T.C.

İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

İŞLETME ANABİLİM DALI

FİNANS BİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

PORTFÖY SEÇİMİNDE ALGORİTMİK YAKLAŞIM: PORTFÖYDE ULUSLARARASI ÇEŞİTLENDİRMEYE YÖNELİK BİR ÇALIŞMA

Mahammad CHARKASOV

2502190113

TEZ DANIŞMANI

Prof. Dr. Vedat SARIKOVANLIK

İSTANBUL – 2024

ÖZ

PORTFÖY SEÇİMİNDE ALGORİTMİK YAKLAŞIM: PORTFÖYDE ULUSLARARASI ÇEŞİTLENDİRMEYE YÖNELİK BİR ÇALIŞMA

MAHAMMAD CHARKASOV

Bu tez çalışması, uluslararası portföy çeşitlendirmesi bağlamında çok amaçlı optimizasyon algoritmalarının etkinliğini incelemektedir. Çalışmanın temel amacı, risk-getiri dengesini optimize eden uluslararası hisse senedi portföylerinin oluşturulmasında farklı algoritmik yaklaşımların performansını değerlendirmektir. Araştırmada, BIST 100 endeksi ile birlikte 25 ülkenin ana borsa endeksleri analiz kapsamına alınmıştır. İlk aşamada, Johansen-Juselius eşbütünleşme testi ve Gecikmesi Dağıtılmış Otoregresif (ARDL) sınır testi kullanılarak, BIST 100 endeksi ile diğer ülke endeksleri arasındaki uzun dönemli ilişkiler incelenmiştir. Bu analizler sonucunda, BIST 100 endeksi ile eşbütünleşik olmayan endeksler belirlenmiş ve portföy optimizasyonu için kullanılacak veri seti oluşturulmuştur. Portföy optimizasyonu aşamasında, üç farklı çok amaçlı metasezgisel algoritma - Çok Amaçlı Parçacık Sürü Optimizasyonu (MOPSO), Baskın Olmayan Sınıflandırmalı Genetik Algoritma II (NSGA-II) ve Kuvvet Pareto Evrimsel Algoritma 2 (SPEA2) - kullanılmıştır. Bu algoritmalar, beklenen getirinin maksimizasyonu ve Koşullu Riske Maruz Değer'in (CVaR) minimizasyonu olmak üzere iki amaç fonksiyonu üzerinde çalıştırılmıştır.

Elde edilen sonuçlar, kullanılan algoritmaların her birinin farklı avantajlar sunduğunu göstermiştir. SPEA2 algoritması, en yüksek risk-ayarlı getiri performansını (Koşullu Sharpe Oranı: 0.02479) sağlarken, MOPSO algoritması en düşük maksimum düşüş oranı (23.65%) ile en iyi risk yönetimi performansını göstermiştir. Tüm algoritmalarla oluşturulan portföyler, referans portföy olarak kullanılan MSCI ACWI endeksinden daha iyi performans sergilemiştir.

Bu çalışma, uluslararası portföy çeşitlendirmesinde çok amaçlı optimizasyon algoritmalarının etkinliğini ortaya koyarken, farklı algoritmaların kendine özgü

avantajlarını da vurgulamaktadır. Elde edilen bulgular, yatırımcıların ve portföy yöneticilerinin, risk-getiri tercihlerine ve hesaplama kaynaklarına bağlı olarak en uygun algoritmayı seçmelerine yardımcı olabilecek niteliktedir.

Anahtar Kelimeler: Portföy Optimizasyonu, Uluslararası Çeşitlendirme, Metasezgisel Algoritmalar, Eşbütünleşme, ARDL

ABSTRACT

ALGORITMIC APPROACH IN PORTFOLIO SELECTION: A STUDY TOWARDS INTERNATIONAL DIVERSIFICATION IN PORTFOLIO

MAHAMMAD CHARKASOV

This thesis examines the effectiveness of multi-objective optimization algorithms in the context of international portfolio diversification. The main objective of the study is to evaluate the performance of different algorithmic approaches in creating international stock portfolios that optimize the risk-return balance. The research incorporates the BIST 100 index along with the main stock market indices of 25 countries. In the initial phase, the Johansen-Juselius cointegration test and the Autoregressive Distributed Lag (ARDL) bounds test were employed to investigate the long-term relationships between the BIST 100 index and other country indices. As a result of these analyses, indices that were not cointegrated with the BIST 100 index were identified and used to construct the dataset for portfolio optimization. In the portfolio optimization phase, three different multi-objective metaheuristic algorithms were utilized: Multi-Objective Particle Swarm Optimization (MOPSO), Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II), and Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2 (SPEA2). These algorithms were applied to two objective functions: maximization of expected return and minimization of Conditional Value at Risk (CVaR).

The results demonstrated that each of the algorithms used offered different advantages. The SPEA2 algorithm provided the highest risk-adjusted return performance (Conditional Sharpe Ratio: 0.02479), while the MOPSO algorithm exhibited the best risk management performance with the lowest maximum drawdown rate (23.65%). All portfolios created by the algorithms outperformed the MSCI ACWI index, which was used as a reference portfolio.

This study highlights the effectiveness of multi-objective optimization algorithms in international portfolio diversification while emphasizing the unique

advantages of different algorithms. The findings can assist investors and portfolio managers in selecting the most suitable algorithm based on their risk-return preferences and computational resources.

Keywords: Portfolio Optimization, International Diversification, Meta-heuristic Algorithms, Cointegration, ARDL

ÖNSÖZ

Finansal piyasaların giderek karmaşıklaşan yapısı ve küreselleşmenin etkisiyle artan uluslararası yatırım fırsatları, yatırımcıları ve portföy yöneticilerini daha sofistike yöntemler aramaya yöneltmiştir. Bu tez çalışması, uluslararası portföy çeşitlendirmesi bağlamında çok amaçlı optimizasyon tekniklerinin potansiyelini keşfetme arzusundan doğmuştur. Çalışmanın temel amacı, geleneksel portföy yönetimi yaklaşımlarının ötesine geçerek, modern teknolojinin sunduğu imkanları finansal karar verme süreçlerine entegre etmektir. Bu doğrultuda, metasezgisel algoritmaların portföy optimizasyonundaki etkinliği incelenerek, hem akademik literatüre katkı sağlamak hem de pratik uygulamalar için yeni perspektifler sunmak hedeflenmiştir.

Bu zorlu ancak bir o kadar da heyecan verici araştırma sürecinde, beni yönlendiren ve destekleyen değerli danışmanım Prof. Dr. Vedat SARIKOVANLIK'a en içten teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca, tezin hazırlanma sürecinde akademik desteklerini esirgemeyen tez jüri üyesinde yer alan Prof. Dr. Bengü VURAN ve Doç. Dr. Hasan Hüseyin YILDIRIM hocalarıma da sonsuz minnettarım. Onların değerli geri bildirimleri ve yapıcı eleştirileri, bu tezin kalitesini önemli ölçüde artırmıştır. Son olarak, bu uzun ve yorucu süreçte bana her zaman destek olan, sabır gösteren ve motivasyon kaynağım olan aileme ve arkadaşlarıma sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Bu tezin, uluslararası portföy yönetimi alanında çalışan akademisyenlere ve profesyonellere faydalı olmasını ve gelecekteki araştırmalar için bir basamak teşkil etmesini umut ediyorum.

MAHAMMAD CHARKASOV

İSTANBUL, 2024

İÇİNDEKİLER

ÖZ ..... **ii**

ABSTRACT ..... **iv**

ÖNSÖZ ..... **vi**

TABLOLAR LİSTESİ ..... **ix**

ŞEKİLLER LİSTESİ ..... **x**

KISALTMALAR LİSTESİ ..... **xi**

GİRİŞ **1**

BİRİNCİ BÖLÜM

PORTFÖY TEORİSİ VE RİSK KAVRAMI

1.1. Portföy Teorisi 3

1.2. Riskin Genel Tanımı 6

1.2.1. Standart Sapma ve Varyans 7

1.2.2. Semivaryans 8

1.2.3. Riske Maruz Değer 9

1.2.4. Koşullu Riske Maruz Değer 10

1.3. Risk Ayarlı Performans Ölçütleri 12

1.3.1. Sharpe Oranı 12

1.3.2. Koşullu Sharpe Oranı 12

1.3.3. Maksimum Düşüş Oranı 13

1.3.4. Calmar Oranı 14

1.3.5. Sortino Oranı 14

İKİNCİ BÖLÜM

METASEZGİSEL ALGORİTMALAR

2.1. Popülasyon Tabanlı Algoritmalar 17

2.1.1. Genetik Algoritma 18

2.1.2. Parçacık Sürü Optimizasyonu 19
2.2. Çok Amaçlı Optimizasyon Algoritmaları 21
2.2.1. Çok Amaçlı Parçacık Sürü Optimizasyonu 23
2.2.2. Baskın Olmayan Sıralamalı Genetik Algoritma II 26
2.2.3. Kuvvet Pareto Evrimsel Algoritma 2 27

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

LİTERATÜR İNCELEMESİ

3.1. Uluslararası Çeşitlendirme Üzerine Yapılan Çalışmalar 29
3.2. Portföy Seçim Probleminde Çok Amaçlı Algoritmaların Kullanıldığı Çalışmalar 36

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

ULUSLARARASI PORTFÖY ÇEŞİTLENDİRMESİNE YÖNELİK BİR ÇALIŞMA

4.1. Çalışmanın Veri Seti 43
4.2. Eşbütünleşme Analizleri 45
4.2.1. Johansen-Juselius Testi 46
4.2.2. Gecikmesi Dağıtılmış Otoregresif Sınır Testi 54
4.3. Algoritmik Yöntemlerle Portföy Optimizasyonu 60
4.3.1. MOPSO Algoritması ile Portföy Optimizasyonu 61
4.3.2. NSGA-II Algoritması ile Portföy Optimizasyonu 65
4.3.3. SPEA2 Algoritması ile Portföy Optimizasyonu 69
4.3.4. Algoritmaların Performansının Karşılaştırılması 73

SONUÇ VE ÖNERİLER 77

KAYNAKÇA 80

EKLER 92

ÖZGEÇMİŞ 125

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1: Metasezgisel Bir Algoritmanın Genel Akış Diagramı 17
Tablo 2: MOPSO Algoritmasının Adımları 25
Tablo 3: Çalışma Kapsamında Kullanılan Borsa Endeksleri 44
Tablo 4: Düzeyde Birim Kök Testi Sonuçları 48
Tablo 5: Birinci Derece Farkta Birim Kök Test Sonuçları 49
Tablo 6: İz Test İstatistiğine Göre Analiz Sonuçları 51
Tablo 7: Maksimum Özdeğer Test İstatistiğine Göre Analiz Sonuçları 53
Tablo 8: Uygun Gecikme Uzunluğunun Seçilmesi 56
Tablo 9: ARDL (2,1,1,2,0,0) Test Sonuçları 57
Tablo 10: ARDL Tanı Testleri 59
Tablo 11: ARDL Sınır Testi Sonuçları 60
Tablo 12: MOPSO Algoritmasının Parametreleri 62
Tablo 13: MOPSO ile Popülasyonlar Boyunca Elde Edilen Sonuçlar 63
Tablo 14: NSGA-II Algoritmasının Parametreleri 66
Tablo 15: NSGA-II ile Popülasyonlar Boyunca Elde Edilen Sonuçlar 66
Tablo 16: SPEA2 Algoritmasının Parametreleri 69
Tablo 17: SPEA2 ile Popülasyonlar Boyunca Elde Edilen Sonuçlar 70
Tablo 18: Portföy Performanslarının Karşılaştırılması 73

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1: İki Amaçlı Bir Optimizasyon Uzayında Çözümler Kümesi..... 22
Şekil 2: MOPSO Algoritması ile Elde Edilen Pareto Optimal Portföylerdeki Varlık Ağırlıklarının Dağılımı 64
Şekil 3: CVaR Yakınsama Grafiği (MOPSO)..... 65
Şekil 4: NSGA-II Algoritması ile Elde Edilen Pareto Optimal Portföylerdeki Varlık Ağırlıklarının Dağılımı 68
Şekil 5: CVaR Yakınsama Grafiği (NSGA-II)..... 68
Şekil 6: SPEA2 Algoritması ile Elde Edilen Pareto Optimal Portföylerdeki Varlık Ağırlıklarının Dağılımı 71
Şekil 7: CVaR Yakınsama Grafiği (SPEA2)..... 72
Şekil 8: Algoritmaların Yakınsama Grafikleri 75

KISALTMALAR LİSTESİ

ARDL : Gecikmesi Dağıtılmış Otoregresif (Autoregressive Distributed Lag)

BIST : Borsa İstanbul

CVaR : Koşullu Riske Maruz Değer (Conditional Value-at-Risk)

EKK : En Küçük Kareler

GA : Genetik Algoritma

MOPSO : Çok Amaçlı Parçacık Sürü Optimizasyonu (Multi Objective Particle Swarm Optimization)

MAD : Ortalama Mutlak Sapma (Mean Absolute Deviation)

MAR : Minimum Kabuledilebilir Getiri (Minimum Acceptable Return)

MDD : Maksimum Düşüş (Maximum Drawdown)

MPT : Modern Portföy Teorisi

NSGA : Baskın Olmayan Sınıflandırmalı Genetik Algoritma (Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm)

P-ACO : Pareto Karınca Kolonisi Optimizasyonu (Pareto Ant Colony Optimization)

PSO : Parçacık Sürü Optimizayonu

R_f : Risksiz Faiz Oranı

SPEA : Kuvvet Pareto Evrimsel Algoritma (Strength Pareto Evolutionary Algorithm)

SVFM : Sermaye Varlıkları Fiyatlama Modeli

VaR : Riske Maruz Değer (Value-at-Risk)

GİRİŞ

Finansal piyasaların karmaşıklığı ve belirsizliği, yatırımcıları optimal yatırım stratejileri arayışına yöneltmiştir. Bu bağlamda, portföy teorisi, yatırım kararlarının bilimsel temellere dayandırılması açısından kritik bir öneme sahiptir. Harry Markowitz'in 1952 yılında geliştirdiği Ortalama-Varyans modeli, portföy seçim problemine sistematik bir yaklaşım getirerek bu alandaki araştırmaların öncüsü olmuştur. Markowitz'in çalışması, geleneksel yatırım anlayışını sorgulamış ve çeşitlendirmenin önemini vurgulamıştır. Tek bir menkul kıymete yoğunlaşmak yerine, birbiriyle düşük korelasyona sahip çeşitli varlıklardan oluşan bir portföyün, risk-getiri perspektifinden daha avantajlı olduğunu ortaya koymuştur. Bu yaklaşım, yatırımcıların sadece beklenen getiriyi maksimize etmeye odaklanmak yerine, risk faktörünü de dikkate almalarını öngörmüştür.

Modern portföy teorisinin gelişimini takiben, Rom ve Ferguson (1994) tarafından ortaya atılan post modern portföy teorisi, risk ölçümüne yeni bir bakış açısı getirmiştir. Bu teori, modern portföy teorisinin varyans temelli risk ölçümü ve normal dağılım varsayımı gibi kısıtlamalarını eleştirerek, aşağı yönlü risk modelini önermiştir. Bu model, yatırımcıların risk algısını daha iyi yansıtma potansiyeline sahiptir ve minimum kabul edilebilir getiri kavramını ön plana çıkarmaktadır.

Günümüzde, risk ölçüm yöntemleri arasında riske maruz değer (VaR) ve koşullu riske maruz değer (CVaR) gibi daha sofistike yaklaşımlar öne çıkmaktadır. Bu yöntemler, klasik portföy teorisinin standart sapma veya varyans odaklı risk ölçümlerinin ötesine geçerek, olasılık dağılımlarını da dikkate almaktadır. Özellikle CVaR'ın portföy optimizasyonunda kullanımı, risk yönetiminde daha kapsamlı bir perspektif sunmaktadır.

Portföy seçim probleminin etkin çözümü için, çeşitli algoritmik yaklaşımlar geliştirilmiştir. Bu çalışmada, popülasyon temelli çok amaçlı metasezgisel algoritmalar kullanılarak optimal portföylerin elde edilmesi hedeflenmektedir. Özellikle, Çok Amaçlı Parçacık Sürü Optimizasyonu (MOPSO), Baskın Olmayan

Sınıflandırmalı Genetik Algoritma II (NSGA-II) ve Kuvvet Pareto Evrimsel Algoritması 2 (SPEA2) gibi yöntemler üzerinde durulacaktır.

Bu tez çalışması, dört ana bölümden oluşmaktadır. İlk bölümde, portföy kavramı, portföy teorisinin tarihsel gelişimi ve risk kavramları ele alınmıştır. Ayrıca, bu bölümde risk ölçütleri ve portföy performans ölçütlerine de yer verilmiştir.

İkinci bölümde, çalışmanın ana konusunu oluşturan metasezgisel yaklaşımlar tanıtılmış, bu algoritmaların çok amaçlı optimizasyon problemlerinin çözümünde kullanılması için geliştirilmiş popülasyon tabanlı algoritmalardan bahsedilmiştir. Bölümün devamında, tez çalışmasının uygulama kısmında kullanılacak optimizasyon algoritmalarının genel hatlarıyla anlatımı yapılmıştır.

Uuslararası portföy çeşitlendirmesi ve çok amaçlı optimizasyon uygulamalarına ilişkin literatür özetlerine üçüncü bölümde yer verilmiştir.

Son bölüm olan dördüncü bölümde ampirik bir çalışma ve karşılaştırmalı analiz yer almaktadır. Bölüm 4.1'de çalışmanın kapsamı ve veri seti detaylı olarak anlatılmıştır. Bölüm 4.2'de çalışmanın analiz kısmının ilk aşaması olan eşbütünleşme testlerinin uygulanmasına ilişkin bulgulara yer verilmiştir. Son olarak Bölüm 4.3'te çalışmanın ana konusunu oluşturan algoritmik yöntemlerin uygulanmasından elde edilen bulgular incelenmiş ve sonuçların karşılaştırmalı analizi yapılmıştır.

BİRİNCİ BÖLÜM

PORTFÖY TEORİSİ VE RİSK KAVRAMI

Portföy teorisi ve risk kavramı, finansal yönetim ve yatırım stratejilerinin temelini oluşturan kritik unsurlardır. Bu bağlamda, portföy, bir birey veya kurumun sahip olduğu çeşitli finansal enstrümanların bütünsel kompozisyonunu ifade etmektedir. Bu kompozisyon, hisse senetleri, tahviller, nakit varlıklar ve çeşitli emtia türleri gibi farklı yatırım araçlarını içerebilmektedir. Portföy yönetiminin temel hedefi, gelecekte öngörülen bir zaman diliminde optimal getiri potansiyeli sağlayacak bir varlık dağılımı oluşturmaktır (Gunjan ve Bhattacharyya, 2023: 3850). Bu bölümde, portföy teorisinin temel prensipleri ve risk yönetimi stratejileri incelenmiştir.

1.1. Portföy Teorisi

Modern Portföy Teorisi (MPT), Harry Markowitz'in 1952'de yayınladığı "Portfolio Selection" makalesiyle doğmuştur. Bu çığır açan çalışma, yatırım kararlarında risk ve getiri arasındaki ilişkiyi sistematik olarak ele alan ilk kapsamlı teoriyi sunmuştur. Markowitz'den önce yatırımcılar, kişisel deneyimlerine, piyasa duyumlarına veya içgüdülerine dayanarak yatırım kararlarını veriyorlardı. Yatırımcılar genellikle en yüksek getiri potansiyeline sahip olduğunu düşündükleri tek bir varlığa veya sektöre yoğunlaşıyorlardı. Bazı yatırımcılar da basit çeşitlendirme olarak nitelendirilen yöntemle bu işi yapmaktaydılar. Basit çeşitlendirme, yatırımcıların portföylerindeki riski azaltmak amacıyla yatırımlarını farklı varlıklar arasında dağıtma stratejisidir. Ancak bu çeşitlendirme, varlıklar arasındaki korelasyonları dikkate almadan yapılmaktaydı.

Markowitz, yatırımcıların sadece beklenen getiriyi değil, aynı zamanda riski de dikkate almaları gerektiğini öne sürmüştür. Risk, portföydeki varlıkların getirilerinin varyansı veya standart sapması olarak ölçülmüştür. Markowitz'in temel argümanı, çeşitlendirmenin portföy riskini azaltabileceği, ancak bunun sadece varlıkların getirileri arasında tam bir pozitif korelasyon olmadığı durumlarda mümkün olduğudur.

Markowitz'in teorisinin merkezinde etkin sınır kavramı yer almaktadır. Etkin sınır, belirli bir risk seviyesinde en yüksek getiriyi veya belirli bir getiri seviyesinde en düşük riski sağlayan portföylerin geometrik yeridir (Merton, 1972: 1851). Etkin sınır üzerindeki her bir portföy, etkin portföy sayılmaktadır. Yatırımcılar, kendi risk toleranslarına göre bu etkin portföyler arasından seçim yapmaktadırlar. Portföyler karşılaştırılırken, daha yüksek beklenen getiri ve daha düşük risk sunan ya da aynı risk seviyesinde daha yüksek beklenen getiri sağlayan portföyler daha etkin kabul edilmektedir (Frost ve Savarino, 1986: 294).

Markowitz (1952), portföy seçimi için net bir nicel çerçeve oluşturdu ve bu süreci, beklenen getiri ile risk arasında bir denge kurarak kaynakların tahsisi olarak özetledi. Bu dengeyi sağlayabilmek için iki farklı yaklaşım öne sürülebilir:

- Belirli bir beklenen getiri düzeyi için portföyün riskini en aza indirmek
- Belirli bir risk düzeyi için beklenen getiri seviyesini en üst düzeye çıkarmak

Her iki yaklaşım teorik olarak eşit olsa da, hesaplama açısından daha başarılı olan strateji, belirli bir getiri miktarı için portföyün riskini en aza indirmektir. Bunun nedeni, karesel amaç fonksiyonlu problemlerin, karesel kısıtlamalı problemlere kıyasla sayısal olarak daha kolay yönetilebilir olmasından kaynaklanmaktadır (Hillier ve Lieberman, 2010). Bu nedenle Markowitz, parametrik bir karesel program oluşturup bunu çözerek bir etkin sınır tanımlamıştır. Bu etkin sınır, istenen getiri düzeyi değiştikçe riski en aza indirerek bulunan baskın (dominant) portföyler kümesini temsil etmektedir. Böylece, farklı getiri hedefleri için optimal risk-getiri dengesi sağlayan portföyler belirlenmektedir (Woodside-Oriakhi vd., 2011: 538).

Etkin sınır kavramı, portföy optimizasyonunun temelini oluşturmuş ve sonraki yıllarda geliştirilen birçok finansal modele ilham kaynağı olmuştur. Örneğin, Sharpe (1964), Lintner (1965) ve Mossin (1966) tarafından geliştirilen Sermaye Varlıkları Fiyatlama Modeli (SVFM), etkin sınır kavramını temel almıştır. SVFM'ye göre, bir varlık veya portföyün beklenen getirisi, risksiz varlığın getirisine risk priminin eklenmesiyle elde edilmektedir. Bu model, yatırımcının zaten çeşitlendirilmiş bir portföye eklenecek bir varlığın risk primine karşılık teorik olarak uygun bir getiri oranını belirlemektedir. SVFM, portföydeki her bir varlığın kendine özgü riskleri

olduğunu kabul etmektedir, ancak çeşitlendirme yapılarak toplam riskin sistematik risk düzeyine kadar düşürülebileceğini öne sürmektedir. SVFM'nin en önemli katkılarından biri, beta (β) kavramını ve sistematik risk fikrini ortaya koymasıdır. Beta, bir varlığın sistematik riskini ölçmektedir. Sistematik risk, çeşitlendirme yoluyla ortadan kaldırılamayan, piyasa genelini etkileyen risktir.

