4.38}$$

Buradaki u_t bir GARCH modeli ile açıklanmaktadır (Gouriéroux 1997).[45]

$$u_t = (c + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i u_{t-1}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j h_{t-j})^{1/2} v_t \tag{4.39}$$

$$h_t = c + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i u_{t-1}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j h_{t-j} \tag{4.40}$$

Modeldeki v_t bir kuru gürültüdür.

Bu GARCH-M modeli koşullu varyans tarafından ölçüldüğü için risk değiştiği zaman risk ve dönüşüm arasındaki ilişkiyi modellemede yararlıdır. Engel, Lillien ve Robbins, faiz oranlarının yapısındaki zamana bağlı olarak değişen risk durumunu incelemek için çalışmalarında GARCH-M modelini kullanmışlardır.[46]

Bununla birlikte GARCH-M sürecinde de koşullu ortalama modelinde yer alan koşullu varyansa ilişkin parametre, risk ve dönüşüm arasındaki ilişkiyi göstermektedir.[47]

---

[45] Gouriêroux.

[46] Engle, Lillien ve Robins, 391-408.

[47] Bollerslev, 542-547.

4.4. EGARCH MODELİ

Buraya kadar ele alınan ARCH ve GARCH modellerinde varyansın etkisinde simetrik olduğu varsayılmıştı. Yani basit ARCH ve GARCH modelleri, aynı mutlak büyüklüklerin pozitif ve negatif şoklarının gelecek dönem koşullu varyansları üzerinde benzer etkiler sergileyeceği varsayımına dayanmaktadır. Ayrıca bu modellerde oynaklığın sadece büyüklüğü ile ilgilenilmiştir. Halbuki, azalan yöndeki dalgalanmaların artan yöndeki dalgalanmalardan daha yüksek oynaklıklara neden olduğu sık sık gözlemlenmektedir. Bu durum, varyans etkilerinin asimetrik olarak pozitif ve negatif hataların gerçekleşmesine neden olmuş olabilir.

Bu nedenle belirtilen özelliklerin varlığında zaman serilerinin daha uygun çözümlenmesine imkân veren Exponential GARCH (Üssel GARCH) yani EGARCH modeli Daniel B. Nelson (1991) tarafından geliştirilmiştir ve ilk olarak "Conditional Heteroscedasticity in Asset Returns: A New Approach" adlı makalesinde yer vermiştir.[48]

Bu model, oynaklıklardaki asimetrik yapıyı dikkate alır. Başka bir ifade ile EGARCH modelinde volatilitenin yönü ile de ilgilenilmiş, varyansa olan etkinin simetrik değil asimetrik olabileceği de belirtilmiştir.[49]

Geçmiş dönem hata terimlerinin sadece büyüklüğüne değil aynı zamanda onların işaretine de bağlı olarak açıklanan varyans modeli EGARCH modelidir.

Koşullu varyans ve geçmiş dönem hataları u_{t-1}'ler arasındaki bağımlılığı ortaya koyan ve negatif olmama sınırlamalarından kaçınmak için logaritmik olarak ifade edilen EGARCH(1,1) modeli aşağıdaki gibi ifade edilir;[50]

$$\log(h_t) = w + \delta_1 \left| \frac{u_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \right| + \delta_2 \frac{u_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} + \beta \log(h_{t-1}) \qquad (4.41)$$

[48] Daniel B. Nelson, "Conditional Heteroscedasticity in Asset Returns: A New Approach", **Econometrica**, 1991, 347-370.

[49] Özer ve Türkyılmaz, 47-48.

[50] Nelson, 1991

Bu modelde δ_1 ve δ_2 modelin yönünü göstermektedir. β şokların sürekliliğini ifade eder. h_t ise gecikmeli hata terimlerinin hem büyüklüğüne hem de işaretine bağlıdır. $\delta_2 = 0$ olduğunda kaldıraç etkisinin varlığından söz edilebilir ve aynı zamanda model simetriktir, aksi takdirde asimetriden söz etmek mümkündür.[51] Bununla birlikte logaritmik dönüşümden dolayı negatif varyans durumu yoktur bu modelde. En son hatanın etkisi bu modele gore üsteldir.[52]

Model içerisindeki u_t değerlerinin pozitif veya negatif değerler alması koşullu varyans değişkeninin belirlenmesinde asimetrik formda katkıda bulunmaktadır. Nelson'un EGARCH modelinde logaritmik koşullu varyans, yukarıda değinildiği gibi, artıkların hem büyüklüğünden hem de işaretinden etkilenmekte, aynı zamanda kendi gecikmeli değerlerinden de etkilenmektedir.[53]

Azalan yöndeki oynaklıklar *(bad news)* $\{u_{t-1} < 0\}$, $(\delta_1 - \delta_2)/\sqrt{h_{t-1}}$ etkisine sahipken, artan yöndeki oynaklıklar *(good news)* $\{u_{t-1} > 0\}$, $(\delta_1 + \delta_2)/\sqrt{h_{t-1}}$ etkisine sahiptir. δ_2 negatif ve istatistiksel olarak anlamlı ise, bu durum oynaklık üzerinde daha büyük bir etkiye sahip negatif hatalarla ilgili bir asimetrinin varlığının göstergesidir[54]. Eğer $\delta_2 = 0$ ise simetriktir. (4.41) numaralı modelde koşullu varyans için şokların sürekliliği β ile ifade edilmektedir.

EGARCH modeli, Nelson'un farklı gösterimi ile aşağıdaki şekilde de ifade edilebilmektedir;

$$\ln(h_t) = w + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i g(Z_{t-i}) + \sum_{j=1}^{q} \gamma_j \ln(h_{t-j}) \tag{4.42}$$

$$(4.\ g(Z_t) \equiv \theta Z_t + \gamma\left[|Z_t| - E|Z_t|\right],\ \ Z_t = u_t / \sqrt{h_t} \tag{4.43}$$

[51] Altındiş, 35.

[52] Özer ve Türkyılmaz, 47-49.

[53] Altındiş, 36.

[54] S. Hamori, "Volatility of Real GDP: Some Evidence From The United States, The United Kingdom and Japan", **Japan and World Economy**, 12, 2000, 143-152.

Yukarıdaki modelde $\{\alpha_i\}$, ya deterministik ya da önceden tanımlanmış değişkenlerin bir fonksiyonudur. Bu model, normalleştirilmiş hatalar $\{Z_t\}$'nin doğrusal olmayan dönüşümlü gecikme dağılımını $\ln(h_t)$'ye eşitler. Eğer $\gamma > 0$ ise, h_t'nin, $|Z_t|$ beklenenden daha büyük olduğu zaman artma eğilimi, beklenenden daha küçük olduğu zaman da azalma eğilimi göstermesi beklenir.[55]

Eğer $\theta < 0$ ise, h_t koşullu varyansı, Z_t negatif olduğu zaman artma, pozitif olduğu zaman azalma eğilimi gösterir. EGARCH modelinin parametreleri de GARCH modelinde olduğu gibi *Maksimum Olabilirlik Tekniği* ile tahminlenir.[56]

4.5. TARCH MODELİ

Bu model, EGARCH modelinde de olduğu gibi hata varyansları arasındaki asimetriyi açıklayan modeldir.[57] Aynı zamanda kaldıraç etkisini (leverage effect) de belirlemek amacıyla oluşturulmuştur. Jean Micheal Zakoian (1990) tarafından "Threshold Heteroscedastic Model" veya TARCH modeli olarak isimlendirilen modelin açık yazımı ***T**hreshold **A**uto**R**egressive **C**onditional **H**eteresocedasticity* modelidir (TARCH). Zakoian, modele son halini 1994 yılında vermiştir ve *Journal of Economic Dynamics* adlı dergide *"Threshold Heteroscedastic Models*" makalesi içerisinde açıklanmıştır.

Türkçe karşılığı olarak Eşik ARCH modeli, ya da Threshold ARCH (TARCH) modeli, GARCH varyans denklemine bir kaldıraç değişkeninin dahil edilmiş şekli olarak ifade edilir. Yukarıda da bahsi geçtiği gibi hata varyansındaki asimetriyi açıklamaktadır. [58]

---

[55] Özer ve Türkyılmaz, 47-49.

[56] Aynı.

[57] Aynı, 49.

[58] Aynı.

Bağımsız olarak 1993'te Glosten, Joganathan ve Runkle tarafından, TARCH modelleri kullanılarak "Relationship Between The Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks" adlı bir çalışma yapılmıştır.[59]

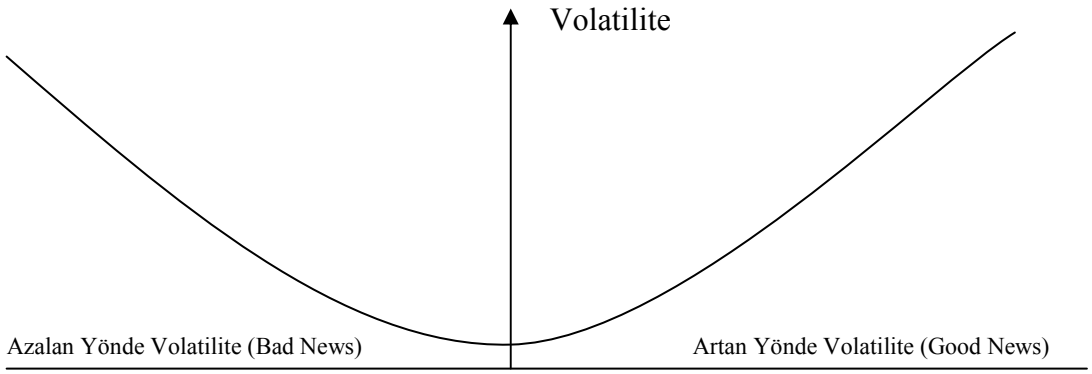
Koşullu varyans için TARCH(1,1) modeli,

$$h_t = w + \alpha u_{t-1}^2 + \gamma d_{t-1} u_{t-1}^2 + \beta h_{t-1} \tag{4.44}$$

şeklinde ifade edilmiştir.

Modelde α ARCH etkisinin, β GARCH etkisinin göstergesidir. Ayrıca modeldeki γ terimi (leverage effect), dürtü etkisi terimidir.[60] Asimetriliğin göstergesidir. (4.44) nolu modelde kaldıraç etkisinin göstergesi olan γ istatistiği elde edilirken hata terimlerindeki asimetriliği de göz önüne almak amacı ile d_{t-1} terimi modele ilave edilmiştir. Burada eğer $u_t < 0$ ise $d_t = 1$, diğer durumlarda $d_t = 0$'dır.

Serinin azalma eğilimde gösterdiği volatilitenin, onu takip eden yükselme eğilimindeki volatiliteden daha yüksek bir volatiliteye sahip olması durumunda kaldıraç etkisinden söz edilebilmektedir.



Şekil 4. Kaldıraç Etkisi

[59] Aynı, 49-50.

[60] γ burada, daha once de belirtildiği gibi dürtü etkisi (kaldıraç etkisi) terimi olarak adlandırılır (Leverage Effect Term). Dürtü etki terimi γ, Eviews programının çıktısında (RESID<0)*ARCH(1) şeklinde yer alır. İstatistiksel anlamlı olarak pozitif değilse bu durum asimetrik etki olmadığı anlamına gelir.

TARCH modeli, işaretine bağlı olarak oynaklık üzerindeki farklı etkiye sahip olan hataların ilk gecikmesinin etkisini ortaya çıkarabilir.

Bu modelde, azalan yöndeki oynaklıklar (bad news) $(u_{t-1} < 0)$, $\alpha + \gamma$ etkisine sahipken, artan yöndeki oynaklıklar (good news) $(u_{t-1} > 0)$, α etkisiyle tanımlanır. $\gamma > 0$ olduğunda modelde kaldıraç etkisinin (leverage effect) varlığından söz edilebilir. $\gamma \neq 0$ olduğunda ise asimetrik bir etkinin koşullu varyans üzerinde belirleyici olmadığı sonucuna varılır.[61]

Başka bir ifade ile eğer $\gamma > 0$ ise oynaklık üzerinde daha büyük bir etkiye sahip negatif şoklu bir asimetri, eğer $\gamma < 0$ ise oynaklık üzerinde daha büyük bir etkiye sahip pozitif şoklu bir asimetri söz konusudur denilebilir.[62]

Daha yüksek dereceden TARCH modelleri için genelleştirilmiş model yazılımı aşağıdaki gibi gerçekleşmektedir;

$$h_t = w + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i u_{t-i}^2 + \gamma u_{t-1}^2 d_{t-1} + \sum_{j=1}^{q} \beta_j h_{t-j} \qquad (4.45)$$

[61] Altındiş, 35.

[62] R.F. Engle ve A.J. Patton, "What Good is a Volatility Model?", **Quantitative Finance**, 1 (2), 2001, 237-245.

5. BÖLÜM

ARCH TÜRÜ MODELLERDE ÇÖZÜMLEME SÜRECİNİN AŞAMALARI

Bu bölümde ARCH modelleri ile oynaklığın araştırılması aşamaları ayrı ayrı ele alınacaktır.

5.1. SERİNİN ÖZELLİKLERİNİN BELİRLENMESİ

Bir zaman serisinin, rassal dalgalanmaların yanında hangi zaman serisi bileşenlerinin etkisi altında olduğunun belirlenmesi, serinin durağan olup olmadığının araştırılması çalışmaları *"serinin özelliklerinin belirlenmesi süreci"* olarak adlandırılır. Zaman serilerinin bu özellikleri serinin kartezyen grafiği ve otokorelasyon fonksiyonu yardımı ile belirlenebilir.

Kartezyen grafikte gözlem değerlerinin genel serpilme eğilimi, zaman ekseninden gittikçe uzaklaşan veya yaklaşan bir eğilim gösteriyorsa seri trend unsurunun etkisi altına demektir. Eğilim zaman ekseninden uzaklaşma yönündeyse trend artan, yaklaşma yönünde ise trend azalandır. Söz konusu trend etkisi artan ya da azalan olsun, doğrusal olabileceği gibi eğrisel veya üssel de olabilir. Bu durum serinin kartezyen grafiğinden görsel olarak da belirlenebilir.

Gözlem değerlerinin genel serpilme eğilimi bir doğru etrafında serpildiği görüntüsü veriyorsa trend doğrusaldır diyebiliriz. Aksi takdirde trend eğriseldir. Eğer gözlem değerleri sabit bir oranda artma eğilimine sahipse bu durumda trend üsseldir diyebiliriz.

Serinin otokorelasyon fonksiyonu (ACF – Auto Correlation Function) k>2 için gecikmelerde istatistiksel olarak anlamlı değerler alıyorsa ve fonksiyon gittikçe üssel olarak azalan düzgün bir eğilim gösteriyorsa seri durağan değildir. Durağanlığı bozan

unsur trend unsurudur. Trend artan mı azalan mı olduğunu veya doğrusal mı eğrisel mi olduğunu otokorelasyon fonksiyonundan tespit etmek mümkün değildir.[1]

Bir zaman serisinin kartezyen grafiğinde gözlem değerlerinin birbirini izleyen yılların aynı aylarında, başka bir ifade ile aynı mevsimlerinde, bir maksimuma ve minimuma gitme yönünde periyodik ve devri dalgalanma gözleniyorsa veya serinin otokorelasyon fonksiyonunda s, 2s, 3s… gecikmelerdeki otokorelasyon katsayıları istatistiksel olarak anlamlı ise, seri mevsimsellik unsurunun etkisi altında demektir. k>2s 'den sonraki s gecikmelerde otokorelasyon fonksiyonu istatistiksel olarak anlamlı değerler alıyorsa mevsim unsurunun etkisi de durağanlığı bozan unsurdur. [2]

5.2. İNCELENEN SERİ İÇİN UYGUN ARIMA MODEL TİPİNİN BELİRLENMESİ

Bu bölümde ARIMA modelleri ile çözümleme sürecinin bütün aşamalarına sırasıyla değineceğiz. Yapılacak çalışmalar sonucunda uygun veya en uygun ARIMA model tipi belirlenecektir. Belirlenen uygun veya en uygun model tipi, serinin çözümlenmesi amacı ile uygulanack ve hatalar serisi yani $u_t = y_t - \bar{y}$ serisi türetilecektir.

5.3. İNCELENEN SERİDE ARCH ETKİLERİNİN ARAŞTIRILMASI

Bu aşamanın amacı, ilgilenilen serinin zaman içerisindeki değişen oynaklığının yapısının belirlenmesidir. Söz konusu aşamada, ilgilenilen serinin değişkenliği zamana bağlı olarak değişkenlik gösteriyorsa, bu değişkenliğin tahmin edilebilir bir yapıda olup olmadığı, istatistiksel olarak anlamlılığı ile pozitif ve negatif şokların oynaklığa olan etkisinin ne olduğu sorularına cevap aranmaktadır.

---

[1] Mustafa Özer ve Serpil Türkyılmaz, **Türkiye Finansal Piyasalarında Oynaklıkların ARCH Modelleri ile Analizi**, (Eskişehir: T.C. Anadolu Üniversitesi Yayınları No. 1593, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Yayınları No. 186, 2004), 52.

[2] Aynı, 52.

İncelenen serinin ARCH etkilerinin araştırılması için aşağıdaki aşamalar izlenmektedir.

5.3.1. TAHMİN EDİLEN ARIMA MODELİ HATALARININ DOĞRUSALLIK TESTİ

Konumuz dahilinde olan ARCH modellerinin çözümleme aşamasında kullanılabilmesi için tahmin edilen ARIMA modeli hatalarının doğrusal olması gerekmektedir. Hataların doğrusallığının kontrolü için hatalar serisine sırayla kareli ve doğrusal trend modelleri uygulanır. Uygulanan her iki trend modelinin karşılaştırılması MAPE ve MSD doğruluk kriterleri ile yapılır. Küçük değerli MAPE ve MSD'ye sahip model uygun olarak kabul edilir. Eğer doğrusal trend modelinin MAPE ve MSD değerleri diğer modele gore küçükse uygun ARIMA model tipinin hatalarının doğrusal olduğu kabul edilir. [3]

MSD (Mean Square Deviation) ve MAPE (Mean Absolute Percent Error) istatistikleri aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır;

$$MSD = \frac{\sum_{i=1}^{n} u_i^2}{n} \tag{5.1}$$

$$MAPE = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{u_i}{y_i} \right| \tag{5.2}$$

Yukarıda da belitrildiği gibi bu istatistikler itibariyle nisbi oranda küçük değerleri veren trend modeli en uygun model olarak tespit edilir. Ancak MSD kriterlerinin göz önünde bulundurulması gereken iki dezavantajı vardır. Birincisi öngörü amacı ile çözümleme için uygulanan farklı teknikler öngörü sürecinin model kurma aşamasında farklı yaklaşımlar kullanırlar. İkincisi MSD kriteri hesaplanırken büyük değerli öngörü hatalarına büyük tartı, küçük değerleri öngörü hatalarına küçük

[3] Aynı, 53.

tartı (kareleri alındığı için) verilmektedir. Bu nedenlerden dolayı modellerin karşılaştırmasını sadece bu tekniklere dayanarak hesaplanan MSD değerlerine bakarak yapmak sınırlı kalır. MAPE kriteri, bu dezavantajları ortadan kaldırdığı için, en uygun öngörü modelinin seçiminde kullanılması daha fazla benimsenen bir ölçü durumundadır.

5.3.2. SEÇİLEN UYGUN ARIMA MODELİ HATALARI İÇİN ARCH-LM TESTİ

Araştırmacıların en sık karşılaştıkları sorulardan en önemlilerinden birisi "bir zaman serisinin hatalarında ARCH etkisinin olup olmadığını nasıl belirleriz?" sorusudur. Bu sorunun çözümü için bir yaklaşım, değişen varyanslılığın testi için toplu olarak gözlemleri kullanan testlerden birisi olan Goldfeld-Quandt testini kullanmaktır.[4] Ancak bu testler zaman serisi verilerinde ARCH etkilerinin varlığının kontrolü için yeterli kalmamaktadır.

Goldfeld-Quandt yaklaşımı, değişen varyanslılık hakkında bazı varsayımlara dayalı olup gözlemleri gruplara ayırarak ve sonra herbir gözlem grubu için tahmin edilen benzer modellerden elde edilen hataların varyanslarını karşılaştırarak çalışmaktadır.

Fakat zaman serileri için gözlemler doğal bir zamana bağlı sıra izlemektedir. Öyle ki analistler verileri gruplandırmak için zamanın aynı noktasını seçmek durumundadırlar. Eğer koşulsuz varyans değişen varyanslı ise bu yaklaşım, hataların varyansı zaman içinde tutarlı olarak arttığı ya da azaldığı için ve farklı gruplardaki hatalar belirgin şekilde farklı olacakları için iyi sonuç verebilir.

Bu tip testler, zaman serisi hata varyansı, koşulsuz değişen varyanslılıktan ziyade koşullu değişen varyanslılık sergiledikleri zaman güç kaybederler. Bir ARCH sürecinde uzun dönem varyansı (koşulsuz varyans) sabittir. Fakat koşullu değişen varyanslılığın derecesi tüm seri için bazı dönemlerde artma ve azalma göstererek değişir.

---

[4] Aynı, 54.

Koşulsuz varyans zamana bağlı olarak değişmediği için zamana bağlı olarak sıralanan gözlemlerin iki grubu için varyansın beklenen değeri benzerdir. Bu durum, Goldfeld-Quandt gibi bir ayrı örneklem testindeki sabit varyanslılık hipotezinin reddini mümkün kılmayacaktır.

Engle hata varyansının otoregresif doğasını kesin olarak kabul eden alternatif bir yaklaşım düşünmüştür.[5] Koşullu normallik varsayımı ile ARIMA modelinden elde edilen kareli hataların regresyonuna dayalı bir Lagrange Çarpanı testini önermiştir.

Engle'in Lagrange Çarpanı (Lagrange Multiplier) testi, TR^2 test istatistiğine dayanır. Buradaki R^2, u_t^2'nin bir sabit üzerine ve $u_{t-1}^2,...,u_{t-q}^2$ üzerine regresyonundan hesaplanmaktadır.[6] T farkı alınmış örneklem mevcududur. ARCH etkilerinin olmadığı sıfır hipotezi altında test istatistiği q serbestlik derecesi ile bir χ^2 dağılımı gösterir.[7] Burada q regresyondaki hataların karelerinin gecikme sayısıdır.

ARCH için LM testinin küçük bir kısıtı, bazen zorunlu olan koşullu normallik varsayımı altında çalışıyor olmasıdır.[8] Daha önemli bir sınırlama testing GARCH durumu için genelleştirilmesinin güç olmasıdır. Lee (1991) ve Lee-King (1993) böyle bir genelleştirme üzerinde çalışmışlardır. Ancak Bollerslev, Engle ve Nelson (1994) de tartışıldığı gibi GARCH parametreleri, derecesi sıfıra yakın modellerde farklı olarak tanımlanamamışlardır.[9] GARCH(1,1) için LM testi ARCH(1) için de aynı sonuçları vermektedir. Böylece sıklıkla kareli hataların örneklem otokorelasyon fonksiyonu gibi daha sade formülle ifade edilebilen tanımlayıcılar kullanılır.

---

[5] Robert F. Engle, "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation", **Econometrica,** 50, July 1982, 987-1008.

[6] Aynı.

[7] Özer ve Türkyılmaz, 56.

[8] Bollerslev ve Wooldridge (1992), normal olmayan koşullu dağılımlar için güçlü, değiştirilen bir LM testini tanıtmışlardır.

[9] Özer ve Türkyılmaz, 56.