James Tobin, 1958'de yayınladığı makalesinde, Markowitz'in çalışmasını genişleterek "Ayırım Teoremi" ni ortaya koymuştur. Buradaki 'ayırım' kavramı, portföyü oluşturan varlıkların riskli ve risksiz olabileceği şeklinde anlaşılmaktadır. Tobin'in temel katkısı, risksiz bir varlığın (örneğin, devlet tahvili) portföye dahil edilmesinin etkilerini incelemesidir. Teoreme göre, optimal portföy seçimi iki aşamalı bir süreçtir. İlk aşama, varlıklardan oluşan optimal portföyün belirlenmesi, ikinci aşama ise yatırımcının elindeki sermayenin ne kadarını risksiz, ne kadarını riskli varlıklar arasında paylaştıracağı kararını vermesidir (Gündoğdu, 2018: 78). Tobin'in çalışması, risk tercihleri ne olursa olsun tüm yatırımcıların, aynı optimal riskli portföyü tutmaları gerektiğini, ancak bu portföy ile risksiz varlık arasındaki dağılımın yatırımcıdan yatırımcıya değişeceğini öne sürmüştür.

1991 yılında Rom ve Ferguson tarafından geliştirilen Post-Modern Portföy Teorisi, MPT'nin bazı eksikliklerini gidermeyi amaçlamıştır. Yeni teori, risk ölçümünde standart sapma yerine aşağı yönlü sapma kullanarak, yatırımcıların asimetrik risk algısını daha iyi yansıtmayı hedeflemiştir. Bu yaklaşım, yatırımcıların kayıpları kazançlardan daha fazla önemsediği gerçeğini dikkate almaktadır.

1990'ların başında Goldman Sachs'ta çalışan Fischer Black ve Robert Litterman tarafından geliştirilen Black-Litterman Modeli, Modern Portföy Teorisini daha pratik hale getirmeyi amaçlamıştır. Bu model, yatırımcıların piyasa hakkındaki öznel görüşlerini ve beklentilerini portföy optimizasyon sürecine dahil etmeyi sağlamaktadır. Böylece, sadece geçmiş verilere dayanan MPT'nin ötesine geçilerek, geleceğe yönelik tahminler de dikkate alınmaktadır.

Sonuç olarak, Modern Portföy Teorisi ve onun üzerine inşa edilen yeni yaklaşımlar, finansal piyasaların karmaşıklığını anlamada ve yönetmede kritik bir rol oynamaya devam etmektedir. Yatırımcılar ve portföy yöneticileri, bu teorileri ve

modelleri kullanarak, daha bilinçli kararlar alabilmekte ve değişen piyasa koşullarına daha iyi adapte olabilmektedir.

1.2. Riskin Genel Tanımı

Varlık fiyatları, ortak risk kaynaklarına maruz kalmaları nedeniyle birbiriyle ilişkili olmakta ve bu durum, özellikle küresel hisse senedi faktörünün etkisiyle hisse senedi piyasalarında belirgin hale gelmektedir. Piyasadan daha az etkilenen varlıklar genellikle daha düşük risk ve getiri sunmakta, buna karşın piyasaya daha fazla maruz kalan varlıklar yüksek risk karşılığında daha yüksek getiri sağlamaktadır. Portföyler, sistematik ve kendine özgü olmak üzere iki temel risk türüyle karşı karşıya kalmaktadır. Sistematik risk, piyasanın tamamını etkileyebilen, çeşitlendirme yoluyla azaltılamayan bir risk türü olup, doğal afetler, savaşlar ve salgınlar gibi olaylardan kaynaklanmaktadır. Öte yandan, kendine özgü risk, belirli bir varlık veya varlık sınıfına özgü olup, çeşitlendirme veya riskten korunma stratejileriyle azaltılabilmektedir (Pai, 2018: 4).

Risk kavramı, finansal karar verme süreçlerinin temelini oluşturmakta ve yatırımcıların beklenen getiriler ile potansiyel kayıplar arasındaki dengeyi değerlendirmelerini sağlamaktadır (Markowitz, 1952). Zaman içinde, risk ölçüm yöntemleri önemli bir evrim geçirmiş, geleneksel yaklaşımlardan daha sofistike ve kapsamlı modellere doğru ilerlemiştir.

Konno ve Yamazaki (1991), Ortalama Mutlak Sapma (MAD) yöntemini bir doğrusal program formülasyonu olarak sunarak, portföy optimizasyonunda aşağı yönlü risk kavramının önemini vurgulamışlardır. Bu yaklaşım, Roy'un (1952) önerdiği "kayıptan kaçınma" prensibini yansıtmakta ve yatırımcıların belirli bir eşik değerin altındaki kayıpları minimize etme eğilimini modellemektedir.

Baumol (1963), Markowitz'in portföy yaklaşımına yeni bir kriter getirerek, yüksek beklenen getiri karşılığında göreceli olarak yüksek standart sapmanın kabul edilebilir olduğunu öne sürmüştür. Bu konsept, daha sonra Riske Maruz Değer (VaR) olarak geliştirilmiş ve kredi kayıplarının modellenmesinde kullanılmıştır. VaR, belirli bir güven aralığında, belirli bir zaman dilimi için maksimum kayıp tahminini sunmaktadır.

Ancak, VaR'ın çeşitli sınırlamaları bulunmaktadır. Ballotta ve Fusai (2017), VaR'ın alt-toplanabilirlik özelliğini ihlal ettiğini göstermiştir. Ayrıca, Artzner vd. (1998), VaR'ın portföy çeşitlendirmesinin faydalarını tam olarak yansıtamadığını ve ekonomik sonuçların olasılıklarını dikkate almadığını belirtmiştir. Bu sınırlamaları aşmak için, Koşullu Riske Maruz Değer (CVaR) gibi daha gelişmiş risk ölçütleri önerilmiştir. Rockafellar ve Uryasev (1999), CVaR'ın daha iyi optimizasyon özellikleri sunduğunu ve doğrusal programlama formülasyonuna kolayca entegre edilebileceğini göstermiştir. CVaR, VaR'ın ötesindeki kayıpların beklenen değerini hesaplayarak, kuyruk riskini daha iyi yansıtmaktadır.

Günümüzde, teknolojik gelişmeler ve büyük veri analitiği, risk ölçümü ve yönetimi alanında yeni ufuklar açmaktadır. Makine öğrenimi algoritmaları ve yapay zeka uygulamaları, geleneksel istatistiksel yöntemlerin ötesine geçerek, piyasa dinamiklerini daha kapsamlı bir şekilde analiz etme imkanı sunmaktadır (Kou vd., 2019). Bu gelişmeler, risk faktörlerinin daha erken tespit edilmesini ve daha proaktif risk yönetimi stratejilerinin uygulanmasını mümkün kılmaktadır.

1.2.1. Standart Sapma ve Varyans

Portföy teorisi alanında yapılan teorik çalışmalarda genel kabul gören iki risk ölçüsü, beklenen getirilerin standart sapması ve varyansıdır. Standart sapma, portföy getirilerinin ortalama getiriden ne kadar uzaklaştığını ölçmek için kullanılan bir yöntemdir. Standart sapma her zaman pozitif bir değerdir ve matematiksel olarak varyansın karekökü eşit olmaktadır. Bir portföyün varyansı, portföyü oluşturan bireysel menkul kıymetlerin getirilerinin ağırlıklı ortalama kovaryansına eşittir. Bu ilişki şu formülle gösterilebilir:

$$\mathrm{Var}(r_p) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \mathrm{Cov}(r_i, r_j) \tag{1.1}$$

Burada, $\mathrm{Var}(r_p)$ portföyün varyansını; w_i ve w_j i. ve j. varlıkların portföydeki ağırlıklarını; n portföydeki toplam varlık sayısını; $\mathrm{Cov}(r_i, r_j)$ i. ve j. varlıkların getirileri arasındaki kovaryansı ifade etmektedir. Ayrıca bu kovaryans değeri, aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$\mathrm{Cov}(r_i, r_j) = \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j = \sigma_{ij} \quad (1.2)$$

(ρ_{ij}), portföyde yer alan i ve j varlıkları arasındaki korelasyonu ifade etmektedir. Bu durumda varyans formülü, bu şekilde tekrardan yazılabilir:

$$Var(R_p) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j \quad (1.3)$$

Bu formüller, modern portföy teorisinde risk ölçümü ve portföy optimizasyonu için temel teşkil etmektedir. Varyans formülü, bir portföyün toplam riskini ölçerken, kovaryans formülü ise portföydeki farklı varlıklar arasındaki ilişkiyi açıklamaktadır.

Verilerin dağılımını en iyi şekilde ölçebilmesi ve veri setindeki her öğeyi kullanması bakımından standart sapma, avantajlı bir ölçüt sayılmaktadır. Bu ölçüt, verilerin nasıl dağıldığını ölçer ve aşırı değerlerden fazla etkilenmez. Ayrıca, iki grubun birleştirilmesine de olanak tanımaktadır. Bununla birlikte, standart sapmanın bazı eksik tarafları da mevcuttur. Şöyle ki, asimetrik getiriler durumunda sorun yaşanabilmektedir ve standart sapma iki yönlü riskleri ölçer, oysa finansta risk genellikle kayıplarla ilişkilendirilmektedir.

1.2.2. Semivaryans

Risk değerlendirmesinde yaygın olarak kullanılan standart sapma, aslında en uygun bir ölçü değildir. Bu ölçü, hem olumlu hem de olumsuz sapmaları eşit derecede önemseyerek, yatırımcının gerçek risk algısını tam olarak yansıtmamaktadır. Markowitz'in de belirttiği gibi, yatırımcılar genellikle sadece olumsuz sapmalarla, yani potansiyel kayıplarla ilgilenmektedirler. Bu sorunu çözmek amacıyla Markowitz, 1991 yılında semivaryans (yarı-varyans) adını verdiği alternatif bir risk ölçüsü önermiştir. Bu yeni yaklaşım, yalnızca aşağı yönlü sapmaları dikkate alarak, yatırımcının gerçek risk algısına daha uygun bir değerlendirme sunmaktadır.

Semivaryans, matematiksel olarak şu şekilde ifade edilmektedir (Macedo, 2017: 34):

$$S_P = E[min(0, R_P - C)^2] \quad (1.4)$$

Burada, S_P portföy semivaryansını, R_P portföy getirisini, C minimum kabuledilebilir getiriyi ifade etmektedir.

Pratik uygulamada, T dönemlik bir veri seti için semivaryans şu şekilde hesaplanabilir:

$$S_P = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}[\min(0, R_{Pt} - C)]^2 \quad (1.5)$$

Burada, T analizde dikkate alınan dönem sayısını, $[\min(0, R_{Pt} - C)]$ ifadesi sadece negatif sapmaların dikkate alındığını göstermektedir. İfadenin karesinin alınması, formülün daha büyük sapmaları daha fazla cezalandırdığını ifade etmektedir.

1.2.3. Riske Maruz Değer

Finansal piyasaların volatil yapısı, genel anlamda risk olgusunun temel kaynağını oluşturmaktadır. Bu durum, getirilerde belirli dalgalanmalara yol açmaktadır. Bu sebeple, finansal risk yönetimi ve risk minimizasyonu, kritik bir öneme sahiptir. Risk seviyesinin ölçümü için geliştirilen riske maruz değer (VaR) metodolojisi, bu alanda önemli bir araç olarak öne çıkmaktadır. JP Morgan tarafından kurumsal risk ölçümü amacıyla geliştirilen VaR yöntemi, 1994 yılında RiskMetricsTM yazılımı vasıtasıyla sektörel kullanıma sunulmuştur (Riskmetrics, 1996). VaR, finansal literatürde yaygın olarak kullanılan aşağı yönlü risk ölçüm metodolojilerinden biri olarak kabul edilmektedir. VaR'ın teorik altyapısı, olasılık teorisi ve matematiksel istatistik yöntemlerine dayanmaktadır. Bu yaklaşım, finansal risk unsurlarının kantitatif olarak ölçülmesine ve değerlendirilmesine olanak tanımaktadır.

Portföy getiri dağılımının sol kuyruğu hakkında bilgi edinmek için kulllanılabilecek iki istatistiksel yöntemden biri riske maruz değer, diğeri ise koşullu riske maruz değerdir (Kaucic, 2019: 308). Riske maruz değer (VaR), belirli bir güven düzeyinde ve seçilen dönemde bir portföyün potansiyel maksimum kaybını ifade etmektedir. VaR aşağıdaki gibi formülize edilebilir:

$$VaR_{X,\alpha} = inf\{x \in R: F_X(x) \geq \alpha\} \quad (1.6)$$

Burada α, gözlemlenen kaybın tahmin edilen VaR'ı aşma olasılığını belirten olasılık düzeyidir. VaR hesaplaması için, güven düzeyi (1-α), portföy getirisi ve elde tutma süresi gibi değişkenlerin önceden belirlenmesi gerekmektedir. Güven düzeyinin genellikle, JP Morgan tarafından 5% oranında kullanıldığı görülmektedir.

Riske maruz değer, getirilerin normal dağılımıyla sınırlı değildir. Ancak, hesaplamaları kolaylaştırmak için normal dağılım varsayımı yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu varsayım, özellikle gerçek dağılım kalın kuyruklu olduğunda, risklerin önemli ölçüde düşük tahmin edilmesine yol açabilmektedir (Dallagnol vd., 2009: 769).

VaR'ın bir risk ölçüsü olarak kullanımına yönelik bazı eleştiriler bulunmaktadır (Artzner vd., 1999):

- Alt toplanabilirlik özelliğinden yoksundur; bu nedenle portföy çeşitlendirmesi paradoksal bir şekilde risk artışına neden olabilir.
- Konveks olmayan yapısı ve çok sayıda yerel minimuma sahip olması, optimizasyon problemlerinde kullanımını zorlaştırır.
- Farklı güven düzeylerinde çelişkili sonuçlar verebilir.

Akademik literatürde bu eleştirilere rağmen, VaR'ın kullanımı genellikle düzenleyici kurumlar tarafından önerilmektedir. Bunun nedeni, VaR'ın risk seviyesini bütüncül bir şekilde temsil etmesi ve aşağı yönlü riskin ölçümüne olanak sağlamasıdır.

1.2.4. Koşullu Riske Maruz Değer

Finansal risk yönetiminde, koşullu riske maruz değer (CVaR), geleneksel riske maruz değer (VaR) modelinin sınırlamalarını aşmak için geliştirilmiş önemli bir ölçüttür. Artzner ve diğerleri (1999) tarafından yapılan çalışmada beklenen kuyruk riski (diğer bir adıyla CVaR) olarak adlandırılan hesaplama yönteminin, VaR'a kıyasla daha etkin bir risk ölçütü olduğunu ortaya koyulmuştur. VaR yöntemi, belirli bir zaman diliminde ve önceden belirlenmiş bir güven aralığında, bir portföyün maruz kalabileceği maksimum potansiyel kaybı ifade ederken, CVaR bu eşik değerin

ötesindeki beklenen kayıpları ölçmektedir (Rockafeller ve Uryasev, 2000). Başka bir deyişle, CVaR, VaR sınırını aşan kayıpların ortalama değerini ifade etmektedir.

$$CVaR_{X,\alpha} = E\left[x \mid x \geq VaR_{X,\alpha} \right] \quad (1.7)$$

Burada $CVaR_{X,\alpha}$ belirli bir güven düzeyinde (1-α) gerçekleşmesi tahmin edilen koşullu riske maruz değeri; x ise riske maruz değer olan $VaR_{X,\alpha}$ değerlerine eşit veya onun üzerindeki kayıpları ifade etmektedir.

CVaR'ın bazı avantajları şunlardır (Uryasev, 2000):

- CVaR, VaR'ın ötesindeki kayıpları da hesaba katar, bu da daha kapsamlı bir risk değerlendirmesi sağlar.
- CVaR, doğrusal programlama teknikleriyle optimize edilebilir, bu da büyük ölçekli problemlerin çözümünü mümkün kılar.
- CVaR, integral karakteristiği nedeniyle VaR'a göre daha kararlı istatistiksel tahminler sunar.
- Portföy optimizasyonu ve risk kontrolü için daha güvenilir bilgi sağlar.
- Portföy kayıp dağılımını şekillendirmede kullanılabilir.

Genellikle, sürekli dağılımlarda CVaR, VaR'ı aşan koşullu beklenen kayıpla uyumludur. Ancak, altta yatan rastgele değişken dağılımı süreksiz olduğunda, CVaR bu beklenen kayıptan farklılık gösterebilir.

Finansal risk yönetiminde, koşullu riske maruz değer (Conditional Value-at-Risk, CVaR) minimizasyonu, portföy optimizasyonunda önemli bir role sahiptir. CVaR, geleneksel riske maruz değer (VaR) risk ölçütünün bir uzantısı olarak, belirli bir güven düzeyinin ötesindeki kayıpların ortalama değerini temsil etmektedir (Lindquist vd., 2022: 37-38).

Portföy riskini ölçmek ve yönetmek için kapsamlı bir çerçeve sunan bu yaklaşım, özellikle ekstrem olayların etkilerini daha iyi yansıttığı için, risk yönetiminde daha fazla tercih edilmektedir. CVaR minimizasyonu, modern portföy teorisinde risk yönetimi için güçlü bir araç sunmaktadır.

1.3. Risk Ayarlı Performans Ölçütleri

Portföy performansını değerlendirmede, sadece kümülatif fiyat ve getiri karşılaştırması yeterli olmamaktadır. Performans ölçütleri, yatırımcılara ve portföy yöneticilerine, farklı risk profillerine sahip yatırım alternatiflerini karşılaştırma ve değerlendirme olanağı sağlamaktadır. 1960'lı yıllardan itibaren geliştirilen bu ölçütler, modern portföy teorisi ve sermaye varlıkları fiyatlama modeli gibi temel finansal teorilerin pratik uygulamalarını yansıtmaktadır.

1.3.1. Sharpe Oranı

Sharpe (1966), riski de içeren ilk bileşik portföy performans ölçütlerinden birini geliştirdi. Bu oran, başlangıçta Treynor oranının bir uzantısı olarak tasarlanmıştır. Treynor (1965) yalnızca geçmiş fon performansını değerlendirmeyi amaçlarken, Sharpe (1966) hem gelecek performansı öngörmeyi hem de Treynor Oranı'nı kullanmayı hedeflemiştir. Üstlenilen riske göre ayarlanmış bir ortalama getiri olan bu oran aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$Sharpe\ Oranı = \frac{R_P - R_f}{\sigma_P} \tag{1.8}$$

Burada:

R_P: Portföyün getirisi

R_f: Risksiz faiz oranının getirisi

σ_P: Portföyün standart sapması

Bu formül, Sharpe oranı ile Treynor oranı arasındaki temel farkı ortaya koymaktadır. Treynor oranı yalnızca yatırım fonunun sistematik riskini dikkate alırken, Sharpe oranı toplam riski hesaba katmaktadır. Bu özellik, Sharpe oranının iyi çeşitlendirilmemiş portföylerin performanslarının ölçülmesini de sağlamaktadır.

1.3.2. Koşullu Sharpe Oranı

Yatırımcılar, portföy performansını değerlendirirken kullandıkları çeşitli risk uyarlamalı getiri ölçütlerinden biri de Koşullu Sharpe oranıdır (Bacon, 2008: 101). Bu oran, koşullu VaR'ı risk ölçütü olarak kullanarak Sharpe oranının bir versiyonunu

sunar. Koşullu Sharpe oranı, portföyün getirisi R_P ile risksiz faiz oranı R_f arasındaki farkın, koşullu riske maruz değer (CVaR) ile oranlanmasıyla hesaplanır:

$$Koşullu\ Sharpe\ oranı = \frac{R_P - R_f}{CVaR} \tag{1.9}$$

Eğer beklenen kayıp, yatırımcının temel endişesiyse, koşullu Sharpe oranı getiri-risk ilişkisini daha iyi yansıtacaktır. Yüksek koşullu Sharpe oranı, yatırımcı için daha cazip bir risk-getiri profili anlamına gelmektedir. Örneğin, iki portföyü karşılaştırdığımızı düşünüldüğünde, ilk portföyün Sharpe oranı daha yüksek olsa da, uç kayıplara karşı daha hassas olabilir. Koşullu Sharpe oranı ise, kuyruk riskini daha iyi yakalayarak, yatırımcıyı beklenmedik kayıplara karşı uyarabilmektedir. Sonuç olarak, koşullu Sharpe oranı geleneksel Sharpe oranını tamamlayıcı nitelikte bir performans ölçütüdür. Özellikle aşağı yönlü riski önemseyen yatırımcılar için portföy seçim sürecinde faydalı bir araç olarak öne çıkmaktadır.

1.3.3. Maksimum Düşüş Oranı

Bir yatırım portföyünün performansını değerlendirmede kullanılan önemli bir risk ölçütü olan maksimum düşüş oranı (maximum drawdown – MDD), belirli bir yatırım dönemi içerisinde (genellikle 3 yıl) portföyün maruz kalabileceği maksimum potansiyel kaybı yüzdesel olarak ifade etmektedir (Magdon-Ismail ve Atiya, 2004). Bu ölçüt, portföy yöneticisinin yatırımcıyı piyasadaki olumsuz hareketlere karşı ne derece koruyabildiğini göstermektedir. Düşük bir MDD değeri, portföy yöneticisinin riski daha iyi yönettiğine ve yatırımcıyı potansiyel kayıplara karşı daha etkin bir şekilde koruduğunu göstermektedir (Reilly vd., 2018: 696). Uç değerlerden önemli ölçüde etkilenen MDD değeri Eşitlik 1.10'daki gibi hesaplanmaktadır:

$$MDD(T) = \max_{t\in(0,T)} \left[\max_{s\in(0,t)} \left(P_p(s) - P_p(t) \right) \right] \tag{1.10}$$

Burada:

- $P(s)$: s zamanına kadar olan portföy kümülatif fiyatı

- $MDD(T)$: [0, T] zaman aralığında portföy fiyatındaki en büyük tepe-dip düşüşü

1.3.4. Calmar Oranı

Young (1991) tarafından önerilen Calmar Oranı, yatırım performansını risk açısından değerlendirmede kullanılan önemli bir araçtır. Bu oran, yatırımın verimliliğini risk-ayarlı bir temelde hesaplayarak, yatırımcılara fonların karşılaştırmalı risklerini anlamada yardımcı olur. Yüksek bir Calmar Oranı, yatırımın önemli düşüşlere karşı daha dirençli olduğunu gösterirken, düşük oran daha yüksek risk anlamına gelmektedir. Orandaki ani değişiklikler, portföy performansındaki önemli gelişmeleri veya sorunları işaret edebilir, bu da yatırımcılara portföylerini gözden geçirme sinyali verir. Sharpe oranı ile benzerlik gösteren bu oran, standart sapma yerine maksimum kaybı kullanmaktadır.

$$Calmar\ Oranı = \frac{R_P - R_f}{MDD} \tag{1.11}$$

1.3.5. Sortino Oranı

Sortino ölçütü, risk-ayarlı performans değerlendirmesinde kullanılan bir istatistiktir ve Sharpe oranından iki temel noktada ayrılmaktadır. Bunlardan biri, Sortino oranı, portföyün ortalama getirisini kullanıcının belirlediği minimum kabul edilebilir getiri eşiğinin üzerindeki kısmını ölçmektedir. Bu eşik genellikle risksiz faiz oranı olabilmekle birlikte, farklı bir değer de belirlenebilmektedir. İki ölçüt arasındaki diğer bir fark, Sharpe oranı toplam riski dikkate alırken, Sortino oranı sadece aşağı yönlü risklerle ilgilenmektedir. Aşağı yönlü risk, yatırımcının belirlediği bir eşik değerin altındaki getirilerin volatilitesini ölçmektedir. Sortino ve Price (1994) tarafından geliştirilen bu ölçüt, Eşitlik 1.12'deki gibi ifade edilmektedir:

$$Sortino\ Oranı = \frac{E(R_P) - MAR}{\sqrt{\frac{1}{T}\sum_{t=0}^{T}(R_{Pt} - MAR)^2}} \tag{1.12}$$

Bu formülde, $E(R_P)$ portföy getirisini, MAR minimum kabul edilebilir getiriyi ifade etmektedir.

İKİNCİ BÖLÜM

METASEZGİSEL ALGORİTMALAR

Optimizasyon problemlerinde, kesin ve analitik yöntemler küresel optimumu garanti etmekte, ancak zaman alıcı olmalarından dolayı genellikle küçük ölçekli sorunlarda tercih edilmektedir. Bu yöntemler, başlangıç noktası seçimi gibi zorluklarla karşılaşabilmekte ve değişken sayısı arttıkça uygulanabilirliği zorlaşmaktadır. Buna karşın, yaklaşık algoritmalar en iyi çözümü garanti etmemekte, fakat kabul edilebilir bir çözüme daha hızlı ulaşmaktadır. Metaezgisel algoritmalar, optimal olmayan ancak yeterince iyi çözümler sunmaktadır. Bu algoritmalar, büyük ölçekli problemlerde makul sürede kabul edilebilir çözümler üretmekte ve bu özellikleriyle kesin yöntemlere kıyasla daha çok tercih edilmektedir. Özellikle öğrenme, sezgi ve içgörü gibi insan zekasına özgü özellikleri barındıran erken dönem sezgisel algoritmalar, yapay zeka alanında karmaşık problemlerin çözümünde önemli ilerlemeler kaydetmektedir (Pai, 2018: 37-38).