McLeod ve Li(1983), bir ARMA modelinden elde edilen hatalar arasında doğrusal olmayan bağımlılık olmadığına ilişkin sıfır hipotezi altında, hataların karelerinin normalleştirilmiş örneklem otokorelasyonlarının vektörünü aşağıdaki gibi tanımlamıştır;

$$\sqrt{T}\hat{\rho}_{u^2}(\tau) = \sqrt{T}\frac{\sum_{t=\tau+1}^{T}(\hat{u}_t^2 - \hat{\sigma}^2)(\hat{u}_{t-\tau}^2 - \hat{\sigma}^2)}{\sum_{t=1}^{T}(\hat{u}_t^2 - \hat{\sigma}^2)^2} \tag{5.3}$$

Burada $\hat{\sigma}^2$ tahmin edilen hata varyansıdır ve $\tau = 1,.....,m$'dir. Örneklem otokorelasyonları ortalaması sıfır ve birim kovaryans matrisi ile çok değişkenli normal dağılıma sahiptir.[10]

Katsayıların anlamlılığını test etmek için Ljung-Box Q istatistiği kullanılmaktadır. Bu otokorelasyon katsayılarını kullanarak hesaplanan Ljung-Box Q istatistiği;

$$\hat{Q}_{u^2}(m) = T(T+2)\sum_{\tau=1}^{m}\frac{\hat{\rho}_{u^2}(\tau)^2}{T-\tau} \tag{5.4}$$

olarak hesaplanmaktadır.[11] Bu istatistik asimptotik olarak, m (otokorelasyon sayısı) serbestlik derecesi ile χ^2 dağılımına uyar. Hesaplanan $\hat{Q}_{u^2}$ istatistiği, m serbestlik dereceli χ^2 değerinden büyükse, ARCH hatalarının olmadığı sıfır hipotezi reddedilir.

ARCH hataları için farklı bir Lagrange çarpanı testi Engle tarafından geliştirilmiştir. Bu yaklaşımına gore ilgilenilen seri için, örneğin

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + ... + a_n y_{t-n} + u_t \tag{5.5}$$

[10] F.X. Diebold ve J.A. Lopez, **Modeling Volatility Dynamics**, (Cambridge: National Bureau of Economic Research, Technical Working Paper Series 173, 1995).

[11] Aynı.

şeklindeki en uygun ARIMA ya da regresyon modelini tahmin etmek için olağan en küçük kareler tekniği kullanılır.[12] Bu ARIMA modelinin hatalarının kareleri elde edilir. Bu hata karelerin, bir sabit ve q gecikmeli hata kareleri $\hat{u}_{t-1}^2, \hat{u}_{t-2}^2, ..., \hat{u}_{t-q}^2$ ile regresyonu oluşturulur ve

$$\hat{u}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{u}_{t-1}^2 + \alpha_2 \hat{u}_{t-2}^2 + ... + \alpha_q \hat{u}_{t-q}^2 \qquad (5.6)$$

şeklinde tahmin edilir.

Seride ARCH etkileri yoksa α_1'den α_q'ya kadar tahmin edilen parametre değerleri sıfır olacaktır. Bundan dolayı regresyonun belirlilik katsayısı R^2 de sıfır olacaktır (R^2=0).

T örneklem hatalarının sayısı olmak üzere TR^2 istatistiği hesaplanır. q serbestlik dereceli χ^2 dağılımı gösteren bu istatistik, tablo değerinden büyük olduğunda ARCH etkilerinin olmadığı sıfır hipotezi reddedilir. Eğer TR^2 değeri küçükse hatalarda ARCH etkisi olmadığı sonucu çıkartılır.[13]

Zaman serisinde ARCH etkisinin araştırılması ile

i) İlgili zaman serisinin değişkenliği zamana bağlı olarak değişkenlik göstermekte midir? Eğer gösteriyorsa bu değişkenlik tahmin edilebilir mi veya tahmin edilebilir bir yapıda mıdır? Yani koşullu değişen varyanslılık istatistiksel olarak anlamlı mıdır?

ii) Pozitif veya negatif şokların oynaklık durumundaki etkisi nadir?

iii) İlgili zaman serisindeki getirilerde pozitif risk-getiri ilişkisi mevcut mudur? gibi sorulara da yanıtlar aranmaktadır.

---

[12] W. Enders, **Applied Econometric Time Series**, (ABD: John Wiley&Sons, Inc., 1995).

[13] Özer ve Türkyılmaz, 58.

Maestas ve Preuhs da makalelerinde ARCH etkisini araştırmak için Lagrande Multiplier Test (Lagrange Çarpanı Testi) üzerinde çalışmalar yapmışlardır ve şu yolu izlemişlerdir;[14]

i) Doğrusal Regresyon veya Box-Jenkins yaklaşımı ile zaman serisi için en uygun modeli belirle ve artıkları (residuals) hesapla. Böylelikle farklı ARCH modelleri için uygulama esnasında artıklardan faydalanabiliriz. Bu artıklar aynı zamanda otoregresyondan, ARMA/Box-Jenkins modelinden veya standart regresyondan kaynaklanmış olabilir.

ii) Hata kareleri hesapla ve geriye dönük olarak hata karelerini n gecikme ile değerlerini ve bir sabit değer ile birlikte fonksiyon üzerinde göster;

$$e_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \alpha_2 e_{t-2}^2 + ... + \alpha_n e_{t-n}^2 \qquad (5.7)$$

Maestas ve Preuhs'un çalışmasından elde edilen sonuçlar doğrultusunda şu sonuçlara varılmaktadır;[15]

i) Eğer hangi bir ARCH veya GARCH etkisi yoksa, $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ değişkenlerinin tahmin edilen değeri sıfır olacaktır. Bu durumda bu regresyon modelinin açıklayıcılığı çok düşük olacaktır ve R^2 yani belirleyicilik katsayısı (coefficient of determination) değeri de çok düşük olacaktır doğal olarak.

ii) ARCH etkisi olmadığını ileri suren sıfır hipotezine dayanaraktan T sayısı kadar artık değeri dikkate alarak hesaplanan TR^2 istatistiği n serbestlik derecesinde χ^2 dağılımına doğru yaklaşım gösterir.

iii) Eğer TR^2 değeri yeteri derecede yüksekse, $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ değerlerinin sıfıra eşit olduğu H_0 hipotezinin reddi seride ARCH etkisi olmadığını, ARCH hata terimleri olmadığını öne süren H_0'ın reddi ile eşdeğer anlama gelmektedir.

iv) Eğer TR^2 değeri yeteri derecede düşükse, bu durumda da ARCH etkisi yok diyebiliriz.

---

[14] C. Maestas ve R.R. Preuhs, "Modeling Volatility in Political Time Series", **Electoral Studies**, 19, 2000, 95-110.

[15] Aynı.

5.3.3. ARCH MODELİ PARAMETRELERİNİN MAKSİMUM OLABİLİRLİK TAHMİNİ

*Maksimum Olabilirlik Tahminleri'*nin, *Olağan En Küçük Kareler Tahminleri'*ne göre bazı avantajları sözkonusudur:[16]

a) Ortalama ve varyans denklemindeki parametrelerin bileşik olarak tahminini sağlar.

b) $\beta \geq 0$ ve $h_t > 0$ kısıtlamalarını yerine getirir.

c) Modelin kısıtlamalarına ilişkin olabilirlik oran (LR – Likelihood Rate) testlerinin uygulanmasına izin verir.

d) Varyans parametreleri için maksimum olabilirlik tahmincisinin tutarlılığı, verilerin dördüncü ve daha yüksek momentlerinin varlığını gerektirmez.

Bu sebeplerden dolayı *Maksimum Olabilirlik Tahminleri*'ne başvurulmaktadır.

$\{y_t\}$ serisinin gözlem değerlerinin μ ortalamalı ve sabit σ^2 varyanslı bir normal dağılımdan çekildiği varsayılsın. Standart dağılım teorisinden, T bağımsız gözlemi kullanan log olabilirlik fonksiyonu;

$$\log L = -(T/2)\ln(2\pi) - (T/2)\ln\sigma^2 - (1/2\sigma^2)\sum_{t=1}^{T}(y_t - \mu)^2 \qquad (5.8)$$

Burada $\log L$ = Olabilirlik Fonksiyonunun logaritmasıdır. [17]

Maksimum Olabilirlik Tahminleri'de süreç, gözlemlenen örneklemi seçme olasılığını maksimize eden dağılımlı parametreleri seçmektir. Bu amaçla μ ve σ^2'ye gore $\log L$ maksimize edilmeye çalışılır. μ ve σ^2'ye gore türevler alınırsa;

[16] Erkan Işığıçok, "Türkiye'de Enflasyonun Varyansının ARCH ve GARCH Modelleri İle Tahmini", **Uludağ Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi**, 17(2), 1999.

[17] Enders.

$$\left[(\partial \log L)/\partial\mu\right] = (1/\sigma^2)\sum_{t=1}^{T}(y_t - \mu) \tag{5.9}$$

ve,

$$\left[(\partial \log L)/\partial\sigma^2\right] = -(T/2\sigma^2) + (1/2\sigma^4)\sum_{t=1}^{T}(y_t - \mu)^2 \tag{5.10}$$

elde edilir. Bu kısmi türevler sıfıra eşitlenerek μ ve σ^2 değerleri aşağıdaki gibi bulunur[18];

$$\hat{\mu} = \sum y_t / T \tag{5.11}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \sum (y_t - \mu)^2 / T \tag{5.12}$$

(5.10) ve (5.11) ifadelerinin tekrar μ ve σ^2'ye gore türevleri alındığında işaretlerinin negatif olması sebebi ile $\log L$ fonksiyonunun $\hat{\mu}$ ve $\hat{\sigma}^2$ değerlerinde maksimuma ulaştığı söylenebilir.[19]

Bütün bu işlemler bir regresyon denkleminde de kullanılabilir.

$$u_t = y_t - \beta x_t \tag{5.13}$$

olsun. u_t klasik regresyon modeli varsayımlarını sağlamaktadır (ortalaması sıfır, varyansı sabit ve bağımsızdırlar).

ARCH tipi modellerin tahmini için, regresyon modeline ARCH(1) hata sürecinin de dahil edilmesi gerekmektedir. Buna gore u_t'nin koşullu varyansı şu şekilde ifade edilebilir;

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 \tag{5.14}$$

---

[18] Aynı.

[19] Özer ve Türkyılmaz, 60.

$$u_t = v_t(\alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2)^{1/2} \tag{5.15}$$

$$u_t = v_t\sqrt{h_t} \tag{5.16}$$

u_t'nin koşullu varyansı sabit olmamasına rağmen gerekli ayarlamaların yapılması kolaydır. u_t'nin gerçekleşen her değeri h_t koşullu varyansına sahip olduğu için uygun log olabilirlik fonksiyonu;

$$\log L = -(T/2)\ln(2\pi) - (1/2)\sum_{t=1}^{T}\ln h_t - (1/2)\sum_{t=1}^{T} h_t(y_t - \beta x_t)^2 \tag{5.17}$$

olarak tanımlanır. Yukaraki modelde T, örneklem mevcudu ve

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 \tag{5.18}$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 (y_t - \beta x_t)^2 \tag{5.19}$$

'dir. p'nci dereceden bir model için h_t'yi genelleştirirsek;

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + ... + \alpha_p u_{t-p}^2 \tag{5.20}$$

olarak ifade edilebilir.[20]

Nihayet tüm bu işlemler birleştirilerek $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_p, \beta$ için $\log L$'yi maksimize eden değerleri bulmak amacıyla kısmi türevler alınarak sıfıra eşitlenmelidir.[21]

[20] Aynı, 61.

[21] Enders.

5.3.4. İNCELENEN SERİ İÇİN EN UYGUN ARCH TÜRÜ MODEL TİPİNİN BELİRLENMESİ

Koşullu ortalama modelinin hata karelerinin dağılımında asimetrilik olması durumu, simetrik ARCH türü modeller yerine asimetrik ARCH türü modellerin seçimi için kriter olmaktadır. Ayrıca hata kareler toplamındaki azalmayı esas alan çeşitli model seçim kriterleri de sözkonusudur. Yaygın olarak kullanılan iki model seçim kriteri; Akaike Bilgi Kriteri (Akaike Information Criteria – AIC) ve Schwartz Bayesian Kriteri (SWC)'dir. Söz konusu bilgi kriterleri;

$$AIC = T\ln(\sum u^2) + 2n \tag{5.21}$$

$$SWC = T\ln(\sum u^2) + n\ln(T) \tag{5.22}$$

şeklinde hesaplanmaktadırlar.[22] Burada n=tahmin edilen parametre sayısı (p+q+varsa sabit terim), T=kullanılabilir gözlemlerin sayısı olarak ifade edilmektedir.[23]

AIC ve SWC bilgi kriterlerinin mümkün olduğu kadar küçük olması idealdir. En uygun modelin seçiminde bu özellik kullanılmaktadır. Yani modeller arasında AIC ve SWC bilgi kriterleri en küçük olan seçilmektedir.

5.3.5. BELİRLENEN UYGUN KOŞULLU VARYANS MODELİNİN ÖNGÖRÜ HATALARININ NORMALLİK TESTİ

İlgilenilen seriler için uygun koşullu değişen varyans modellerinin hatalarının normallik testi Jarque-Bera (JB) Normallik Testi ile yapılabilmektedir.[24]

---

[22] Aynı, 62.

[23] Gecikmeli değişkenlerin oluşturulmasında bazı gözlemler kaybolur, alternative modellerin doğru olarak karşılaştırılabilmesi için T uygun şekilde belirlenmelidir

[24] Özer ve Türkyılmaz, .

y_t ilgilenilen seriyi göstersin. Buna gore Çarpıklık Ölçüsü;

$$S = \frac{\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(y_t - \bar{y})^3}{\sigma^3} \quad \textit{(Skewness)} \tag{5.23}$$

olarak tanımlanmaktadır. Normal dağılım gibi simterik bir dağılımın çarpıklık ölçüsü sıfırdır.

Basıklık ölçüsü ise aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır;

$$K = \frac{\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(y_t - \bar{y})^4}{\sigma^4} \quad \textit{(Kurtosis)} \tag{5.24}$$

Normal dağılımın basıklık ölçüsü 3'tür. Eğer dağılım normale gore sivri (leptokurtic-aşırı basık) ise basıklık ölçüsü 3'ü geçer.

Hataların normal dağılıp dağılmadığını test eden Jarque-Bera (JB) test istatistiği;[25]

$$JB = \frac{T-k}{6}\left(S^2 + \frac{1}{4}(K-3)^2\right) \tag{5.25}$$

ile verilmektedir. Burada T, farkı alınmış serinin gözlem sayısıdır. k (regressor sayısı) sıradan bir seri için sıfırdır. S çarpıklık, K basıklık ölçüsünü ifade etmektedir.[26] Test için sınanacak hipotezler aşağıdaki gibidir;

H_0 = Hatalar Normal Dağılır

H_1 = Hatalar Normal Dağılmaz

JB istatistiği 2 serbestlik dereceli χ^2 dağılımı gösterir. Eğer hesaplanan JB istatistiği 2 serbestlik dereceli χ^2 değerinden küçük ise sıfır hipotezi reddedilmez ve hataların normal dağıldığına karar verilir. Basitçe bir ifade ile aşağıdaki gibi açıklanabilir;

---

[25] C.M. Jarque ve A.K. Bera, A Test for Normality of Observations and Regression Residuals, **International Statistical Review**, 55, 1987, 163-172.

[26] Özer ve Türkyılmaz, 64.

$\widehat{JB} < \chi^2 \rightarrow H_0$ Kabul, Hatalar Normal Dağılır

$\widehat{JB} > \chi^2 \rightarrow H_0$ Red, Hatalar Normal Dağılmaz

5.3.6. VARYANS ÖNGÖRÜLERİNİN DEĞERLENDİRİLMESİ

Seçilen uygun koşullu değişen varyans modelinin varyans öngörüsü için uygulama bölümünde kullanılacağı gibi Eviews programından yararlanılacaktır. Bu bölümde Eviews programının söz konusu amaçla kullanımından bahsedeceğiz. Programda iki adet öngörü metodu kullanılmaktadır. Bunlardan biri *Dinamik Öngörü Metodu*, diğeri *Statik Öngörü Metodu*'dur.[27]

Dinamik Öngörü Metodu seçeneği, önceki döneme ait gecikmeli öngörü değerlerini kullanarak serideki ilk dönemden sonraki dönemler için öngörüleri hesaplar. Statik Öngörü Metodu seçeneği ise, Dinamik Öngörü Metodu seçeneğinden farklı olarak gerçek gözlem değerlerini kullanır.[28]

Programda öngörü sonuçlarını görmek için, Forecast seçeneği ile grafik (Do Graph) ya da sayısal öngörü (Forecast Evaluation) değerlendirmesi bölümleri uygulanabilir. Sayısal öngörü değerlendirmesi, seçilen koşullu varyans modeline ilişkin bazı istatistikleri tablo halinde verir. Genellikle bu istatistikler, uygun olan birden fazla koşullu varyans modeli arasında seçim yapmada kullanılır.[29]

Eviews programı, öngörü dialog kutusunda standart hata (S.E. Optional) seçeneğine bir isim verildiğinde, bu isimle öngörü standart hatalarının bir serisini, GARCH (Optional) seçeneği ile de koşullu varyans öngörü değerlerinin bir serisini oluşturmaktadır. Bununla birlikte Forecast/Do Graph seçeneği ile de koşullu varyans modelinin varyans öngörülerinin $\mu 2\sigma$ güven aralıkları statik ve dinamik yöntemle hesaplanabilir. Yukarıda da belirtildiği gibi Statik yöntemde öngörüler gerçek gözlem sonuçlarından yararlanılarak elde edilir. Dinamik yöntemde ise öngörüler

[27] Aynı, 64-69.

[28] Aynı.

[29] Aynı.

bağımlı değişkenin geçmiş dönem değerlerine ilişkin öngörüler yardımı ile hesaplanırlar.

5.4. SEÇİLEN UYGUN ARCH MODELİNİN ÖNGÖRÜ AMACIYLA KULLANILMASI

Son aşamada belirlemiş olduğumuz en uygun değişen koşullu varyans modeli (ARCH modeli) ile belirlenen uygun koşullu ortalama modellerini toplam modeli biçiminde yazmak sureti ile öngörü modeli türetilir. Bu model öngörü amacıyla kullanılır.

6. BÖLÜM

KAPSAM DÂHİLİNDEKİ FİNANSAL PİYASALAR ÜZERİNE UYGULAMALAR

Çalışmamızın uygulama bölümünde ARCH modelleme yöntemlerini kullanarak İMKB100 Endeksi, Euro/YTL Döviz Kuru ve Altın Fiyatları üzerine uygulama yapacağız.

6.1. İMKB 100 BORSA ENDEKSİ ÜZERİNE UYGULAMA

Uygulamamızda ARCH modelleri kullanarak İstanbul Menkul Kıymetler Borsası'nda İMKB100 Bileşik Endeksi'nin volatilitesinin ARCH etkisi taşıyıp taşımadığı, taşıyorsa oynaklığın (değişkenliğin) modellenmesi ve modellenmesi sürecinde kullanılabilecek en uygun metod araştırılmıştır.

6.1.1.VERİ VE YÖNTEM

Veri setimiz, 4 Ocak 1999 ile 18 Temmuz 2008 tarihleri arasındaki 2285 adet İMKB 100 Endeksi gün sonu kapanış değerini kapsamaktadır. 2285 adet gözlem sonucu çevrim içi kaynaklardan temin edilmiştir.[1]

Veri seti oluşturulduktan sonra serilerin karakteristik yapıları incelenerek durağanlık *(stationary)* mertebeleri belirlenecek olup daha sonra ARIMA(p,q) ortalama modeli tespit edilerek ARCH etkisi olup olmadığı incelenecektir. Sonrasında ARCH etkisi görülen veriler için de volatilite yapısına uygun otoregresif koşullu değişen Varyans yani ARCH modeli seçilecektir. Bütün bu işlemler, Eviews 5.1 paket programı yardımı ile hesaplanmaktadır.

[1] <http://www.analiz.com>

6.1.2. UYGULAMA

6.1.2.1. ZAMAN SERİSİ İSTATİSTİKÎ ANALİZ VE BULGULAR

01.01.1999'dan 18.07.2008 tarihine kadarki verileri alıp ve Eviews 5.1 paket programında işleme tabi tuttuk. Önce yeni bir çalışma dosyası *(work file)* açtık ve 2285 veri için undated/unstructured ve dataları "data imkb100" komutu ile açtığımız veri ekranına giriş yaptık. İMKB100 Bileşik Endeksinin günlük kapanış değerlerinin birinci logaritmik farkları alınarak günlük kapanış değerleri ile analiz yapmak yerine günlük getiri oranları hesaplanarak yeni bir zaman serisi elde edilmiştir. Böylece ilgili zaman serisi de durağanlıktan arındırılmış oldu.

$$\text{Getiri İMKB100}_t = \ln(P_t / P_{t-1}) \qquad (6.1)\ ^{2}$$

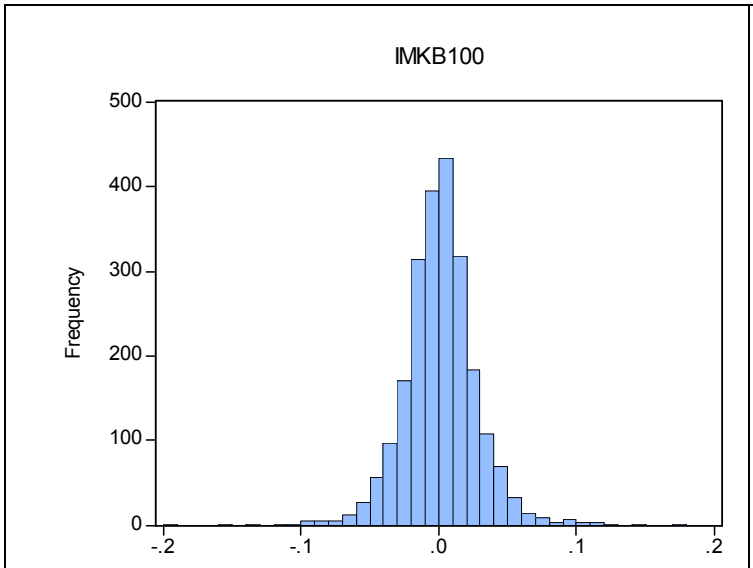
Daha sonra aşamada View – Graph komutu ile veri kümesinin dağılım (distribution) grafiğini ekrana alıyoru ve Eviews programında (View – Descriptive Stats – Individual Samples komutu) zaman serisinin genel istatistik bilgilerini hesaplatıyoruz.

2285 gözlem sonucunda yukarıdaki Şekil 5'e göre, İMKB-100 endeksi getiri serisinin, basıklık katsayısı (Kurtosis) 7.96, 3'den büyük olduğu için sivri ve çarpıklık (Skewness) katsayısı pozitif olduğu için sağa çarpık bir dağılıma sahiptir.

Jarque – Bera istatistiği ise; "H_0: Normallikten sapma yoktur" şeklinde kurulan temel hipotezin reddedileceğini göstermektedir. Yani, çok yüksek bir Jarque-Bera test istatistiği değeri ile karşı karşıya olduğumuzdan da kolayca anlaşılacağı gibi %5 anlamlılık düzeyinde standartlaştırılmış artıkların normal dağılmadığı görülmektedir. Yani H_0 hipotezi reddedilir, seri normal dağılıma sahip değildir.