Metasezgisel algoritmalar, geniş bir optimizasyon problemi yelpazesi için uygun çözümler bulmak üzere tasarlanmış optimizasyon teknikleridir. Bu algoritmaların öne çıkan özellikleri şunlardır (Tomar vd., 2024):

- Türev gerektirmezler: Bu, onları daha basit, esnek ve yerel optimumlardan kaçınmada daha yetenekli kılmaktadır.
- Stokastik doğa: Rastgele sonuçlar üreterek başlarlar, bu da erken yakınsamayı önler ve arama alanını etkili bir şekilde incelemelerini sağlar.
- Keşif ve sömürü dengesi: Arama alanının ilginç bölgelerini keşfeder ve sonra bu bölgelerde yerel aramalar yaparlar.
- Esneklik ve çok yönlülük: Belirli problem gereksinimlerine göre kolayca uyarlanabilirler.
- Geniş arama alanlarını etkili bir şekilde keşfedebilirler.
- Farklı problem türlerine uygulanabilirler.
- Uygunluk fonksiyonu kullanarak aday çözümleri değerlendirirler.

Metasezgisel algoritmalar, karmaşık, doğrusal olmayan problemleri ele alabilmekte ve mutlaka global optimumu bulmadan iyi bir çözüm bulabilmektedirler. Geleneksel optimizasyon tekniklerinden farklı olarak, amaç fonksiyonunu doğrusallaştırmaz veya türev ve gradyanlar kullanmazlar.

Metasezgisel algoritmalarda keşif (exploration) ve sömürü (exploitation) mekanizmaları, algoritmanın çözüm uzayını etkili bir şekilde araştırmasını ve en iyi çözümleri bulmasını sağlayan temel bileşenlerdir. Keşif mekanizması, yerel optimumlara takılmayı önleyerek daha fazla bölgenin aranmasını sağlamaktayken, sömürü mekanizması mevcut en iyi çözümlerin etrafındaki bölgeleri daha detaylı araştırılmasını sağlamaktadır. Bu iki mekanizma arasındaki denge, algoritmanın performansı için kritik öneme sahiptir (Chinglemba vd., 2022: 19).

Metasezgisel algoritmalar, ilham kaynaklarına göre farklı kategorilere ayrılmaktadır (Mirjalili vd., 2022: 11):

- Evrimsel Algoritmalar: Doğadaki evrim süreçlerinden esinlenir.
- Sürü Zekası Algoritmaları: Doğadaki kolektif davranışları modellerler.
- Fizik kurallarına dayalı algoritmalar: Doğadaki fiziksel olayları taklit ederek kararlı durumlara ulaşmayı hedefler.
- Diğer ilham kaynakları: Toplumsal gelişim, siyasi kararlar, insan karar verme mekanizmaları gibi farklı alanlardan esinlenen algoritmalar da mevcuttur.

Metasezgisel algoritmalar, çeşitli optimizasyon problemlerine uygulanabilen genel algoritmik yapılardır. Bu yöntemler, belirli bir probleme özgü olmayıp, farklı alanlardaki sorunlara minimal değişikliklerle uyarlanabilmektedir. Metasezgiseller genellikle kesin çözümler yerine yaklaşık sonuçlar üretmekte ve yeterince iyi çözümler bulmak için arama uzayını taramaktadırlar. Soyutlama düzeyleri yüksek olan bu algoritmalar, erken yakınsama sorununu aşmak için çeşitli mekanizmalar içerebilmektedirler. Ayrıca, üst düzey stratejiler tarafından yönlendirilen alan-spesifik bilgileri kullanabilmektedirler. Son dönemde geliştirilen metasezgiseller, arama deneyimini korumak için rehberlik belleği kullanmaktadır. Bu özellikler, metasezgisellerin karmaşık optimizasyon problemlerini çözmede esnek ve güçlü araçlar olmasını sağlamaktadır (Abdell-Basset vd., 2018: 186).

Tablo 1: Metasezgisel Bir Algoritmanın Genel Akış Diagramı

```
Bir veya daha fazla başlangıç çözümü oluştur
Durma kriteri sağlanmadığı sürece tekrarla:
        Eğer sömürü yapılacaksa:
                Sömürü adımı ile yeni çözüm oluştur
        Değilse:
                Keşif adımı ile yeni çözüm oluştur
        Döngü sonu
        En iyi bulunan çözümü güncelle
Döngü sonu
En iyi bulunan çözümü döndür
```

Kaynak: Abdell-Basset vd. (2018: 188)

Tablo 1'de metasezgisel bir algoritmaya ilişkin genel akış diyagramı çizilmiştir. Burada metasezgisellerin iki esas mekanizmasını oluşturan sömürü ve keşif adımlarına odaklanılmaktadır.

2.1. Popülasyon Tabanlı Algoritmalar

Popülasyon tabanlı metasezgisel algoritmalar, optimizasyon problemlerini çözmek için birden fazla çözüm adayını eşzamanlı olarak kullanan algoritmalardır. Bu algoritmalar, doğal süreçlerden ilham alarak karmaşık problemlere etkili çözümler üretmeyi amaçlamaktadır.

Popülasyon tabanlı algoritmaların kronolojik gelişimine bakıldığında, ilk olarak Bienert, Rechenberg ve Schwefel tarafından 1960'ların başında ortaya konan Evrimsel Stratejiler dikkat çekmektedir (Back, 2018: 81-88). Bunu takiben, Holland tarafından 1960'ların sonlarında geliştirilen ve 1975'te detaylı olarak tanımlanan Genetik Algoritmalar önemli bir dönüm noktası olmuştur. 1986'da Farmer ve diğerlerinin çalışmalarıyla Yapay Bağışıklık Sistemleri'nin temelleri atılmıştır. 1992'de Marco Dorigo'nun doktora tezinde tanıttığı Karınca Kolonisi Optimizasyonu, sürü zekası alanında önemli bir adım olmuştur. 1995 yılında iki önemli algoritma olan, Kennedy ve Eberhart tarafından önerilen Parçacık Sürü Optimizasyonu ve Storn ile Price tarafından sunulan Diferansiyel Evrim algoritmaları ortaya çıkmıştır. 2001 yılında Geem ve arkadaşları tarafından geliştirilen Harmoni Arama Algoritması, müzikal uyum kavramını optimizasyon alanına uygulamışlardır. 2002 yılında Xiaolei

Li tarafından tanıtılan yapay balık sürüsü algoritması, balık sürülerinin sosyal davranışlarını taklit etmektedir. Son olarak, 2005 yılında Derviş Karaboğa tarafından ortaya atılan Yapay Arı Kolonisi algoritması, bal arılarının davranışlarını modelleyerek optimizasyon alanına yeni bir boyut kazandırmıştır. Bu algoritmalar, doğadan esinlenen yaklaşımlarıyla çeşitli optimizasyon problemlerinin çözümünde etkili sonuçlar elde etmekte ve sürekli olarak geliştirilmektedir.

2.1.1. Genetik Algoritma

Genetik Algoritma (GA), evrimsel algoritmalar sınıfında optimizasyon problemlerini çözmek için kullanılan popüler yöntemlerden biridir. Holland (1992) tarafından önerilen bu algoritma, doğadan esinlenen popülasyon tabanlı en eski algoritmalardan biridir. Bu algoritmanın temelinde, Charles Darwin'in doğal seçilim teorisi yatmakta ve bu teori biyolojik evrimin mekanizmalarını açıklamaktadır. Tıpkı bitki ve hayvan yetiştiriciliğinde istenilen özelliklere sahip yavrular elde etmek için ebeveynlerin genetik yapısının önemli olması gibi, genetik algoritmada da çözüm adayları kromozom olarak ele alınmaktadır (Chen vd., 2010: 8).

Günümüzde, birçok modern algoritma doğrudan veya dolaylı olarak genetik algoritma ile ilişkilidir (Yang, 2020). Genetik algoritma, temelde şu adımları içermektedir (Mandal, 2023: 9):

- Amaç fonksiyonlarının kodlanması
- Uygunluklarına göre popülasyonun seçilmesi
- Çaprazlama ve mutasyon operatörleri kullanılarak yeni nesil oluşturulması
- Eski popülasyonun yenisiyle değiştirilmesi ve sürecin tekrarlanması
- Son sonucun çözülmesi ve istenen çözümün elde edilmesi

Genetik algoritmanın işleyişinde, öncelikle bir aday çözüm topluluğu oluşturulmaktadır. Bu topluluktaki her bir çözüm, bir "birey" olarak adlandırılmaktadır. Darwin'in doğal seçilim teorisine benzer şekilde, ortama daha iyi uyum sağlayan çözümlerin seçilme ve çoğalma olasılığı daha yüksektir. Nesiller boyunca bu sürecin tekrarlanmasıyla, topluluk giderek daha umut verici hale gelmekte ve nihai çözüme yaklaşılmaktadır (Loukeris vd., 2009: 86-87).

Genetik algoritmanın pratik uygulamalarına örnek olarak, Shoaf ve Foster'ın (1998) Markowitz'in portföy seçim problemine uyguladıkları çalışma gösterilebilir. Bu çalışmada genetik algoritmanın, karesel programlamadan daha verimli olduğu ortaya konmuştur. Çok amaçlı evrimsel algoritmalarda kullanılan genetik algoritmalar, portföy optimizasyonu gibi çoklu kısıtlar altında faydayı maksimize eden çok amaçlı optimizasyon problemlerini çözmek için kullanılabilmektedir (Streicher vd., 2004). Genetik algoritmalarda, her potansiyel çözüm bir kromozom olarak kodlanmakta olup, bu kromozomlar portföydeki varlıkların ağırlıklarını temsil eden ve toplamı 1'e eşit olan pozitif reel sayılardan oluşan bir vektör şeklinde ifade edilmektedir. Algoritmanın temel değerlendirme mekanizması olan uygunluk fonksiyonu, portföy optimizasyonu bağlamında fayda fonksiyonu olarak kullanılmakta ve çözümlerin etkinliğini nicel olarak ölçmektedir. Bu çerçevede, daha yüksek fayda üretme potansiyeline sahip çözümler, evrimsel süreçte tercih edilmektedir (Loukeris vd., 2009: 88).

2.1.2. Parçacık Sürü Optimizasyonu

Kennedy ve Eberhart (1995) tarafından önerilen Parçacık Sürü Optimizasyonu (PSO), doğadaki kolektif zekadan esinlenerek ortaya koyulmuştur. PSO'nun temelinde, bireylerin sosyal davranışlarından ilham alınarak geliştirilen bir yöntem yatmaktadır. Bu algoritmanın en büyük avantajı, uygulanması için yalnızca basit hesaplamalara ihtiyaç duyulması ve ekonomik açıdan uygun olmasıdır. Ayrıca, PSO, diğer algoritmalarla karşılaşılan bazı zorlukları da çözebilecek bir yöntem olarak kabul edilmektedir. Örneğin PSO, genetik algoritmaların karşılaştığı bazı problemleri aşma yeteneğine sahiptir (Kennedy ve Eberhart, 1995; Shi ve Eberhart, 1998).

Parçacık Sürü Optimizasyonu, kuş sürülerinin sosyal davranışından esinlenen, popülasyon tabanlı stokastik bir optimizasyon tekniğidir. Bu yöntem, sürü zekasının bir parçası olup, doğal gruplar halinde yaşayan canlıların incelenmesinden ortaya çıkmıştır. PSO'da, her biri bir konum ve hıza sahip rastgele parçacıklardan oluşan bir popülasyon başlatılmaktadır. Parçacıklar, arama uzayında hareket ederken hızlarını kendi geçmiş deneyimlerine ve komşularının davranışlarına göre ayarlamakta, konumlarını ise mevcut pozisyonlarına ve bir sonraki adımdaki hızlarına göre güncellemektedirler. Bu süreçte parçacıklar, daha iyi arama alanlarına doğru yönelme

eğilimi göstermektedir. Başlangıçta, bir parçacık grubu içinde en iyi parçacık belirlenmekte ve diğer parçacıklar bu parçacığa ve kendi buldukları en iyi çözümlere doğru hızlanmaktadır. Bazen parçacıklar hedeflerini aşarak, mevcut en iyi parçacıkların ötesindeki arama alanını keşfetmektedir. Yolda daha iyi parçacıklar bulunduğunda, diğerleri yön değiştirerek yeni en iyi parçacığa doğru ilerlemektedir. Bu yaklaşım, iyi bir çözümün etrafındaki potansiyel olarak daha iyi çözümleri keşfetme olasılığını artırmaktadır (Zhu vd., 2011: 10163).

Bu süreç aşağıdaki formüllerle ifade edilmektedir (Reyes-Sierra ve Coello, 2006: 289):

Parçacık pozisyonunun güncellenmesi:

$$\overrightarrow{x_i}(t) = \overrightarrow{x_i}(t-1) + \overrightarrow{v_i}(t) \tag{2.1}$$

Burada:

- $\overrightarrow{x_i}(t)$: i parçacığının t anındaki pozisyon vektörü

- $\overrightarrow{v_i}(t)$: i parçacığının t anındaki hız vektörü

Parçacık hızının güncellenmesi:

$$\overrightarrow{v_i}(t) = W\overrightarrow{v_i}(t-1) + C_1 r_1 \left(\overrightarrow{x_{pbest_i}} - \overrightarrow{x_i}(t)\right) + C_2 r_2 \left(\overrightarrow{x_{leader}} - \overrightarrow{x_i}(t)\right) \tag{2.2}$$

Burada:

- W: Atalet ağırlığı (inertia weight), önceki hızın etkisini kontrol etmektedir.

- C_1: Bilişsel öğrenme faktörü, parçacığın kendi en iyi pozisyonuna olan çekimini temsil etmektedir.

- C_2: Sosyal öğrenme faktörü, sürünün en iyi pozisyonuna olan çekimi temsil etmektedir.

- r_1, r_2: [0,1] aralığında rastgele değerler

- $\overrightarrow{x_{pbest_i}}$: i parçacığının şimdiye kadarki en iyi pozisyonu (en iyi pozisyon)

- $\overrightarrow{x_{leader}}$: Sürünün lider parçacığının pozisyonu (genellikle global en iyi pozisyon)

Bu formüller, PSO'nun temel prensiplerini yansıtmaktadır. Atalet bileşeni olan $W\overrightarrow{v_i}(t-1)$ terimi, parçacığın mevcut hareketini sürdürme eğilimini göstermektedir. Bilişsel bileşen olan $C_1 r_1 \left(\overrightarrow{x_{pbest_i}} - \overrightarrow{x_i}(t)\right)$ terimi, parçacığın kendi en iyi pozisyonuna doğru çekilmesini sağlamaktadır. Sosyal bileşen olan $C_2 r_2 \left(\overrightarrow{x_{leader}} - \overrightarrow{x_i}(t)\right)$ terimi ise, parçacığın sürünün en iyi pozisyonuna doğru çekilmesini sağlamakatadır.

Bu formülasyonlar, parçacıkların arama uzayında nasıl hareket ettiğini ve optimal çözüme nasıl yaklaştığını matematiksel olarak ifade etmektedir. PSO algoritması, bu güncelleme kurallarını iteratif bir şekilde uygulayarak, problemin çözüm uzayında en iyi çözümü bulmaya çalışmaktadır.

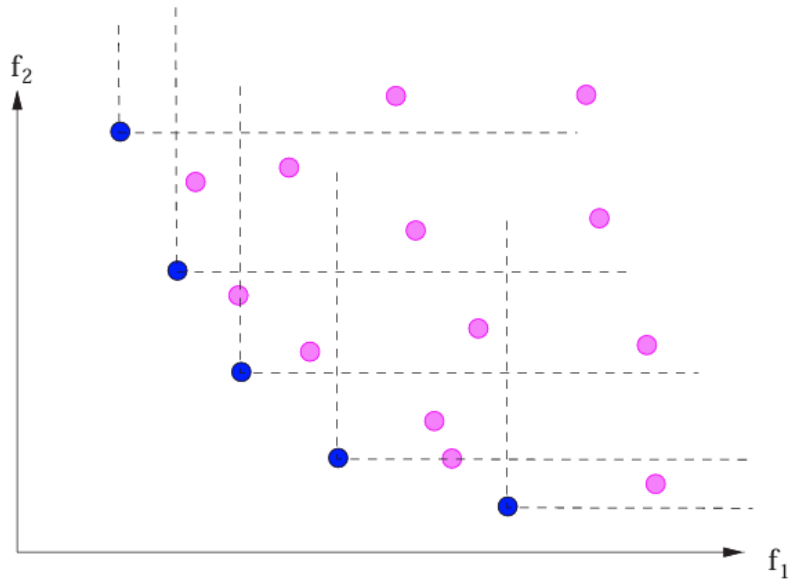
2.2. Çok Amaçlı Optimizasyon Algoritmaları

Çok amaçlı optimizasyon problemi, vektör optimizasyonu veya çok kriterli optimizasyon olarak da bilinen bir alandır. Bu kavram, belirli kısıtlamaları karşılayan ve aynı anda tüm amaç fonksiyonlarını en uygun hale getiren bir dizi optimal çözümü hesaplama sorunuyla ilgilenmektedir. Bu problemde, birden fazla amaç fonksiyonu bir araya gelerek, genellikle birbiriyle çelişen performans kriterlerinin matematiksel bir temsilini oluşturmaktadır. Burada amaç, tüm hedef fonksiyonları için karar vericilerin kabul edebileceği bir düzeyde tatmin edici olan bir çözüm bulmaktır. Bu, tek bir en iyi çözüm yerine, farklı hedefler arasında dengeli bir uzlaşma sunan bir çözümler kümesi elde etmek anlamına gelmektedir (Mandal, 2023: 4).

Metasezgisel algoritmaların önemli bir alt kümesi olan çok amaçlı optimizasyon algoritmaları, genellikle birbiriyle çelişen birden fazla hedefi eş zamanlı olarak optimize etmeye çalışmaktadırlar. Burada, tek bir çözüm yerine pareto cephesi olarak bilinen bir dizi çözüm üretmek amaçlanmaktadır. Pareto cephesi, bir amaç fonksiyonunun değerini aynı anda başka bir amaç fonksiyonunun değerini düşürmeden iyileştirmenin mümkün olmadığı çok amaçlı bir optimizasyon probleminin baskın olmayan çözümleri kümesidir (Macedo vd., 2017: 33). Genellikle popülasyon tabanlı

olan bu algoritmalar, pareto baskınlığı kavramını kullanmakta ve bu şekilde çözüm çeşitliliğini korumaya çalışmaktadırlar.

Çok amaçlı optimizasyon problemlerinde birbiriyle çelişen hedefler arasındaki optimal çözüm kümesini temsil etmek amacıyla pareto cephesi kullanılmaktadır. Burada bahsedilen çözümler, diğer çözümlere göre daha baskın (dominant) olarak labul edilmektedir. Bu çözümler, diğer çözümlere göre en az bir hedefte daha iyi performans göstermekte ve pareto optimal olarak adlandırılmaktadır. Pareto cephesi analizi, portföy optimizasyonu yapan karar vericilere farklı ödünleşimleri (trade-off) değerlendirme imkanı sunmaktadır. Şekil 1 üzerinde, iki amaçlı bir optimizasyon probleminde çözüm uzayını görselleştirerek örnek bir pareto cephesi çizilmiştir. Grafik, f_1 ve f_2 olarak adlandırılan iki hedef fonksiyonunu içermektedir. Grafik üzerindeki mavi noktalar, pareto cephesi üzerindeki baskın çözümleri temsil etmekteyken, pembe noktalar baskın olmayan (domine edilen) çözümleri göstermektedir. Baskın çözümler, optimal çözümler olup bir hedefi iyileştirmek için diğer hedeften ödün vermek zorunda kalınan noktaları ifade etmektedir.



Şekil 1: İki Amaçlı Bir Optimizasyon Uzayında Çözümler Kümesi

Kaynak: Reyes-Sierra ve Coello (2006: 288)

Çok amaçlı optimizasyon problemlerinde, tek bir çözüm yerine en iyi uzlaşım çözüm kümesi sunulmaktadır. Bu tür problemlerde, karar uzayında genellikle birbirini etkileyen çoklu pareto optimal kümeleri bulunmaz. Aksine, bu problemler çoğunlukla ikiden fazla global optimal çözüm kümesine sahip olmaktadır (Liang vd., 2016).

Çok amaçlı optimizasyon alanında yaygın kullanılan algoritmalar, kompleks problemlerin çözümünde etkin yaklaşımlar sunmaktadır. Bu bağlamda, Deb ve arkadaşları (2002) tarafından geliştirilen NSGA-II (Baskın Olmayan Sıralamalı Genetik Algoritma II), hızlı baskın olmayan sıralama ve kalabalık mesafesi hesaplaması ile öne çıkmaktadır. Zhang ve Li'nin (2007) önerdiği MOEA/D (Ayrıştırma Tabanlı Çok Amaçlı Evrimsel Algoritma), çok amaçlı problemi tek amaçlı alt problemlere ayrıştırarak çözüm aramaktadır. Zitzler ve arkadaşlarının (2001) geliştirdiği SPEA2 (Kuvvet Pareto Evrimsel Algoritması 2) algoritması, gelişmiş uygunluk atama stratejisi ve yoğunluk tahmini mekanizmaları ile dikkat çekmektedir. Coello ve Lechuga (2002) tarafından sunulan MOPSO (Çok Amaçlı Parçacık Sürü Optimizasyonu), Parçacık Sürü Optimizasyonu'nun çok amaçlı versiyonu olarak literatürde yer almaktadır. Son olarak, Mirjalili ve arkadaşlarının 2016 yılında önerdiği MOGWO (Çok Amaçlı Gri Kurt Optimizasyonu) algoritması, Gri Kurt Optimizasyonu'nun çok amaçlı problemlere uyarlanmış hali olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu algoritmalar, farklı hesaplama stratejileri ve evrimsel yaklaşımlar kullanarak, pareto optimal çözümler kümesini etkin bir şekilde aramayı hedeflemekte ve çeşitli mühendislik ve bilimsel alanlarda uygulama imkanı bulmaktadır.

2.2.1. Çok Amaçlı Parçacık Sürü Optimizasyonu

Çok amaçlı parçacık sürü optimizasyonu (MOPSO), birden fazla hedef fonksiyonu içeren optimizasyon problemlerini çözmek için Coello ve Lechuga (2002) tarafından geliştirilmiştir. MOPSO, standart parçacık sürü optimizasyonunun çok amaçlı optimizasyon problemlerine uyarlanmış gelişmiş bir versiyonudur (Padhye vd., 2009). MOPSO'nun standart PSO'dan temel ayırt edici özelliklerinde biri, bulunan pareto-optimal çözümleri saklamak için bir harici arşiv kullanma yöntemidir. Bu arşiv, algoritmanın çalışması boyunca keşfedilen en iyi çözümleri depolamakta ve korumaktadır. Her iterasyonda, parçacıklar harici arşivden seçilen bir üyeyi lider

olarak takip etmekte, bu da çözüm uzayının daha etkili bir şekilde keşfedilmesini sağlamaktadır. İterasyonlar ilerledikçe, harici arşiv sürekli olarak yeni bulunan baskın olmayan çözümlerle güncellenmekte, böylece pareto cephesinin kalitesi ve çeşitliliği artırılmaktadır. Bu algoritma, çok amaçlı problemlerde etkili olmasına karşılık, çözüm çeşitliliğini koruma ve pareto cephesini en iyi şekilde temsil etme gibi zorluklarla karşı karşıya kalmaktadır (Sierra ve Coello, 2006).