---

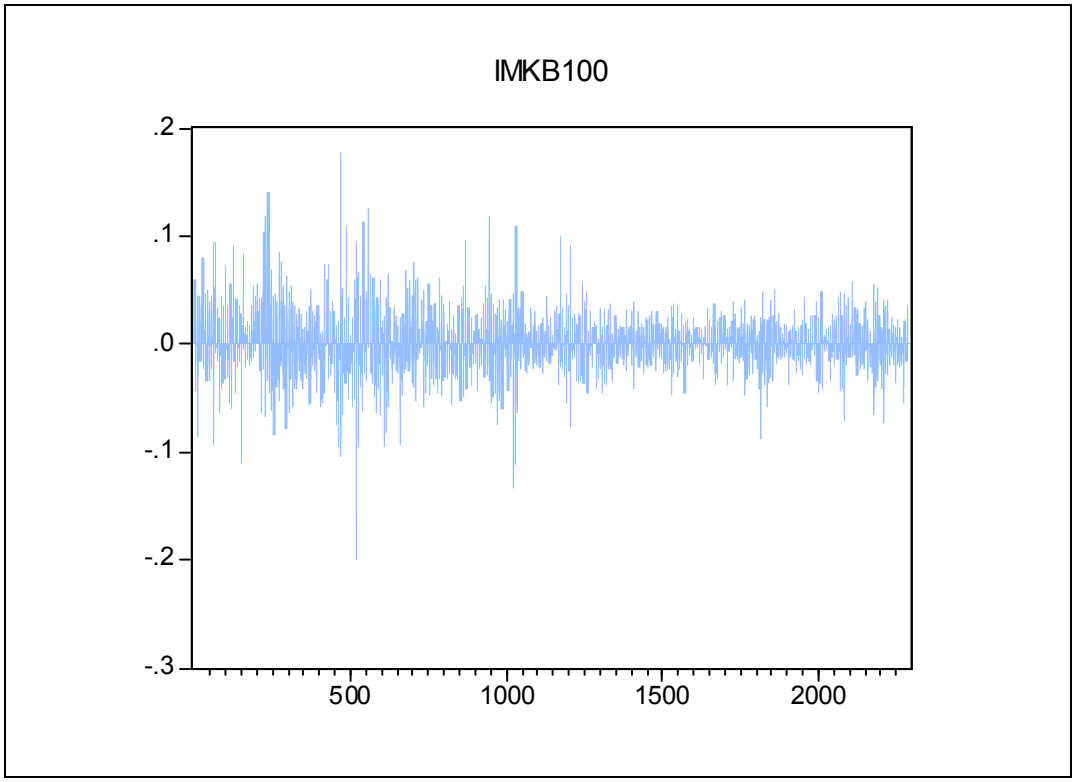
[2] Stephen Figlewski, **Forecasting Volatility Using Historical Data**, Working Paper Series, New York University, Stern School of Business – Finance Department, 1994.



	IMKB100
Mean	0.001173
Median	0.001130
Maximum	0.177740
Minimum	-0.199790
Std. Dev.	0.027520
Skewness	0.103413
Kurtosis	7.962592
Jarque-Bera	2348.799
Probability	0.000000
Sum	2.681340
Sum Sq. Dev.	1.729756
Observations	2285

Şekil 5. İMKB-100 Getiri Endeksi Dağılım İstatistikleri

Logaritmik getirilerin oluşturduğu bar grafiğini çizdikten sonra serideki dalgalanmayı gözlemlemeye başlıyoruz.



Şekil 6. 1.1.1999-18.7.2008 Yılları Arası İMKB-100 Endeksi Logaritmik Getirileri

Şekil 6'da, oynaklık kümelenmesi yani "volatility clustering" gözlemlenmektedir. Yani, logaritmik yöntemle hesaplanan getirilerde meydana gelen büyük değişimleri büyük, küçük değişimleri ise küçük hareketler izlemektedir. Sözkonusu durum, gözlem konusu olan İMKB Endeksindeki değişken varyanslılığın ve oynaklık kümelenmesinin bir göstergesidir.

6.1.2.2. ZAMAN SERİSİ DURAĞANLIK ANALİZİ

Uygulamamızda kullanılan veri seti zaman serisi olduğundan analize geçmeden önce ele alınan dönem içerisinde İMKB-100 Endeksi getiri serisinin durağan olup olmadığının incelenmesi gereği bulunmaktadır. Zaman serisi analizlerinde, durağan olmayan serilerin denklemlere konulması gerçekte olmayan ilişkilerin varmış gibi görünmesine neden olabilmektedir. Genelde finansal zaman serilerinin durağan olmadığı gözlenmektedir. Yani, serilerin ortalamaları, varyansları ve kovaryansları zamana bağlı olarak değişmektedir.

Durağanlık testlerinde yaygın olarak birim kök testleri yani "unit root test" kullanılmaktadır. Birim kök testlerinde amaç serinin birim kök içerip içermediğini araştırmaktır. Eğer seri birim kök içeriyorsa o seri durağan değildir. Bu nedenle çalışmada, öncelikle analize alınan serilerin durağanlıkları test edilmiş ve durağan olmayan serilerin durağan hale getirilmesi ve analize durağan şekilde katılması sağlanmıştır.

Ele aldığımız zaman serilerinin durağanlıkları, durağanlık testlerinde yaygın olarak kullanılan Genişletilmiş Dickey-Fuller (Augmented Dickey-Fuller-ADF) (1979) birim kök testleri ile saptanmıştır. Eğer mutlak değer ADF, Mac Kinnon kritik değerinden büyükse, seri durağandır, aksi takdirde durağan değildir. Kurulacak hipotezimiz aşağıdaki gibidir;

H_0: birim kök var; seri durağan değil
H_1: birim kök yok; seri durağan

Tablo 3'te ADF ve Birim Kök sonuçlara yer verilmiştir;

Tablo 3. İMKB-100 Endeksi Logaritmik Getirilerinin Durağanlık Testi İstatistikleri (Trendli ve Sabitli – Trend and Intercept)

Null Hypothesis: IMKB100 has a unit root
Exogenous: Constant, Linear Trend
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=26)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-47.40777	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.962064	
	5% level	-3.411776	
	10% level	-3.127774	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Tablodaki sonuçlardan da görüldüğü gibi İMKB-100 getiri serisine ilişkin ADF test istatistikleri tüm anlamlılık seviyelerinde (%1, %5 ve %10) mutlak değer ADF, Mac Kinnon kritik değerinden yüksek olduğu için H_0 hipotezi reddedilmektedir, yani seri durağandır.

6.1.2.3. İMKB-100 ENDEKSİ GETİRİ SERİSİNDE OTOKORELASYON TESTİ

Logaritması alınmış serinin durağanlığını tespit ettikten sonra seride otokorelasyonun bulunup bulunmadığı incelenmiştir.

Tablo 4. İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde Otokorelasyon Testi ve Koleogram Grafiği

Date: 08/14/08 Time: 12:25
Sample: 1 2285
Included observations: 2285

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.009	0.009	0.1950	0.659
		2	0.028	0.027	1.9276	0.381
		3	-0.017	-0.018	2.6095	0.456
		4	0.008	0.008	2.7620	0.598
		5	-0.015	-0.015	3.3054	0.653
		6	-0.026	-0.026	4.8058	0.569
		7	0.042	0.043	8.7762	0.269
		8	0.036	0.036	11.737	0.163
		9	0.043	0.040	16.008	0.067
		10	0.046	0.046	20.941	0.022
		11	-0.041	-0.044	24.741	0.010
		12	0.002	0.001	24.748	0.016
		13	0.011	0.018	25.051	0.023
		14	0.010	0.008	25.270	0.032
		15	0.051	0.052	31.277	0.008
		16	0.028	0.023	33.027	0.007
		17	0.002	-0.010	33.037	0.011
		18	-0.028	-0.029	34.815	0.010
		19	0.015	0.015	35.336	0.013
		20	-0.032	-0.029	37.640	0.010
		21	-0.007	-0.002	37.738	0.014
		22	-0.041	-0.045	41.530	0.007
		23	-0.001	-0.011	41.534	0.010
		24	-0.010	-0.014	41.764	0.014
		25	0.016	0.012	42.368	0.016
		26	0.016	0.019	42.994	0.019
		27	0.002	0.005	43.000	0.026
		28	-0.033	-0.035	45.536	0.019
		29	0.023	0.024	46.719	0.020
		30	-0.022	-0.017	47.844	0.021
		31	0.019	0.020	48.687	0.023
		32	-0.039	-0.032	52.138	0.014
		33	-0.017	-0.021	52.812	0.016
		34	-0.014	-0.014	53.291	0.019
		35	-0.010	-0.008	53.532	0.023
		36	0.022	0.025	54.633	0.024

Tablodan k=36 gecikme için hesaplanan değerlere baktığımız zaman %5 güven sınırı içerisinde otokorelasyon olmadığını görüyoruz. Bildiğimiz gibi otokorelasyon varsa, geçmiş hata terimleri varyans modeli üzerinde etkili olmakta ve kurulan model sağlıklı sonuçlar vermemektedir. Dolayısı ile otokorelasyonun olmaması, kuracağımız modelin sağlıklı bir model olması açısından çok önemlidir.

6.1.2.4. UYGUN ARIMA MODELİNİN TESPİTİ

Çalışma konusu seride ARCH etkisi olup olmadığını araştırmadan önce ARIMA modellerini de kurup anlamlı olup olmadıklarını test ediyoruz. Serimiz ik seferde durağan olduğu için ARIMA modelinde "I" değerini 0 (sıfır) olarak alıyoruz. Yapılan ARIMA modelleri testlerinde ARIMA model tiplerinden sadece "imkb100=c+AR(1)+AR(3)+MA(1)+MA(2)+MA(3)" ARMA(3,3) modelinin anlamlı olduğu tespit edilmiştir. Modelin test sonuçlarına Tablo 5'te yer verilmiştir;

Tablo 5. İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde Uygun ARIMA Modelinin Testi

Dependent Variable: IMKB100
Method: Least Squares
Date: 09/12/08 Time: 13:51
Sample (adjusted): 4 2285
Included observations: 2282 after adjustments
Convergence achieved after 24 iterations
MA Backcast: 1 3

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.001131	0.000590	1.916297	0.0555
AR(1)	-0.033692	0.013080	-2.575814	0.0101
AR(3)	-0.950452	0.013040	-72.88892	0.0000
MA(1)	0.039479	0.009706	4.067455	0.0000
MA(2)	0.024633	0.005097	4.832984	0.0000
MA(3)	0.977728	0.008263	118.3249	0.0000

R-squared	0.009736	Mean dependent var	0.001129
Adjusted R-squared	0.007561	S.D. dependent var	0.027503
S.E. of regression	0.027399	Akaike info criterion	-4.354009
Sum squared resid	1.708580	Schwarz criterion	-4.338936
Log likelihood	4973.924	Hannan-Quinn criter.	-4.348511
F-statistic	4.475436	Durbin-Watson stat	1.999898
Prob(F-statistic)	0.000463		

Inverted AR Roots	.48+.85i	.48-.85i	-.99
Inverted MA Roots	.48-.87i	.48+.87i	-1.00

Bu durumda ARIMA Modelimiz aşağıdaki gibidir;

$$imkb100 = 0.001131 - 0.033692 imkb100_{-1} - 0.950452 imkb100_{-3} + \varepsilon_t - 0.039479\varepsilon_{t-1} - 0.024633\varepsilon_{t-2} - 0.977728\varepsilon_{t-3} \quad (6.2)$$

6.1.2.5. ARCH TESTİ

Bu aşamada ilgli zaman serisinde ARCH etkisinin varlığını araştırmak için ARCH-LM (Lagrange Multiplier – Lagrange Çarpanı) testi yapacağız. ARCH-LM testinde hipotezimin aşağıdaki şekilde kurulacaktır;

H_0: eşvaryanslılık vardır (homoscedasticity, $\beta_1=\beta_2=\ldots\ldots=\beta n=0$)

H_1: eşvaryanslılık yoktur

Sıfır hipotezinin reddedilmesi, çalışma konusu zaman serisinde ARCH etkisinin varlığını göstermektedir.[3] Eviews 5.1 paket programında ARCH-LM testini *"imkb100 c ar(1) ar(3) ma(1) ma(2) ma(3)"* denkleminin girişini yaptıktan sonra *View – Residual Tests – Heteroskedasticity* Test komutu ile gerçekleştiriyoruz.

İlgili zaman serisine uyguladığımız ARCH-LM testinin sonuçları aşağıda Tablo 6'da verilmiştir;

Tablo 6. İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde ARCH-LM İstatisiği Testi Sonuçları

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	226.0447	Prob. F(1,2279)	0.0000
Obs*R-squared	205.8278	Prob. Chi-Square(1)	0.0000

ARCH etkisinin varlığını test etmek için Engle tarafından önerilen yukarıdaki ARCH-LM test sonucundan da anlaşılacağı gibi tahmin edilen regresyonun

[3] Robert F. Engle, "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation", **Econometrica,** 50, July 1982, 987-1008.

hatalarının karelerinin Obs*R-squared değeri 205.8278, bunun olasılık değerinin de %5 anlamlılık seviyesinde 0.0000 olduğu Tablo 6'da görülmektedir. Bu durumda eşit varyanslılığı ifade eden sıfır hipotezinin reddedileceği söylenebilir. Yani seride ARCH etkisi vardır ve bu etki giderilmelidir.

ARCH Etkisini ölçmek için Korelogram Testi de yapılmaktadır. Yine aynı şekilde testi yaptığımız zaman aşağıdaki sonuçları vermektedir;

Tablo 7. İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde Uygun ARMA Modelinin Korelogram Testi

Date: 09/12/08 Time: 14:24
Sample: 4 2285
Included observations: 2282
Q-statistic probabilities adjusted for 5 ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.300	0.300	206.12	
		2	0.296	0.227	407.08	
		3	0.148	0.013	457.10	
		4	0.092	-0.013	476.66	
		5	0.121	0.076	510.13	
		6	0.104	0.048	534.78	0.000
		7	0.059	-0.023	542.67	0.000
		8	0.085	0.039	559.41	0.000
		9	0.040	-0.003	563.09	0.000
		10	0.124	0.095	598.18	0.000
		11	0.085	0.020	614.71	0.000
		12	0.090	0.014	633.22	0.000
		13	0.055	-0.010	640.21	0.000
		14	0.059	0.019	648.25	0.000
		15	0.068	0.030	658.87	0.000
		16	0.077	0.025	672.61	0.000
		17	0.021	-0.041	673.66	0.000
		18	0.066	0.036	683.68	0.000
		19	0.080	0.064	698.24	0.000
		20	0.068	0.001	708.80	0.000
		21	0.075	0.009	721.88	0.000
		22	0.086	0.041	738.85	0.000
		23	0.047	-0.009	744.04	0.000
		24	0.047	-0.011	749.17	0.000
		25	0.044	0.011	753.59	0.000
		26	0.036	-0.004	756.65	0.000
		27	0.048	0.019	762.07	0.000
		28	0.025	-0.012	763.51	0.000
		29	0.014	-0.022	763.94	0.000
		30	0.036	0.018	766.94	0.000
		31	0.027	0.006	768.65	0.000
		32	0.080	0.055	783.46	0.000
		33	0.046	-0.004	788.36	0.000
		34	0.094	0.051	808.93	0.000
		35	0.069	0.016	819.82	0.000
		36	0.051	-0.006	825.91	0.000

Yapılan Korelogram Testi'nden de (Correlogram Squared Residual Test) görüldüğü üzere hata kareleri arasında otokorelasyon bulunmaktadır, yani ARCH etkisinin varlığı sözkonusudur.

Bu aşamadan sonra yapmamız gereken şey en uygun ARCH modelini seçmektir. Artık değerlerin kareleri toplamının minumum olacağı en iyi ARCH-GARCH modelini belirlemek için en çok kabül gören üç kriterden birisi olan Akaike Bilgi Kriteri *(AIC-Akaike Information Criterion)* kullanılmıştır. AIC ve SIC *(SIC-Shwartz Information Criterion)* için istenilen ideal değer, mümkün olan en küçük değerlerdir ve sıfırdan küçük (negatif) olabilir. Bu kriter, bu aşamada bize en uygun modeli seçmemize yardımcı olacaktır. En uygu modeli seçerken mutlak değerce en büyük AIC ve/veya SIC değeri olan modeli tercih edeceğiz.

6.1.2.6. EN UYGUN ARCH MODELİNİN SEÇİMİ

Bu aşamada ilgili ARCH, GARCH, TGARCH ve EGARCH, GARCH-M modellerini belirleyip en uygun modelin seçimini yapacağız. Eviews 5.1 paket programında *Estimate Equation* bölümünden denklemi *"imkb100 c ar(1) ar(2) ma(1) ma(2) ma(3)"* olarak yazdıktan sonra *"Method"* seçeneği olarak ARCH'ı seçeneğini seçmek sureti ile uygun model seçenekleri üzerinde çalışma yapıyoruz.

Bazı modellere ait istatistikî sonuçlara dayanan tablolar aşağıdaki gibidir;

Tablo 8. İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde ARCH(1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C	0.000551	3.80E-05	14.50457	0.0000
RESID(-1)^2	0.255963	0.051650	4.955751	0.0000

R-squared	0.004621	Mean dependent var	0.001129
Adjusted R-squared	0.001556	S.D. dependent var	0.027503
S.E. of regression	0.027482	Akaike info criterion	-4.442085
Sum squared resid	1.717407	Schwarz criterion	-4.421988
Log likelihood	5076.419	Hannan-Quinn criter.	-4.434755
F-statistic	1.507970	Durbin-Watson stat	2.040312
Prob(F-statistic)	0.159836		

Modelin varyans denklemi *(Variance Equation)* istatistiklerine baktığımız zaman olasılık değerlerinin *(probability – Prob.)* %5 anlamlılık seviyesinin altında olduğu, yani modelin istatistiksel olarak anlamlı olduğunu söyleyebiliriz. AKAİKE Bilgi Kriteri (AIC) değeri -4.442085. Bu değeri bir sonraki modellerle kıyaslayacağız.

Tablo 9. İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde ARCH(2) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C	0.000404	3.33E-05	12.12768	0.0000
RESID(-1)^2	0.222741	0.048455	4.596837	0.0000
RESID(-2)^2	0.241944	0.039929	6.059408	0.0000

R-squared	0.005994	Mean dependent var	0.001129
Adjusted R-squared	0.002496	S.D. dependent var	0.027503
S.E. of regression	0.027469	Akaike info criterion	-4.513755
Sum squared resid	1.715037	Schwarz criterion	-4.491145
Log likelihood	5159.194	Hannan-Quinn criter.	-4.505508
F-statistic	1.713358	Durbin-Watson stat	2.003059
Prob(F-statistic)	0.090391		

Modelin varyans denklemi istatistiklerine baktığımız zaman olasılık değerlerinin *(probability – Prob.)* %5 anlamlılık seviyesinin altında olduğu, yani ARCH(2) modelinin de anlamlı olduğunu söyleyebiliriz. AKAİKE Bilgi Kriteri (AIC) değeri –4.513755 olarak tespit edilmiştir. Bu değer, bir önceki modele kıyasla daha düşük, ya da bir başka değişle mutlak değer AIC değeri, ARCH(1) modelinin mutlak değer AIC değerine göre daha yüksek, dolayısı ile bu model daha geçerli bir modeldir diyebiliriz.

Tablo 10. İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde ARCH(3) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C	0.000342	3.56E-05	9.593816	0.0000
RESID(-1)^2	0.184507	0.042952	4.295632	0.0000
RESID(-2)^2	0.232494	0.040601	5.726312	0.0000
RESID(-3)^2	0.150382	0.041696	3.606602	0.0003

R-squared	0.002919	Mean dependent var	0.001129
Adjusted R-squared	-0.001031	S.D. dependent var	0.027503
S.E. of regression	0.027517	Akaike info criterion	-4.527964
Sum squared resid	1.720342	Schwarz criterion	-4.502842
Log likelihood	5176.407	Hannan-Quinn criter.	-4.518801
F-statistic	0.739083	Durbin-Watson stat	2.010603
Prob(F-statistic)	0.673273		

Modelin varyans denklemi istatistiklerine baktığımız zaman olasılık değerlerinin *(probability – Prob.)* %5 anlamlılık seviyesinin altında olduğu, yani ARCH(3) modelinin de anlamlı olduğunu söyleyebiliriz. AKAİKE Bilgi Kriteri (AIC) değeri –4.527964. Bu değer, bir önceki ARCH(2) modeline göre mutlak değerce daha yüksek, dolayısı ile ARCH(3) modeli, ARCH(1) ve ARCH(2) modellerine kıyasla daha geçerli bir modeldir diyebiliriz.

Tablo 11. İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde ARCH(4) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C	0.000301	3.73E-05	8.063598	0.0000
RESID(-1)^2	0.178531	0.043177	4.134862	0.0000
RESID(-2)^2	0.197482	0.041013	4.815052	0.0000
RESID(-3)^2	0.142122	0.041416	3.431590	0.0006
RESID(-4)^2	0.106855	0.026648	4.009833	0.0001

R-squared	0.001826	Mean dependent var	0.001129
Adjusted R-squared	-0.002569	S.D. dependent var	0.027503
S.E. of regression	0.027538	Akaike info criterion	-4.534450
Sum squared resid	1.722228	Schwarz criterion	-4.506815
Log likelihood	5184.807	Hannan-Quinn criter.	-4.524370
F-statistic	0.415476	Durbin-Watson stat	2.024940
Prob(F-statistic)	0.939925		

Modelin varyans denklemi istatistiklerine baktığımız zaman %5 anlamlılık seviyesinin altında olduğu, yani ARCH(4) modelinin de anlamlı olduğunu söyleyebiliriz. AKAİKE Bilgi Kriteri (AIC) değeri –4.534541 olarak gerçekleşmiştir. Bu değer, bir önceki ARCH(3) modeline göre daha düşük, dolayısı ile bu model daha geçerli bir modeldir. Modele daha önceki dönemlere ilişkin hata terimlerini kattıkça modelin AIC kriteri doğrultusunda geçerliliği yükselmektedir, diğer bir deyişle mutlak değer AIC değeri artış göstermektedir.

Bununla birlikte yukarıda belirtilen 4 model de ARCH modeli kısıtlarını, yani $\alpha_0 > 0$, $0 < \alpha_1 < 1$ ve $i = 1,2,.....,p \quad \alpha_i \geq 0$ (pozitif) olma ve $\sum \alpha_i \leq 1$ koşullarını karşılamaktadır.

Tablo 12. İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde ARCH(6) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C	0.000226	3.03E-05	7.474743	0.0000
RESID(-1)^2	0.169770	0.045230	3.753523	0.0002
RESID(-2)^2	0.151266	0.038146	3.965427	0.0001
RESID(-3)^2	0.107975	0.036914	2.925062	0.0034
RESID(-4)^2	0.059424	0.025697	2.312489	0.0208
RESID(-5)^2	0.147755	0.045844	3.222959	0.0013
RESID(-6)^2	0.107098	0.033933	3.156181	0.0016

R-squared	0.001432	Mean dependent var	0.001129
Adjusted R-squared	-0.003850	S.D. dependent var	0.027503
S.E. of regression	0.027556	Akaike info criterion	-4.557139
Sum squared resid	1.722909	Schwarz criterion	-4.524481
Log likelihood	5212.696	Hannan-Quinn criter.	-4.545227
F-statistic	0.271077	Durbin-Watson stat	2.029951
Prob(F-statistic)	0.993434		

Modelin varyans denklemi istatistiklerine baktığımız zaman tüm değerlerin %5 anlamlılık seviyesinin altında olmadığını görüyoruz. Yani ARCH(6) modelinin de anlamlı olduğunu söyleyemeyiz. AKAİKE Bilgi Kriteri (AIC) değeri –4.557139 ile en düşük AIC değerine veya başka bir deyişle mutlak değerce en yüksek AIC değerine sahip ARCH modelidir.