Kalabalık mesafesi kullanan MOPSO algoritması, çok amaçlı optimizasyon problemleri için geliştirilmiş etkili bir metasezgisel algoritmadır. Bu algoritma, Raquel ve Naval (2005) tarafından önerilmiştir. Parçacıkların tüm amaç fonksiyonları için değerlendirilmesi ve pareto optimalitesi kavramına dayanarak baskın olmayan en iyi konumların belirlenmesi prensibine dayanmakta olan bu algoritmanın ayırt edici diğer bir özelliği, kalabalık mesafesi mekanizmasını kullanarak çözüm çeşitliliğini korumasıdır. Bu yaklaşım, algoritmanın çözüm uzayını daha etkili bir şekilde keşfetmesini ve pareto-optimal çözümler kümesini daha iyi temsil etmesini sağlamaktadır. Algoritma, parçacıkların hız güncellemesinde tek bir baskın olmayan çözümü kullanarak, komşuluktaki çoklu baskın olmayan çözümlerden kaynaklanan karmaşıklığı azaltmaktadır. Ayrıca, mutasyon operatörü kullanarak harici arşivdeki baskın olmayan çözümlerin çeşitliliğini de sağlamaktadır. Bu özellikleriyle kalabalık mesafesi kullanan MOPSO algoritması, karmaşık çok amaçlı optimizasyon problemlerini etkili bir şekilde çözebilme gücüne sahip bir algoritma olarak öne çıkmaktadır.

MOPSO algoritmasının temel adımları Tablo 2'de gösterilmiştir. Bu adımlar, çok amaçlı optimizasyon problemlerinde parçacık sürüsünün en iyi çözümleri bulmasını sağlamaktadır. Algoritma, farklı hedefleri dengelerken optimal çözümler kümesini (Pareto optimal set) bulmayı amaçlamaktadır.

Tablo 2: MOPSO Algoritmasının Adımları

1:	Başlangıç popülasyonunu oluştur
2:	Harici arşivi başlat
3:	Durma kriteri sağlanana kadar şu döngüyü tekrarla:
4:	Her parçacık için:
5:	Harici arşivden bir üye seç
6:	Hızı hesapla
7:	Konumu güncelle
8:	Uygunluk değerini hesapla
9:	Eğer mevcut uygunluk değeri daha iyiyse, en iyi konumu güncelle
10:	Parçacık döngüsünü bitir
11.	Harici arşivdeki üyeleri güncelle
12:	Ana döngüyü bitir

Kaynak: Anuar ve Fauadi (2021: 53)

MOPSO algoritması iki ana mekanizmadan oluşmaktadır. Bunlar, güncelleme mekanizması ve popülasyon bakım mekanizmasıdır. Güncelleme mekanizmasının parametreleri c_1, c_2, w, $pbest$ ve $gbest$'tir. MOPSO'nun temel zorluklarından biri, çok amaçlı senaryolarda kişisel en iyi (p_{best}) ve global en iyi (g_{best}) kavramlarının nasıl yorumlanacağıdır. Çünkü burada tek bir optimum yerine, optimal çözümler kümesi söz konusudur. Bu bağlamda, etkili kılavuz seçim stratejileri geliştirmek, MOPSO'nun başarısı için hayati önem taşımaktadır (Padhye vd., 2009).

Çok amaçlı parçacık sürü optimizasyonunda, her parçacık grup ve bireysel faktörlerden etkilenen olası bir çözümü temsil etmektedir. N parçacıklı bir sürüde, n-amaçlı hiper-uzayda, i. parçacığın hız ve konum vektörleri sırasıyla şöyle ifade edilir (Yang vd., 2022: 2):

$$v_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in}) \quad \text{ve} \quad x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})$$

Bu vektörlerin güncelleme formülleri aşağıdaki gibidir:

$$v_i(t+1) = w \cdot v_i(t) + c_1 r_1 \left(x_{pbest_i} - x_i(t)\right) + c_2 r_2 \left(x_{gbest_i} - x_i(t)\right) \qquad (2.3)$$

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1) \qquad (2.4)$$

Burada t iterasyon sayısını, w atalet faktörünü, p_{best} bireyin geçmişteki en iyi değerini, g_{best} bireyin mevcut popülasyondaki en iyi değerini, c_1 ve c_2 sırasıyla bilişsel ve sosyal öğrenme faktörlerini, r_1 ve r_2 ise (0,1) aralığında rastgele değişkenleri temsil etmektedir. w parametresi, popülasyonun keşif ve sömürü dengesini etkilemektedir. p_{best} ve g_{best} değerleri popülasyonun yakınsama ve çeşitliliğini yansıtmaktadır. MOPSO'nun güçlü yönlerini ortaya çıkarmak için bu iki yönün doğru bir şekilde dengelenmiş olması kritik bir öneme sahiptir.

2.2.2. Baskın Olmayan Sıralamalı Genetik Algoritma II

Baskın Olmayan Sıralamalı Genetik Algoritma II (NSGA-II), çok amaçlı optimizasyon problemlerinin çözümü için geliştirilmiş etkili bir evrimsel yöntemdir. Deb ve arkadaşları (2002) tarafından sunulan bu algoritma, orijinal NSGA'nın iyileştirilmiş bir sürümünü temsil etmektedir. NSGA-II, geleneksel genetik algoritma işlemlerini (seçim, çaprazlama ve mutasyon) kullanmakta, ancak bunları baskın olmayan sıralama ve kalabalık mesafesi olarak adlandırılan yeni bir uygunluk değeri ile entegre etmektedir. Bu yaklaşım, algoritmanın çözüm alanını daha verimli bir şekilde araştırmasına ve pareto optimal çözümler kümesini daha iyi korumasına imkan tanımaktadır. NSGA-II'nin öne çıkan nitelikleri arasında daha hızlı işlem yapması, gelişmiş sıralama algoritması kullanması, elitizmi benimsemesi ve açık bir çeşitlilik koruma mekanizmasına sahip olması bulunmaktadır. Bu özellikler, algoritmanın karmaşık, çok amaçlı ve kısıtlamalı problemleri etkin bir biçimde ele almasını sağlamaktadır.

NSGA-II'nin temel özellikleri şunlardır (Deb vd., 2002: 197):

- Hızlı baskın olmayan sıralama yaklaşımı
- Hızlı yoğunluk tahmini prosedürü
- Basit yoğunluk karşılaştırma operatörü

Algoritmanın akış sürecine bakıldığında, başlangıçta bir popülasyon oluşturulmakta ve her iterasyonda uygunluk değerleri hesaplanarak bireylere pareto baskınlığına göre bir sıralama atanmaktadır. Seçim işlemi uygulanarak eşleşme havuzu oluşturulmakta ve çaprazlama ile mutasyon operatörleri kullanılarak yeni

bireyler (yavrular) üretilmektedir. Mevcut popülasyon ve yavru popülasyonu birleştirilerek, en iyi baskın olmayan çözümler seçilmekte ve bir sonraki nesil oluşturulmaktadır (Yusoff vd., 2011: 3979).

NSGA-II'nin ayırt edici özelliklerinden biri, aynı sıralamaya sahip bireylerin tümünün bir sonraki nesle aktarılamadığı durumlarda kullanılan kalabalık mesafesi mekanizmasıdır. NSGA-II'nin önemli avantajlarından biri, elitizm stratejisini kullanmasıdır. Bu sayede iyi çözümlerin kaybedilmesi önlenmekte ve algoritmanın yakınsama hızı artmaktadır (Datta ve Deb, 2009: 607). Bu mekanizma, çözüm uzayında daha az kalabalık bölgelerdeki bireylerin seçilmesini sağlayarak çeşitliliği korumakta ve algoritmanın elitist yapısını güçlendirmektedir (Kaucic vd., 2019: 9).

Yoğunluk tahmini prosedürü, NSGA-II'nin çözüm çeşitliliğini korumak için kullandığı önemli bir mekanizmadır. Bu prosedür, her çözüm için bir yoğunluk mesafesi hesaplamaktadır. Yoğunluk mesafesi, bir çözümün aynı fronttaki komşu çözümlerle olan uzaklığının bir ölçüsüdür. Bu sayede, algoritma çözümlerin objektif uzayda daha geniş bir alana yayılmasını sağlamaktadır (Deb et al., 2002, s. 185-186).

2.2.3. Kuvvet Pareto Evrimsel Algoritma 2

1980'lerin ortalarından bu yana, evrimsel çok amaçlı optimizasyon önemli ölçüde gelişmiştir. Çok amaçlı genetik algoritmalar - MOGA (Fonseca ve Fleming, 1993), içe yerleştirilmiş pareto genetik algoritma - NPGA (Horn vd., 1994) ve baskın olmayan sıralamalı genetik algoritma – NSGA (Srinivas ve Deb, 1994) gibi ilk pareto tabanlı teknikler, çok amaçlı optimizasyon algoritmalarının optimum noktalara yaklaşma kabiliyetini göstermiştir. Ancak bu teknikler, daha sonra çok amaçlı aramadaki önemi kabul edilen bir kavram olan elitizmden yoksundu. Daha sonra Kuvvet Pareto Evrimsel Algoritma (SPEA) ve Pareto Arşivli Evrim Stratejisi (PAES) gibi elitist algoritmalar ortaya çıkmış ve önemli performans iyileştirmeleri göstermiştir (Zitzler ve Thiele, 1999; Knowles ve Corne, 1999).

Zitzler ve Thiele tarafından 1999 yılında tanıtılan SPEA algoritması, o dönemde diğer çok amaçlı evrimsel algoritmalara kıyasla üstün performans göstererek çok amaçlı optimizasyon problemleri için önemli bir araç olmuştur (Zitzler ve Thiele,

1999; Zitzler vd., 2000). SPEA çeşitli çalışmalarda bir ölçüt haline gelmiş ve çok sayıda alanda uygulanmıştır.

SPEA'nın geliştirilmiş bir versiyonu olan SPEA2, selefinin kısıtlamalarını ele almak ve çok amaçlı evrimsel algoritmalardaki son gelişmeleri entegre etmek için geliştirilmiştir. Bu yeni versiyon, çözümlerde daha iyi yakınsama ve çeşitlilik sağlamayı amaçlayan geliştirilmiş bir uygunluk atama stratejisi, bir yoğunluk tahmin tekniği ve geliştirilmiş bir arşiv kesme yöntemi içermektedir (Zitzler vd., 2001). Önerilen SPEA2 algoritması, her bir çözümün kaç birey tarafından domine edildiğini ve bunu hesaba katan ince taneli bir uygunluk ataması içermektedir. Ayrıca bu algoritma, arama sürecini daha hassas bir şekilde yönlendiren bir en yakın komşu yoğunluğu tahmin tekniği ve sınır çözümlerini korumak için yeni bir arşiv kesme yöntemi sunmaktadır. Karşılaştırmalı çalışmalar SPEA2'nin SPEA'dan daha iyi performans gösterdiğini ve çeşitli test problemlerinde NSGA-II ve PESA gibi diğer elitist algoritmalarla olumlu bir şekilde karşılaştırıldığını ortaya koymaktadır (Laumanns vd., 2001).

SPEA2 algoritması, aşağıdaki temel prensiplere dayanmaktadır (Zitzler vd., 2001):

- Fitness Ataması: SPEA2'de her bireye, hem baskınlık hem de yoğunluk bilgisini içeren bir uygunluk değeri atanmaktadır. Baskın olmayan bireylere daha iyi uygunluk değerleri verilmektedir.
- Çevresel Seçim: Algoritma, sabit boyutlu bir harici arşiv kullanmaktadır. Her nesilde, baskın olmayan bireyler bu arşive kopyalanır. Eğer arşiv boyutu aşılırsa, en yakın komşu yöntemi kullanılarak bazı bireyler elenir.
- Yoğunluk Tahmini: SPEA2, k-en yakın komşu yöntemini kullanarak yoğunluk bilgisini hesaplar. Bu, çözümlerin objektif uzayda daha iyi dağılmasını sağlar.
- Çeşitlilik Koruması: Algoritma, fitness değeri ve yoğunluk bilgisini kullanarak popülasyondaki çeşitliliği korur. Bu, Pareto cephesinin daha iyi bir yaklaşımını elde etmeye yardımcı olur.
- Elitizm: SPEA2, harici arşivi kullanarak elitizm stratejisini uygulamaktadır. Bu, iyi çözümlerin nesilden nesile korunmasını sağlamaktadır.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

LİTERATÜR İNCELEMESİ

3.1. Uluslararası Çeşitlendirme Üzerine Yapılan Çalışmalar

Goetzmann vd. (2001), küresel hisse senedi piyasalarının korelasyon yapısını 150 yıllık bir dönem boyunca incelemişlerdir. Sonuçlar, uluslararası piyasa korelasyonlarının zaman içinde önemli ölçüde değiştiğini ve 19. yüzyılın sonu ile 20. yüzyılın sonunda en yüksek seviyelere ulaştığını göstermektedir. Çalışma, küresel çeşitlendirmenin faydalarını ortalama korelasyon ve yatırım fırsatları setindeki değişimler olarak iki bileşene ayırmaktadır. Yazarlar, korelasyon matrisindeki değişiklikleri test etmek için bir ekonometrik çerçeve geliştirmiş ve farklı tarihsel dönemler arasında korelasyon yapısının sabit kalmadığını istatistiksel olarak kanıtlamışlardır. Bulgular, küreselleşme dönemlerinin uluslararası yatırımcılar için hem avantajlar hem de dezavantajlar sunduğunu göstermektedir. Bu dönemler yatırım fırsatlarını genişletirken, çeşitlendirme faydaları giderek daha fazla gelişmekte olan piyasalara yatırıma dayanmaktadır. Aynı zamanda çalışma, son yıllarda uluslararası çeşitlendirme potansiyelinin sermaye piyasası tarihinin geri kalanına kıyasla oldukça düşük olduğunu da vurgulamaktadır.

Gilmore ve McManus (2002) yaptıkları çalışmada, ABD ve üç Orta Avrupa piyasası (Çek Cumhuriyeti, Macaristan ve Polonya) arasındaki kısa ve uzun vadeli ilişkileri incelemişlerdir. Yazarlar, bu piyasalar arasındaki kısa vadeli korelasyonların düşük olduğunu tespit etmiştir. Johansen eşbütünleşme yöntemi kullanılarak yapılan analizler, piyasalar arasında uzun vadeli bir ilişkinin olmadığını göstermiştir. Granger nedensellik testi, Macaristan piyasasından Polonya piyasasına doğru bir nedensellik olduğunu, ancak ABD ile herhangi bir nedensellik ilişkisi olmadığını ortaya koymuştur. Genel olarak sonuçlar, ABD yatırımcılarının bu piyasalara yönelik uluslararası çeşitlendirmeden fayda sağlayabileceğini göstermektedir. Çalışma, Orta Avrupa piyasalarının ABD piyasasıyla entegre olmadığını ve bu piyasalar arasındaki görece düşük korelasyonların hem kısa hem de uzun vadeli yatırımcılar için çeşitlendirme faydaları sağladığını öne sürmektedir.

Syriopoulos (2004), Orta Avrupa'daki önemli geçiş ekonomilerinin (Polonya, Çek Cumhuriyeti, Macaristan ve Slovakya) borsaları ile gelişmiş piyasalar (Almanya ve ABD) arasındaki kısa ve uzun vadeli bağlantıları incelemiştir. Yazar, hata düzeltme vektör otoregresif modeli kullanarak eşbütünleşme ilişkilerini tespit etmiş ve bir eşbütünleşme vektörünün varlığını ortaya koymuştur. Bulgular, Orta Avrupa borsalarının uzun vadede denge ilişkisi içinde olduğunu, ancak bu piyasaların kendi aralarındaki bağlantılardan ziyade gelişmiş piyasalarla daha güçlü bağlantılara sahip olduğunu göstermektedir. Özellikle ABD borsasının, Orta Avrupa piyasaları üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğu tespit edilmiştir. Çalışma, Orta Avrupa borsalarının giderek küresel piyasalarla daha fazla entegre olduğunu ve bu durumun uluslararası yatırımcılar için portföy çeşitlendirme fırsatlarını sınırlayabileceğini vurgulamaktadır.

Dunis ve Shannon (2005) yaptıkları çalışma ile, Güneydoğu ve Orta Asya'daki gelişmekte olan piyasaların uluslararası yatırımcılara çeşitlendirme faydası sunup sunmadığını araştırmışlardır. 1999-2003 dönemi için günlük veriler kullanılarak, korelasyon analizi, eşbütünleşme testi, varyans ayrıştırma ve Kalman filtresi gibi çeşitli yöntemler uygulanmıştır. Sonuçlar, incelenen piyasalar arasında uzun vadeli bir ilişki olduğunu, ancak kısa vadede çoğu gelişmekte olan piyasanın ABD ve İngiltere piyasalarıyla bağlantısının azaldığını göstermektedir. Buna karşılık, söz konusu gelişmekte olan ülkelerin Japonya ile entegrasyonun arttığı gözlemlenmiştir. Koşullu varyans ve kovaryanslar kullanılarak optimize edilen bir portföy, ABD'li yatırımcılar için uluslararası çeşitlendirmenin hala faydalı olduğunu ortaya koymuştur. Yapılan bu araştırma, küresel finansal entegrasyona ve sermaye kontrollerinin kaldırılmasına rağmen, Güneydoğu ve Orta Asya'daki seçili gelişmekte olan piyasaların uluslararası yatırımcılara çeşitlendirme faydası sunmaya devam ettiği sonucuna varmıştır.

Kasibhatla vd. (2006) tarafından yapılan çalışmada, Londra (FTSE 100), Frankfurt (DAX 30) ve Paris (CAC 40) borsaları arasındaki uzun dönemli ilişki incelenmiştir. Johansen eşbütünleşme ve vektör hata düzeltme (VEC) metodolojisi kullanılarak, üç borsa endeksi arasında bir eşbütünleşme vektörü ve iki ortak stokastik trend tespit edilmiştir. Bulgular, CAC endeksinin zayıf dışsal olduğunu ve herhangi bir şoka karşı dengeyi yeniden sağlama yükünün DAX ve FTSE endekslerine düştüğünü göstermiştir. DAX ve FTSE endeksleri arasında karşılıklı nedensellik

ilişkisi bulunurken, DAX ve CAC endeksleri arasında zayıf bir nedensellik gözlemlenmiştir. Çalışma, üç endeks arasındaki uzun vadeli ilişkinin uluslararası portföy yatırımcıları için çeşitlendirme fırsatlarını sınırladığını, ancak kısa vadede fazla getiri elde etme potansiyeli olduğunu vurgulamaktadır.

Çıtak ve Gözbaşı (2007)'nın yaptığı çalışmada, İstanbul Menkul Kıymetler Borsası (İMKB) ile bazı gelişmiş ve gelişmekte olan ülke borsaları arasındaki uzun vadeli ilişkiler araştırılmıştır. Ocak 1986 - Temmuz 2006 dönemi için İMKB ile ABD, Almanya, İngiltere, Japonya, Hindistan ve Malezya borsaları arasındaki eşbütünleşme ilişkisi analiz edilmiştir. Çalışma, ayrıca bu dönemi üç alt döneme ayırarak Türkiye'deki finansal liberalleşmenin ve 1998-1999 küresel krizlerinin olası etkilerini de araştırmıştır. Temel endekslerin yanı sıra sanayi, mali ve hizmetler sektör endeksleri de analize dahil edilerek, eşbütünleşmenin sektörel bazda farklılık gösterip göstermediği incelenmiştir. Bulgular, 1986-2006 döneminde İMKB ile İngiltere, ABD, Almanya ve Hindistan temel endeksleri arasında uzun vadeli bir ilişki olduğunu ortaya koymuştur. Ancak alt dönemlerde ve sektör endekslerinde (İtalya sanayi sektörü hariç) anlamlı bir ilişki tespit edilememiştir. Bu sonuçlar, İMKB'nin uluslararası faktörlerden bağımsız olmadığını, ancak sektörel bazda uluslararası çeşitlendirme imkanı sunabileceğini göstermektedir.

Korkmaz vd. (2008)'nin yaptığı çalışmada, Türkiye hisse senedi piyasasının Avrupa Birliği üyesi 17 ülke ve Türkiye'nin en yüksek dış ticaret hacmine sahip olduğu 10 ülkenin hisse senedi piyasaları ile uzun dönemli ilişkisi incelenmiştir. 1995-2007 dönemi için aylık veriler kullanılarak Zivot-Andrews yapısal kırılma testi, Johansen ve Gregory-Hansen eşbütünleşme testleri uygulanmıştır. Sonuçlar, Türkiye'nin AB üyesi ülkelerden 11'i ve yüksek ticaret hacmine sahip ülkelerden 7'si ile eşbütünleşme ilişkisi olduğunu göstermiştir. Çalışma, Türkiye'nin özellikle yüksek ticaret hacmine sahip olduğu ülkelerle güçlü bir entegrasyon içinde olduğunu ortaya koymuştur.

Shabri ve diğerleri 2009 yılında yaptıkları çalışma ile, beş ASEAN ülkesinin (Malezya, Tayland, Endonezya, Filipinler ve Singapur) hisse senedi piyasaları arasında entegrasyonun olup olmadığını tespit etmeye çalışmışlardır. 1988-2006 dönemini kapsayan günlük veriler kullanılarak yapılan bu çalışmada, önce Johansen

eşbütünleşme testi, ardından Genelleştirilmiş Momentler Metodu (GMM) kullanılmıştır. Bulgular, ASEAN borsalarının özellikle 1997 finansal krizinden sonra daha fazla entegre olduğunu göstermektedir. Kriz öncesi dönemde sadece iki eşbütünleşme ilişkisi bulunurken, kriz sonrası dönemde yedi eşbütünleşme ilişkisi tespit edilmiştir. Malezya, Singapur ve Tayland bölgede güçlü uzun vadeli ilişkilere sahipken, Filipinler ve Endonezya'nın rolü daha sınırlı bulunmuştur. Nedensellik analizinde, Singapur'un diğer ASEAN piyasalarını etkilediği görülmüştür. Sonuçlar, ASEAN piyasalarında uluslararası portföy çeşitlendirme fırsatlarının azaldığını ve bölgesel politika koordinasyonunun önemini vurgulamaktadır.

Vuran (2010), İMKB 100 endeksi ile seçilmiş gelişmiş ve gelişmekte olan ülkelerin borsa endeksleri arasındaki uzun vadeli ilişkiyi incelemiştir. Ocak 2006 - Ocak 2009 dönemine ait günlük veriler kullanıldığı bu çalışmada Johansen Eşbütünleşme analizi uygulanmıştır. Araştırma sonuçları, İMKB 100 endeksinin beş borsa endeksi ile eşbütünleşik olduğunu göstermiştir. Bu endeksler, İngiltere'nin FTSE 100, Almanya'nın DAX, Brezilya'nın Bovespa, Arjantin'in Merval ve Meksika'nın IPC endeksleridir. Çalışma, Türkiye borsasının küresel piyasalarla entegrasyonunu ve bu entegrasyonun yatırım stratejileri üzerindeki potansiyel etkilerini ortaya koymaktadır. Ayrıca, gelişmiş ve gelişmekte olan ülke borsaları arasındaki ilişkilerin farklılaşması, yatırımcıların risk-getiri tercihlerine göre portföy oluşturma stratejilerini şekillendirebilecekleri bir çerçeve sunmaktadır.

Subhani vd. (2011) tarafından yapılan çalışmada, Güney Asya'nın dört büyük borsa endeksi (Pakistan KSE-100, Hindistan BSE Sensex, Bangladeş DSE Composite ve Nepal SE) arasındaki uzun vadeli ilişki incelenmektedir. Araştırmacılar, Mayıs 1995 - Mayıs 2011 dönemini kapsayan günlük verileri kullanarak Johansen eşbütünleşme analizi uygulamışlardır. Sonuçlar, tüm endekslerin aynı dereceden durağan olmadığını, ancak birinci farkları alındığında durağan hale geldiklerini göstermiştir. Çok değişkenli eşbütünleşme testi, dört piyasa arasında bir eşbütünleşme denklemi olduğunu ortaya koymuştur. Bununla birlikte, ikili eşbütünleşme testleri, sadece Karaçi Borsası ile Dakka Borsası arasında uzun vadeli bir ilişki olduğunu göstermiştir. KSE-100 endeksinin Bombay Sensex ve Nepal Borsası ile anlamlı bir eşbütünleşme ilişkisi bulunmamıştır. Bu bulgular, Güney Asya borsaları arasında

kısmi bir entegrasyon olduğunu, ancak Pakistan borsasının bölgedeki diğer önemli borsalarla sınırlı bir uzun vadeli ilişkiye sahip olduğunu ortaya koymaktadır.

Dagli ve arkadaşları (2012), Türkiye borsası ile 20 diğer gelişmekte olan ülke borsası arasındaki uzun vadeli ilişkiyi inceledikleri çalışmada 1994-2010 dönemi için aylık veriler kullanılarak Johansen eşbütünleşme analizi ve Hansen-Johansen parametre istikrar testleri uygulamışlardır. Bulgular, Türkiye ile Çin, Endonezya, Malezya ve Filipinler dışındaki ülkeler arasında eşbütünleşme ilişkisi olduğunu göstermektedir. Ayrıca, Türkiye-Güney Afrika arasındaki eşbütünleşme vektöründe bazı yapısal kırılmalar tespit edilmiştir. Bu sonuçlar, Türk yatırımcıların çoğu gelişmekte olan piyasada uluslararası portföy çeşitlendirmesinden sağlayacakları faydaların sınırlı olduğunu, ancak Çin, Endonezya, Malezya, Filipinler ve Güney Afrika piyasalarında çeşitlendirme fırsatları bulunabileceğini göstermektedir.

Samırkaş ve Düzakın (2013) tarafından yazılan makale, İstanbul Menkul Kıymetler Borsası (İMKB) ile seçilmiş Avrasya borsaları arasındaki uzun dönemli ilişkiyi incelemektedir. Çalışmada Johansen eşbütünleşme analizi kullanılarak, İMKB'nin Birleşik Arap Emirlikleri, Mısır, Bahreyn, Bulgaristan, Hırvatistan, Kazakistan, Pakistan, Romanya ve Ürdün borsalarıyla olan entegrasyonu araştırılmıştır. Analiz sonuçlarına göre, İMKB ile sadece Mısır borsası arasında uzun dönemli anlamlı bir ilişki tespit edilmiş, diğer ülke borsalarıyla anlamlı bir ilişki bulunamamıştır. Bu bulgular ışığında, Türkiye'deki yatırımcıların portföy çeşitlendirmesi yaparken, Mısır dışındaki incelenen Avrasya ülkelerinin borsalarına yatırım yaparak risk azaltma imkanına sahip olabilecekleri sonucuna varılmıştır.

Benli (2014)'ni yaptığı çalışmada, Türkiye borsasının gelişmekte olan ülke borsalarıyla olan uzun dönemli ilişkisi incelenmiştir. 30 Aralık 1994 ile 30 Eylül 2013 dönemi için Türkiye ile 20 gelişmekte olan ülkenin borsa endeksleri arasındaki ikili eşbütünleşme ilişkisi, Johansen testi kullanılarak analiz edilmiştir. Bulgular, Türkiye borsasının yalnızca Kolombiya ve Meksika borsalarıyla uzun dönemli anlamlı bir ilişki içinde olduğunu, diğer gelişmekte olan ülke borsalarıyla ise böyle bir ilişki bulunmadığını ortaya koymuştur. Bu sonuçlar, Türkiye ile eşbütünleşme göstermeyen

gelişmekte olan ülke borsalarında uluslararası yatırımcılar için portföy çeşitlendirmesi ve arbitraj fırsatları olabileceğine işaret etmektedir.

Guidi ve Ugur (2014), Güneydoğu Avrupa borsalarının (Bulgaristan, Hırvatistan, Romanya, Slovenya ve Türkiye) gelişmiş ülke borsalarıyla (Almanya, İngiltere ve ABD) entegrasyonunu ve portföy çeşitlendirme fırsatlarını araştırmışlardır. Çalışmada, 2000-2013 dönemi verileri kullanılarak statik ve dinamik eşbütünleşme analizleri ile dinamik koşullu korelasyon testleri uygulanmıştır. Bulgular, Güneydoğu Avrupa borsalarının Almanya ve İngiltere borsalarıyla zayıf bir eşbütünleşme ilişkisi içinde olduğunu, ancak ABD borsasıyla böyle bir ilişki olmadığını göstermektedir. Dinamik analizler, özellikle 2008-2010 kriz döneminde artan bir eşbütünleşme ve korelasyon olduğunu ortaya koymaktadır. Buna rağmen, portföy analizi sonuçları, kriz döneminde dahi çeşitlendirme fırsatlarının mevcut olduğunu göstermektedir. Çalışma, dinamik eşbütünleşme ve korelasyon analizlerinin portföy analizi ile desteklenmesi gerektiğini ve çeşitlendirme fırsatları hakkında kesin sonuçlara varmadan önce bu analizlerin birlikte değerlendirilmesi gerektiğini vurgulamaktadır.

Yağlı (2016) yaptığı çalışma ile, uluslararası portföy çeşitlendirmesinin risk azaltma potansiyelini incelemek amacıyla ABD ile BRICS ülkeleri (Brezilya, Rusya, Hindistan, Çin ve Güney Afrika) ve Türkiye'nin borsa endeksleri arasındaki uzun vadeli ilişkiyi araştırmıştır. Ocak 2001 - Aralık 2016 dönemini kapsayan haftalık verileri kullanıldığı bu çalışmada, Johansen Eşbütünleşme Testi uygulanarak analiz gerçekleştirilmiştir. Sonuçlar, ABD ile incelenen diğer ülkelerin borsa endeksleri arasında uzun vadeli bir eşbütünleşme ilişkisinin bulunmadığını ortaya koymuştur. Bu bulgu, uluslararası yatırımcıların ABD ve söz konusu diğer ülkelerin hisse senedi piyasalarından oluşturacakları çeşitlendirilmiş portföylerle risk azaltma imkanına sahip olabileceklerini göstermektedir.

Ulusoy (2019), 2008 küresel kriz sonrasında Türkiye ile G7 ülkelerinin borsa endeksleri arasındaki uzun ve kısa dönemli ilişkiyi incelemiştir. Araştırmada Ekim 2009 - Eylül 2019 dönemini kapsayan aylık veriler kullanılarak Johansen Eşbütünleşme ve Granger Nedensellik Analizleri uygulanmıştır. Sonuçlar, Türkiye ile

İngiltere dışındaki G7 ülkelerinin borsa endeksleri arasında uzun dönemli bir ilişki olmadığını göstermiştir. Kısa dönemde ise S&P500, CAC40, S&P/TSX ve DAX endekslerinden BIST100'e doğru tek yönlü, NIKKEI225 ile BIST100 arasında çift yönlü nedensellik ilişkisi tespit edilmiştir. FTSEMIB ve FTSE100 ile BIST100 arasında herhangi bir nedensellik ilişkisi bulunamamıştır. Bu bulgular, uluslararası yatırımcıların çeşitlendirme yoluyla risklerini azaltarak sınırlı getiri sağlayabileceklerini, ancak Borsa İstanbul'un küresel endekslerdeki değişimlerden etkilendiğini göstermektedir.

Gönüllü (2020)'nün yapmış olduğu çalışmada, Borsa İstanbul ile seçilmiş Asya Pasifik sermaye piyasaları (Çin, Japonya, Güney Kore ve Yeni Zelanda) arasındaki uzun ve kısa dönemli ilişkiler araştırılmıştır. 2009-2019 dönemi aylık veriler kullanılarak yapılan analizde, Gecikmesi Dağıtılmış Otoregresif Model (ARDL) ve Hata Düzeltme Modeli (ECM) uygulanmıştır. Sonuçlar, Borsa İstanbul'un Güney Kore ve Yeni Zelanda borsaları ile hem uzun hem de kısa dönemde anlamlı ilişkiler sergilediğini göstermiştir. Japon borsası ile sadece kısa dönemde anlamlı ilişki bulunurken, Çin borsası ile hiçbir anlamlı ilişki tespit edilmemiştir. Bu bulgular, Borsa İstanbul'da yatırım yapanlar için Çin ve Japonya borsalarının daha iyi uluslararası çeşitlendirme fırsatları sunabileceğini ortaya koymaktadır.

Güneş (2024), BIST100 endeksi ile S&P500, DAX30 ve Şanghay (SSEC) borsa endeksleri arasındaki uzun dönemli ilişkiyi incelemiştir. Çalışmada, 2 Ocak 2012 - 11 Mart 2022 tarihleri arasındaki günlük kapanış verileri kullanılarak ARDL sınır testi uygulanmıştır. Analiz sonuçları, incelenen borsa endeksleri arasında uzun dönemli bir ilişkinin varlığını ortaya koymuştur. Uzun dönem katsayıları incelendiğinde, BIST100 endeksi ile S&P500 ve SSEC endeksleri arasında pozitif, DAX30 endeksi ile negatif bir ilişki tespit edilmiştir. Bu bulgular, uluslararası yatırımcıların portföy çeşitlendirme stratejileri için önemli çıkarımlar sunmaktadır. Özellikle, BIST100'e yatırım yapan bir yatırımcının portföyünde DAX30 endeksini bulundurmasının risk yönetimi açısından faydalı olabileceği vurgulanmıştır.

Belanes ve arkadaşlarının (2024) yaptığı çalışma, ABD ve başlıca ticaret ortakları (Kanada, Japonya ve Birleşik Krallık) için İslami ve konvansiyonel borsa

endekslerinin portföy çeşitlendirme avantajlarını incelemektedir. 2001-2017 dönemini kapsayan günlük veriler kullanılarak, 4 İslami ve 4 konvansiyonel Dow Jones endeksi analiz edilmiştir. DCC-GARCH modeli uygulanarak dinamik korelasyonlar ve oynaklıklar incelenmiştir. Bulgular, Japon endekslerinin ABD endeksleriyle düşük dinamik korelasyon gösterdiğini, dolayısıyla ABD yatırımcıları için çeşitlendirme fırsatları sunduğunu ortaya koymuştur. İslami endeksler arasındaki dinamik korelasyonun konvansiyonel emsallerine göre daha düşük olduğu, ancak koşulsuz oynaklıklarının biraz daha yüksek olduğu gözlemlenmiştir. Çalışma, ABD yatırımcılarının ek çeşitlendirme faydaları elde etmek için İslami endekslere yatırım yapmasını önermektedir.

3.2. Portföy Seçim Probleminde Çok Amaçlı Algoritmaların Kullanıldığı Çalışmalar

Skolpadungket ve diğerleri (2007), portföy optimizasyonu için çok amaçlı genetik algoritmaların kullanılabilirliğini araştırmışlardır. Çalışmada, Pareto-optimal çözümler üreten Baskın Olmayan Sınıflandırmalı Genetik Algoritma (NSGA), bulanık mantık kurallarıyla geliştirilmiş NSGA (NSGA-Fuz1 ve NSGA-Fuz2), Kuvvet Pareto Evrimsel Algoritma 2 (SPEA2) ve Pareto Zarf Tabanlı Seçim Algoritması 2 (PESA2) gibi çeşitli çok amaçlı genetik algoritmaların performansları karşılaştırılmıştır. Algoritmaların etkinliği, risk ve getiri hedeflerini optimize etme yetenekleri açısından değerlendirilmiştir. Deneysel sonuçlar, bulanık mantık kurallarıyla geliştirilmiş NSGA'nın (özellikle NSGA-Fuz1'in) diğer algoritmalara göre daha iyi performans gösterdiğini ortaya koymuştur. Bu algoritma, daha geniş bir Pareto-optimal çözüm seti sunarak yatırımcılara risk-getiri tercihlerine göre daha fazla seçenek sağlamıştır. Çalışma, çok amaçlı genetik algoritmaların portföy optimizasyonunda etkili bir araç olabileceğini ve bulanık mantık kurallarının bu algoritmaların performansını artırabileceğini göstermiştir.

Mishra vd. (2009)'nin yaptıkları çalışma, portföy optimizasyonu probleminde çok amaçlı parçacık sürü optimizasyonu (MOPSO) yaklaşımını incelemektedir. Çalışmada, PSFGA, SPEA2, NSGA-II ve MOPSO olmak üzere dört farklı çok amaçlı evrimsel algoritma karşılaştırılmıştır. Portföy optimizasyonunun amacı, toplam

getiriyi maksimize ederken toplam riski minimize eden optimal varlık ağırlıklarını belirlemektir. Algoritmaların performansı, gerçek dünya verileri kullanılarak ve S, Δ ve C metrikleri ile değerlendirilmiştir. Deneysel sonuçlar, MOPSO'nun diğer algoritmalara göre daha iyi performans gösterdiğini ortaya koymuştur. Ayrıca, MOPSO'nun daha geniş ve daha iyi dağılmış bir pareto cephesi ürettiği gözlemlenmiştir. Sonuç olarak, bu çalışma MOPSO'nun finansal optimizasyon alanında etkili bir teknik olduğunu göstermektedir.

Anagnostopoulos ve Mamanis (2011), karmaşık portföy optimizasyonu problemlerini çözmek için çok amaçlı evrimsel algoritmaların kullanımını araştırmışlardır. Yazarlar, NSGA-II, PESA ve SPEA2 algoritmalarını standart ortalama-varyans modeline ve risk ölçüsü olarak riske maruz değer (VaR) ve beklenen kayıp (CvaR) kullanılan modellere uygulamışlardır. Çalışma, gerçekçi kısıtlamalar içeren portföy optimizasyonu problemleri için bu algoritmaların etkinliğini değerlendirmiştir. Sonuçlar, çok amaçlı evrimsel algoritmaların, karmaşık portföy optimizasyonu problemlerini çözmede etkili ve güvenilir stratejiler olduğunu göstermiştir. Algoritmalar, pareto optimal çözümlere yakın ve çeşitli çözümler üretebilmiştir. Karşılaştırmalı analizde, PESA pareto optimal çözümlere yakınlık açısından en iyi performansı gösterirken, NSGA-II ve SPEA2 hipervolüm göstergesi açısından en iyi ortalama performansı sergilemiştir. Yazarlar, kullanılan algoritmaların esnekliğini ve yeni kısıtlamaların veya risk fonksiyonlarının eklenmesine kolayca uyum sağlayabilme yeteneklerini vurgulamıştır.

Jevne vd. (2012), portföy optimizasyonu için risek maruz değer (VaR) tabanlı çok amaçlı bir diferansiyel evrim algoritması sunmuştur. Araştırmacılar, gerçek dünya kısıtlamalarının (işlem maliyetleri, minimum tahsis eşikleri ve varlık sayısı sınırlamaları gibi) ve geliştirilmiş bir başlatma şemasının algoritmanın performansı üzerindeki etkilerini incelemişlerdir. Sonuçlar, bu kısıtlamaların ve başlatma şemasının hem çok amaçlı diferansiyel evrim (MODE) hem de NSGA-II algoritmalarının yakınsamasını ve etkin sınır keşfini önemli ölçüde iyileştirdiğini göstermiştir. Kısıtlamalar, küçük tahsisleri ortadan kaldırarak işlem maliyetlerini azaltmış ve arama uzayını daraltmıştır. Karşılaştırmalı analizler, her iki algoritmanın da benzer etkin sınırlar ürettiğini, ancak MODE'nin biraz daha hızlı yakınsadığını

ortaya koymuştur. Bu çalışma, gerçekçi kısıtlamaların ve iyileştirilmiş başlatma stratejilerinin portföy optimizasyonu için evrimsel algoritmaların performansını artırmadaki önemini vurgulamaktadır.

Mishra vd. (2014) tarafından yapılan çalışma, portföy seçimi problemini çeşitli pratik kısıtlar altında çok amaçlı bir optimizasyon problemi olarak ele almaktadır. Yazarlar, bu problemi çözmek için yeni bir çok amaçlı parçacık sürü optimizasyonu algoritması olan NS-MOPSO'yu (Baskın Olmayan Sıralamalı Çok Amaçlı Parçacık Sürü Optimizasyonu) önermişlerdir. Önerilen algoritmanın performansı, beş farklı baskın olmayan sıralama tabanlı çok amaçlı evrimsel algoritma ve bir ayrıştırma tabanlı algoritma ile karşılaştırılmıştır. Algoritmalar, Hang Seng, DAX 100, FTSE 100, S&P 100, Nikkei 225 ve BSE-500 gibi altı farklı borsa endeksi üzerinde test edilmiştir. Performans karşılaştırması için üç hata ölçütü, dört performans metriği, pareto cephesi ve hesaplama süresi kullanılmıştır. Ayrıca, NS-MOPSO'nun üstünlüğünü göstermek için parametrik olmayan istatistiksel testler de yapılmıştır. Sonuçlar, önerilen NS-MOPSO algoritmasının diğer algoritmalara göre daha iyi performans gösterdiğini ve kısıtlı portföy seçimi problemi için uygun bir yöntem olduğunu ortaya koymuştur.

Babaei vd. (2015), finansal veri modellemesi için alfa-stabil dağılımları ve copula fonksiyonlarını kullanarak, getirilerin asimetrik ve kalın kuyruklu yapısını ve varlıklar arasındaki bağımlılık yapısını daha doğru bir şekilde modellemişlerdir. Portföy optimizasyonu için, risk ölçüsü olarak riske maruz değer (VaR) kullanılmış ve kardinalite ile miktar kısıtlamaları eklenmiştir. Problemin çözümü için parçacık sürü optimizasyonu tabanlı iki yeni çok amaçlı algoritma (AIMOPSO-CD ve AMOMPSO) önerilmiş ve bu algoritmalar NSGA-II ve SPEA2 ile karşılaştırılmıştır. Deneysel sonuçlar, önerilen algoritmaların diğer algoritmalara göre daha iyi performans gösterdiğini ve özellikle sürünün alt sürülere bölünmesinin problem çözümünde önemli bir gelişme sağladığını ortaya koymuştur. Ayrıca, Gaussian marjinler ve tarihsel yöntem kullanmanın riski ciddi şekilde düşük tahmin ettiği gözlemlenmiştir.

Macedo vd. (2017) yaptıkları çalışmada, çok amaçlı evrimsel algoritmalar (NSGA-II ve SPEA2) ile teknik analiz göstergelerini birleştirerek ortalama-yarı

varyans portföy optimizasyonu yapmayı amaçlamışlardır. Çalışmada, beş farklı strateji (Al-Tut, Bollinger Bantları, MACD ve RSI) dört farklı piyasada test edilmiştir. Sonuçlar, NSGA-II'nin daha geniş ve çeşitli çözümler ürettiğini, SPEA2'nin ise daha yoğun ve sınırlı çözümler sunduğunu göstermiştir. Teknik analiz stratejilerinden Bollinger Bantları'nın genel olarak en tutarlı ve iyi performansı sergilediği gözlemlenmiştir. Çalışma, çok amaçlı evrimsel algoritmaların portföy optimizasyonunda etkili olduğunu ve teknik analiz göstergelerinin portföy performansını iyileştirebileceğini ortaya koymuştur.

Meghwani ve Thakur (2018), pratik portföy optimizasyonu ve yeniden dengeleme problemini ele alan üç amaçlı bir model önermiştir. Model risk, getiri ve işlem maliyetlerini amaç fonksiyonları olarak içermekte ve kardinalite, miktar, ön atama ve maliyet kısıtları gibi pratik kısıtlamaları da dikkate almaktadır. Yazarlar, eşitlik kısıtlarını etkili bir şekilde ele almak için yeni bir onarım algoritması geliştirmiştir. Bu algoritma, üç popüler çok amaçlı evrimsel algoritma olan NSGA-II, MOEA/D (Ayrıştırmaya Dayalı Çok Amaçlı Evrimsel Algoritma) ve GWASFGA'ya (Küresel Ağırlıklandırılmış Başarım Skalarlama Fonksiyonu Genetik Algoritması) entegre edilmiştir. Deneysel çalışmalar, önerilen modellerin ve algoritmaların hem örneklem içi hem de örneklem dışı performanslarını değerlendirmektedir. Sonuçlar, CVaR risk ölçüsünün VaR ve varyansa göre daha iyi performans gösterdiğini ortaya koymaktadır. Ayrıca, uyarlanmış NSGA-II ve GWASFGA algoritmalarının MOEA/D'ye göre daha iyi sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir.

Rajabi ve Khaloozadeh (2018), portföy optimizasyonu probleminde üç farklı çok amaçlı evrimsel algoritmanın (MOEA/D, NSGA-II ve MOPSO) performansını karşılaştırmışlardır. Çalışmada, Tahran Borsası'ndaki 20 şirketin 700 günlük verileri kullanılarak, getiri maksimizasyonu ve risk minimizasyonu hedeflenmiştir. Risk ölçütü olarak Koşullu Riske Maruz Değer (CVaR) kullanılmış ve problem üç pratik kısıtlama ile formüle edilmiştir. Algoritmaların performansı, pareto cephesinin genişliği ve yakınsaması açısından değerlendirilmiştir. Sonuçlar, MOEA/D'nin diğer iki yönteme göre daha geniş pareto cepheleri ve daha iyi yakınsama sağladığını göstermiştir. Ayrıca, MOEA/D'nin hesaplama karmaşıklığının daha düşük olduğu ve daha hızlı çalıştığı belirtilmiştir.

Kaucic ve arkadaşları (2019), üç farklı portföy seçim stratejisini (yarı-varyans, koşullu riske maruz değer ve bu iki risk ölçütünün birleşimi) analiz etmişlerdir. Çalışmada, bu optimizasyon problemlerini çözmek için iki popüler çok amaçlı evrimsel algoritmanın (NSGA-II ve SPEA2) yeni versiyonları önerilmektedir. Önerilen algoritmaların etkinliği, literatürdeki iki alternatif yöntemle beş farklı veri seti üzerinde karşılaştırılmıştır. Hesaplamalı sonuçlar, önerilen algoritmaların incelenen tüm performans metrikleri açısından diğerlerinden daha iyi performans gösterdiğini ortaya koymaktadır. Ayrıca, bu algoritmalar diğer tüm yaklaşımların başarısız olduğu durumlarda bile Pareto cephesini yaklaşık olarak tahmin edebilmektedir. Çalışma, yatırımcıların kayıplara karşı duyarlılığını ve düzenleyici sermaye gereksinimlerini dikkate alan bir portföy optimizasyon çerçevesi sunmakta ve aşağı yönlü riskin ölçülmesinde yarı-varyans ile CVaR arasındaki ilişkiyi incelemektedir.

Awad vd. (2021), portföy optimizasyonu problemlerini çözmek için NSGA-II ve NSGA-III genetik algoritmalarının kullanımını incelemişlerdir. Yazarlar, iki amaçlı bir portföy problemi için NSGA-II'yi ve üç amaçlı bir problem için NSGA-III'ü uygulayarak Pareto optimal çözümler elde etmişlerdir. Çalışmada ayrıca, her nesil için Karush-Kuhn-Tucker Yakınlık Ölçüsü (KKTPM) hesaplanarak, çözümlerin etkin sınıra yakınsaması değerlendirilmiştir. Sonuçlar, genetik algoritmaların diğer yöntemlerle benzer çözümler ürettiğini ve portföy optimizasyonu problemlerini basitleştirmeye gerek kalmadan makul bir sürede çözebildiğini göstermiştir. NSGA-II'nin iki amaçlı, NSGA-III'ün ise üç amaçlı problemler için etkili olduğu vurgulanmıştır. Yazarlar, bu algoritmaların pratik uygulamalarda kullanılabileceğini ve gelecekte daha fazla gerçek hayat uygulaması için genişletilebileceğini belirtmişlerdir.

Shah ve Pant (2022), kardinalite kısıtlı portföy optimizasyonu problemini çözmek için iki metasezgisel yaklaşımı karşılaştırmışlardır. MOPSO ve NSGA-II algoritmaları kullanılarak 31 varlıktan oluşan bir portföy üzerinde analizler yapılmıştır. Kardinalite kısıtı (K) ve miktar kısıtı değiştirilerek 12 farklı senaryo oluşturulmuş ve her senaryo için algoritmalar 20 kez çalıştırılmıştır. Sonuçlar, yedi farklı performans metriği kullanılarak değerlendirilmiştir. NSGA-II'nin, hipervolüm

göstergesi dışında tüm metriklerde MOPSO'dan daha iyi performans gösterdiği ve daha fazla baskın olmayan çözüm ürettiği gözlemlenmiştir. Kardinalite kısıtı arttıkça, baskın olmayan çözüm sayısının azaldığı tespit edilmiştir. Miktar kısıtının 0.75 olduğu durumda, K=5 veya 10 için en iyi sonuçlar elde edilmiştir.