ARCH modellerini dokuzuncu (9.) gecikme değerine kadar test ettiğimiz zaman en AIC değeri en küçük ve %5 anlamlılık seviyesinde en uygun model olarak

ARCH(6) modelini görebiliyoruz. Test ettiğimiz ARCH(7), ARCH(8) ve ARCH(9) modelleri istatistiksel açıdan anlamlı sonuçlar vermemektedir.

Bu aşamadan sonra diğer GARCH, GARCH-M, EGARCH ve TGARCH modellerini de test edeceğiz.

Tablo 13. İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde GARCH(1,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C	1.03E-05	3.18E-06	3.241682	0.0012
RESID(-1)^2	0.097033	0.017427	5.567977	0.0000
GARCH(-1)	0.892277	0.018050	49.43238	0.0000

R-squared	0.002879	Mean dependent var	0.001129
Adjusted R-squared	-0.000630	S.D. dependent var	0.027503
S.E. of regression	0.027512	Akaike info criterion	-4.593903
Sum squared resid	1.720412	Schwarz criterion	-4.571293
Log likelihood	5250.643	Hannan-Quinn criter.	-4.585656
F-statistic	0.820357	Durbin-Watson stat	2.036035
Prob(F-statistic)	0.584534		

GARCH(1,1) modelinin varyans denklemi istatistiklerine baktığımız zaman tüm parametrelerin test istatistiklerinin olasılık değerlerinin %5 anlamlılık seviyesinin altında olduğunu görüyoruz. Yani GARCH(1,1) modeli istatistiksel olarak anlamlıdır. AKAİKE Bilgi Kriteri (AIC) değeri –4.593903 ile şu ana kadarki en düşük (mutlak değerce en büyük) AIC'ye sahip ARCH modelidir.

GARCH(1,1) modeli, GARCH(p,q) modellerindeki bütün parametrelerin negatif olmama ($\alpha_0 > 0$, $i = 1,2,.....,p$ $\alpha_i \geq 0$, $j = 1,2,.....,q$ $\beta j \geq 0$) ve $\alpha_i + \beta_j < 1$ olma koşulunu sağladığı da gözlemlenmektedir. Bu koşul, daha once de belirtildiği gibi söz konusu sürecin durağan bir süreç olduğunu gösterir.

Tablo 14. İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde GARCH(2,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C	8.15E-06	3.01E-06	2.704927	0.0068
RESID(-1)^2	0.129839	0.036101	3.596578	0.0003
RESID(-2)^2	-0.049383	0.036760	-1.343381	0.1791
GARCH(-1)	0.910435	0.018766	48.51468	0.0000

R-squared	0.001915	Mean dependent var	0.001129
Adjusted R-squared	-0.002038	S.D. dependent var	0.027503
S.E. of regression	0.027531	Akaike info criterion	-4.591875
Sum squared resid	1.722074	Schwarz criterion	-4.566753
Log likelihood	5249.330	Hannan-Quinn criter.	-4.582712
F-statistic	0.484430	Durbin-Watson stat	2.048786
Prob(F-statistic)	0.885984		

Bu modelde de ikinci gecikmeden hata terimine ait parametrenin test istatistiklerinin olasılık değerinin %5 anlamlılık seviyesinin üzerinde olduğu için model istatistiksel açıdan anlamlı değildir. Bununla birlikte ikinci gecikme ARCH değeri katsayısına baktığımız zaman negatif olmama koşulunu da sağlamadığını açıkça görmekteyiz. Özetle GARCH(2,1) modeli, uygun bir model değildir.

Tablo 15. İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde GARCH(2,2) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C	2.16E-05	6.40E-06	3.377102	0.0007
RESID(-1)^2	0.093158	0.019122	4.871636	0.0000
RESID(-2)^2	0.103309	0.017049	6.059557	0.0000
GARCH(-1)	-0.088684	0.030949	-2.865490	0.0042
GARCH(-2)	0.869455	0.032549	26.71250	0.0000

R-squared	0.001796	Mean dependent var	0.001129
Adjusted R-squared	-0.002600	S.D. dependent var	0.027503
S.E. of regression	0.027539	Akaike info criterion	-4.592631
Sum squared resid	1.722280	Schwarz criterion	-4.564997
Log likelihood	5251.191	Hannan-Quinn criter.	-4.582552
F-statistic	0.408559	Durbin-Watson stat	2.052364
Prob(F-statistic)	0.943238		

GARCH(2,2) modelinin varyans denklemi istatistiklerine baktığımız zaman tüm parametrelerin test istatistiklerinin olasılık değerlerinin %5 anlamlılık seviyesinin altında olduğunu görüyoruz. Ancak birinci (1.) gecikme GARCH katsayısı negatif olmama koşulunu sağlamadığı için model geçerli bir model değildir.

GARCH(p,q) modellerini dokuzuncu (9.) gecikme değerine kadar test ettiğimiz zaman GARCH(p,q) model kısıtlarını yerine getiren, istatistiksel olarak anlamlı ve mutlak değerce en büyük Akaika Bilgi Kriteri (Akaike Onfo Criterion – AIC) değerine sahip model GARCH(1,1) modeli olarak karşımıza çıkmaktadır.

Bu aşamadan sonra GARCH-M, EGARCH ve TARCH modellerini de kurup test edeceğiz.

Tablo 16. İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde GARCH-M(1,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C	1.04E-05	3.19E-06	3.255762	0.0011
RESID(-1)^2	0.097325	0.017395	5.594852	0.0000
GARCH(-1)	0.891826	0.018007	49.52616	0.0000

R-squared	0.004172	Mean dependent var	0.001129
Adjusted R-squared	0.000227	S.D. dependent var	0.027503
S.E. of regression	0.027500	Akaike info criterion	-4.593291
Sum squared resid	1.718180	Schwarz criterion	-4.568169
Log likelihood	5250.945	Hannan-Quinn criter.	-4.584128
F-statistic	1.057648	Durbin-Watson stat	2.037690
Prob(F-statistic)	0.391278		

GARCH-M(1,1) modelinin varyans denklemi istatistiklerine baktığımız zaman varyans denklemine ait olasılık değerlerinin %5 anlamlılık seviyesinin altında olduğunu görüyoruz. Aynı zamanda katsayıların negarif olmama ve $\alpha + \beta < 1$ kısıtlarını da yerine getirmektedir. Yani GARCH-M(1,1) modeli istatistiksel olarak anlamlıdır. AKAİKE Bilgi Kriteri (AIC) mutlak değeri 4.593291 ile şu ana kadarki en yüksek değere sahip ARCH modeli olan GARCH(1,1) modeline kıyasla daha düşüktür. Dolayısı ile GARCH-M(1,1) modeli istatistiksel olarak anlamlı fakat en uygun model değildir.

Tablo 17. İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde GARCH-M(2,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C	6.89E-06	2.86E-06	2.413295	0.0158
RESID(-1)^2	0.130262	0.036205	3.597843	0.0003
RESID(-2)^2	-0.058305	0.036332	-1.604804	0.1085
GARCH(-1)	0.920224	0.017928	51.33004	0.0000

R-squared	0.006582	Mean dependent var	0.001129
Adjusted R-squared	0.002207	S.D. dependent var	0.027503
S.E. of regression	0.027473	Akaike info criterion	-4.592008
Sum squared resid	1.714023	Schwarz criterion	-4.564374
Log likelihood	5250.482	Hannan-Quinn criter.	-4.581929
F-statistic	1.504568	Durbin-Watson stat	2.009348
Prob(F-statistic)	0.131246		

Tablo 18. İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde GARCH-M(2,2) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C	2.23E-05	6.61E-06	3.379281	0.0007
RESID(-1)^2	0.094893	0.019739	4.807456	0.0000
RESID(-2)^2	0.105789	0.017868	5.920632	0.0000
GARCH(-1)	-0.088830	0.030883	-2.876369	0.0040
GARCH(-2)	0.864606	0.034942	24.74383	0.0000

R-squared	0.010157	Mean dependent var	0.001129
Adjusted R-squared	0.005360	S.D. dependent var	0.027503
S.E. of regression	0.027429	Akaike info criterion	-4.595488
Sum squared resid	1.707855	Schwarz criterion	-4.565342
Log likelihood	5255.452	Hannan-Quinn criter.	-4.584492
F-statistic	2.117489	Durbin-Watson stat	2.004162
Prob(F-statistic)	0.016456		

Tablo 17 ve Tablo 18'e baktığımız zaman GARCH-M(2,1) ve GARCH-M(2,2) modellerinin katsayılarının, GARCH(p,q) modeli katsayıların negatif olmama kısıtını karşılamadığını görmekteyiz. Yaptığımız test sonuçlarında GARCH-M(p,q) modellerinden yalnızca GARCH-M(1,1) modelinin anlamlı olduğu fakat GARCH(1,1) modeline kıyasla mutlak değerce daha düşük AIC değerine sahip olduğunu tespit ettik. Dolayısı ile bu aşamaya kadar en uygun modelin GARCH(1,1) olduğunu tespit etmiş olduk.

Bu aşamaya kadar ele aldığımız ve test ettiğimiz ARCH(p), GARCH(p,q) ve GARCH-M(p,q) modellerinde varyansın etkisinin simetrik olduğu varsayılmıştı Yani aynı mutlak büyüklüklerin pozitif ve negatif şoklarının gelecek dönem koşullu varyansları üzerinde benzer etkiler sergileyeceği varsayımına dayanmaktaydı ve oynaklığın sadece büyüklüğü ile ilgilenilmişti. Bu aşamadan sonra oynaklıklardaki asimetrik yapıyı dikkate alan EGARCH ve TARCH modellerini de kurup test edeceğiz.

Tablo 19. İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde EGARCH(1,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C(7)	-0.354458	0.068202	-5.197150	0.0000
C(8)	0.224110	0.036517	6.137126	0.0000
C(9)	-0.034528	0.020898	-1.652227	0.0985
C(10)	0.975433	0.006849	142.4152	0.0000

R-squared	0.006292	Mean dependent var	0.001129
Adjusted R-squared	0.002355	S.D. dependent var	0.027503
S.E. of regression	0.027471	Akaike info criterion	-4.596583
Sum squared resid	1.714523	Schwarz criterion	-4.571461
Log likelihood	5254.701	Hannan-Quinn criter.	-4.587420
F-statistic	1.598389	Durbin-Watson stat	1.989431
Prob(F-statistic)	0.110011		

Tablo 20. İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde EGARCH(2,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C(7)	-0.348155	0.072800	-4.782318	0.0000
C(8)	0.240575	0.070720	3.401813	0.0007
C(9)	-0.022051	0.072206	-0.305396	0.7601
C(10)	-0.033442	0.020973	-1.594495	0.1108
C(11)	0.975688	0.007201	135.4929	0.0000

R-squared	0.006437	Mean dependent var	0.001129
Adjusted R-squared	0.002062	S.D. dependent var	0.027503
S.E. of regression	0.027475	Akaike info criterion	-4.595918
Sum squared resid	1.714273	Schwarz criterion	-4.568284
Log likelihood	5254.942	Hannan-Quinn criter.	-4.585839
F-statistic	1.471227	Durbin-Watson stat	1.990547
Prob(F-statistic)	0.143755		

Tablo 21. İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde EGARCH(2,2) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C(7)	-0.547470	0.228375	-2.397244	0.0165
C(8)	0.209670	0.066515	3.152220	0.0016
C(9)	0.136838	0.149737	0.913853	0.3608
C(10)	-0.054016	0.032703	-1.651742	0.0986
C(11)	0.445576	0.600365	0.742175	0.4580
C(12)	0.516461	0.585679	0.881816	0.3779

R-squared	0.006294	Mean dependent var	0.001129
Adjusted R-squared	0.001478	S.D. dependent var	0.027503
S.E. of regression	0.027483	Akaike info criterion	-4.595466
Sum squared resid	1.714520	Schwarz criterion	-4.565320
Log likelihood	5255.427	Hannan-Quinn criter.	-4.584471
F-statistic	1.307010	Durbin-Watson stat	1.992162
Prob(F-statistic)	0.213701		

Test ettiğimiz EGARCH(1,1), EGARCH(2,1) ve EGARCH(2,2) modellerinin Tablo 19, Tablo 20 ve Tablo 21'deki test sonuçlarına baktığımız zaman tüm modellerde katsayıların %5 anlamlılık seviyesinin altında olmadığını görmekteyiz. Bununla birlikte katsayıların negatif olmama kısıtını da karşılamadığını görmekteyiz. EGARCH(1,1) modeli Akaike Infro Criterion değerine baktığımız zaman şu aşamaya kadarki mutlak değerce en yüksek değer olan -4,596583 ile en yüksek değer olmasına karşın modelin geçerliliği söz konusu değildir.

Çalışmamızda test ettiğimiz tüm EGARCH(p,q) modelleri istatistiksel olarak anlamlı sonuçlar vermemiştir. Bu durumda bu aşamaya kadarki en uygun modelin GARCH(1,1) modelidir.

Bu aşamadan sonra EGARCH modelinde de olduğu gibi hata varyansları arasındaki asimetriyi açıklayan ve aynı zamanda kaldıraç etkisini (leverage effect) de belirlemek amacıyla ortaya atılmış bir model olan Eşik ARCH modeli, ya da Threshold ARCH (TARCH) modellerini test edeceğiz. TARCH(p,q) modeli, GARCH varyans denklemine bir kaldıraç değişkeninin dahil edilmiş şekli olarak ifade edilir.

Tablo 22. İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde TGARCH(1,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C	1.09E-05	3.23E-06	3.360318	0.0008
RESID(-1)^2	0.077634	0.021320	3.641406	0.0003
RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)	0.045145	0.025692	1.757152	0.0789
GARCH(-1)	0.888813	0.018586	47.82045	0.0000

R-squared	0.002553	Mean dependent var	0.001129
Adjusted R-squared	-0.001398	S.D. dependent var	0.027503
S.E. of regression	0.027522	Akaike info criterion	-4.596612
Sum squared resid	1.720974	Schwarz criterion	-4.571490
Log likelihood	5254.734	Hannan-Quinn criter.	-4.587449
F-statistic	0.646194	Durbin-Watson stat	2.044215
Prob(F-statistic)	0.758059		

Tablo 23. İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde TGARCH(2,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C	9.42E-06	3.22E-06	2.928917	0.0034
RESID(-1)^2	0.099212	0.040227	2.466309	0.0137
RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)	0.040112	0.025495	1.573371	0.1156
RESID(-2)^2	-0.030461	0.038386	-0.793542	0.4275
GARCH(-1)	0.901380	0.019611	45.96391	0.0000

R-squared	0.001453	Mean dependent var	0.001129
Adjusted R-squared	-0.002944	S.D. dependent var	0.027503
S.E. of regression	0.027543	Akaike info criterion	-4.594088
Sum squared resid	1.722872	Schwarz criterion	-4.566454
Log likelihood	5252.855	Hannan-Quinn criter.	-4.584009
F-statistic	0.330421	Durbin-Watson stat	2.062564
Prob(F-statistic)	0.973230		

Tablo 24. İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde TGARCH(2,2) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C	4.21E-05	1.61E-05	2.615346	0.0089
RESID(-1)^2	0.088773	0.051208	1.733573	0.0830
RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)	0.077119	0.052530	1.468081	0.1421
RESID(-2)^2	0.114508	0.077050	1.486166	0.1372
GARCH(-1)	0.356367	0.477298	0.746633	0.4553
GARCH(-2)	0.359250	0.394492	0.910665	0.3625

R-squared	0.000527	Mean dependent var	0.001129
Adjusted R-squared	-0.004316	S.D. dependent var	0.027503
S.E. of regression	0.027562	Akaike info criterion	-4.584829
Sum squared resid	1.724470	Schwarz criterion	-4.554683
Log likelihood	5243.290	Hannan-Quinn criter.	-4.573834
F-statistic	0.108788	Durbin-Watson stat	2.056292
Prob(F-statistic)	0.999874		

Test ettiğimiz TGARCH(1,1), TGARCH(2,1) ve TGARCH(2,2) modellerinin Tablo 22, Tablo 23 ve Tablo 24'teki test sonuçlarına baktığımız zaman tüm modellerde katsayıların %5 anlamlılık seviyesinin altında olmadığını görmekteyiz. Bununla birlikte katsayıların negatif olmama kısıtını da karşılamadığını görmekteyiz. TGARCH(1,1) modeli Akaike Infro Criterion değerine baktığımız zaman şu aşamaya kadarki mutlak değerce en yüksek değer olan -4,596612 ile en yüksek değer olmasına karşın modelin geçerliliği söz konusu değildir. Çalışmamızda test ettiğimiz tüm TGARCH(p,q) modelleri istatistiksel olarak anlamlı sonuçlar vermemiştir.

En uygun model olarak tespit ettiğimiz GARCH(1,1) modelinin formülasyonu aşağıdaki gibidir;

$$h_t = 1.03E-5 + 0.97033u_{t-1} + 0.892277h_{t-1} \qquad (6.3)$$

6.1.2.7. EN UYGUN ARCH MODELİNİN ARCH-LM TESTİ

Modeli tahminlerimizde kullanmadan önce belirlemiş olduğumuz en uygun model olan GARCH(1,1) modeline ait ARCH etkisinin varlığını araştırmak üzere ARCH-LM testini yapmamız gerekmektedir. Test sonuçarı Tablo 25'te gösterilmiştir.

Tablo 25. İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde GARCH (1,1) Modeli İçin ARCH-LM Testi Sonuçları

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	1.316783	Prob. F(1,2279)	0.2513
Obs*R-squared	1.317178	Prob. Chi-Square(1)	0.2511

Tablo 25'te de görüldüğü üzere tahmin edilen regresyonun hatalarının karelerinin Obs*R-squared değeri 1.317178, bunun olasılık değerinin de %5 anlamlılık seviyesinde 0.2511 olduğu tespit edilmiştir. Bu durumda eşit varyanslılığı ifade eden sıfır hipotezinin kabul edileceği söylenebilir. Yani seride ARCH etkisi giderilmiştir. Artık modelimizi volatilite tahminlerinde kullanabiliriz.

Tablo 26. İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinde GARCH(1,1) Modeli Korelogram Testi

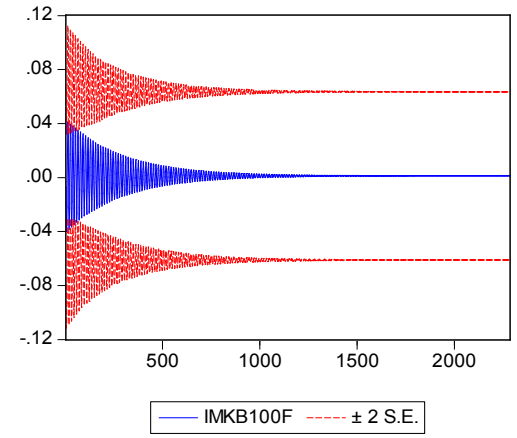
Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.024	0.024	1.3193	
		2	0.042	0.042	5.3726	
		3	-0.007	-0.009	5.4988	
		4	-0.013	-0.014	5.8792	
		5	0.014	0.016	6.3457	
		6	-0.008	-0.008	6.4940	0.011
		7	-0.020	-0.022	7.4531	0.024
		8	-0.029	-0.028	9.4135	0.024
		9	-0.029	-0.026	11.359	0.023
		10	0.049	0.052	16.927	0.005
		11	0.009	0.008	17.109	0.009
		12	-0.010	-0.015	17.330	0.015
		13	-0.005	-0.004	17.378	0.026
		14	0.006	0.009	17.457	0.042
		15	-0.035	-0.038	20.244	0.027
		16	-0.007	-0.008	20.372	0.040
		17	-0.039	-0.035	23.885	0.021
		18	-0.019	-0.015	24.733	0.025
		19	0.006	0.012	24.828	0.036
		20	0.009	0.008	25.023	0.050
		21	-0.004	-0.008	25.053	0.069
		22	-0.015	-0.015	25.593	0.082
		23	0.001	0.001	25.593	0.109
		24	-0.008	-0.012	25.726	0.138
		25	-0.027	-0.027	27.353	0.126
		26	-0.005	-0.004	27.405	0.158
		27	-0.005	0.001	27.455	0.194
		28	-0.018	-0.016	28.190	0.209
		29	-0.016	-0.018	28.816	0.227
		30	-0.031	-0.033	31.094	0.186
		31	-0.032	-0.031	33.503	0.148
		32	0.012	0.013	33.822	0.171
		33	0.009	0.007	34.021	0.200
		34	0.021	0.016	35.043	0.203
		35	0.022	0.022	36.134	0.204
		36	0.001	-0.001	36.136	0.241

GARCH(1,1) modeli artıkların hata kareleri üzerinde yaptığımız testten de görüldüğü üzere 36 gecikme için olasılık değerlerinin çoğunun %5 anlamlılık seviyesinin altında kaldığı, yani ARCH etkisinin görülmediği gözlemlenmektedir.

6.1.2.8. EN UYGUN ARCH MODELİNİN VARYANS ÖNGÖRÜSÜ

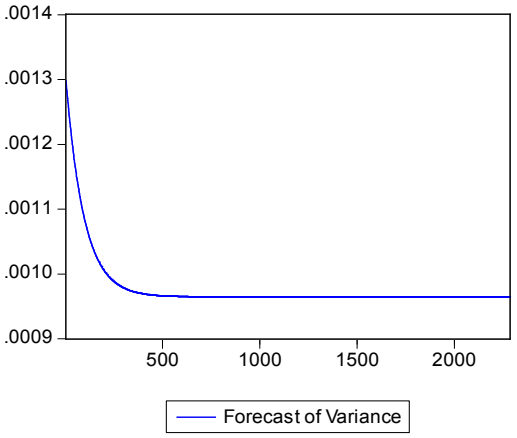
Yaptığımız testler sonucunda elde etmiş olduğumuz GARCH(1,1) modelini iki farklı yöntemle varyans öngörülerinde *(Volatility Forecast)* kullanabiliyoruz; bunlardan biri *Dinamik Yöntem*, diğeri de *Statik Yöntem*dir. Bu bölümde iki yöntemi de ele alacağız

Tablo 27. İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinin Dinamik Yöntemle Varyans Öngörüsü



Forecast: IMKB100F
Actual: IMKB100
Forecast sample: 1 2285
Adjusted sample: 4 2285
Included observations: 2282

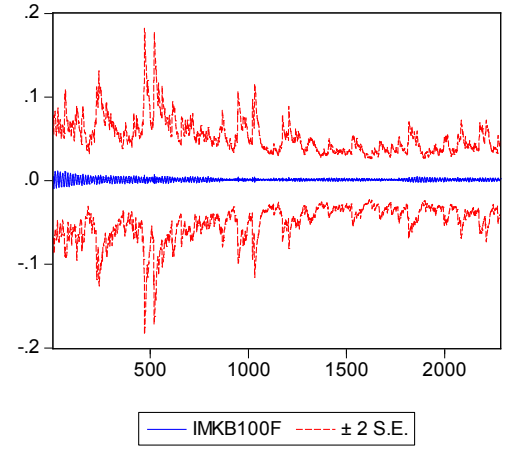
Root Mean Squared Error	0.028239
Mean Absolute Error	0.020227
Mean Abs. Percent Error	151.9334
Theil Inequality Coefficient	0.803950
Bias Proportion	0.000005
Variance Proportion	0.500876
Covariance Proportion	0.499120



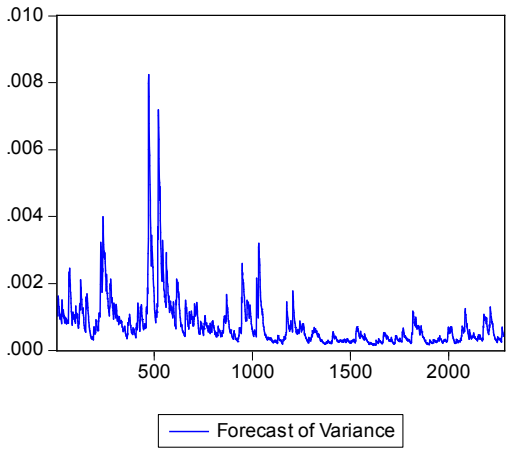
Tablo 27'de üstteki birinci grafik serinin önceki dönemlere dayanarak elde edilmiş öngörüleri görülmektedir. Grafikten güven sınırlarının zamanla değişmediğini ve sabit kaldığını görüyoruz. Bu durum, seçtiğimiz modelin uygun

model olduğunu ispatlayan göstergelerden bir tanesidir. Alttaki ikinci grafikte de varyans öngörülerini görebiliyoruz. Grafikten görüldüğü üzere varyansın zaman ilerledikçe sabit kalması da seçilen modelin doğru model olduğunu ispatlayan unsurlardan biridir.