Ikhlef ve Aider (2023), kısıtlı portföy optimizasyonu problemi için çok amaçlı evrimsel metasezgisel bir yaklaşım önermiştir. Yazarlar, en iyi varlık adaylarını seçmek için Pareto Karınca Kolonisi Optimizasyonu (P-ACO) metasezgiselini ve seçilen portföye tahsis edilen bütçe oranlarını belirlemek için Baskın Olmayan Sıralamalı Genetik Algoritmaları (NSGA II ve NSGA III) kullanmışlardır. Yaklaşım, bütçe, kardinalite ve ön tahsis kısıtları altında risk ve getiri arasında en iyi dengeyi sunan etkin portföyler oluşturmayı amaçlamaktadır. Yazarlar, önerilen yaklaşımın performansını literatürdeki gerçek dünya verileri üzerinde test etmiş ve sonuçları kesin bir yöntemle karşılaştırmışlardır. Deneysel sonuçlar, önerilen yaklaşımın yüksek kaliteli etkin portföyler üretebileceğini ve çoğu durumda kesin yöntemden daha iyi sonuçlar verdiğini göstermiştir. Yazarlar ayrıca, P-ACO ve NSGA III kombinasyonunun portföy optimizasyonu problemi için etkili bir çok amaçlı yaklaşım olduğu sonucuna varmışlardır.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

ULUSLARARASI PORTFÖY ÇEŞİTLENDİRMESİNE YÖNELİK BİR ÇALIŞMA

Uluslararası yatırımlar, yatırımcılara çeşitlendirme ve potansiyel getiri fırsatları sunan önemli bir alandır. Uluslararası yatırımlar, küresel ekonominin giderek daha entegre hale geldiği bir dünyada yatırımcılar için hem fırsatlar hem de zorluklar sunmaktadır. Bir yandan farklı ülke ve bölgelerdeki ekonomik büyüme, sektörel gelişmeler ve şirket performanslarından yararlanma imkanı sunarken, öte yandan döviz kuru riski, politik riskler ve farklı düzenleyici ortamlar gibi ek karmaşıklıklar getirmektedir. Küreselleşme ve finansal piyasaların entegrasyonu ile birlikte bu faydaların boyutu sınırlı olmaya başlamıştır. Özellikle kriz dönemlerinde artan korelasyonlar, uluslararası çeşitlendirmenin etkisini azaltabilmektedir (Stewart vd., 2019: 410).

Farklı ülke piyasaları arasındaki korelasyonlar ve uzun vadeli ilişkiler, portföy yönetimi alanında yatırımcıların çeşitlendirme stratejilerini belirlemede kritik öneme sahip olmaya başlamıştır. Özellikle gelişmekte olan piyasaların global finansal sisteme entegrasyonunun artmasıyla birlikte, etkili uluslararası çeşitlendirme fırsatları bulmak giderek zorlaşmaktadır. Bu noktada, piyasalar arası eşbütünleşme analizleri ve çok amaçlı optimizasyon teknikleri, en iyi portföylerin belirlenmesinde önemli araçlar haline gelmiştir.

Bu çalışmada, çok amaçlı optimizasyon teknikleri kullanılarak Türkiye hisse senedi piyasası ile diğer majör ülke piyasaları arasında uluslararası portföy çeşitlendirmesi gerçekleştirilmiştir. Uluslararası çeşitlendirme stratejisini optimize etmek amacıyla, BIST 100 endeksi ile eşbütünleşik olmayan, diğer bir ifadeyle fiyat hareketleri arasında uzun vadeli stokastik ilişki bulunmayan ülke endeksleri portföy optimizasyonu kapsamında veri setine dahil edilmiştir. Bu metodolojik yaklaşım, farklı makroekonomik dinamiklere ve piyasa koşullarına sahip ülke endekslerinin sunduğu potansiyel çeşitlendirme avantajlarından yararlanarak portföy riskinin minimize edilmesi ve risk-ayarlı getirilerin maksimize edilmesini hedeflemektedir.

4.1. Çalışmanın Veri Seti

Çalışmanın veri kapsamında, uluslararası finansal piyasaların temsilcisi olarak ülke borsalarının ana endeksleri kullanılmıştır. Ülke endeksleri, bireysel menkul kıymetler gibi alınıp satılabilme özelliği ve sistematik riskin büyük ölçüde elimine edilmiş olması sebebiyle, uluslararası portföy çeşitlendirmesi bağlamında hisse senetlerine kıyasla daha kullanışlı bir yatırım enstrümanı olarak değerlendirilmektedir. Çalışmanın kapsamını genişletmek ve temsil kabiliyetini artırmak amacıyla, yüksek piyasa kapitalizasyonu ve işlem hacmine sahip ülke endeksleri tercih edilmiştir.

Araştırmada kullanılan veri seti, 03.01.2014 ile 29.12.2023 tarihleri arasındaki on yıllık periyodu kapsayan haftalık frekansa sahip endeks değerlerinden oluşmaktadır. Spesifik olarak, haftanın son işlem günü olan cuma gününe ait düzeltilmiş kapanış fiyatları veri setine dahil edilmiştir. Bu veriler, finans sektöründe önde gelen ve yüksek güvenilirliğe sahip Bloomberg Terminali aracılığıyla elde edilmiştir. Bloomberg Terminali, finansal veri sağlayıcısı Bloomberg L.P. tarafından geliştirilen sofistike bir bilgisayar yazılım sistemidir.[1]

Türkiye sermaye piyasasının ana göstergesi olan ve piyasa değerinin önemli bir kısmını temsil eden BIST 100 endeksi (endeks kodu: XU100), referans ülke endeksi olarak belirlenmiştir. Çalışmanın kapsamını genişletmek ve uluslararası finans piyasalarının çeşitliliğini yansıtmak amacıyla, Türkiye hisse senedi piyasasına ek olarak, farklı ekonomik gelişmişlik düzeylerini temsil eden toplam 25 ülkenin borsa endeksleri analiz kapsamına dahil edilmiştir. Bu ülkeler, Uluslararası Para Fonu (IMF) ve Dünya Bankası gibi uluslararası finansal kuruluşların sınıflandırmalarına dayanarak, 15 gelişmiş ve 10 gelişmekte olan ekonomi olarak kategorize edilmiştir. Seçilen endeksler, ilgili ülkelerin sermaye piyasalarını temsil etme kabiliyeti yüksek, geniş tabanlı ve piyasa değeri ağırlıklı borsa endeksleridir. Bu endeksler, genellikle ilgili borsalarda işlem gören en büyük ve en likit şirketleri içermekte olup, ait oldukları ülkelerin ekonomik performansını ve finansal piyasa dinamiklerini yansıtma konusunda güvenilir göstergeler olarak kabul edilmektedir. Analize dahil edilen ülkeler, bu ülkelere ait temsili borsa endeksleri, bu endekslerin işlem gördüğü menkul

[1] https://www.bloomberg.com/professional/products/bloomberg-terminal/#overview

kıymet borsaları ve uluslararası finansal piyasalarda kullanılan standart kodları, tablo 3'te detaylı bir şekilde gösterilmiştir:

Tablo 3: Çalışma Kapsamında Kullanılan Borsa Endeksleri

Ülkeler	İşlem Gördüğü Menkul Kıymetler Borsası	Endeks Adı	Endeks Kodu
Gelişmiş Ülkeler			
ABD	NYSE ve Nasdaq	S&P 500	SPX
Kanada	Toronto Borsası	S&P/TSX Composite	GSPTSE
Birleşik Krallık	London Borsası	FTSE 100	FTSE
Almanya	Frankfurt Borsası	DAX	GDAXI
Fransa	Euronext Paris	CAC 40	FCHI
İspanya	Madrid Borsası	IBEX 35	IBEX
Portekiz	Euronext Lizbon	PSI	PSI20
İtalya	İtalya Borsası	FTSE MIB	FTSEMIB
İsviçre	İsviçre Borsası	SMI	SSMI
İsrail	Tel Aviv Borsası	TA-35	TA35
Hong Kong	Hong Kong Borsası	Hang Seng	HSI
Japonya	Tokyo Borsası	Nikkei 225	N225
Güney Kore	Seul Borsası	KOSPI	KS11
Tayvan	Tayvan Borsası	Taiwan Weighted	TWII
Avustralya	Avustralya Borsası	S&P/ASX 200	AXJO
Gelişmekte Olan Ülkeler			
Brezilya	Sao Paulo Borsası	Bovespa	BVSP
Meksika	Meksika Borsası	IPC MEXICO	MXX
Macaristan	Budapeşte Borsası	Budapest SE	BUX
Polonya	Varşova Borsası	WIG 20	WIG20
Rusya	Moskova Borsası	MOEX Russia	IMOEX
Suudi Arabistan	Tadawul Borsası	Tadawul All Shares	TASI
Türkiye	Borsa İstanbul	BIST 100	XU100
Çin	Şanghay Borsası	Shanghai Composite	SSEC
Hindistan	Hindistan Ulusal Borsası	Nifty 50	NSEI
Pakistan	Karaçi Borsası	KSE-100	KSE100
Endonezya	Endonezya Borsası	IDX Composite	JKSE

Not: Gelişmiş ve gelişmekte olan ülkeler ayrımı IMF tanımlamalarına göre yapılmıştır.

Analizin metodolojik tutarlılığını ve karşılaştırılabilirliğini sağlamak amacıyla, tüm endeks değerleri Amerikan Doları (USD) cinsinden ifade edilmiştir. Çalışmanın veri seti, toplamda 522 gözlemden oluşmaktadır. Bu örneklem büyüklüğü, değişkenler

arasındaki uzun dönemli ilişkilerin ekonometrik olarak tespit edilebilmesi için istatistiksel açıdan yeterli ve güvenilir kabul edilmektedir. Çalışmada yapılan tüm ekonometrik süreçler, EViews 13 paket yazılım programı aracılığıyla gerçekleştirilmiştir.

Araştırma kapsamında incelenen borsa endekslerine ait zaman serilerinin dinamik yapısını ve volatilite karakteristiklerini görsel olarak analiz etmek amacıyla, her bir endeksin haftalık logaritmik getirilerine ilişkin grafiksel gösterimler Ek 1'de sunulmuştur. Ekte yer alan grafikler, incelenen dönem boyunca her bir borsa endeksinin getiri volatilitesini, trend yapısını ve olası yapısal kırılmaları görsel olarak değerlendirme imkanı sunmaktadır.

Ek 2'de sunulan korelasyon tablosu, çalışmada incelenen borsa endeksleri arasındaki ilişkileri gösteren önemli bilgiler sunmaktadır. Tabloya genel olarak bakıldığında, çoğu endeks arasında pozitif korelasyonlar gözlemlenmektedir, ancak korelasyon katsayılarının büyüklüğü endeksler arasında önemli farklılıklar göstermektedir. Örneğin, S&P 500 (SPX) ve Nifty 50 (NSEI) endeksleri arasında 0.9461 gibi oldukça yüksek bir korelasyon görülürken, BIST 100 (XU100) ve S&P 500 (SPX) arasında -0.3555 gibi negatif bir korelasyon bulunmaktadır. Bu durum, BIST 100 endeksinin diğer gelişmiş piyasa endeksleriyle genellikle düşük veya negatif korelasyona sahip olduğunu göstermektedir. Ayrıca, gelişmiş ülke endeksleri arasında genellikle daha yüksek korelasyonlar gözlemlenirken, gelişmekte olan ülke endeksleri arasında ve gelişmiş-gelişmekte olan ülke endeksleri arasında daha düşük korelasyonlar dikkat çekmektedir.

4.2. Eşbütünleşme Analizleri

Geleneksel korelasyon analizleri, kısa vadeli yatırım stratejileri için değerli içgörüler sunabilmekle birlikte, uzun vadeli yatırım kararları için yeterli derinlikte bilgi sağlayamamaktadır. Bu bağlamda, eşbütünleşme testleri, finansal piyasalar arasındaki uzun dönemli stokastik ilişkileri ve ortak trendleri tespit etmede daha sofistike ve güvenilir bir ekonometrik araç olarak öne çıkmaktadır.

Eşbütünleşme kavramı, ekonometrik analizde zaman serilerinin uzun dönemli yapısal özelliklerini koruyarak modelleme yapma imkanı sunan temel bir yaklaşımdır.

Granger (1981), Engle ve Granger (1987) dinamik bir spesifikasyon çerçevesinde değişkenler kümesi arasındaki uzun dönemli ilişkinin varlığını değerlendirmek için sistematik testler geliştirmişlerdir. Eşbütünleşme testinin temel prensibi, bireysel olarak durağan olmayan ve kısa vadede dengeden sapma eğilimi gösteren zaman serilerinin, uzun vadede nasıl bir denge ilişkisi içinde olabileceğini incelemektir (Cochrane, 1987: 114). Bu yaklaşım, ekonomi teorisinde sıkça karşılaşılan uzun dönemli denge kavramının ampirik olarak test edilmesine olanak tanımaktadır. Eşbütünleşme analizi, değişkenler arasındaki kısa vadeli sapmaların, uzun vadede dengeye dönme eğiliminde olduğunu varsaymaktadır.

4.2.1. Johansen-Juselius Testi

Eşbütünleşme analizinin ilk aşamasında, çok değişkenli zaman serisi analizlerinde yaygın olarak kullanılan Johansen-Juselius (1990) eşbütünleşme testi uygulanmıştır. Bu yöntem kullanılarak, BIST 100 endeksi ile diğer ülkelerin borsa endeksleri arasındaki uzun vadeli stokastik ilişkilerin varlığı ve niteliği incelenmeye çalışılmıştır. Eşbütünleşme testinin temel amacı, farklı piyasaların uzun vadede benzer eğilimler gösterip göstermediğini ortaya koymaktır. Bu tür uzun dönemli ortak eğilimlerin varlığına ilişkin kanıtlar, özellikle uzun vadeli yatırım perspektifine sahip yatırımcılar için kritik öneme sahiptir. Piyasaların uzun dönemde birlikte hareket etme eğiliminde olması durumu, çeşitlendirme fırsatlarının sınırlı olabileceğini işaret etmektedir. Öte yandan, eşbütünleşme ilişkisinin bulunmaması, piyasalar arasında uzun vadeli bir ilişkinin mevcut olmadığını ve bu piyasaların portföy çeşitlendirmesi için uygun adaylar olabileceğini ortaya koymaktadır. Bu metodolojik yaklaşım, yatırımcılara sadece kısa vadeli dalgalanmalara odaklanmak yerine, uzun vadeli piyasa dinamiklerini anlama ve bu doğrultuda daha bilgiye dayalı yatırım kararları alma imkanı sunmaktadır. Sonuç olarak, eşbütünleşme analizinin sonuçları, yatırımcıların risk-getiri profillerini optimize etmelerine ve uluslararası çeşitlendirmenin potansiyel faydalarından daha etkin bir şekilde yararlanmalarına olanak tanıyacaktır.

Finansal verilerin genellikle durağan olmadığı bilinmektedir. Durağan olmayan veriler yanıltıcı regresyon sonucuna yol açacağından, eşbütünleşme analizinde kullanılacak verilerin durağan olması gerekmektedir (Philips, 1986).

Çalışmada zaman serilerinin durağanlık özelliklerini araştırmak amacıyla, doğal logaritması alınmış veriler düzeyde ve birinci derece farklarında birim kök testlerine tabi tutulmuştur. Daha sonra durağan olmayan serilerin uzun vadede dengeye gelip gelmedikleri, Johansen-Juselius eşbütünleşme testi uygulanarak sınanmıştır. İlgili eşbütünleşme testinin uygulanabilmesi için, zaman serilerinin düzeyde durağan olmaması, ancak aynı dereceden farkları alındığında durağanlaşması gerekmektedir. Bir zaman serisinin birinci dereceden farkı alındığında durağanlaştığı tespit edilirse, bu serinin entegrasyon derecesinin I(1) olduğu sonucuna varılmaktadır. Bu durum, serinin birinci dereceden bütünleşik olduğunu ve Johansen-Juselius eşbütünleşme analizine uygun bir yapıya sahip olduğunu göstermektedir.

Zaman serilerinin durağanlık özelliklerinin incelenmesi için literatürde çeşitli testler önerilmiş olmakla birlikte, bu araştırmada serilerin durağanlık analizinde, Dickey ve Fuller (1979) tarafından geliştirilen Genişletilmiş Dickey-Fuller (ADF) testi kullanılmıştır. ADF testi, birim kök varlığını sınamakta ve serilerin durağanlık özelliklerini ortaya koymaktadır. ADF testinin denklemi aşağıdaki gibidir:

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \qquad (4.1)$$

Eşitlik 4.1'de β_1 bir sapma parametresi, β_2 zaman bileşeninin (t) katsayısı, δ birim kökün test katsayısı, p ilk fark serisinin gecikme derecesi, α_i gecikmeli ilk fark serisinin katsayısı ve ε_t saf beyaz gürültü hata terimidir. Burada sıfır hipotezi $\delta = 0$ şeklinde olup, alternatif hipotez ise $\delta < 0$ (veya $p < 1$) şeklindedir. Bu testin uygulanmasında, kritik değerler MacKinnon (1996) tarafından geliştirilen değerler esas alınarak belirlenmiştir. Spesifik olarak, sabit terimli modeller için 1%, 5% ve 10% anlamlılık düzeylerinde kritik değerler sırasıyla -3.44, -2.86 ve -2.56 olarak alınmıştır. Sabit terimli ve deterministik trend içeren modeller için ise aynı anlamlılık düzeylerinde kritik değerler -3.97, -3.41 ve -3.13 olarak belirlenmiştir.

Tablo 4 ve 5 üzerinde, analiz kapsamında incelenen her bir borsa endeksi için, hem düzeyde hem de birinci derece farklarında hesaplanan Genişletilmiş Dickey-Fuller (ADF) test istatistikleri ve bu istatistiklere ilişkin olasılık değerleri sunulmaktadır. Bilgi kriteri olarak, örneklem büyüklüğünün geniş olması nedeniyle

Akaike Bilgi Kriteri (AIC) tercih edilmiştir. AIC, model seçimi ve parametre tahmininde denge sağlayan ve büyük örneklemlerde etkin sonuçlar veren bir bilgi kriteri olarak bilinmektedir.

Tablo 4: Düzeyde Birim Kök Testi Sonuçları

Ülkeler	**Sabitli**		**Sabitli ve Trendli**	
	T istatistiği	*Olasılık*	*T istatistiği*	*Olasılık*
ABD	-0.6339	0.8601	-3.4763	**0.0430***
Almanya	-1.8929	0.3357	-3.1208	0.1025
Avustralya	-2.8891	**0.0473***	-3.2587	0.0744
Birleşik Krallık	-3.2406	**0.0183***	-3.2673	0.0729
Brezilya	-2.7239	0.0706	-3.0774	0.1128
Çin	-2.8205	0.0561	-2.6931	0.2399
Endonezya	-2.8380	0.0537	-3.0569	0.1179
Fransa	-1.7168	0.4222	-3.1949	0.0865
Güney Kore	-2.2857	0.1770	-2.3509	0.4051
Hindistan	-1.1815	0.6839	-2.7215	0.2283
Hong Kong	-1.4168	0.5748	-1.7627	0.7215
İspanya	-2.5354	0.1077	-2.6994	0.2373
İsrail	-2.2701	0.1822	-3.4787	**0.0427***
İsviçre	-1.2107	0.6713	-2.8593	0.1769
İtalya	-2.3054	0.1706	-2.7412	0.2204
Japonya	-1.4847	0.5408	-2.6219	0.2706
Kanada	-1.9327	0.3172	-2.9186	0.1574
Macaristan	-1.3460	0.6093	-2.1050	0.5413
Meksika	-2.1390	0.2295	-1.8807	0.6631
Pakistan	-1.3332	0.6154	-2.4248	0.3661
Polonya	-2.3545	0.1554	-2.5233	0.3166
Portekiz	-3.0870	**0.0282***	-2.8068	0.1954
Rusya	-2.7613	0.0647	-2.8515	0.1796
Suudi Arabistan	-1.1378	0.7021	-1.9116	0.6470
Türkiye	-1.9510	0.3088	-1.7882	0.7093
Tayvan	-0.6689	0.8519	-2.1634	0.5085

Not: Maksimum gecikme uzunluğu Akaike bilgi kriterine göre ayarlanmıştır.

Elde edilen ampirik bulgulara göre, S&P 500 (Amerika Birleşik Devletleri), S&P/ASX 200 (Avustralya), FTSE 100 (Birleşik Krallık), TA-35 (İsrail) ve PSI (Portekiz) endekslerine ait ADF test istatistikleri (tau değerleri), %5 anlamlılık düzeyindeki kritik değerlerden mutlak değerce daha büyük bulunmuştur. Ayrıca, bu test istatistiklerine karşılık gelen olasılık değerlerinin 0.05'ten küçük olması, söz konusu endekslerin düzeyde durağan olduklarına dair istatistiksel kanıtlar

sunmaktadır. Bu sonuç, adı geçen endekslerin I(0) süreçleri izlediğini ve şoklara maruz kaldıklarında ortalamaya dönme eğilimi gösterdiklerini ifade etmektedir. Belirtilen endeksler haricindeki diğer tüm borsa endekslerinin ise düzeyde durağan olmadıkları, ancak birinci farkları alındığında durağanlık koşulunu sağladıkları tespit edilmiştir. Bu bulgu, söz konusu endekslerin I(1) süreçleri izlediğini göstermektedir.

Tablo 5: Birinci Derece Farkta Birim Kök Test Sonuçları

Ülkeler	**Sabitli**		**Sabitli ve Trendli**	
	T istatistiği	*Olasılık*	*T istatistiği*	*Olasılık*
Almanya	-22.9945	0.0000	-22.9936	0.0000
Brezilya	-14.2327	0.0000	-14.2298	0.0000
Çin	-20.8362	0.0000	-20.8633	0.0000
Endonezya	-22.6239	0.0000	-22.6020	0.0000
Fransa	-23.4418	0.0000	-23.4386	0.0000
Güney Kore	-22.7045	0.0000	-22.6835	0.0000
Hindistan	-21.7685	0.0000	-21.7475	0.0000
Hong Kong	-22.8172	0.0000	-22.8493	0.0000
İspanya	-22.4431	0.0000	-22.4531	0.0000
İsviçre	-24.2128	0.0000	-24.2080	0.0000
İtalya	-12.5989	0.0000	-12.6252	0.0000
Japonya	-25.3500	0.0000	-25.3256	0.0000
Kanada	-21.3215	0.0000	-21.3131	0.0000
Macaristan	-22.1120	0.0000	-22.0935	0.0000
Meksika	-22.0369	0.0000	-22.0827	0.0000
Pakistan	-19.3674	0.0000	-19.3647	0.0000
Polonya	-21.8382	0.0000	-21.8477	0.0000
Rusya	-14.5773	0.0000	-14.5663	0.0000
Suudi Arabistan	-21.0675	0.0000	-21.0788	0.0000
Türkiye	-25.4476	0.0000	-25.4497	0.0000
Tayvan	-21.8833	0.0000	-21.8700	0.0000

Not: Maksimum gecikme uzunluğu Akaike bilgi kriterine göre ayarlanmıştır.

Johansen eşbütünleşme analizinin metodolojik gereklilikleri doğrultusunda, analize tabi tutulacak zaman serilerinin düzeyde durağan olmaması ve tümünün aynı dereceden entegre olması ön koşulu bulunmaktadır. Bu bağlamda, her bir borsa endeksi için gerçekleştirilen durağanlık testleri sonucunda, Amerika Birleşik Devletleri (S&P 500), Avustralya (S&P/ASX 200), Birleşik Krallık (FTSE 100), İsrail (TA-35) ve Portekiz (PSI) piyasa endekslerinin düzey değerlerinde birim kök varlığının tespit edilmemesi, bu endekslerin Johansen-Juselius eşbütünleşme testi kapsamından çıkarılmasını gerektirmiştir. Diğer tüm borsa endekslerinin, düzeyde

durağan olmadıkları, ancak birinci dereceden farkları alındığında durağanlık koşulunu sağladıkları gözlemlenmiştir.

Johansen-Juselius testinin temel hipotezleri şu şekilde belirlenmiştir:

H_0: Zaman serileri arasında eşbütünleşme ilişkisi yoktur.

H_1: Zaman seriler arasında eşbütünleşme ilişkisi vardır.