Tablo 28. İMKB-100 Endeksi Getiri Serisinin Statik Yöntemle Varyans Öngörüsü



Forecast: IMKB100F	
Actual: IMKB100	
Forecast sample: 1 2285	
Adjusted sample: 4 2285	
Included observations: 2282	
Root Mean Squared Error	0.027457
Mean Absolute Error	0.019638
Mean Abs. Percent Error	122.9524
Theil Inequality Coefficient	0.917510
Bias Proportion	0.000011
Variance Proportion	0.857320
Covariance Proportion	0.142669



Tablo 28'de üstteki birinci grafik serinin önceki dönemlere dayanarak elde edilmiş öngörüleri görülmektedir, serinin ortalama modelinin öngörüsüdür. Ortadaki seri ilgilenilen durağan seriyi, üst ve alttaki kesikli çizgi grafikleri ise %95 güven sınırlarını gösterir. Alttaki ikinci grafik ise varyans öngörüleridir, yani uygun koşullu varyans modelinin koşullu standart sapmalarının kareleridir. Belirtilen dönem için koşullu varyans öngörü değerlerini gösterir. Grafikteki maksimum ve minimum değerler koşullu varyanstaki yüksek ve düşük oynaklıkları ifade eder.

Uygulamamızda veri setimizi 2285 veri üzerinden aldığımız için Eviews 5.1 programı ile 2285 veri üzerinden tahmin yaptık. Oysa ki ilk veri girişi sırasında 2285 veri yerine 2300 veri girişi için komut girişi yapsaydık, Eviews programı 2285 veri ve sonraki 15 veri için volatilite tahmini yapacaktı. Bundan sonraki uygulamamızda gelecek dönem öngörülerini de hesaplatacağız.

6.1.3. UYGULAMA SONUÇLARI

Çalışmamızda, İMKB100 Endeksi 2285 adet veriye dayanan veri seti üzerinde yaptığımız uygulamada koşullu değişken varyans yöntemleri olarak bilinen ve teorik kısımda ele aldığımız ARCH, GARCH, EGARCH ve TGARCH modellerini kullanarak oynaklık modellemesi yaptık. Söz konusu araştırma yaptığımız tüm modellerde istatistiksel olarak anlamlı olması koşulunu sağlayan ve ARCH ve GARCH modelleme kısıtlarını yerine getiren modeller arasından mutlak değerce en yüksek Akaika Bilgi Kriteri değerine sahip model olarak GARCH(1,1) modelinin İMKB-100 Endeksi günlük getiri serisindeki değişkenliği modellemede kullanılabilecek en uygun model olduğunu tespit ettik.

ARCH ve GARCH modellerinde varyansın etkisinin simetrik olduğu varsayılmaktadır. Diğer bir deyişle, pozitif ve negatif şokların oynaklığa etkisi aynıdır. Oysa İMKB-100 Endeksi'nde volatilite kümelenmeleri gözlemlenmektedir. Bundan dolayı, İMKB'de volatilitenin modellenmesinde asimetrik GARCH yöntemlerinin kullanılmasının daha uygun sonuçlar üreteceği düşünülebilir. Gerçekten de, yüksek volatilitenin şoklar ve belirsizlikler sonrası bir süreklilik izlediği GARCH(1,1) denkleminde $(\alpha_1 + \beta_1)$ değerinin yüksekliğinden de açıkça görülmektedir. Bu durum herhangi bir dönemdeki şokun etkisinin gelecekte de bir süre daha devam ettiğini göstermektedir. Bu da kriz zamanlarında ve belirsizlik dönemlerinde, İMKB-100 Endeksi getirilerindeki değişkenliğin arttığı ve bu dönemlerde volatilite kümelenmelerinin gözlemlendiği sonucu ile uyumludur.

6.2. AVRUPA PARA BİRİMİ (EURO) / YTL DÖVİZ KURU ÜZERİNE UYGULAMA

Bu uygulamada ARCH ailesi modelleri kullanarak Döviz Piyasalarında Avrupa Para Birimi olan Euro ile YTL paritesi, yani EURO/YTL(€/YTL)'nin volatilitesinin ARCH etkisi taşıyıp taşımadığı, taşıyorsa oynaklığın (değişkenliğin) modellenmesi ve modellenmesi sürecinde kullanılabilecek en uygun metod araştırılmıştır.

6.2.1.VERİ VE YÖNTEM

Veri setimiz, 2 Ocak 2002 ile 13 Ağustos 2008 tarihleri arasındaki 1668 adet €/YTL gün sonu kapanış değerini kapsamaktadır. 1668 adet gözlem sonu çevrim içi kaynaklardan temin edilmiştir.[4] Bununla birlikte sonraki dönem tahminlerinde bulunabilmek amacı ile programa giriş yaparken 1668 adet gerçekleşmiş veri, 32 adet tahmin edilecek veri olmak üzere toplamda 1700 veri tanımlaması yapacağız.

Veri seti oluşturulduktan sonra serilerin karakteristik yapıları incelenerek durağanlık (stationary) mertebeleri belirlenecek olup daha sonra ARIMA(p,q) ortalama modeli tespit edilerek ARCH etkisi olup olmadığı incelenecektir. Sonrasında ARCH etkisi görülen veriler için de volatilite yapısına uygun otoregresif koşullu değişen varyans modeli (ARCH modeli) seçilecektir. Bütün bu işlemler, Eviews 5.1 paket programı yardımı ile hesaplanmaktadır.

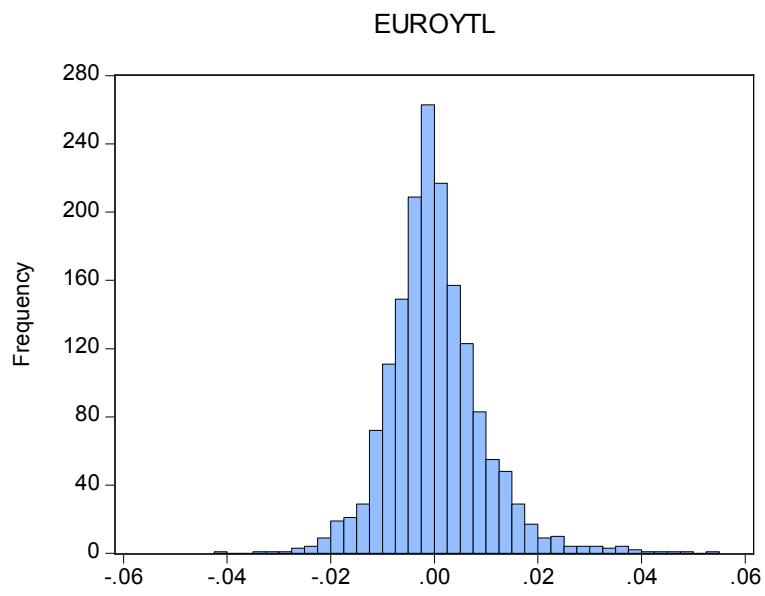
[4] <http://www.analiz.com>

6.2.2. UYGULAMA

6.2.2.1. ZAMAN SERİSİ İSTATİSTİKİ ANALİZ VE BULGULAR

İlgili veri setini alıp ve Eviews 5.1 paket programında işleme tabi tuttuk. EURO/YTL paritesinin günlük kapanış değerlerinin birinci logaritmik farkları alınarak günlük kapanış değerleri ile analiz yapmak yerine günlük getiri oranları hesaplanarak yeni bir zaman serisi elde edilmiştir. Böylece ilgili zaman serisi de durağanlıktan arındırılmış oldu.

$$\text{Getiri EUROYTL}_t = \ln(P_t / P_{t-1}) \qquad (6.4)^5$$



	EUROYTL
Mean	0.000188
Median	-0.000579
Maximum	0.054515
Minimum	-0.041738
Std. Dev.	0.009234
Skewness	0.766931
Kurtosis	6.307181
Jarque-Bera	923.1138
Probability	0.000000
Sum	0.313407
Sum Sq. Dev.	0.142059
Observations	1667

Şekil 7. EURO/YTL Getiri Endeksi Dağılım İstatistikleri

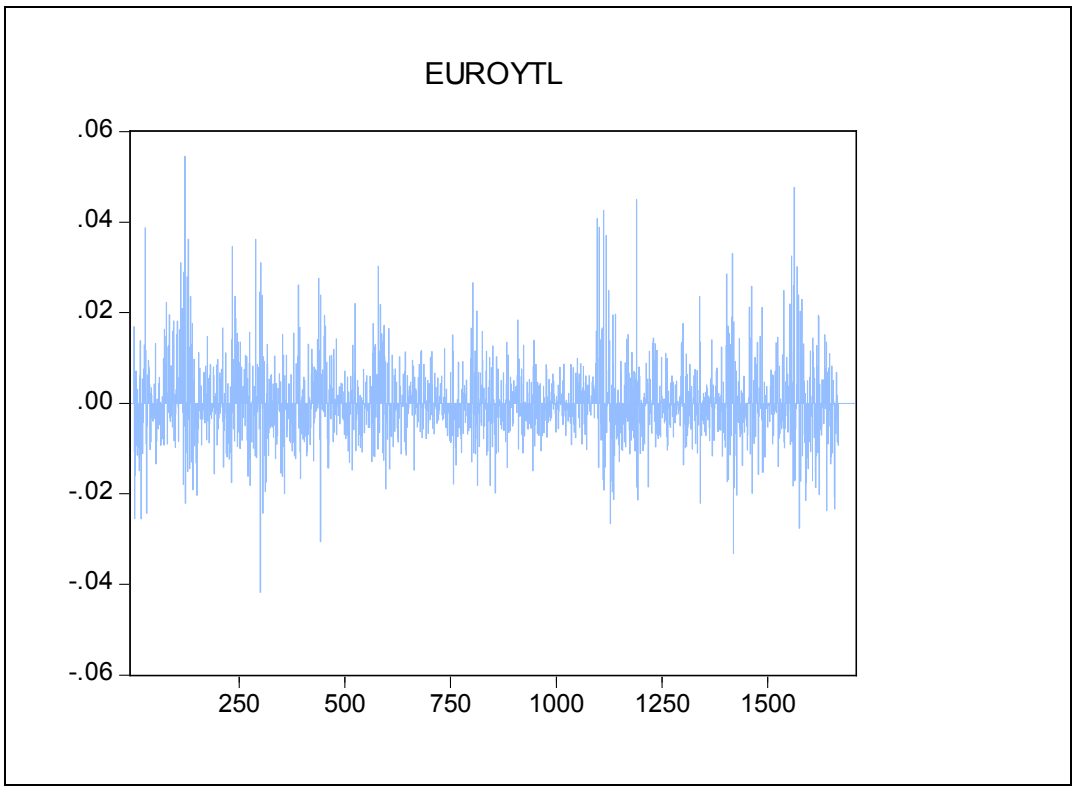
Zaman serisinin genel istatistik bilgilerine baktığımızda 1667 gözlem sonucunda yukarıdaki Şekil 7'ye göre, EURO/YTL getiri serisinin, basıklık katsayısı

[5] Figlewski.

(Kurtosis) 6.30, 3'den büyük olduğu için sivri ve çarpıklık (Skewness) katsayısı 0.76 ve pozitif olduğu için sağa çarpık bir dağılıma sahiptir diyebiliriz.

Jarque–Bera istatistiği ise; "H_0: Normallikten sapma yoktur" şeklinde kurulan temel hipotezin reddedileceğini göstermektedir. Yani, çok yüksek bir Jarque-Bera test istatistiği değeri ile karşı karşıya olduğumuzdan da kolayca anlaşılacağı gibi %5 anlamlılık düzeyinde standartlaştırılmış artıkların normal dağılmadığı görülmektedir. Yani H_0 hipotezi reddedilir, seri normal dağılıma sahip değildir.

Logaritmik getirilerin oluşturduğu bar grafiğini çizdikten sonra serideki dalgalanmayı gözlemlemeye başlıyoruz.



Şekil 8. 2.1.2002-18.8.2008 Yılları Arası EURO/YTL Logaritmik Getirileri

Şekil 8'de, daha önceki uygulamamızda da görüldüğü gibi oynaklık kümelenmesi yani "volatility clustering" gözlemlenmektedir. Yani, logaritmik yöntemle hesaplanan getirilerde meydana gelen büyük değişimleri büyük, küçük değişimleri ise küçük hareketler izlemektedir. Sözkonusu durum, gözlem konusu

olan EURO/YTL paritesindeki değişken varyanslılığın ve oynaklık kümelenmesinin bir göstergesidir.

6.2.2.2. ZAMAN SERİSİ DURAĞANLIK ANALİZİ

Bu aşamada ele alınan dönem içerisinde EURO/YTL getiri serisinin durağan olup olmadığının inceleyeceğiz. Zaman serisi analizlerinde, durağan olmayan serilerin denklemlere konulması gerçekte olmayan ilişkilerin varmış gibi görünmesine neden olduğundan bahsetmiştik.

Ele aldığımız EURO/YTL zaman serilerinin durağanlıkları, durağanlık testlerinde yaygın olarak kullanılan Genişletilmiş Dickey-Fuller (Augmented Dickey-Fuller-ADF) (1979) birim kök testleri ile saptanmıştır. Eğer mutlak değer ADF, Mac Kinnon kritik değerinden büyükse, seri durağandır, aksi takdirde durağan değildir. Kurulacak hipotezimiz aşağıdaki gibidir;

H_0: birim kök var; seri durağan değil
H_1: birim kök yok; seri durağan

Tablo 29'da ADF ve Birim Kök sonuçlara yer verilmiştir;

Tablo 29. EURO/YTL Logaritmik Getirilerinin Durağanlık Testi İstatikleri (Trendli ve Sabitli – Trend and Intercept)

Null Hypothesis: EUROYTL has a unit root
Exogenous: Constant, Linear Trend
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=24)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-40.59924	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.963561	
	5% level	-3.412509	
	10% level	-3.128208	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Tablodaki sonuçlardan da görüldüğü gibi İMKB-100 getiri serisine ilişkin ADF test istatistikleri tüm anlamlılık seviyelerinde (%1, %5 ve %10) mutlak değer ADF, Mac Kinnon kritik değerinden yüksek olduğu için H_0 hipotezi reddedilmektedir, yani seri durağandır.

6.2.2.3. EURO/YTL GETİRİ SERİSİNDE OTOKORELASYON TESTİ

Logaritması alınmış serinin durağanlığını tespit ettikten sonra seride otokorelasyonun bulunup bulunmadığı incelenmiştir.

Tablo 30. EURO/YTL Getiri Serisinde Otokorelasyon Testi ve Koleogram Grafiği

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.006	0.006	0.0558	0.813
		2	-0.059	-0.059	5.8639	0.053
		3	0.037	0.038	8.2123	0.042
		4	0.018	0.014	8.7593	0.067
		5	0.028	0.032	10.075	0.073
		6	0.009	0.009	10.210	0.116
		7	0.024	0.027	11.209	0.130
		8	0.083	0.082	22.752	0.004
		9	0.048	0.049	26.560	0.002
		10	0.030	0.037	28.087	0.002
		11	0.024	0.023	29.050	0.002
		12	-0.004	-0.007	29.075	0.004
		13	-0.017	-0.023	29.540	0.005
		14	0.072	0.065	38.244	0.000
		15	0.010	0.000	38.426	0.001
		16	0.013	0.013	38.727	0.001
		17	0.033	0.020	40.597	0.001
		18	-0.010	-0.018	40.757	0.002
		19	-0.004	-0.012	40.787	0.003
		20	0.015	0.009	41.183	0.004
		21	-0.017	-0.020	41.677	0.005
		22	0.017	0.008	42.158	0.006
		23	-0.017	-0.026	42.622	0.008
		24	0.025	0.021	43.692	0.008
		25	-0.010	-0.022	43.852	0.011
		26	0.013	0.018	44.140	0.015
		27	0.053	0.053	48.896	0.006
		28	0.003	0.001	48.908	0.009
		29	-0.019	-0.012	49.549	0.010
		30	-0.030	-0.035	51.098	0.010
		31	-0.019	-0.026	51.707	0.011
		32	-0.020	-0.027	52.402	0.013
		33	0.006	0.007	52.471	0.017
		34	-0.020	-0.027	53.123	0.019
		35	0.011	0.010	53.330	0.024
		36	0.000	-0.008	53.330	0.031

Tablodan k=36 gecikme için hesaplanan değerlere baktığımız zaman ilk 7 gecikme değeri için %5 güven sınırı içerisinde otokorelasyon olmadığını görüyoruz. Bildiğimiz gibi otokorelasyon varsa, geçmiş hata terimleri varyans modeli üzerinde etkili olmakta, dolayısı ile kurulan model sağlıklı sonuçlar vermemektedir. Dolayısı ile otokorelasyonun olmaması, kuracağımız modelin sağlıklı bir model olması açısından çok önemlidir.

6.2.2.4. UYGUN ARIMA MODELİNİN TESPİTİ

Çalışma konusu seride ARCH etkisi olup olmadığını araştırmadan önce ARIMA modellerini de kurup anlamlı olup olmadıklarını test ediyoruz. Serimiz ik seferde durağan olduğu için ARIMA modelinde "I" değerini 0 (sıfır) olarak alıyoruz. Yapılan ARIMA modelleri testlerinde ARMA(2,2) modelinin anlamlı ve en geçerli model olduğu tespit edilmiştir. Modelin test sonuçlarına Tablo 31'de yer verilmiştir;

Tablo 31. EURO/YTL Getiri Serisi ARMA(2,2) Uygun ARIMA Modelinin Testi

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000190	0.000222	0.856436	0.3919
AR(1)	0.386988	0.050132	7.719364	0.0000
AR(2)	-0.903941	0.045771	-19.74940	0.0000
MA(1)	-0.400593	0.053530	-7.483552	0.0000
MA(2)	0.894064	0.048760	18.33619	0.0000

R-squared	0.010460	Mean dependent var	0.000185
Adjusted R-squared	0.008076	S.D. dependent var	0.009227
S.E. of regression	0.009189	Akaike info criterion	-6.538553
Sum squared resid	0.140176	Schwarz criterion	-6.522284
Log likelihood	5448.345	Hannan-Quinn criter.	-6.532524
F-statistic	4.386897	Durbin-Watson stat	1.966467
Prob(F-statistic)	0.001569		

Bu durumda ARIMA Modelimiz aşağıdaki gibidir;

$$euroytl = 0.000190 + 0.386988 euroytl_{-1} - 0.903941 euroytl_{-2} + \varepsilon_t + 0.400593\varepsilon_{t-1} - 0.894064\varepsilon_{t-2} \quad (6.5)$$

6.2.2.5. ARCH TESTİ

Bu aşamada ilgli zaman serisinde ARCH etkisinin varlığını araştırmak için ARCH-LM (Lagrange Multiplier – Lagrange Çarpanı) testi yapacağız. ARCH-LM testinde hipotezimin aşağıdaki şekilde kurulacaktır;

H_0: eşvaryanslılık vardır (homoscedasticity, $\beta_1=\beta_2=\ldots\ldots=\beta n=0$)

H_1: eşvaryanslılık yoktur

Sıfır hipotezinin reddedilmesi, çalışma konusu zaman serisinde ARCH etkisinin varlığını göstermektedir.[6]

İlgili zaman serisine uyguladığımız ARCH-LM testinin sonuçları aşağıda Tablo 32'de verilmiştir;

Tablo 32. EURO/YTL Getiri Serisi ARCH-LM İstatisiği Testi Sonuçları

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	52.94486	Prob. F(1,1662)	0.0000
Obs*R-squared	51.37206	Prob. Chi-Square(1)	0.0000

ARCH etkisinin varlığını test etmek için Engle tarafından önerilen yukarıdaki ARCH-LM test sonucundan da anlaşılacağı gibi tahmin edilen regresyonun hatalarının karelerinin Obs*R-squared değeri 51.37206, bunun olasılık değerinin de %5 anlamlılık seviyesinde 0.0000 olduğu. Bu durumda eşit varyanslılığı ifade eden sıfır hipotezinin reddedileceği söylenebilir. Yani seride ARCH etkisi vardır ve bu etki giderilmelidir.

ARCH Etkisini ölçmek için Korelogram Testi de yapılmaktadır. Yine aynı şekilde testi yaptığımız zaman aşağıdaki sonuçları vermektedir;

[6] Engle.

Tablo 33. EURO/YTL Getiri Serisi Uygun ARMA Modelinin Korelogram Testi

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.176	0.176	51.485	
		2	0.121	0.093	76.084	
		3	0.161	0.130	119.20	
		4	0.122	0.071	144.18	
		5	0.101	0.049	161.11	0.000
		6	0.137	0.087	192.65	0.000
		7	0.099	0.035	208.95	0.000
		8	0.119	0.065	232.86	0.000
		9	0.041	-0.031	235.71	0.000
		10	0.138	0.096	267.84	0.000
		11	0.142	0.076	301.47	0.000
		12	0.132	0.068	330.64	0.000
		13	0.083	0.003	342.13	0.000
		14	0.083	0.007	353.65	0.000
		15	0.110	0.050	374.18	0.000
		16	0.068	-0.010	381.90	0.000
		17	0.059	-0.002	387.82	0.000
		18	0.080	0.008	398.60	0.000
		19	0.018	-0.039	399.17	0.000
		20	0.060	0.019	405.29	0.000
		21	0.026	-0.032	406.44	0.000
		22	-0.017	-0.068	406.95	0.000
		23	0.019	-0.016	407.56	0.000
		24	0.015	-0.011	407.94	0.000
		25	0.032	0.015	409.69	0.000
		26	0.017	-0.015	410.17	0.000
		27	0.041	0.027	412.96	0.000
		28	0.032	0.006	414.64	0.000
		29	-0.007	-0.023	414.73	0.000
		30	0.001	-0.013	414.74	0.000
		31	0.001	-0.015	414.74	0.000
		32	-0.001	0.004	414.74	0.000
		33	-0.000	0.002	414.74	0.000
		34	-0.027	-0.018	415.98	0.000
		35	-0.007	-0.004	416.06	0.000
		36	0.003	0.012	416.07	0.000

Yapılan Korelogram Testi'nden de (Correlogram Squared Residual Test) görüldüğü üzere hata kareleri arasında otokorelasyon bulunmaktadır, yani ARCH etkisinin varlığı sözkonusudur.

Bu aşamadan sonra yapmamız gereken en uygun ARCH modelini seçmektir. Artık değerlerin kareleri toplamının minumum olacağı en iyi ARCH-GARCH modelini belirlemek için en çok kabül gören kriter olan Akaike Bilgi Kriteri *(AIC-Akaike Information Criterion)* kullanılmıştır. AIC ve SIC *(SIC-Shwartz Information Criterion)* için istenilen ideal değer, mümkün olan en küçük değerlerdir ve sıfırdan

küçük (negatif) olabilir. Bu kriter, bu aşamada bize en uygun modeli seçmemize yardımcı olacaktır. En uygu modeli seçerken mutlak değerce en büyük AIC ve/veya SIC değeri olan modeli tercih edeceğiz.