VAR temelli bir test olan eşbütünleşme testine geçilmeden önce, zaman serileri arasındaki dinamik etkileşimlerin optimal gecikme uzunluklarını belirlemek amacıyla, Vektör Otoregresif (VAR) modeli uygulanmıştır. Akaike (AIC), Schwarz (SC) ve Hannan-Quinn (HQ) gibi bilgi kriterlerine dayanarak elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı olarak değerlendirilmiş ve en fazla kriter tarafından doğrulanan gecikme uzunluğu, optimal gecikme olarak belirlenmiştir. Bu seçimde, her bir bilgi kriterinin kendi içerisinde en düşük değeri alması prensibi gözetilmiştir. Bilgi kriterlerinin hesaplanmasında maksimum gecikme uzunluğu 8 olarak dikkate alınmıştır.

Optimal gecikme uzunluklarının tespit edilmesinin ardından, Johansen-Juselius eşbütünleşme testine geçilmiştir. Bu aşamada, BIST 100 endeksi baz alınarak, diğer ülke borsa endeksleri ile ikili eşbütünleşme analizleri gerçekleştirilmiştir. Bu yaklaşım, Türkiye hisse senedi piyasasının her bir uluslararası piyasa ile olan uzun dönemli ilişkisini ayrı ayrı inceleme imkanı sunmaktadır. Bir eşbütünleşme vektörünün varlığı, değişkenler arasında uzun vadeli bir denge ilişkisinin varlığını göstermektedir. Johansen-Juselius yöntemi şu şekilde tanımlanmıştır:

$$\Delta x_t = \sum_{i=1}^{p-1} \pi_i \Delta x_{t-i} + \alpha\beta' u_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (4.2)$$

Burada x_t durağan olmayan bir seri (hisse senedi endeksi), π_i katsayılar matrisi, α uyarlama hızı parametresi, p birinci farkı alınmış serinin gecikme sırası, β' eşbütünleşme vektörü, u hata düzeltme terimi ve ε_t hata terimini ifade etmektedir. Johansen yaklaşımı, eşbütünleşmeyi incelemek için iki test istatistiği (iz ve maksimum özdeğer) sunmaktadır. İz test istatistiğinde, sıfır hipotezi eşbütünleşme vektörü olmadığı ($h_0: r = 0$), alternatif hipotez ise n sayıda eşbütünleşme vektörü olduğu

şeklindedir ($h_1: r > 0$). Maksimum özdeğer testi, eşbütünleşme vektörlerinin sayısının r'ye eşit olduğu sıfır hipotezini test ederken, alternatif hipotez eşbütünleşme vektörlerinin sayısını $r + 1$ olarak test etmektedir. Bu test istatistikleri 0,05 anlamlılık düzeyinde belirlenen kritik değerler ile karşılaştırılarak, değişkenler arasındaki eşbütünleşme ilişkisinin var olup olmadığı tespit edilmiştir. Ayrıca, bu test istatistiklerine ait olasılık değerlerinin 0,05'ten küçük olması durumunda, incelenen seriler arasında istatistiksel olarak anlamlı bir eşbütünleşme ilişkisinin varlığına dair kanıtlar elde edilmiş olacaktır. Bu iki istatistik, eşbütünleşme vektörlerinin sayısını belirlemede tamamlayıcı roller oynamaktadır (Tarı, 2018: 429).

Johansen eşbütünleşme yönteminde vektörlerin anlamlılığını test etmek için kullanılan iz ve maksimum özdeğer test istatistiklerinin denklemleri şu şekildedir (Sarıkovanlık vd., 2019: 135):

$$\lambda_{iz} = -T \cdot \sum_{i=r+1}^{n} ln(1 - \lambda_i) \tag{4.3}$$

$$\lambda_{max} = -T \cdot ln(1 - \lambda_{r+1}) \tag{4.4}$$

Burada λ_{iz} en büyükten en küçüğe doğru sıralanan tahmin edilmiş özdeğerlerdir. λ_{max} ise, r eşbütünleşik vektör hipotezine karşı $r + 1$ eşbütünleşik vektör hipotezini test eden maksimum özdeğer istatistiğini ifade etmektedir.

Eviews üzerinde yapılan işlemler sonucu elde edilen bulgular, Tablo 6 ve 7'de detaylı bir şekilde sunulmuştur.

Tablo 6: İz Test İstatistiğine Göre Analiz Sonuçları

	Gecikme Uzunluğu	**Sıfır Hipotezi**	**İz Testi İstatistiği**	**0.05 Kritik Değer**	**Olasılık**
Türkiye - Almanya	2	r=0 r⩽1	9.1402 2.6294	15.4947 3.8414	0.3526 0.1049
Türkiye - Brezilya	3	r=0 r⩽1	11.0387 2.6843	15.4947 3.8414	0.2091 0.1013
Türkiye - Çin	2	r=0 r⩽1	16.3487 5.6271	15.4947 3.8414	**0.0371*** **0.0177***
Türkiye - Endonezya	2	r=0 r⩽1	12.7856 3.5021	15.4947 3.8414	0.1229 0.0613
Türkiye - Fransa	2	r=0 r⩽1	7.1186 2.0737	15.4947 3.8414	0.5639 0.1499

Türkiye - Güney Kore	2	r=0 r⩽1	10.4299 2.7206	15.4947 3.8414	0.2491 0.0991
Türkiye - Hindistan	2	r=0 r⩽1	6.1250 1.7928	15.4947 3.8414	0.6807 0.1806
Türkiye - Hong Kong	1	r=0 r⩽1	18.5169 2.1298	15.4947 3.8414	**0.0170*** 0.1445
Türkiye - İspanya	2	r=0 r⩽1	16.1251 4.9715	15.4947 3.8414	**0.0402*** **0.0258***
Türkiye - İsviçre	3	r=0 r⩽1	5.3183 1.3742	15.4947 3.8414	0.7741 0.2411
Türkiye - İtalya	2	r=0 r⩽1	11.0604 4.2159	15.4947 3.8414	0.2078 **0.0400***
Türkiye - Japonya	2	r=0 r⩽1	9.3442 2.0358	15.4947 3.8414	0.3345 0.1536
Türkiye - Kanada	2	r=0 r⩽1	8.0004 2.8797	15.4947 3.8414	0.4654 0.0897
Türkiye - Macaristan	1	r=0 r⩽1	8.8304 1.7602	15.4947 3.8414	0.3813 0.1846
Türkiye - Meksika	1	r=0 r⩽1	14.4336 3.4426	15.4947 3.8414	0.0718 0.0635
Türkiye - Pakistan	2	r=0 r⩽1	9.3529 2.5754	15.4947 3.8414	0.3337 0.1085
Türkiye - Polonya	2	r=0 r⩽1	11.8918 4.4798	15.4947 3.8414	0.1622 **0.0343***
Türkiye - Rusya	2	r=0 r⩽1	16.8278 3,7438	15.4947 3.8414	**0.0313*** 0.0530
Türkiye - S. Arabistan	2	r=0 r⩽1	5.9333 1.7024	15.4947 3.8414	0.7034 0.1920
Türkiye - Tayvan	2	r=0 r⩽1	4,9674 0.6117	15.4947 3.8414	0.8123 0.4341

Not: Burada r, eşbütünleşik vektör sayısını; * ise 0.05 anlamlılık düzeyinden boş hipotezin reddedildiğini göstermektedir.

Tablo 6'da sunulan eşbütünleşme analizinin İz testi sonuçları, istatistiksel açıdan anlamlı bulgular ortaya koymaktadır. Test istatistiklerinin kritik değerlerden yüksek olması ve ilgili olasılık değerlerinin 0.05 anlamlılık düzeyinin altında kalması, sıfır hipotezinin (H_0: Eşbütünleşme ilişkisi yoktur) reddedilmesine yol açmaktadır. Bu ampirik kanıtlar ışığında, Türkiye borsa endeksi ile Çin, Hong Kong, İspanya, İtalya, Polonya ve Rusya'nın ana borsa endeksleri arasında uzun dönemli bir denge ilişkisinin varlığı tespit edilmiştir. Bu bulgu, söz konusu piyasaların uzun vadede ortak stokastik trendler sergilediğine ve şoklara karşı benzer tepkiler verdiğine işaret etmektedir.

Tablo 7: Maksimum Özdeğer Test İstatistiğine Göre Analiz Sonuçları

	Gecikme Uzunluğu	**Sıfır Hipotezi**	**Maksimum Özdeğer İstatistiği**	**0.05 Kritik Değer**	**Olasılık**
Türkiye - Almanya	1	r=0 r⩽1	6.5108 2.6294	14.2646 3.8414	0.5486 0.1049
Türkiye - Brezilya	3	r=0 r⩽1	8.3543 2.6843	14.2646 3.8414	0.3438 0.1013
Türkiye - Çin	2	r=0 r⩽1	10.7269 5.6271	14.2646 3.8414	0.1688 **0.0177***
Türkiye - Endonezya	2	r=0 r⩽1	9.2835 3.5021	14.2646 3.8414	0.2633 0.0613
Türkiye - Fransa	2	r=0 r⩽1	5.0448 2.0737	14.2646 3.8414	0.7362 0.1499
Türkiye - Güney Kore	2	r=0 r⩽1	7.7092 2.7206	14.2646 3.8414	0.4090 0.0991
Türkiye - Hindistan	2	r=0 r⩽1	4.3321 1.7928	14.2646 3.8414	0.8227 0.1806
Türkiye - Hong Kong	1	r=0 r⩽1	16.3870 2.1298	14.2646 3.8414	**0.0227*** 0.1445
Türkiye - İspanya	2	r=0 r⩽1	11.1535 4.9715	14.2646 3.8414	0.1467 **0.0258***
Türkiye - İsviçre	3	r=0 r⩽1	3.9440 1.3742	14.2646 3.8414	0.8652 0.2411
Türkiye - İtalya	2	r=0 r⩽1	6.8444 4.2159	14.2646 3.8414	0.5077 **0.0400***
Türkiye - Japonya	2	r=0 r⩽1	7.3084 2.0358	14.2646 3.8414	0.4533 0.1536
Türkiye - Kanada	2	r=0 r⩽1	5.1206 2.8797	14.2646 3.8414	0.7265 0.0897
Türkiye - Macaristan	1	r=0 r⩽1	7.0702 1.7602	14.2646 3.8414	0.4809 0.1846
Türkiye - Meksika	1	r=0 r⩽1	10.9909 3.4426	14.2646 3.8414	0.1547 0.0635
Türkiye - Pakistan	2	r=0 r⩽1	6.7775 2.5754	14.2646 3.8414	0.5158 0.1085
Türkiye - Polonya	2	r=0 r⩽1	7.4120 4.4798	14.2646 3.8414	0.4416 **0.0343***
Türkiye - Rusya	2	r=0 r⩽1	13.0840 3.7438	14.2646 3.8414	0.0762 0.0530
Türkiye - S. Arabistan	2	r=0 r⩽1	4.2308 1.7024	14.2646 3.8414	0.8342 0.1920

Türkiye - Tayvan	2	r=0 r⩽1	4.3557 0.6117	14.2646 3.8414	0.8200 0.4341

Not: Burada r, eşbütünleşik vektör sayısını; * ise 0.05 anlamlılık düzeyinden boş hipotezin reddedildiğini göstermektedir.

Tablo 7'de sunulan maksimum özdeğer test sonuçları, iz testi sonuçlarına benzerlik göstermektedir. Bu test istatistiğine göre, Türkiye ile Çin, Hong Kong, İspanya, İtalya ve Polonya hisse senedi piyasaları arasında ikili uzun dönemli ilişkilerin varlığı doğrulanmıştır. Maksimum özdeğer testi, iz testine kıyasla Rusya piyasası ile olan ilişkide farklı bir sonuç vermekle birlikte, genel olarak iki test istatistiğinin bulguları büyük ölçüde örtüşmektedir.

Her iki test istatistiğinin sonuçları bütüncül bir perspektifle değerlendirildiğinde, Türkiye hisse senedi piyasası ile eşbütünleşme ilişkisi göstermeyen ülke piyasalarına yönelik yatırım stratejilerinin, etkin bir uluslararası portföy çeşitlendirmesi için daha uygun olacağı çıkarımı yapılabilmektedir. Bu yaklaşım, modern portföy teorisinin temel prensipleri ile de uyumludur.

Eşbütünleşme ilişkisinin tespit edildiği piyasalarla (Çin, Hong Kong, İspanya, İtalya, Polonya ve Rusya) Türkiye hisse senedi piyasası arasındaki uzun dönemli ilişki, bu piyasaların benzer makroekonomik faktörlerden etkilendiğini ve uzun vadede birlikte hareket etme eğiliminde olduklarını göstermektedir. Bu durum, söz konusu piyasalar arasındaki çeşitlendirme fırsatlarının sınırlı olabileceğine işaret etmektedir. Çeşitlendirme perspektifinden bakıldığında, bu piyasalara yapılacak yatırımın portföy riskini azaltma potansiyelinin daha düşük olması beklenmektedir. Öte yandan, eşbütünleşme ilişkisi tespit edilmeyen diğer ülke piyasaları, Türkiye hisse senedi piyasası ile daha zayıf uzun dönemli bağlantılara sahip olduklarından, bu piyasalara yapılacak yatırımlar daha etkin bir risk dağıtımı sağlayabilecektir. Sonuç olarak, eşbütünleşme ilişkisi göstermeyen piyasalara odaklanarak, yatırımcılar daha etkin bir risk-getiri profili elde etme potansiyeline sahip olabilirler.

4.2.2. Gecikmesi Dağıtılmış Otoregresif Sınır Testi

Analizin ilk aşamasında yapılan birim kök test sonuçları, Amerika Birleşik Devletleri (S&P 500), Avustralya (S&P/ASX 200), Birleşik Krallık (FTSE 100), İsrail (TA-35) ve Portekiz (PSI) piyasa endekslerine ait doğal logaritması alınmış zaman

serilerinin düzeyde durağan olduklarını göstermiştir. Bağımlı değişken olarak ele alınan BIST 100 endeksine ait zaman serilerinin entegrasyon derecesinin I(1) olması nedeniyle, entegrasyon derecesi I(0) olan değişkenler Johansen-Juselius eşbütünleşme testi kapsamına alınamamışıtır. Değişkenler, farklı durağanlık seviyesine sahip olduklarında aralarında uzun dönemli ilişkinin belirlenmesinde Gecikmesi Dağıtılmış Otoregresif (ARDL) sınır testi kullanılabilmektedir.

Pesaran vd. (2001) tarafından geliştirilen sınır testi diğer eşbütünleşme testlerinden farklı olarak değişkenlerin bütünleşme özelliğini dikkate almamaktadır. Sınır testi yaklaşımı, değişkenlerin durağanlık dereceleri ile ilgili ön test gerektirmemesine rağmen; Pesaran ve diğerlerinin ilgili makalesinde kritik değerlerin değişkenlerin düzeyde ya da birinci farkında durağan olması durumuna göre tablolaştırılması nedeniyle, değişkenlerin ikinci dereceden durağan olmaları halinde, test için oluşturulan kritik değerler geçersiz olacaktır. Bu yüzden, test sonuçlarının güvenirliliği açısından değişkenlerin durağanlık özelliklerinin test öncesinde tespit edilmesi önemlidir (Çil, 2018: 411).

ARDL sınır testi genel olarak bağımsız değişkenlerin cari ve gecikmeli değerleriyle birlikte bağımlı değişkenin de gecikmeli değerlerinin dahil edilmesiyle modellenmiştir. ARDL sınır testinin uygulanması 2 aşamadan oluşmaktadır. İlk aşamada analize dahil edilen değişkenler arasındaki uzun dönemli ilişkinin varlığı test edilmekte ve değişkenler arasında bir eşbütünleşme ilişkisi varsa diğer aşamada ilk olarak uzun dönem katsayı tahmini ve daha sonra kısa dönem hata düzeltme katsayısının tahmini yapılmaktadır (Çelik ve Kahyaoğlu, 2021: 163-164).

ARDL modeli kurulurken, bağımlı değişkenin geçmiş değerleri ve bağımsız değişkenlerin gecikmeli değerleri kullanılmaktadır. En küçük kareler (EKK) yöntemine dayanarak tahmin edilecek kısıtlı sabitli ve trendsiz ARDL modelinin genel yapısı Eşitlik 4.5'teki gibi olacaktır:

$$\Delta L_XU100_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \beta_i \Delta L_XU100_{t-i} + \sum_{i=0}^{q} \gamma_i \Delta L_AXJO_{t-i} + \sum_{i=0}^{r} \delta_i \Delta L_FTSE_{t-i} + \sum_{i=0}^{s} \eta_i \Delta L_PSI20_{t-i} + \sum_{i=0}^{u} \theta_i \Delta L_SPX_{t-i} + \sum_{i=0}^{v} \lambda_i \Delta L_TA35_{t-i} + \phi_1 L_XU100_{t-1} + \phi_2 L_AXJO_{t-1} + \phi_3 L_FTSE_{t-1} + \phi_4 L_PSI20_{t-1} + \phi_5 L_SPX_{t-1} + \phi_6 L_TA35_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.5)$$

Burada:

Δ: Birinci fark operatörü

L_XU100_t: Bağımlı değişken (BIST 100 endeksi)

$L_AXJO_t, L_FTSE_t, L_PSI20_t, L_SPX_t, L_TA35_t$: Bağımsız değişkenler

α_0: Sabit terim

$\beta_i, \gamma_i, \delta_i, \eta_i, \theta_i, \lambda_i$: Kısa dönem dinamik katsayılar

$\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4, \phi_5, \phi_6$: Uzun dönem katsayılar

p, q, r, s, u, v: Her bir değişken için maksimum gecikme uzunlukları

ε_t: Hata terimi

Modelin tahmin edilmesine geçilmeden önce, analize konu seriler için uygun gecikme uzunluğunun belirlenmesi gerekmektedir. Bu amaçla, Vektör Otoregresif (VAR) modeli kullanılarak uygun gecikme uzunlukları tahmin edilmeye çalışılmıştır. Burada, sıralı modifiye LR test istatistiği, son tahmin hatası (FPE), Akaike (AIC), Schwarz (SC) ve Hannan-Quinn (HQ) bilgi kriterleri kullanılmıştır. Elde edilen tahmin sonuçlarına Tablo 8'de yer verilmiştir.

Tablo 8: Uygun Gecikme Uzunluğunun Seçilmesi

Gecikme	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	NA	2.84e-12	-9.559838	-9.510318	-9.540429
1	9280.936	3.67e-20	-27.72535	-27.37871	-27.58949
2	626.8206	1.21e-20*	-28.83642*	-28.19265*	-28.58410*
3	60.52486	1.23e-20	-28.81861	-27.87773	-28.44985
4	45.26508	1.29e-20	-28.77110	-27.53310	-28.28588

5	55.59700*	1.32e-20	-28.74613	-27.21100	-28.14446
6	43.42801	1.39e-20	-28.69709	-26.86485	-27.97898
7	43.05402	1.46e-20	-28.64843	-26.51906	-27.81386
8	49.56193	1.51e-20	-28.61493	-26.18845	-27.66391

* Kriter tarafından seçilen gecikme uzunluğunu göstermektedir.

Tablo 8, VAR modeli için optimal gecikme uzunluğunun belirlenmesinde kullanılan çeşitli bilgi kriterlerinin sonuçlarını göstermektedir. Bu analizde, 0'dan 8'e kadar olan gecikme uzunlukları test edilmiştir. Sonuçlar incelendiğinde, çoğu bilgi kriteri (FPE, AIC, SC ve HQ) için en düşük değerler 2. gecikmede elde edilmiştir, optimal gecikme uzunluğunun 2 olduğuna işaret etmektedir. Dolayısıyla, kurulacak olan ARDL modeli iki gecikmeye kadar tahmin edilecektir. Kurulan ARDL modelinin test sonuçları Tablo 9'da yer almaktadır.

Tablo 9: ARDL (2,1,1,2,0,0) Test Sonuçları

Değişken	**Katsayı**	**Standart Hata**	**t-istatistiği**	**Olasılık**
L_XU100(-1)	0.860583	0.039841	21.60066	0.0000
L_XU100(-2)	0.134732	0.040478	3.328544	0.0009
L_AXJO	0.420205	0.111606	3.765066	0.0002
L_AXJO(-1)	-0.368602	0.110466	-3.336799	0.0009
L_FTSE	0.109221	0.152338	0.716965	0.4737
L_FTSE(-1)	-0.235413	0.150333	-1.565947	0.1180
L_PSI20	-0.041090	0.067886	-0.605280	0.5453
L_PSI20(-1)	0.333432	0.129705	2.570703	0.0104
L_PSI20(-2)	-0.257992	0.107966	-2.389566	0.0172
L_SPX	-0.050121	0.018022	-2.781166	0.0056
L_TA35	0.079392	0.031395	2.528785	0.0117
C	0.364529	0.233964	1.558057	0.1198
R-kare	0.970155			
Düzeltilmiş R-kare	0.969509			
S. H. Regresyon	0.044428			
F-istatistiği	1501.225			
Olasılık (F-istatistiği)	0.000000			
Durbin-Watson İstatistiği	2.028411			

Tablo 9'a göre, ARDL(2,1,1,2,0,0) en uygun model olarak belirlenmiştir (ayrıca bkz. Ek 3). Bu model, Akaike bilgi kriteri (AIC) kullanılarak tahmin edilen 486 farklı model arasından seçilmiştir. 0.970155 olarak hesaplanan R-kare değeri, modelin bağımlı değişkendeki (L_XU100) varyasyonun yaklaşık 97%'sini açıkladığını göstermektedir. Bu, modelin oldukça iyi bir uyum sağladığına işaret etmektedir. 1501.225 olarak bulunan F-istatistik değeri ve buna ilişkin olasılık değeri (0.000000), modelin bir bütün olarak istatistiksel açıdan anlamlı olduğunu ifade etmektedir. Durbin-Watson istatistiği 2.028411 olarak hesaplanmış olup, 2'ye yakın bir değer olduğundan modelde otokorelasyon sorunu olmadığını göstermektedir.

Seçili olan model [ARDL(2,1,1,2,0,0)] yorumlanacak olursa, bağımlı değişken olan L_XU100 değişkeninin 2 gecikmesi modele dahil edilmiş; L_AXJO, L_FTSE, L_PSI20 değişkenlerinin kendisi ve sırasıyla 1, 1, 2 gecikmeleri modele dahil edilmiştir. L_SPX ve L_TA35 değişkenlerinin sadece cari dönem değerleri modelde kullanılmıştır. Modeldeki gecikmeli değişkenler, borsalar arasındaki kısa dönem dinamiklerini yansıtmaktadır. Örneğin, L_AXJO değişkeninin bir dönem gecikmeli negatif etkisi, kısa vadede bir düzeltme mekanizmasının varlığına işaret edebilmektedir.

Ek 4'te yer alan grafikte modellerin bilgi kriter değerlerine göre sıralaması görülmektedir. Grafik üzerinde 117. model en düşük kriter değerine sahip olduğundan en uygun model olarak tercih edilmiştir.

Uygun model belirlendikten sonra belirli tanı testlerinin yapılması gerekmektedir. Bunlardan birincisi model kurma hatasının mevcut olup olmadığını test etmektir. Modelin doğru formda kurulduğunu test etmek için Ramsey Reset testinden yararlanılmıştır. Ayrıca modelden elde edilen hata terimlerinin otokorelasyon ve değişen varyans testlerinin de yapılması gerekmektedir, eğer burada bir sorun varsa modelde gereken düzeltmeler yapıldıktan sonra sınır testine geçilmelidir. Modele ilişkin tanı testi sonuçlarına Tablo 10'da yer verilmiştir.

Tablo 10: ARDL Tanı Testleri

Tanı Testleri	**F-istatistiği**	**Olasılık**
Ramsey Reset Testi	0.6324	0.4268
Otokorelasyon Testi (Breusch-Godfrey Serisel Korelasyon LM Testi)	0.3445	0.7087
Değişen Varyans Testi (Breusch-Pagan-Godfrey Testi)	1.0672	0.3860

Ramsey Reset testinden elde edilen olasılık değerinin 5%'in üzerinde olması, modelin spesifikasyon hatasının olmadığını kanıtlamaktadır (ayrıca Ek 5'e bakınız). Otokorelasyon testi sonucuna bakıldığında, iki gecikmeye kadar serisel korelasyonun olmadığını iddaa eden sıfır hipotezi reddedilemiyor, dolayısıyla hata terimleri arasında otokorelasyon yoktur (Ek 6). Diğer bir tanı testi olan değişen varyans testi ile hata terimlerinin sabit varyanslı olduğunu ifade eden sıfır hipotezi olasılık değerinin 5%'ten büyük olması nedeniyle reddedilemiyor (Ek 7). Sonuç olarak, modelde herhangi bir kurulma hatası olmadığı, modelden elde edilen hata terimlerinde ise otokorelasyon ve değişen varyans sorunlarının olmadığı tespit edilmiştir.