6.2.2.6. EN UYGUN ARCH MODELİNİN SEÇİMİ

Bu aşamada ilgili ARCH, GARCH, TGARCH ve EGARCH, ARCH-M modellerini belirleyip en uygun modelin seçimini yapacağız. Eviews 5.1 paket programında *Estimate Equation* bölümünden denklemi *"euroytl c ar(1) ar(2) ma(1) ma(2)"* olarak yazdıktan sonra *"Method"* seçeneği olarak ARCH'ı seçeneğini seçmek sureti ile uygun model seçenekleri üzerinde çalışma yapıyoruz. Bazı modellere ait istatistikî sonuçlara dayanan tablolar aşağıdaki gibidir;

Tablo 34. EURO/YTL Getiri Serisi ARCH(1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C	6.29E-05	4.92E-06	12.76686	0.0000
RESID(-1)^2	0.284100	0.058303	4.872847	0.0000

R-squared	0.001995	Mean dependent var	0.000185
Adjusted R-squared	-0.001617	S.D. dependent var	0.009227
S.E. of regression	0.009234	Akaike info criterion	-6.595501
Sum squared resid	0.141375	Schwarz criterion	-6.572725
Log likelihood	5497.755	Hannan-Quinn criter.	-6.587060
F-statistic	0.552379	Durbin-Watson stat	2.091736
Prob(F-statistic)	0.768403		

Tablo 35. EURO/YTL Getiri Serisi ARCH(2) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C	4.42E-05	3.70E-06	11.94331	0.0000
RESID(-1)^2	0.282396	0.061698	4.577101	0.0000
RESID(-2)^2	0.267553	0.072179	3.706796	0.0002

R-squared	0.002674	Mean dependent var	0.000185
Adjusted R-squared	-0.001539	S.D. dependent var	0.009227
S.E. of regression	0.009234	Akaike info criterion	-6.648006
Sum squared resid	0.141279	Schwarz criterion	-6.621975
Log likelihood	5542.465	Hannan-Quinn criter.	-6.638359
F-statistic	0.634643	Durbin-Watson stat	1.975024
Prob(F-statistic)	0.727540		

Tablo 36. EURO/YTL Getiri Serisi ARCH(3) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C	3.85E-05	3.75E-06	10.24389	0.0000
RESID(-1)^2	0.256128	0.057477	4.456221	0.0000
RESID(-2)^2	0.208663	0.056527	3.691390	0.0002
RESID(-3)^2	0.138574	0.045733	3.030068	0.0024

R-squared	0.001486	Mean dependent var	0.000185
Adjusted R-squared	-0.003337	S.D. dependent var	0.009227
S.E. of regression	0.009242	Akaike info criterion	-6.671210
Sum squared resid	0.141447	Schwarz criterion	-6.641926
Log likelihood	5562.783	Hannan-Quinn criter.	-6.660358
F-statistic	0.308149	Durbin-Watson stat	2.012011
Prob(F-statistic)	0.963215		

Tablo 37. EURO/YTL Getiri Serisi ARCH(6) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C	2.37E-05	2.70E-06	8.745684	0.0000
RESID(-1)^2	0.225858	0.058890	3.835257	0.0001
RESID(-2)^2	0.160941	0.056629	2.842027	0.0045
RESID(-3)^2	0.105825	0.048612	2.176938	0.0295
RESID(-4)^2	0.134773	0.043553	3.094470	0.0020
RESID(-5)^2	0.073131	0.034375	2.127481	0.0334
RESID(-6)^2	0.097017	0.035333	2.745756	0.0060

R-squared	0.001859	Mean dependent var	0.000185
Adjusted R-squared	-0.004783	S.D. dependent var	0.009227
S.E. of regression	0.009249	Akaike info criterion	-6.714126
Sum squared resid	0.141395	Schwarz criterion	-6.675080
Log likelihood	5601.510	Hannan-Quinn criter.	-6.699656
F-statistic	0.279900	Durbin-Watson stat	2.016273
Prob(F-statistic)	0.989563		

Tablo 34, Tablo 35, Tablo 36 ve Tablo 37'deki ARCH(p) modellerinin varyans denklemi *(Variance Equation)* istatistiklerine baktığımız zaman olasılık değerlerinin *(probability – Prob.)* %5 anlamlılık seviyesinin altında olduğu, yani modellerin tümünün istatistiksel olarak anlamlı olduğunu söyleyebiliriz. Bununla birlikte modeler, ARCH modeli kısıtlarını, yani $\alpha_0 > 0$, $0 < \alpha_1 < 1$ ve $i = 1,2,....., p \quad \alpha_i \geq 0$

(pozitif) olma ve $\sum \alpha_i \leq 1$ koşullarını karşılamaktadır. p=1,2,3,….,9 ARCH(p) modelleri arasında en yüksek AKAİKE Bilgi Kriteri (AIC) değerine sahip model olarak AIC değeri -6,714126 ile ARCH(6) modelini tespit ettik. Bu değeri bir sonraki modellerle kıyaslayacağız.

Bu aşamadan sonra diğer GARCH, GARCH-M, EGARCH ve TGARCH modellerini de test edeceğiz.

GARCH(p,q) modellerine ait test sonuçlarından bazıları aşağıdaki gibidir;

Tablo 38. EURO/YTL Getiri Serisi GARCH(1,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C	4.00E-06	1.08E-06	3.696913	0.0002
RESID(-1)^2	0.182495	0.032235	5.661449	0.0000
GARCH(-1)	0.781974	0.033040	23.66729	0.0000

R-squared	0.002561	Mean dependent var	0.000185
Adjusted R-squared	-0.001652	S.D. dependent var	0.009227
S.E. of regression	0.009234	Akaike info criterion	-6.730665
Sum squared resid	0.141295	Schwarz criterion	-6.704634
Log likelihood	5611.278	Hannan-Quinn criter.	-6.721018
F-statistic	0.607838	Durbin-Watson stat	2.003445
Prob(F-statistic)	0.749886		

Tablo 39. EURO/YTL Getiri Serisi GARCH(2,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C	3.59E-06	1.24E-06	2.887474	0.0039
RESID(-1)^2	0.211142	0.053347	3.957874	0.0001
RESID(-2)^2	-0.045464	0.068664	-0.662123	0.5079
GARCH(-1)	0.801998	0.046178	17.36748	0.0000

R-squared	0.002474	Mean dependent var	0.000185
Adjusted R-squared	-0.002345	S.D. dependent var	0.009227
S.E. of regression	0.009237	Akaike info criterion	-6.730441
Sum squared resid	0.141307	Schwarz criterion	-6.701157
Log likelihood	5612.092	Hannan-Quinn criter.	-6.719589
F-statistic	0.513434	Durbin-Watson stat	1.998601
Prob(F-statistic)	0.847082		

Tablo 40. EURO/YTL Getiri Serisi GARCH(2,2) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C	2.26E-08	7.12E-08	0.317338	0.7510
RESID(-1)^2	0.201284	0.037643	5.347200	0.0000
RESID(-2)^2	-0.198349	0.036877	-5.378701	0.0000
GARCH(-1)	1.724900	0.050799	33.95550	0.0000
GARCH(-2)	-0.727957	0.049146	-14.81205	0.0000

R-squared	0.002884	Mean dependent var	0.000185
Adjusted R-squared	-0.002538	S.D. dependent var	0.009227
S.E. of regression	0.009238	Akaike info criterion	-6.734575
Sum squared resid	0.141249	Schwarz criterion	-6.702037
Log likelihood	5616.534	Hannan-Quinn criter.	-6.722517
F-statistic	0.531906	Durbin-Watson stat	2.069187
Prob(F-statistic)	0.852188		

Tablo 38, Tablo 39 ve Tablo 40'da test etmiş olduğumuz GARCH(p,q) modellerinin varyans denklemi istatistiklerine baktığımız zaman tüm parametrelerin test istatistiklerinin olasılık değerlerinin %5 anlamlılık seviyesinin altında olduğunu fakat GARCH(p,q) modellerindeki bütün parametrelerin negatif olmama ($\alpha_0 > 0$, $i = 1,2,.....,p \quad \alpha_i \geq 0$, $\quad j = 1,2,.....,q \ \beta j \geq 0$) ve $\alpha_i + \beta_j < 1$ olma koşulunu sağlamadığını gözlemlemekteyiz. Bu durumda GARCH(p,q) modelleri arasından sadece GARCH(1,1) modeli istatistiksel olarak anlamlıdır. AKAİKE Bilgi Kriteri (AIC) değeri –6.730665 ile şu ana kadarki en düşük (mutlak değerce en büyük) AIC'ye sahip ARCH modelidir.

Uygulamamızda test ettiğimiz GARCH(p,q) modelleri arasından sadece GARCH(1,1) model anlamlı olduğu için diğer GARCH(p,q) modellerinden çalışmamızda yer vermiyoruz.

Bu aşamadan sonra GARCH-M, EGARCH ve TARCH modellerini de kurup test edeceğiz.

Tablo 41. EURO/YTL Getiri Serisi GARCH-M(1,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C	4.01E-06	1.08E-06	3.705300	0.0002
RESID(-1)^2	0.183119	0.032659	5.607062	0.0000
GARCH(-1)	0.781312	0.033172	23.55312	0.0000

R-squared	0.000609	Mean dependent var	0.000185
Adjusted R-squared	-0.004219	S.D. dependent var	0.009227
S.E. of regression	0.009246	Akaike info criterion	-6.729740
Sum squared resid	0.141572	Schwarz criterion	-6.700456
Log likelihood	5611.508	Hannan-Quinn criter.	-6.718887
F-statistic	0.126207	Durbin-Watson stat	1.994734
Prob(F-statistic)	0.998177		

GARCH-M(1,1) modelinin varyans denklemi istatistiklerine baktığımız zaman varyans denklemine ait olasılık değerlerinin %5 anlamlılık seviyesinin altında olduğunu görüyoruz. Aynı zamanda katsayıların negarif olmama ve $\alpha + \beta < 1$ kısıtlarını da yerine getirmektedir. Yani GARCH-M(1,1) modeli istatistiksel olarak anlamlıdır. AKAİKE Bilgi Kriteri (AIC) mutlak değeri 6.729740 ile şu ana kadarki en yüksek değere sahip ARCH modeli olan GARCH(1,1) modeline kıyasla daha düşüktür. Dolayısı ile GARCH-M(1,1) modeli istatistiksel olarak anlamlı fakat en uygun model değildir.

Bu aşamaya kadar ele aldığımız ve test ettiğimiz ARCH(p), GARCH(p,q) ve GARCH-M(p,q) modellerinde varyansın etkisinde simetrik olduğu varsayılmıştı Yani aynı mutlak büyüklüklerin pozitif ve negatif şoklarının gelecek dönem koşullu varyansları üzerinde benzer etkiler sergileyeceği varsayımına dayanmaktaydı ve oynaklığın sadece büyüklüğü ile ilgilenilmişti. Bu aşamadan sonra oynaklıklardaki asimetrik yapıyı dikkate alan EGARCH ve hata varyansları arasındaki asimetri ile birlikte aynı zamanda kaldıraç etkisini (leverage effect) de belirlemek amacıyla ortaya atılmış bir model olan Eşik ARCH modeli, ya da Threshold ARCH (TARCH) modellerini test edeceğiz.

Tablo 42. EURO/YTL Getiri Serisi EGARCH(1,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C(6)	-0.852331	0.171458	-4.971069	0.0000
C(7)	0.286058	0.042562	6.720972	0.0000
C(8)	0.110324	0.034929	3.158499	0.0016
C(9)	0.933900	0.016142	57.85629	0.0000

R-squared	0.006202	Mean dependent var	0.000185
Adjusted R-squared	0.001402	S.D. dependent var	0.009227
S.E. of regression	0.009220	Akaike info criterion	-6.744623
Sum squared resid	0.140779	Schwarz criterion	-6.715339
Log likelihood	5623.898	Hannan-Quinn criter.	-6.733770
F-statistic	1.291928	Durbin-Watson stat	2.108042
Prob(F-statistic)	0.243152		

Tablo 43. EURO/YTL Getiri Serisi EGARCH(2,2) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C(6)	-0.836419	0.423918	-1.973069	0.0485
C(7)	0.320373	0.085682	3.739081	0.0002
C(8)	-0.024905	0.179456	-0.138781	0.8896
C(9)	0.105844	0.049987	2.117421	0.0342
C(10)	0.809394	0.485456	1.667286	0.0955
C(11)	0.126950	0.455970	0.278417	0.7807

R-squared	0.003890	Mean dependent var	0.000185
Adjusted R-squared	-0.002133	S.D. dependent var	0.009227
S.E. of regression	0.009236	Akaike info criterion	-6.739682
Sum squared resid	0.141107	Schwarz criterion	-6.703891
Log likelihood	5621.786	Hannan-Quinn criter.	-6.726418
F-statistic	0.645890	Durbin-Watson stat	2.033564
Prob(F-statistic)	0.775080		

Tablo 44. EURO/YTL Getiri Serisi TGARCH(1,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C	4.86E-06	1.16E-06	4.188780	0.0000
RESID(-1)^2	0.243831	0.044034	5.537333	0.0000
RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)	-0.151506	0.053184	-2.848717	0.0044
GARCH(-1)	0.776018	0.033431	23.21274	0.0000

R-squared	0.003124	Mean dependent var	0.000185
Adjusted R-squared	-0.001692	S.D. dependent var	0.009227
S.E. of regression	0.009234	Akaike info criterion	-6.741424
Sum squared resid	0.141215	Schwarz criterion	-6.712139
Log likelihood	5621.235	Hannan-Quinn criter.	-6.730571
F-statistic	0.648727	Durbin-Watson stat	2.036614
Prob(F-statistic)	0.736972		

Tablo 45. EURO/YTL Getiri Serisi TGARCH(2,2) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C	4.59E-06	2.74E-06	1.677335	0.0935
RESID(-1)^2	0.285073	0.067967	4.194299	0.0000
RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)	-0.152248	0.088001	-1.730061	0.0836
RESID(-2)^2	-0.056645	0.098206	-0.576800	0.5641
GARCH(-1)	0.752071	0.490765	1.532445	0.1254
GARCH(-2)	0.040600	0.385764	0.105245	0.9162

R-squared	0.003140	Mean dependent var	0.000185
Adjusted R-squared	-0.002887	S.D. dependent var	0.009227
S.E. of regression	0.009240	Akaike info criterion	-6.740826
Sum squared resid	0.141213	Schwarz criterion	-6.705034
Log likelihood	5622.738	Hannan-Quinn criter.	-6.727562
F-statistic	0.520917	Durbin-Watson stat	2.038001
Prob(F-statistic)	0.876464		

Test ettiğimiz EGARCH(1,1), EGARCH(2,2), TGARCH(1,1) ve TGARCH(2,2) modellerinin test sonuçlarına baktığımız zaman tüm modellerde katsayıların %5 anlamlılık seviyesinin altında olmadığını, aynı zamanda katsayıların negatif olmama kısıtını da karşılamadığını görmekteyiz. Dolayısı ile EGARCH(p,q) ve TGARCH(p,q) modellerinin geçerliliği söz konusu değildir.

Yaptığımız ARCH(p), GARCH(p,q), GARCH-M(p,q), EGARCHG(p,q) ve TGARCH(p,q) modelleri arasında en uygun model olarak tespit ettiğimiz GARCH(1,1) modelinin formülasyonu aşağıdaki gibidir;

$$h_t = 4.00E-06 + 0.182495u_{t-1} + 0.781974h_{t-1} \quad (6.6)$$

6.2.2.7. EN UYGUN ARCH MODELİNİN ARCH-LM TESTİ

Modeli tahminlerimizde kullanmadan önce belirlemiş olduğumuz en uygun model olan GARCH(1,1) modeline ait ARCH etkisinin varlığını araştırmak üzere ARCH-LM testini yapmamız gerekmektedir. Test sonuçarı Tablo 46'da gösterilmiştir.

Tablo 46. EURO/YTL Getiri Serisi GARCH (1,1) Modeli İçin ARCH-LM Testi Sonuçları

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	0.502329	Prob. F(1,1662)	0.4786
Obs*R-squared	0.502782	Prob. Chi-Square(1)	0.4783

Tablo 46'da da görüldüğü üzere tahmin edilen regresyonun hatalarının karelerinin Obs*R-squared değeri 0.502782, bunun olasılık değerinin de %5 anlamlılık seviyesinde 0.4783 olduğu tespit edilmiştir. Bu durumda eşit varyanslılığı ifade eden sıfır hipotezinin kabul edileceği söylenebilir. Yani seride ARCH etkisi giderilmiştir. Artık modelimizi volatilite tahminlerinde kullanabiliriz.

Tablo 47. EURO/YTL Getiri Serisi GARCH(1,1) Modeli Korelogram Testi

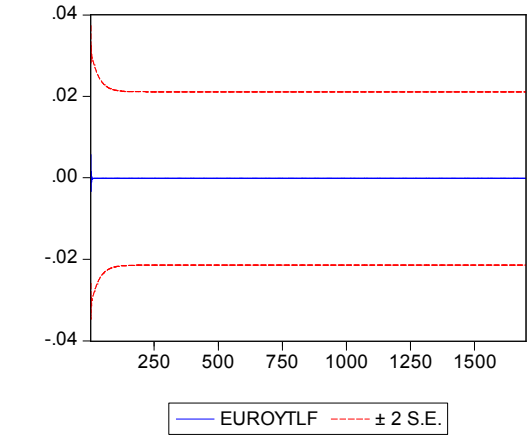
Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.017	0.017	0.5039	
		2	-0.009	-0.009	0.6345	
		3	-0.012	-0.011	0.8555	
		4	0.006	0.007	0.9228	
		5	-0.003	-0.004	0.9392	0.332
		6	-0.016	-0.016	1.3794	0.502
		7	-0.025	-0.024	2.4060	0.493
		8	-0.037	-0.037	4.7148	0.318
		9	-0.031	-0.031	6.3651	0.272
		10	0.019	0.019	6.9571	0.325
		11	0.017	0.015	7.4153	0.387
		12	0.020	0.019	8.1010	0.424
		13	0.007	0.006	8.1802	0.516
		14	-0.000	-0.002	8.1805	0.611
		15	0.017	0.014	8.6425	0.655
		16	-0.007	-0.010	8.7251	0.726
		17	-0.019	-0.020	9.3381	0.747
		18	-0.002	0.001	9.3454	0.808
		19	-0.005	-0.002	9.3887	0.856
		20	0.007	0.009	9.4737	0.893
		21	-0.013	-0.011	9.7378	0.914
		22	-0.046	-0.047	13.387	0.768
		23	0.019	0.020	14.020	0.783
		24	0.007	0.004	14.093	0.826
		25	0.022	0.019	14.933	0.826
		26	-0.005	-0.006	14.980	0.863
		27	0.002	0.002	14.984	0.895
		28	0.022	0.022	15.800	0.895
		29	0.003	0.001	15.813	0.920
		30	-0.010	-0.013	15.996	0.936
		31	-0.015	-0.014	16.353	0.946
		32	-0.024	-0.019	17.324	0.942
		33	0.006	0.009	17.388	0.956
		34	-0.029	-0.028	18.860	0.943
		35	-0.020	-0.021	19.552	0.945
		36	0.011	0.012	19.747	0.956

GARCH(1,1) modeli artıkların hata kareleri üzerinde yaptığımız testten de görüldüğü üzere ilk 36 gecikme değeri için olasılık değerlerinin %5 anlamlılık seviyesinin altında kaldığı, yani ARCH etkisinin görülmediği gözlemlenmektedir.

6.2.2.8. EN UYGUN ARCH MODELİNİN VARYANS ÖNGÖRÜSÜ

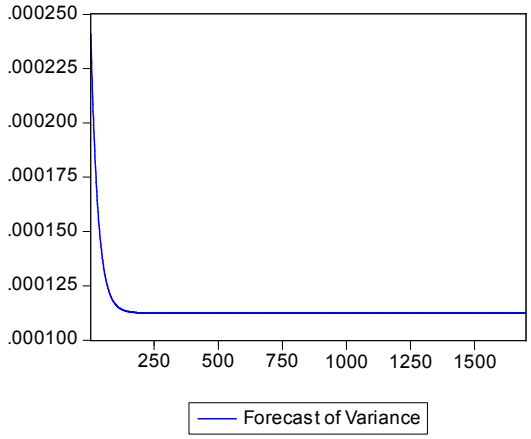
Yaptığımız testler sonucunda elde etmiş olduğumuz GARCH(1,1) modelini iki farklı yöntemle varyans öngörülerinde *(Volatility Forecast)* kullanabiliyoruz; bunlardan biri *Dinamik Yöntem*, diğeri de *Statik Yöntem*dir. Bu bölümde iki yöntemi de ele alacağız

Tablo 48. EURO/YTL Getiri Serisi Dinamik Yöntemle Varyans Öngörüsü



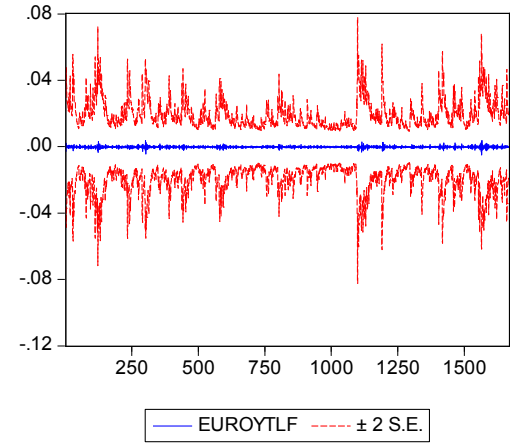
Forecast: EUROYTLF
Actual: EUROYTL
Forecast sample: 1 1700
Adjusted sample: 3 1700
Included observations: 1665

Root Mean Squared Error	0.009240
Mean Absolute Error	0.006630
Mean Abs. Percent Error	102.6389
Theil Inequality Coefficient	0.976087
Bias Proportion	0.001461
Variance Proportion	0.959926
Covariance Proportion	0.038613



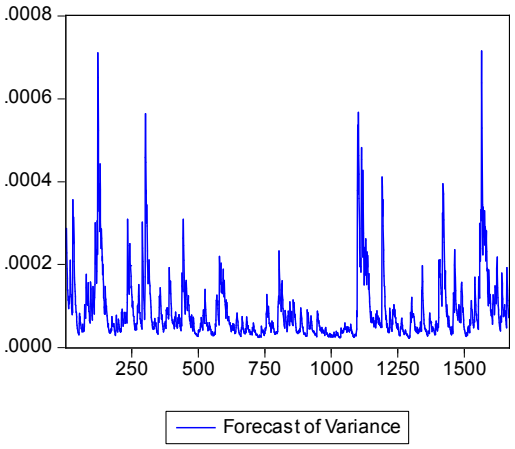
Tablo 48'de üstteki birinci grafik serinin önceki dönemlere dayanarak elde edilmiş öngörüleri görülmektedir. Grafikten güven sınırlarının zamanla değişmediğini ve sabit kaldığını görüyoruz. Bu durum, seçtiğimiz modelin uygun model olduğunu ispatlayan göstergelerden bir tanesidir. Alttaki ikinci grafikte de varyans öngörülerini görebiliyoruz. Grafikten görüldüğü üzere varyansın zaman ilerledikçe sabit kalması da seçilen modelin doğru model olduğunu ispatlayan unsurlardan biridir.

Tablo 49. EURO/YTL Getiri Serisi Statik Yöntemle Varyans Öngörüsü



Forecast: EUROYTLF
Actual: EUROYTL
Forecast sample: 1 1700
Adjusted sample: 3 1668
Included observations: 1665

Root Mean Squared Error	0.009212
Mean Absolute Error	0.006608
Mean Abs. Percent Error	110.4472
Theil Inequality Coefficient	0.925525
Bias Proportion	0.001555
Variance Proportion	0.855103
Covariance Proportion	0.143342



Tablo 49'da üstteki birinci grafik serinin önceki dönemlere dayanarak elde edilmiş öngörüleri görülmektedir, serinin ortalama modelinin öngörüsüdür. Ortadaki seri ilgilenilen durağan seriyi, üst ve alttaki kesikli çizgi grafikleri ise %95 güven sınırlarını gösterir. Alttaki ikinci grafik ise varyans öngörüleridir, yani uygun koşullu varyans modelinin koşullu standart sapmalarının kareleridir. Belirtilen dönem için koşullu varyans öngörü değerlerini gösterir. Grafikteki maksimum ve minimum değerler koşullu varyanstaki yüksek ve düşük oynaklıkları ifade eder.

6.2.3. UYGULAMA SONUÇLARI

Çalışmamızda, EURO/YTL paritesi 1668 adet veriye dayanan veri seti üzerinde yaptığımız uygulamada koşullu değişken varyans yöntemleri olarak bilinen ve teorik kısımda ele aldığımız ARCH, GARCH, EGARCH ve TGARCH modellerini kullanarak oynaklık modellemesi yaptık. Söz konusu araştırma yaptığımız tüm modellerde istatistiksel olarak anlamlı olması koşulunu sağlayan ve ARCH ve GARCH modelleme kısıtlarını yerine getiren modeller arasından mutlak değerce en yüksek Akaika Bilgi Kriteri değerine sahip model olarak GARCH(1,1) modelinin EURO/YTL paritesi günlük getiri serisindeki değişkenliği modellemede kullanılabilecek en uygun model olduğunu tespit ettik.

ARCH ve GARCH modellerinde varyansın etkisinin simetrik olduğu varsayılmaktadır. Diğer bir deyişle, pozitif ve negatif şokların oynaklığa etkisi aynıdır. Oysa EURO/YTL paritesinde volatilite kümelenmeleri gözlemlenmektedir. Bundan dolayı, döviz piyasalarında volatilitenin modellenmesinde asimetrik GARCH yöntemlerinin kullanılmasının daha uygun sonuçlar üreteceği düşünülebilir. Gerçekten de, yüksek volatilitenin şoklar ve belirsizlikler sonrası bir süreklilik izlediği GARCH(1,1) denkleminde ($\alpha_1 + \beta_1$) değerinin yüksekliğinden de açıkça görülmektedir. Bu durum herhangi bir dönemdeki şokun etkisinin gelecekte de bir süre daha devam ettiğini göstermektedir. Bu da kriz zamanlarında ve belirsizlik dönemlerinde, tüm finansal piyasalarda görüldüğü üzere EURO/YTL parite değerlerinin getirilerindeki değişkenliğin arttığı ve bu dönemlerde volatilite kümelenmelerinin gözlemlendiği sonucu ile uyumludur.

6.3. ALTIN BORSASI ALTIN FİYATLARI (YTL/KG) ÜZERİNE UYGULAMA

Bilindiği üzere altın, yatırım aracı olarak en güvenli yatırım aracı olma özelliğini günümüzde de muhafaza etmektedir. Bilhassa ekonomik kriz zamanlarında ve savaş dönemlerinde yatırımcılar, ellerinde kaynakları altın yatırım aracında değerlendirme yoluna gitmişlerdir. Bunun en somut örneği ise 2008 yılının başında başlayan talep ve beraberinde gelen likidite daralması, mortgage krizleri ve en son Amerikan

Lehmans Brothers'ın iflası ile altın fiyatları Eylül 2008'in ortalarında aşırı değerlenmeye başlamıştır. Şubat 2009'ncu 3ncü haftası itibari ile de en yüksek seviyelerine ulaşmıştır.

Son uygulamamızda ARCH ailesi modelleri kullanarak Altın Borsası'nda altın fiyatlarının YTL/KG cinsinden getirilerinin volatilitesinin ARCH etkisi taşıyıp taşımadığı, taşıyorsa oynaklığın (değişkenliğin) modellenmesi ve modellenmesi sürecinde kullanılabilecek en uygun metod araştırılmıştır.

6.3.1.VERİ VE YÖNTEM

Veri setimiz, 04.01.2000 ile 29.8.2008 tarihleri arasındaki 1453 adet altın YTL/KG fiyatı kapanış değerlerindeki değişim oranlarına ait veriyi kapsamaktadır. 1453 adet gözlem sonucu, çevrim içi kaynaklardan temin edilmiştir.[7]

Veri seti oluşturulduktan sonra serilerin karakteristik yapıları incelenerek durağanlık (stationary) mertebeleri belirlenecek olup daha sonra ARIMA(p,q) ortalama modeli tespit edilerek ARCH etkisi olup olmadığı incelenecektir. Sonrasında ARCH etkisi görülen veriler için de volatilite yapısına uygun otoregresif koşullu değişen varyans modeli (ARCH modeli) seçilecektir. Bütün bu işlemler, Eviews 5.1 paket programı yardımı ile hesaplanmaktadır.

6.3.2. UYGULAMA

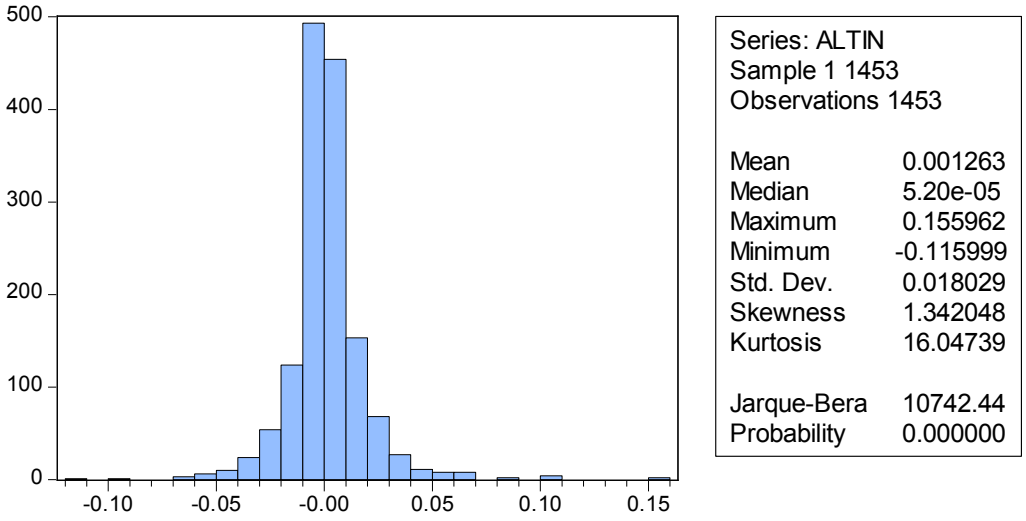
6.3.2.1. ZAMAN SERİSİ İSTATİSTİKİ ANALİZ VE BULGULAR

İlgili veri setini alıp ve Eviews 5.1 paket programında işleme tabi tuttuk. Altın YTL/KG fiyatı kapanış değerlerinin günlük kapanış değerlerinin birinci logaritmik farkları alınarak günlük kapanış değerleri ile analiz yapmak yerine günlük getiri oranları hesaplanarak yeni bir zaman serisi elde edilmiştir. Böylece ilgili zaman serisi de durağanlıktan arındırılmış oldu.

$$\text{Getiri ALTIN}_t = \ln(P_t / P_{t-1}) \qquad (6.7)^{8}$$

[7] Türkiye Cumhuriyeti Merkez Bankası, <http://www.tcmb.gov.tr>

[8] Figlewski.

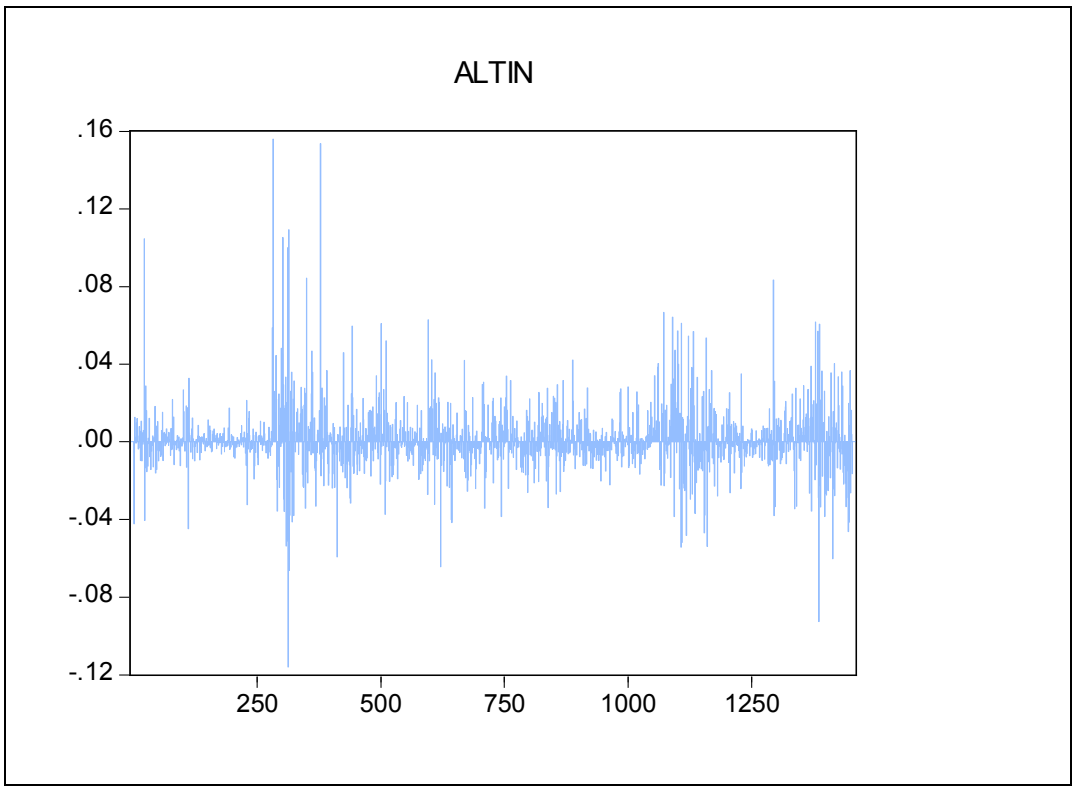


Şekil 9. ALTIN Fiyatları Getiri Endeksi Dağılım İstatistikleri

Zaman serisinin genel istatistik bilgilerine baktığımızda 1453 gözlem sonucunda yukarıdaki Şekil 9'a göre, Altın getiri serisinin, basıklık katsayısı (Kurtosis) 16.04739 ile yüksek bir rakam çıkmış, 3'ten büyük olduğu için ve grafikten de görüldüğü üzere sivri ve çarpıklık (Skewness) katsayısı 1.342048 ve pozitif olduğu için sağa çarpık bir dağılıma sahiptir diyebiliriz.

Jarque–Bera istatistiği ise; "H_0: Normallikten sapma yoktur" şeklinde kurulan temel hipotezin reddedileceğini göstermektedir. Çok yüksek bir Jarque-Bera test istatistiği değeri ile karşı karşıya olduğumuzdan da kolayca anlaşılacağı gibi %5 anlamlılık düzeyinde standartlaştırılmış artıkların normal dağılmadığı görülmektedir. Yani H_0 hipotezi reddedilir, seri normal dağılıma sahip değildir.

Logaritmik getirilerin oluşturduğu bar grafiğini çizdikten sonra serideki dalgalanmayı Şekil 10'da gözlemlemeye başlıyoruz.



Şekil 10. 4.1.2000-29.8.2008 Yılları Arası Altın Fiyatları Logaritmik Getirileri

6.3.2.2. ZAMAN SERİSİ DURAĞANLIK ANALİZİ

Bu aşamada ele alınan dönem içerisinde altın fiyatları logaritmik serisinin durağan olup olmadığının inceleyeceğiz. Zaman serisi analizlerinde, durağan olmayan serilerin denklemlere konulması gerçekte olmayan ilişkilerin varmış gibi görünmesine neden olduğundan bahsetmiştik.

Ele aldığımız altın fiyatları zaman serilerinin durağanlıkları, durağanlık testlerinde yaygın olarak kullanılan Genişletilmiş Dickey-Fuller (Augmented Dickey-Fuller-ADF) (1979) birim kök testleri ile saptanmıştır. Eğer mutlak değer ADF, Mac Kinnon kritik değerinden büyükse, seri durağandır, aksi takdirde durağan değildir. Kurulacak hipotezimiz aşağıdaki gibidir;

H_0: birim kök var; seri durağan değil

H_1: birim kök yok; seri durağan

Tablo 50'de ADF ve Birim Kök sonuçlara yer verilmiştir;

Tablo 50. Altın Fiyatları Logaritmik Getirilerinin Durağanlık Testi İstatistikleri (Trendli ve Sabitli – Trend and Intercept)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-41.75853	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.964377	
	5% level	-3.412908	
	10% level	-3.128445	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Tablodaki sonuçlardan da görüldüğü gibi Altın getiri serisine ilişkin ADF test istatistikleri tüm anlamlılık seviyelerinde (%1, %5 ve %10) mutlak değer ADF, Mac Kinnon kritik değerinden yüksek olduğu için H_0 hipotezi reddedilmektedir, yani seri durağandır.

6.3.2.3. ALTIN GETİRİ SERİSİNDE OTOKORELASYON TESTİ

Logaritması alınmış serinin durağanlığını tespit ettikten sonra seride otokorelasyonun bulunup bulunmadığı incelenmiştir.

Tablo 51. Altın Fiyatları Logaritmik Getirileri Serisinde Otokorelasyon Testi ve Koleogram Grafiği

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	-0.090	-0.090	11.716	0.001
		2	0.059	0.051	16.750	0.000
		3	-0.000	0.009	16.750	0.001
		4	-0.006	-0.008	16.801	0.002
		5	0.068	0.067	23.603	0.000
		6	0.054	0.067	27.848	0.000
		7	-0.089	-0.087	39.311	0.000
		8	0.049	0.028	42.846	0.000
		9	-0.035	-0.018	44.641	0.000
		10	0.016	0.003	45.020	0.000
		11	0.018	0.014	45.488	0.000
		12	-0.001	0.011	45.489	0.000
		13	0.009	0.012	45.607	0.000
		14	-0.016	-0.023	45.980	0.000
		15	0.057	0.063	50.739	0.000
		16	0.014	0.017	51.011	0.000
		17	0.001	-0.003	51.013	0.000
		18	0.063	0.063	56.818	0.000
		19	-0.013	-0.000	57.055	0.000
		20	0.058	0.046	61.998	0.000
		21	0.020	0.018	62.601	0.000
		22	-0.046	-0.039	65.681	0.000
		23	-0.010	-0.033	65.843	0.000
		24	0.012	0.010	66.048	0.000
		25	-0.015	-0.007	66.363	0.000
		26	0.010	-0.010	66.522	0.000
		27	0.001	0.020	66.525	0.000
		28	0.024	0.031	67.358	0.000
		29	0.017	0.015	67.789	0.000
		30	-0.013	-0.017	68.038	0.000
		31	-0.010	-0.016	68.180	0.000
		32	0.036	0.032	70.124	0.000
		33	-0.006	-0.009	70.177	0.000
		34	-0.074	-0.085	78.418	0.000
		35	-0.034	-0.050	80.122	0.000
		36	0.067	0.069	86.724	0.000

Tablodan k=36 gecikme için hesaplanan değerlere baktığımız zaman %5 güven sınırı içerisinde tüm gecikme değerlerinde otokorelasyon olmadığını görüyoruz. Bildiğimiz gibi otokorelasyon varsa, geçmiş hata terimleri varyans modeli üzerinde etkili olmakta, dolayısı ile kurulan model sağlıklı sonuçlar vermemektedir. Dolayısı ile otokorelasyonun olmaması, kuracağımız modelin sağlıklı bir model olması açısından çok önemlidir.

6.3.2.4. UYGUN ARIMA MODELİNİN TESPİTİ

Çalışma konusu seride ARCH etkisi olup olmadığını araştırmadan önce ARIMA modellerini de kurup anlamlı olup olmadıklarını test ediyoruz. Serimiz ik seferde durağan olduğu için ARIMA modelinde "I" değerini 0 (sıfır) olarak alıyoruz. Yapılan ARIMA modelleri testlerinde ARMA(2,2) modelinin anlamlı ve en geçerli model olduğu tespit edilmiştir. Modelin test sonuçlarına Tablo 52'de yer verilmiştir;

Tablo 52. Altın Fiyatları Getiri Serisi ARMA(2,2) Uygun ARIMA Modelinin Testi

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.001291	0.000465	2.780190	0.0055
AR(1)	-0.891226	0.027634	-32.25130	0.0000
AR(2)	-0.906136	0.026640	-34.01387	0.0000
MA(1)	0.850637	0.023856	35.65787	0.0000
MA(2)	0.929765	0.022191	41.89772	0.0000

R-squared	0.024955	Mean dependent var	0.001298
Adjusted R-squared	0.022258	S.D. dependent var	0.018004
S.E. of regression	0.017802	Akaike info criterion	-5.215540
Sum squared resid	0.458268	Schwarz criterion	-5.197346
Log likelihood	3788.875	Hannan-Quinn criter.	-5.208751
F-statistic	9.252227	Durbin-Watson stat	2.078071
Prob(F-statistic)	0.000000		

Bu durumda ARIMA Modelimiz aşağıdaki gibidir;

$$altin = 0.001291 - 0.891226 altin_{-1} - 0.906136 altin_{-2} + \varepsilon_t - 0.850637 \varepsilon_{t-1} - 0.929765 \varepsilon_{t-2} \qquad (6.8)$$

6.3.2.5. ARCH TESTİ

Altın fiyatların getirileri zaman serisinde ARCH etkisinin varlığını araştırmak için ARCH-LM (Lagrange Multiplier – Lagrange Çarpanı) testi yapacağız. ARCH-LM testinde hipotezimin aşağıdaki şekilde kurulacaktır;

H_0: eşvaryanslılık vardır (homoscedasticity, $\beta_1=\beta_2=\ldots\ldots=\beta n=0$)

H_1: eşvaryanslılık yoktur

Sıfır hipotezinin reddedilmesi, çalışma konusu zaman serisinde ARCH etkisinin varlığını göstermektedir.[9]

İlgili zaman serisine uyguladığımız ARCH-LM testinin sonuçları aşağıda Tablo 53'te verilmiştir;

Tablo 53. Altın Fiyatları Getiri Serisi ARCH-LM İstatisiği Testi Sonuçları

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	102.6497	Prob. F(1,1448)	0.0000
Obs*R-squared	95.98693	Prob. Chi-Square(1)	0.0000

Tablo 53'teki ARCH-LM test sonucundan da anlaşılacağı gibi tahmin edilen regresyonun hatalarının karelerinin Obs*R-squared değeri 95.98693, bunun olasılık değerinin de %5 anlamlılık seviyesinde 0.0000 olduğu. Bu durumda eşit varyanslılığı ifade eden sıfır hipotezinin reddedileceği söylenebilir. Yani seride ARCH etkisi vardır ve bu etki giderilmelidir.

ARCH Etkisini ölçmek için Korelogram Testi de yapılmaktadır. Yine aynı şekilde testi yaptığımız zaman aşağıdaki sonuçları vermektedir;

Yapılan Korelogram Testi'nden de (Correlogram Squared Residual Test) görüldüğü üzere hata kareleri arasında otokorelasyon bulunmaktadır, yani ARCH etkisinin varlığı sözkonusudur.

[9] Engle, 987-1008.

Bu aşamadan sonra yapmamız gereken en uygun ARCH modelini seçmektir. Artık değerlerin kareleri toplamının minumum olacağı en iyi ARCH-GARCH modelini belirlemek için en çok kabül gören üç kriterden birisi olan Akaike Bilgi Kriteri *(AIC-Akaike Information Criterion)* kullanılmıştır. AIC ve SIC *(SIC-Shwartz Information Criterion)* için istenilen ideal değer, mümkün olan en küçük değerlerdir

Tablo 54. Altın Fiyatları Getiri Serisi Uygun AR(2) Modelinin Korelogram Testi

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.257	0.257	96.247	
		2	0.118	0.055	116.47	
		3	0.085	0.045	126.92	
		4	0.040	0.003	129.19	
		5	0.038	0.020	131.27	0.000
		6	0.038	0.020	133.35	0.000
		7	0.059	0.043	138.47	0.000
		8	0.035	0.005	140.25	0.000
		9	0.050	0.032	143.84	0.000
		10	0.072	0.048	151.46	0.000
		11	0.096	0.064	164.90	0.000
		12	0.071	0.022	172.27	0.000
		13	0.054	0.015	176.61	0.000
		14	0.029	-0.005	177.88	0.000
		15	0.006	-0.014	177.93	0.000
		16	0.017	0.007	178.34	0.000
		17	0.044	0.032	181.14	0.000
		18	0.028	0.001	182.33	0.000
		19	0.046	0.027	185.39	0.000
		20	0.120	0.097	206.78	0.000
		21	0.021	-0.048	207.44	0.000
		22	0.029	0.007	208.71	0.000
		23	0.028	0.001	209.87	0.000
		24	0.012	-0.007	210.08	0.000
		25	0.027	0.017	211.13	0.000
		26	0.027	0.011	212.24	0.000
		27	0.033	0.011	213.89	0.000
		28	0.096	0.084	227.63	0.000
		29	0.044	-0.013	230.47	0.000
		30	0.153	0.131	265.36	0.000
		31	0.188	0.110	317.73	0.000
		32	0.150	0.064	351.19	0.000
		33	0.051	-0.038	355.12	0.000
		34	0.068	0.038	361.92	0.000
		35	0.019	-0.027	362.44	0.000
		36	0.035	0.022	364.30	0.000

ve sıfırdan küçük (negatif) olabilir. Bu kriter, bu aşamada bize en uygun modeli seçmemize yardımcı olacaktır. En uygu modeli seçerken mutlak değerce en büyük AIC ve/veya SIC değeri olan modeli tercih edeceğiz.

6.3.2.6. EN UYGUN ARCH MODELİNİN SEÇİMİ

Bu aşamada ilgili ARCH, GARCH, TGARCH ve EGARCH, ARCH-M modellerini belirleyip en uygun modelin seçimini yapacağız. Eviews 5.1 paket programında *Estimate Equation* bölümünden denklemi *"altin c ar(1) ar(2) ma(1) ma(2)"* olarak yazdıktan sonra *"Method"* seçeneği olarak ARCH'ı seçeneğini seçmek sureti ile uygun model seçenekleri üzerinde çalışma yapıyoruz.

Test ettiğimiz tüm modeller içerisinde en uygun model GARCH(1,1) modeli olarak tespit edilmiştir. GARCH(1,1) modeli test sonuçları aşağıdaki gibidir;

Tablo 55. Altın Fiyatları Getiri Serisi GARCH(1,1) Modeli ve İstatistiksel Tablosu

Variance Equation

C	1.59E-05	7.03E-06	2.256624	0.0240
RESID(-1)^2	0.170586	0.064029	2.664181	0.0077
GARCH(-1)	0.802546	0.071488	11.22624	0.0000

R-squared	0.001921	Mean dependent var	0.001298
Adjusted R-squared	-0.002920	S.D. dependent var	0.018004
S.E. of regression	0.018030	Akaike info criterion	-5.484791
Sum squared resid	0.469094	Schwarz criterion	-5.455680
Log likelihood	3987.216	Hannan-Quinn criter.	-5.473928
F-statistic	0.396813	Durbin-Watson stat	2.152702
Prob(F-statistic)	0.904596		

Tablo 55'te test etmiş olduğumuz GARCH(1,1) modelinin varyans denklemi istatistiklerine baktığımız zaman tüm parametrelerin test istatistiklerinin olasılık değerlerinin %5 anlamlılık seviyesinin altında olduğunu ve GARCH(p,q) modellerindeki bütün parametrelerin negatif olmama ($\alpha_0 > 0$, $i = 1,2,.....,p$ $\alpha_i \geq 0$, $j = 1,2,.....,q$ $\beta j \geq 0$) ve $\alpha_i + \beta_j < 1$ olma koşulunu sağladığını gözlemlemekteyiz. AKAİKE Bilgi Kriteri (AIC) değeri –5.484791 ile şu ana kadarki en düşük (mutlak değerce en büyük) AIC'ye sahip ARCH modelidir. Dolayısı ile test

ettiğimiz diğer ARCH(p), GARCH(p,q), GARCH-M(p,q), EGARCH(p,q) ve TGARCH(p,q) modellerinden istatistiksel olarak anlamlı olan modeller arasından en uygun model olarak GARCH(1,1) modeli istatistiksel olarak en anlamlı ve geçerli modeldir.

GARCH(1,1) modelinin formülasyonu (6.9) numaralı denklemde gösterilmiştir;

$$h_t = 1.59E-05 + 0.170586u_{t-1} + 0.802546h_{t-1} \quad (6.9)$$

6.3.2.7. EN UYGUN ARCH MODELİNİN ARCH-LM TESTİ

Modeli tahminlerimizde kullanmadan önce belirlemiş olduğumuz en uygun model olan GARCH(1,1) modeline ait ARCH etkisinin varlığını araştırmak üzere ARCH-LM testini yapmamız gerekmektedir. Test sonuçarı Tablo 55'te gösterilmiştir.

Tablo 56. Altın Fiyatları Getiri Serisi En Uygun GARCH (1,1) Modeli İçin ARCH-LM Testi Sonuçları

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	0.638000	Prob. F(36,1378)	0.9533
Obs*R-squared	23.19805	Prob. Chi-Square(36)	0.9511

Tablo 56'daki k=36 gecikme değeri için yapıtığımız test sonucunda görüldüğü üzere tahmin edilen regresyonun hatalarının karelerinin Obs*R-squared değeri 23.19805, bunun olasılık değerinin de %5 anlamlılık seviyesinde 0.9511 olduğu tespit edilmiştir. Bu durumda eşit varyanslılığı ifade eden sıfır hipotezinin kabul edileceği söylenebilir. Yani seride ARCH etkisi giderilmiştir. Artık modelimizi volatilite tahminlerinde kullanabiliriz.

Tablo 57. Altın Fiyatları Getiri Serisi En Uygun GARCH (1,1) Modeli İçin Korelogram Testi

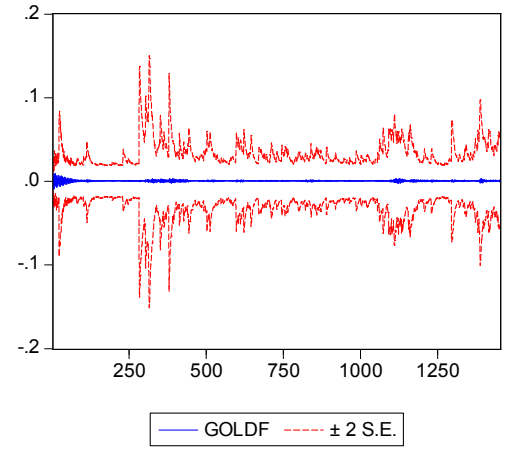
Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.041	0.041	2.4529	
		2	-0.011	-0.012	2.6191	
		3	-0.015	-0.014	2.9571	
		4	-0.017	-0.016	3.3819	
		5	-0.013	-0.012	3.6462	0.056
		6	-0.019	-0.019	4.1969	0.123
		7	-0.007	-0.006	4.2685	0.234
		8	-0.010	-0.011	4.4217	0.352
		9	-0.006	-0.006	4.4695	0.484
		10	0.001	0.000	4.4709	0.613
		11	-0.005	-0.006	4.5093	0.720
		12	-0.013	-0.014	4.7622	0.783
		13	0.005	0.005	4.7928	0.852
		14	-0.015	-0.017	5.1234	0.883
		15	-0.006	-0.006	5.1848	0.922
		16	-0.005	-0.005	5.2165	0.950
		17	0.012	0.012	5.4377	0.964
		18	0.023	0.020	6.1913	0.961
		19	-0.015	-0.017	6.5060	0.970
		20	0.004	0.005	6.5292	0.981
		21	-0.004	-0.005	6.5586	0.989
		22	-0.003	-0.003	6.5720	0.993
		23	-0.006	-0.006	6.6275	0.996
		24	-0.000	0.001	6.6276	0.998
		25	0.006	0.005	6.6750	0.999
		26	-0.004	-0.005	6.7045	0.999
		27	-0.013	-0.013	6.9495	0.999
		28	0.049	0.050	10.544	0.992
		29	-0.005	-0.010	10.585	0.995
		30	0.021	0.022	11.209	0.995
		31	0.004	0.003	11.231	0.997
		32	0.003	0.005	11.246	0.998
		33	-0.006	-0.005	11.300	0.999
		34	0.073	0.077	19.276	0.934
		35	-0.003	-0.010	19.294	0.950
		36	0.002	0.006	19.299	0.962

GARCH(1,1) modeli artıkların hata kareleri üzerinde yaptığımız testten de görüldüğü üzere ilk 36 gecikme değeri için olasılık değerlerinin %5 anlamlılık seviyesinin altında kaldığı, yani ARCH etkisinin görülmediği gözlemlenmektedir.

6.3.2.8. EN UYGUN ARCH MODELİNİN VARYANS ÖNGÖRÜSÜ

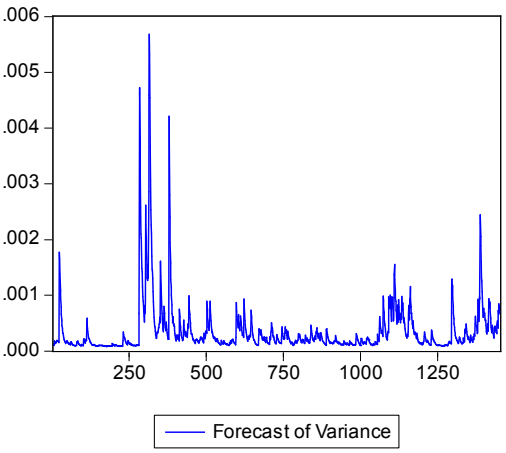
Yaptığımız testler sonucunda elde etmiş olduğumuz GARCH(1,1) modelinin *Statik Yöntem* ve *Dinamik Yöntem* ile varyans öngörüleri *(Volatility Forecast)* Tablo 58 ve Tablo 59'da gösterilmiştir.

Tablo 58. Altın Fiyatları Getiri Serisi Statik Yöntemle Varyans Öngörüsü



Forecast: GOLDF
Actual: GOLD
Forecast sample: 1 1453
Adjusted sample: 3 1453
Included observations: 1451

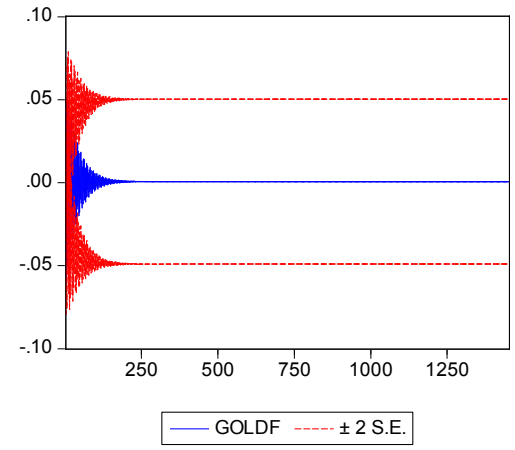
Root Mean Squared Error	0.017980
Mean Absolute Error	0.011107
Mean Abs. Percent Error	135.0237
Theil Inequality Coefficient	0.929305
Bias Proportion	0.001374
Variance Proportion	0.878957
Covariance Proportion	0.119668



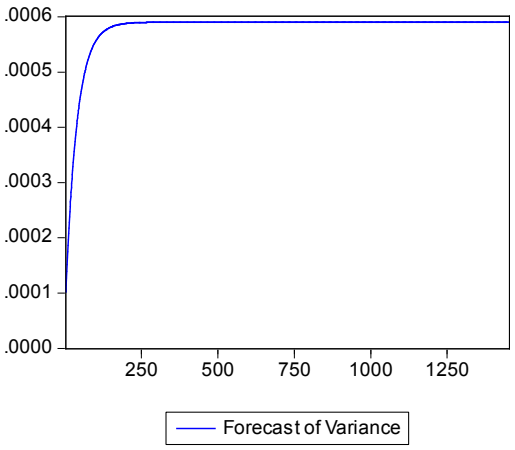
Tablo 58'de üstteki birinci grafik serinin önceki dönemlere dayanarak elde edilmiş öngörüleri görülmektedir, serinin ortalama modelinin öngörüsüdür. Ortadaki seri ilgilenilen durağan seriyi, üst ve alttaki kesikli çizgi grafikleri ise %95 güven sınırlarını gösterir. Alttaki ikinci grafik ise varyans öngörüleridir, yani uygun koşullu

varyans modelinin koşullu standart sapmalarının kareleridir. Belirtilen dönem için koşullu varyans öngörü değerlerini gösterir. Grafikteki maksimum ve minimum değerler koşullu varyanstaki yüksek ve düşük oynaklıkları ifade eder.

Tablo 59. Altın Fiyatları Getiri Serisi Dinamik Yöntemle Varyans Öngörüsü



Forecast: GOLDF	
Actual: GOLD	
Forecast sample: 1 1453	
Adjusted sample: 3 1453	
Included observations: 1451	
Root Mean Squared Error	0.018534
Mean Absolute Error	0.011662
Mean Abs. Percent Error	188.9432
Theil Inequality Coefficient	0.797521
Bias Proportion	0.001243
Variance Proportion	0.480066
Covariance Proportion	0.518691



Tablo 59'da üstteki birinci grafik serinin önceki dönemlere dayanarak elde edilmiş öngörüleri görülmektedir. Grafikten güven sınırlarının zamanla değişmediğini ve sabit kaldığını görüyoruz. Bu durum, seçtiğimiz modelin uygun model olduğunu ispatlayan göstergelerden bir tanesidir. Alttaki ikinci grafikte de varyans öngörülerini görebiliyoruz. Grafikten görüldüğü üzere varyansın zaman ilerledikçe sabit kalması da seçilen modelin doğru model olduğunu ispatlayan unsurlardan biridir.

6.3.3. UYGULAMA SONUÇLARI

Altın fiyatlarındaki (YTL/KG) değişime ait 1453 adet veriye dayanan veri seti üzerinde yaptığımız uygulamada koşullu değişken varyans yöntemleri olarak bilinen ve teorik kısımda ele aldığımız ARCH, GARCH, GARCH-M, EGARCH ve TGARCH modellerini kullanarak oynaklık modellemesi yaptık. Söz konusu araştırma yaptığımız tüm modellerde istatistiksel olarak anlamlı olması koşulunu sağlayan ve ARCH ve GARCH modelleme kısıtlarını yerine getiren modeller arasından mutlak değerce en yüksek Akaika Bilgi Kriteri değerine sahip model olarak GARCH(1,1) modelinin altın fiyatlarındaki günlük getiri serisindeki değişkenliği modellemede kullanılabilecek en uygun model olduğunu tespit ettik.

ARCH ve GARCH modellerinde varyansın etkisinin simetrik olduğu varsayılmaktadır. Diğer bir deyişle, pozitif ve negatif şokların oynaklığa etkisi aynıdır. Altın fiyatlarındaki getirilerin volatilite kümelenmeleri gözlemlenmektedir. Bundan dolayı, altın fiyatlarındaki volatilitenin modellenmesinde asimetrik GARCH yöntemlerinin kullanılmasının daha uygun sonuçlar üreteceği düşünülebilir. Yüksek volatilitenin şoklar ve belirsizlikler sonrası bir süreklilik izlediği GARCH(1,1) denkleminde ($\alpha_1 + \beta_1 = 0{,}973 \sim 1$) değerinin yüksekliğinden de açıkça görülmektedir. Bu durum herhangi bir dönemdeki şokun etkisinin gelecekte de bir süre daha devam ettiğini göstermektedir. Bu da kriz zamanlarında ve belirsizlik dönemlerinde, tüm finansal piyasalarda görüldüğü üzere altın fiyatlarının getirilerindeki değişkenliğin arttığı ve bu dönemlerde volatilite kümelenmelerinin gözlemlendiği sonucu ile uyumludur.

SONUÇLAR

Bu araştırma, finansal piyasalardaki en büyük risk faktörü olan belirsizlik ve belirsizliğin sonucunda piyasada oluşan düzensiz fiyat hareketleri doğrultusunda meydana gelen öngörülemeyen oynaklıkların tespit edilmesi, tespit edilen oynaklıkların çeşitli ekonometrik, istatistiksel ve finansal yöntemler kullanılarak modellenmesi ve gelecek dönem oynaklıklarının tahmin edilmesi amacıyla yapılmıştır.

Araştırmanın teorik kısmında oynaklığın tanımına ve zaman serilerinin özelliklerine yer verilmiş, akabinde zaman serilerinin analizinde kullanılan durağan ve durağan olmayan modellerden bahsedilmiştir. Finansal zaman serileri, çoğunlukla durağan olmadığı için analizlerimizde finansal verileri durağan hale getirdikten sonra otoregresif modeller olan ARIMA modellerini kullandık. Daha sonra ARIMA modellemesi ile tespit ettiğimiz en uygun ARIMA modelini kullanarak seride ARCH etkisi olup olmadığını inceledikten sonra ARCH modelleri içerisinden ARCH, GARCH, GARCH-M, EGARCH, TGARCH modellerini kurarak istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını test ettik. En uygun ARCH modelini tespit edip kurduktan sonra değişen varyanslılığın (heteroscedasticity) olup olmadığını ve hata kareleri arasında otokorelasyon olup olmadığını belirliyoruz. Akabinde, oluşturduğumuz ARCH modelini oynaklık tahminlerinde kullanıyoruz.

Çalışmamızın uygulama kısmında üç adet veri seti üzerinde analiz yaptık. Bir ülke ekonomisinin gelişmişliğinin ve finansal performansının en büyük göstergelerinden biri olan borsa endeksi üzerinde, yani çalışmamızın başlığı doğrultusunda İMKB100 Endeksi verileri üzerinde çalışma yaptık. Bununla birlikte iş dünyasını yakından ilgilendiren, ithalat ve ihracatçılar için tartışılmaz bir veri olan EURO/YTL döviz kurları veri seti üzerinde ve bilhassa finansal ve siyasal kriz zamanlarında en güvenli yatırım aracı konumunda olan altın yatırım aracına ait Altın Borsası Altın Fiyatları veri seti üzerinde çalışma yaptık. Yaptığımız tüm çalışmalarda, ele aldığımız zaman aralığı içerisinde büyük miktarda oynaklıklar gözlemlenmektedir. Tahmin edileceği gibi en büyük oynaklıklar Kasım 2000 ve Şubat 2001 bankacılık ve finansal krizlerinin yaşandığı dönemlerde gözlemlenmiştir.

Uygulamaların tümünde en uygun modelin GARCH(1,1) olduğu tespit edilmiştir. Yapılan ARCH-LM ve Correlogram testlerinde ARCH etkisinin giderildiği, hata kareleri arasında otokorelasyon olmadığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte Statik ve Dinamik yöntemle yapılan öngörülerde varyansın sabit bir seyir izlediği de gözlemlenmektedir. Bu sonuç, kurduğumuz modellerimizin anlamlı ve güvenilir olduğunun göstergesidir. Böylece kurduğumuz modelleri oynaklık tahminlerinde kullanabiliyoruz. Dolayısı ile karşılaşma ihtimalinde olduğumuz finansal riskleri oynaklık tahminleri ile öngörme yetisine sahip olmuş olmuş bulunmaktayız.

KAYNAKÇA

<http://www.analiz.com>

Abraham, B., Ledolter, J. **Statistical Methods for Forecasting**, (New York: John Wiley&Sons, 1983).

Akar, Cüneyt. **Finansal Piyasalarda Volatilite: İMKB Örneği,** Doktora Tezi, T.C. Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İşletme Anabilim Dalı, Bursa, 2006.

Akgiray, V. "Conditional Heteroskedasticity in Time Series of Stock Returns: Evidence and Forecast", **Business**, 62, 1989, 55-80.

Akgül, Işıl. **Geleneksel Zaman Serisi Yöntemleri,** İstanbul: Der Yayınları, 2003.

Akgül, Işıl. **Zaman Serilerinin Analizi ve ARIMA Modelleri,** İstanbul: Der Yayınları, 2003.

Akkaya, Şahin ve Pazarlıoğlu, M. Vedat. **Ekonometri I**, İzmir: Anadolu Matbaacılık, 1995.

Altındiş, Nurullah. **Zaman Serilerinde ARIMA ve ARCH Modelleri – Faiz Oranı ve Net Uluslar arası Rezerv Serilerine Uygulanması,** Yüksek Lisans Tezi, T.C. Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Ekonometri Anabilim Dalı Ekonometri Bilim Dalı, İstanbul, 2005.

Anderson, T.G., Bollerslev, T., Christoffersen, P.F. ve Diebold, F.X. **Volatility Forecasting, forthcoming Handbook of Economic Forecasting,** Amsterdam: 2005.

Becketti, Sean ve Sellon, Gordon H. Jr. "Has Financial Market Volatility Increased?", **Economic Review, Federal Reserve Bank of Kansas City**, Haziran 1989, 17-30.

Bollerslev, Tim. "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", **Journal of Econometrics**, 31, 1986, 307-327.

Bollerslev, Tim. "A Conditional Heteroscedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return", **Review of Economics and Statistics**, 69, 1987, 542-547

Brooks, Chris. **Introductory Econometrics for Finance,** İngiltere: Cambridge University Press, 2002.

Cromwell, J.B., Labys, W.C. ve Terraza, M. **Univariate Tests for Time Series Models**, Londra: Sage Publications, 1994.

Degiannakis, Stavros ve Xekalaki, Evdokia. "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (Arch) Models: A Review", **Quality Technology and Quantitative Management,** 1(2), 2004, 271-324.

Diebold, F.X. ve Lopez, J.A., Lopez. **Modeling Volatility Dynamics**, Cambridge: National Bureau of Economic Research, Technical Working Paper Series 173, 1995.

Enders, W. **Applied Econometric Time Series**, (ABD: John Wiley&Sons, Inc., 1995).

Engel, Charles ve Hakkio, Craig S. "Exchange Rate Regimes and Volatility", **Economic Review, Federal Reserve Bank of Kansas City**, 3rd Quarter 1993, 43-58.

Engle, Robert F. "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation", **Econometrica,** 50, July 1982, 987-1008.

Engle, Robert F. "Estimates of Variance of U.S. Inflation Based upon ARCH Model" **Journal of Money, Credit and Banking**, 15, 1983, 286-301

Engle, Robert. "The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics", **Journal of Econometric Perspectives,** 15(4), Fall 2001, 157-168.

Engle, R.F. ve Patton, A.J. "What Good is a Volatility Model?", **Quantitative Finance**, 1 (2), 2001, 237-245.

Engle, R.F., Lillien, D.M. ve Robins, R.P. "Estimating Time-Varying Risk Premia in the term Structure: The ARCH-M Model", **Econometrica**, 55, 1997, 391-408.

Figlewski, Stephen. "Forecasting Volatility Using Historical Data**", Working Paper Series**, New York University, Stern School of Business – Finance Department, 1994.

Goldstein, Morris ve Turner, Philip. **Banking Crises in Emerging Economies: Origins and Policy Options,** Basle: Bank for International Settlements, BIS Economic Papers No. 46, 1996.

Gouriêroux, C. **Arch Models and Financial Applications**, Springer Verlag, 1997.

Granger, J.W.C. ve Newbold, P. **Forecasting Economic Time Series,** New York: Academic Press, 1977.

Grene, H. William. **Econometric Analysis**, 2. b., New York: Macmillan Publishing Co., 1993.

Gujarati, Damonar N. **Basic Econometrics**, ABD: The McGraw-Hill Companies, Inc., 1995.

Gujarati, Damodar N. **Temel Ekonometri,** Çev.: Ümit ve Gülay G. Şenesen, İstanbul: Literatür Yay., 1999.

Hamori, S. "Volatility of Real GDP: Some Evidence From The United States, The United Kingdom and Japan", **Japan and World Economy**, 12, 2000, 143-152.

Harvey, A.C. **The Econometric Analysis of Time Series**, 2. b., Cambridge: The MIT Press, 1991.

Investopedia, 2008, <http://www.investopedia.com>

Işığıçok, Erkan. **Zaman Serilerinde Nedensellik Çözümlemesi,** Bursa: Uludağ Üniversitesi Basımevi, 1994.

Işığıçok, Erkan. "Türkiye'de Enflasyonun Varyansının ARCH ve GARCH Modelleri İle Tahmini", **Uludağ Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi**, 17(2), 1999.

İdil, Orhan. **Yönetimde İstatistik: Teknikler ve Örnek Olaylar,** İstanbul: 1994.

Jarque, C.M. ve Bera, A.K. "A Test for Normality of Observations and Regression Residuals", **International Statistical Review**, 55, 1987, 163-172.

Kazan, Ayşe ve Altan, Şenol. "Zaman Serilerinde Mevsimsel Etkiler ve En Küçük Kareler Yönteminin Kullanımı", **Gazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Birimler Fakültesi Dergisi,** 4(1), 2002, 1-9.

Leuthold, R.M., MacCormick, A.J.A, Schmitz, A. ve Watts, D.G. "Forecasting Daily Hog Prices and Quantities: A Study of Alternative Forecasting Techniques", **Journal of the American Statistical Association**, 65(329), 1970, 90-107.

Maestas, C. ve Preuhs, R.R. "Modeling Volatility in Political Time Series", **Electoral Studies**, 19, 2000, 95-110.

Mandelbrot, Benoit. "The Variation of Certain Speculative Prices", **Journal of Business**, 36, 1963, 394-419

Nelson, Daniel B. "Conditional Heteroscedasticity in Asset Returns: A New Approach", **Econometrica**, 1991, 347-370.

Orhunbilge, Neyran. **Zaman Serileri Analizi Tahmin ve Fiyat İndeksleri**, İstanbul: İşletme Fakültesi Yayın No:277, 1999.

Özer, Mustafa ve Türkyılmaz, Serpil. **Türkiye Finansal Piyasalarında Oynaklıkların ARCH Modelleri ile Analizi,** Eskişehir: T.C. Anadolu Üniversitesi Yayınları No. 1593, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Yayınları No. 186, 2004.

Pindyck, Robert S. ve Rubinfeld, Daniel L., **Econometric Models and Economic Forecasts**, 4. b., ABD: The McGraw-Hill Companies, Inc., 1998.

Türkiye Cumhuriyeti Merkez Bankası, <http://www.tcmb.gov.tr>

Türkiye Cumhuriyeti Merkez Bankası. "Para Politikası Raporu", Kasım 2001, <http://www.tcmb.gov.tr/yeni/evds/yayin/paraprog/pp2001/pp_rap.html>

Yılmazkuday, Hakan. "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH) Model", 2003, <http://people.vanderbilt.edu/~hakan.yilmazkuday/research_files/ARCH.pdf>