Tanı testlerinin yapılmasının ardından, seçilen modele sınır testi uygulanmıştır. Yapılan sınır testleri ile modelde bulunan değişkenler arasında uzun dönemli ilişki olup olmadığı test edilmektedir. Pesaran vd. (2001) tarafından, alt sınır ve üst sınır şeklinde iki farklı kritik değer hesaplanmıştır. Sınır testi sonucunda elden edilen F istatistiği üst kritik değerden büyük ise, uzun dönem ilişkisinin olmadığını ifade eden temel hipotez reddedilmektedir. F istatistiği alt kritik değerden küçük ise, değişkenler arasında uzun dönemli ilişkinin olmadığı temel hipotez reddedilememektedir. Eğer F istatistiği, kritik değerler arasında yer alıyorsa, sonuç belirsiz olmaktadır. Değişkenler arasında uzun dönemli ilişkinin bulunması durumunda, uzun dönem katsayıları tahmin edilmekte ve hata düzeltme modeli (ECM) kullanılarak kısa dönem dinamikleri incelenmektedir (Çil, 2018; 410).

Tablo 11: ARDL Sınır Testi Sonuçları

Model	F-istatistiği	Anlamlılık Düzeyi	I(0)	I(1)
ARDL (2,1,1,2,0,0)	2.0146	1%	3.060	4.150
		5%	2.390	3.380
		10%	2.080	3.000

Buradaki sınır testinde sıfır hipotezi eşbütünleşme ilişkisinin olmadığı bir hipotezdir. 2.0146 olarak bulunan F istatistik değeri, 5% anlamlılık düzeyinde I(0) alt sınır değerinden daha küçük olması nedeniyle sıfır hipotezi reddedilememektedir. Dolayısıyla, değişkenler arasında uzun dönemli bir eşbütünleşme ilişkisinin olmadığı sonucuna varılmaktadır. Bu durumda, BIST 100 endeksi (XU100) baz alınarak yapılacak uluslararası çeşitlendirme çalışmasında ilgili endeks ile uzun dönemde birlikte hareket etmeyen diğer endeksler (AXJO, FTSE, PSI20, SPX, TA35) veri seti kapsamında kullanılabilecektir.

4.3. Algoritmik Yöntemlerle Portföy Optimizasyonu

Yatırım dünyasında çeşitlendirme, riskleri azaltmanın etkili bir yolu olarak kabul edilmektedir. Bu strateji, farklı varlık sınıflarına veya piyasalara yatırım yapmayı içermekte ve yatırımcıların tüm birikimlerini tek bir alana yoğunlaştırma riskinden kaçınmalarını sağlamaktadır. Çeşitlendirme, çeşitli varlıkların farklı zamanlarda farklı performans göstermesi prensibine dayanmakta olup, bir veya birkaç varlığın kötü performansının tüm portföyü ciddi şekilde etkilemesini önlemektedir. Portföy optimizasyonunun temel amaçlarından biri de çeşitlendirmeyi en üst düzeye çıkarmak, yani riski en aza indirmek olarak görülmektedir (Pai, 2018: 86).

Portföy optimizasyonu sürecinde, genellikle birbiriyle çelişen iki temel hedef ön plana çıkmaktadır. Bunlar, beklenen getirinin maksimizasyonu ve risk ölçüsü olarak kullanılan getiri varyansının minimizasyonudur. Bu portföy seçim problemi, çok amaçlı optimizasyon problemi olup yatırımcıların risk-getiri tercihlerine göre optimal çözümler kümesi oluşturmayı amaçlamaktadır (Kolm vd., 2014). Geleneksel optimizasyon tekniklerinin hesaplama karmaşıklığı ve büyük ölçekli problemlerdeki sınırlamaları nedeniyle, son yıllarda sezgisel ve metasezgisel optimizasyon algoritmaları portföy optimizasyonu alanında giderek daha fazla ilgi görmektedir.

Bu araştırmada, üç farklı çok amaçlı optimizasyon algoritması - MOPSO (Çok Amaçlı Parçacık Sürü Optimizasyonu), NSGA-II (Baskın Olmayan Sınıflandırmalı Genetik Algoritma II) ve SPEA2 (Kuvvet Pareto Evrimsel Algoritma 2) - kullanılarak portföy optimizasyonu gerçekleştirilmiş ve sonuçların karşılaştırmalı analizi sunulmuştur. Her üç algoritma için amaç fonksiyonları ve kısıtlar aynı şekilde tanımlanmıştır. Optimizasyon problemi, aşağıdaki matematiksel formülasyonla ifade edilmiştir:

$$Maksimize\ E(Rp) = \sum_{i=1}^{n} \left(wi * E(Ri)\right) \tag{4.6}$$

$$Minimize\ CVaR(\alpha) = E[-Rp | -Rp \geq VaR(\alpha)] \tag{4.7}$$

Kısıtlar ise bu şekilde belirlenmiştir:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \qquad 0 \leq w_i \leq 1 \qquad i = 1,2,\dots,n$$

Burada, w_i i'nci varlığın portföy içindeki ağırlığını, $E(Ri)$ i'nci varlığın beklenen getirisini, Rp portföy getirisini, $CVaR(\alpha)$ ise α güven düzeyinde koşullu riske maruz değeri temsil etmektedir. Kısıtlar, tüm sermayenin yatırıma yönlendirilmesini ve açığa satış yapılmamasını garanti etmektedir.

Optimizasyon çalışmasında, BIST 100 endeksi ile birlikte, bu endeksle uzun vadeli eşbütünleşme ilişkisi göstermeyen 19 farklı ülke endeksi analize dahil edilmiştir. Bu yaklaşım, uluslararası çeşitlendirmenin potansiyel faydalarını incelemeyi amaçlamaktadır. Koşullu Sharpe oranı hesaplamalarında kullanılmak üzere, risksiz faiz oranı olarak 01.01.2014 tarihli CBOE (Chicago Board Options Exchange) 10 yıllık hazine tahvili getirisi (2.937%) baz alınmıştır. Veri setinin haftalık frekansta olması sebebiyle, yıllık risksiz faiz oranı (1+Rf)^(1/52)-1 formülü kullanılarak haftalık bazda (0.05568%) yeniden hesaplanmıştır.

4.3.1. MOPSO Algoritması ile Portföy Optimizasyonu

MOPSO algoritması, parçacık sürü optimizasyonu algoritmasının çok amaçlı versiyonu olup birden fazla hedef fonksiyonunu eş zamanlı optimize etmeyi

amaçlamaktadır. Algoritma, çözüm uzayında hareket eden potansiyel çözümleri temsil eden parçacıkları kullanma mantığıyla çalışmaktadır. Aynı zamanda algoritma, risk ve getiri arasında optimal dengeyi sağlamak için pareto cephesinden yararlanmaktadır. Kodun çalışmasında kullanılacak parametreler, Tablo 12'deki gibi belirlenmiştir:

Tablo 12: MOPSO Algoritmasının Parametreleri

Parametreler	**Kısaltmalar**	**Değerler**
Varlık Sayısı	nAsset	20
CVaR için Güven Düzeyi	alpha	0.95
Popülasyon Boyutu	nPop	50, 100, 150, 200, 250
Arşiv Boyutu	nArchive	100
Maksimum İterasyon Sayısı	MaxIt	1000
Maksimum Atalet Ağırlığı	w_max	0.9
Minimum Atalet Ağırlığı	w_min	0.4
Kişisel Öğrenme Katsayısı	c1	1.494
Global Öğrenme Katsayısı	c2	1.494
Risksiz Faiz Oranı	riskFreeRate	0.0005568
Lider Seçim Stratejisi	Rulet Tekerleği Seçimi	
Mutasyon Yöntemi	Gauss Mutasyonu	

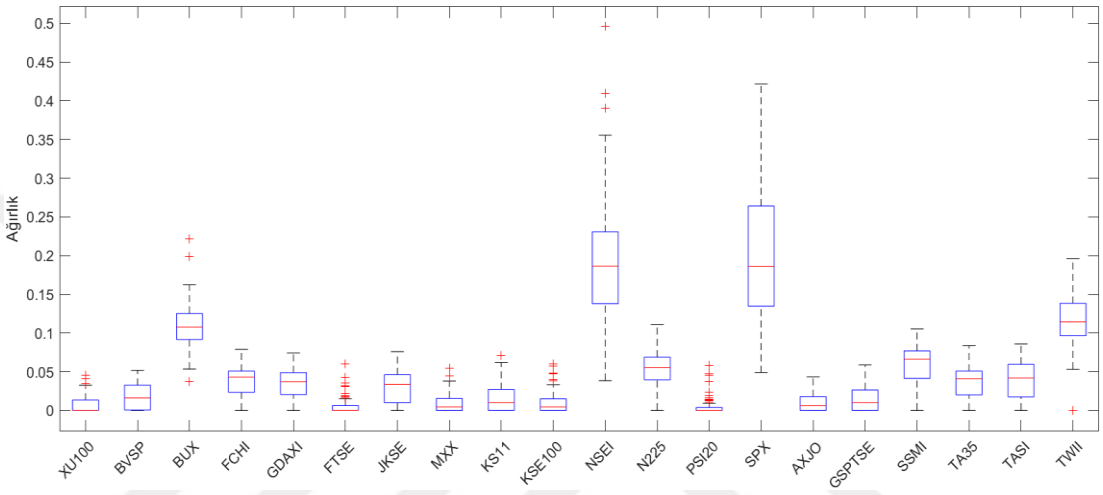
Tablo 12'de gösterilen parametreler, algoritmanın her iterasyonda nasıl hareket edeceğini ve en iyi çözümü nasıl bulacağını belirlemektedir. Bu parametreler ne kadar doğru ayarlanabilirse, algoritma daha hızlı ve etkili bir şekilde optimum çözüme ulaşmaktadır. Popülasyon boyutu, algoritmanın performansını etkileyen önemli parametrelerden biridir. Bu çalışmada, 50, 100, 150, 200 ve 250 olmak üzere beş farklı popülasyon boyutu kullanılmıştır. Bu çeşitlilik, algoritmanın farklı popülasyon büyüklüklerinde performanstaki değişikliklerin incelenmesine olanak tanımaktadır. Düşük popülasyon boyutları (örneğin 50), algoritmanın daha hızlı çalışmasını sağlarken çözüm uzayının yeterince keşfedilememesi riskini de taşımaktadır. Bu, algoritmanın lokal optimumlara takılma olasılığını artırabilmektedir. Öte yandan, yüksek popülasyon boyutları (örneğin 200 veya 250), çözüm uzayının daha kapsamlı bir şekilde araştırılmasına olanak tanımaktadır. Bu durum ise algoritmanın potansiyel olarak daha iyi çözümler bulabilme şansını artırırken, hesaplama süresini de uzatmaktadır.

Tablo 13: MOPSO ile Popülasyonlar Boyunca Elde Edilen Sonuçlar

	Popülasyon Boyutu				
	nPop=50	*nPop=100*	*nPop=150*	*nPop=200*	*nPop=250*
	Varlıkların Ağırlığı				
XU100	0.00%	0.20%	0.00%	0.00%	0.00%
BVSP	1.58%	0.00%	0.00%	0.75%	0.32%
BUX	11.31%	8.62%	0.09%	5.15%	9.76%
FCHI	0.71%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
GDAXI	1.69%	0.44%	1.65%	2.95%	1.19%
FTSE	1.32%	0.00%	0.38%	0.00%	0.00%
JKSE	0.24%	0.00%	0.27%	0.00%	0.89%
MXX	0.09%	0.75%	1.90%	0.00%	0.00%
KS11	0.00%	3.18%	0.00%	0.00%	0.00%
KSE100	0.12%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
NSEI	28.53%	27.42%	39.89%	41.98%	27.24%
N225	2.99%	0.28%	0.00%	0.00%	4.42%
PSI20	0.00%	0.00%	0.00%	0.86%	0.00%
SPX	26.09%	30.29%	31.27%	32.39%	34.36%
AXJO	0.00%	0.97%	0.00%	0.00%	0.00%
GSPTSE	0.00%	0.00%	0.00%	1.01%	3.19%
SSMI	11.93%	6.76%	6.16%	0.00%	1.61%
TA35	2.50%	1.00%	2.03%	0.52%	1.19%
TASI	0.00%	0.00%	0.08%	2.25%	3.73%
TWII	10.91%	20.08%	16.28%	12.14%	12.10%
Hesaplama Süresi (saniye)	13.7459	24.7752	28.7091	36.9399	48.2559
VaR	2.91%	3.00%	3.06%	3.37%	3.14%
CVaR	4.38%	4.45%	4.60%	4.94%	4.77%
$E(R_p)$	0.00146	0.00152	0.00161	0.00165	0.00154
Koşullu Sharpe Oranı	0.02057	0.02174	0.02277	0.02213	0.02067

Tablo 13, MOPSO algoritmasının farklı popülasyon boyutlarında elde ettiği en iyi performans gösteren portföylerin dağılımlarını ve ilgili performans metriklerini göstermektedir. Genel olarak değerlendirme yapıldığında, NSEI ve SPX bileşenlerinin, tüm popülasyon boyutlarında portföyün önemli bir kısmını oluşturduğu görülmektedir. Bu endeksleri takiben, BUX ve TWII endeksleri de optimal portföylerde önemli bir oranda yer almışlardır. Popülasyon boyutu arttıkça hesaplama

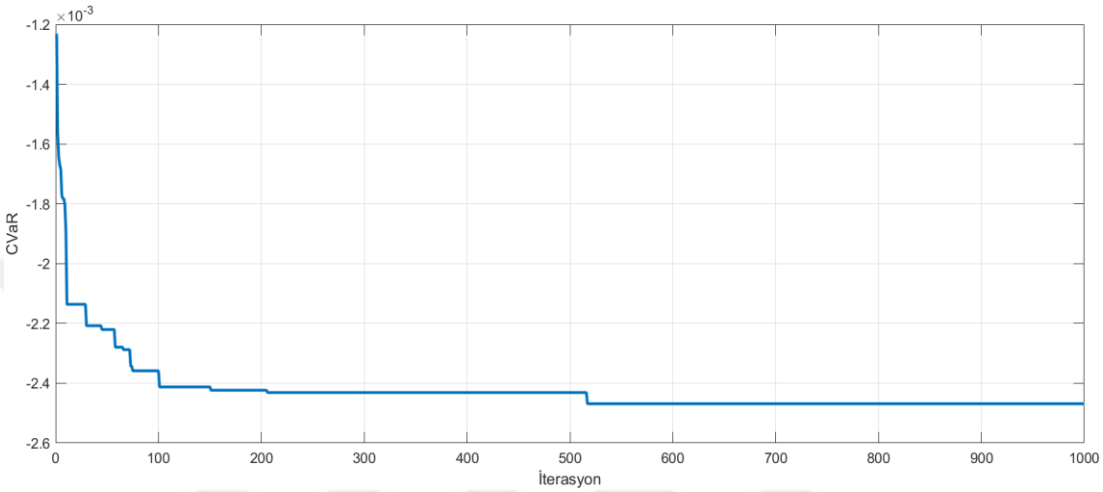
süresi doğrusal olmayan bir şekilde artmaktadır. Bu artış, daha büyük popülasyonların işlem yükünü yansıtmaktadır. Yapılan 5 farklı çalıştırma sonucunda, en yüksek koşullu Sharpe oranına (0.02277) sahip portföy seçeneği, popülasyon büyüklüğünün 150 olduğu durumda elde edilmiştir. Bu durum, orta düzeydeki bir popülasyon boyutunun optimal risk-getiri dengesi sağlayabileceğini göstermektedir.



Şekil 2: MOPSO Algoritması ile Elde Edilen Pareto Optimal Portföylerdeki Varlık Ağırlıklarının Dağılımı

Şekil 2, MOPSO algoritması kullanılarak oluşturulan optimal portföylerdeki varlık ağırlıklarının dağılımını göstermektedir. Şekildeki kutu grafikler, her varlığın farklı pareto optimal portföylerde aldığı ağırlıkların dağılımını temsil etmektedir. Grafiklerden, bazı varlıkların diğerlerinden daha yüksek medyan ağırlıklarına sahip oldukları görülmektedir. Örneğin, NSEI ve SPX endeksleri en yüksek medyan ağırlıkları ile (sırasıyla, 18.64% ve 18.61%) optimize edilmiş portföylerde önemli bir yere sahiptirler. Bu endeksleri takiben, TWII (medyan ağırlığı 11.45%) ve BUX (medyan ağırlığı 10.78%) endeksleri de optimal portföylerde önemli ağırlıklarda yer almışlar. XU100, FTSE, MXX ve PSI20 endeksleri, pareto optimal portföylerde genellikle en düşük ağırlıklarda yer alan varlıklar olmuşlar. Birçok varlık için aykırı değerler (kırmızı '+' işaretleri) gözlemlenmektedir. Bu, bazı spesifik pareto optimal portföylerin, belirli varlıklara olağandışı yüksek ağırlıklar verdiğini göstermektedir. Genel olarak, algoritmanın çeşitli varlıklar arasında risk dağılımı yaptığı, ancak bazı varlıklara daha fazla önem verdiği görülmektedir.

Optimizasyon algoritmalarında, algoritmanın zaman içindeki performansını ve çözüme ne kadar yaklaştığını görselleştirmek için yakınsama grafiklerinden yararlanılmaktadır. Şekil 3 üzerinde, iterasyonlar boyunca CvaR değerlerinin, nasıl minimize edildiği görülmektedir.



Şekil 3: CVaR Yakınsama Grafiği (MOPSO)

Bu grafik, MOPSO algoritmasının CVaR minimizasyonu sürecindeki yakınsama karakteristiğini gösterir. Grafiğin başlangıcında, yaklaşık ilk 100 iterasyon boyunca, CVaR değerinde sürekli devam eden hızlı düşüş gözlemlenmektedir. Bu, algoritmanın başlangıçta hızlı bir şekilde daha iyi çözümler bulduğunu göstermektedir. 100-200 iterasyon aralığında CVaR değerlerinin düşüş hızının önemli ölçüde azaldığı görülmektedir. Bu, algoritmanın daha iyi çözümler buldukça araştırma sürecinin yavaşladığını ve ince ayar yapmaya başladığını göstermektedir. İterasyonlar ilerledikçe (200-500 arası) CVaR değerlerinin neredeyse sabit kaldığı görülmektedir. Bu, algoritmanın optimum veya optimuma yakın çözümler bulduğunu ve bu çözümleri koruduğunu göstermektedir. Yaklaşık 500-600 iterasyondan sonra önemli bir iyileşme olmaması, daha az iterasyon sayısı ile de kabul edilebilir sonuçlar elde edilebileceğini göstermektedir.

4.3.2. NSGA-II Algoritması ile Portföy Optimizasyonu

NSGA-II (Baskın Olmayan Sınıflandırmalı Genetik Algoritma II) algoritması, çok amaçlı optimizasyon problemlerinde kullanılmakta olan bir evrimsel algoritmadır. Çalışmanın bu kısmında, NSGA-II algoritması portföy optimizasyonu bağlamında

uygulanmış ve çeşitli popülasyon boyutlarında algoritmanın etkinliği değerlendirilmiştir. Algoritma, risk ve getiri gibi birbiriyle çelişen hedefleri eş zamanlı olarak optimize etmeyi amaçlamaktadır. NSGA-II, genetik operatörler kullanarak potansiyel çözümleri temsil eden kromozomları evrimleştirme prensibine dayanmaktadır. Aynı zamanda, burada risk ve getiri arasında optimal dengeyi sağlamak için pareto cephesi kavramından yararlanılmaktadır. Algoritmanın çalışmasında kullanılan parametreler Tablo 14'te listelenmiştir:

Tablo 14: NSGA-II Algoritmasının Parametreleri

Parametreler	**Kısaltmalar**	**Değerler**
Varlık Sayısı	nAsset	20
CVaR için Güven Düzeyi	alpha	0.95
Popülasyon Boyutu	nPop	50, 100, 150, 200, 250
Maksimum İterasyon Sayısı	MaxIt	1000
Çaprazlama Oranı	crossover_rate	0.9
Mutasyon Oranı	mutation_rate	0.05
Risksiz Faiz Oranı	riskFreeRate	0.0005568
Seçim Operatörü	Turnuva Seçimi	
Mutasyon Yöntemi	Gauss Mutasyonu	

Tablo 14'de gösterilen parametreler, NSGA-II algoritmasının her nesilde nasıl evrim geçireceğini ve optimal çözüme nasıl yaklaşacağını belirlemektedir. MOPSO algoritmasında olduğu gibi, burada da 50, 100, 150, 200 ve 250 olmak üzere beş farklı popülasyon boyutu kullanılmıştır. Farklı popülasyonlar ile Ek 10'da yer alan kodun çalıştırılması sonucu oluşan çıktılara Tablo 15 üzerinde yer verilmiştir.

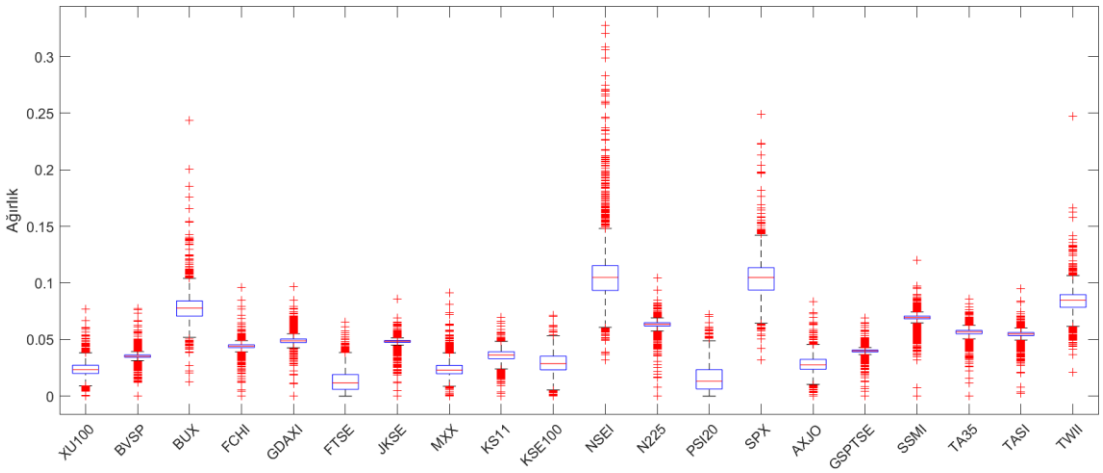
Tablo 15: NSGA-II ile Popülasyonlar Boyunca Elde Edilen Sonuçlar

	Popülasyon Boyutu				
	nPop=50	*nPop=100*	*nPop=150*	*nPop=200*	*nPop=250*
	Varlıkların Ağırlığı				
XU100	0.85%	0.39%	1.03%	2.25%	0.73%
BVSP	2.87%	1.97%	1.58%	2.52%	3.11%
BUX	6.07%	5.58%	13.60%	7.83%	8.04%
FCHI	3.83%	3.56%	3.21%	3.41%	4.30%
GDAXI	3.40%	3.50%	3.81%	3.98%	3.88%
FTSE	1.18%	1.05%	0.79%	1.18%	0.62%

JKSE	3.87%	3.86%	3.23%	3.80%	2.31%
MXX	2.16%	2.86%	1.26%	0.50%	0.64%
KS11	2.59%	2.29%	1.63%	0.00%	2.65%
KSE100	2.46%	2.49%	0.34%	1.84%	0.89%
NSEI	22.79%	14.21%	32.04%	27.22%	27.22%
N225	5.56%	3.88%	4.73%	5.44%	5.64%
PSI20	1.58%	2.00%	0.39%	0.86%	0.59%
SPX	13.41%	31.63%	9.31%	10.02%	12.67%
AXJO	1.97%	2.07%	0.61%	2.09%	1.63%
GSPTSE	3.91%	0.00%	2.97%	3.56%	0.00%
SSMI	5.51%	4.61%	4.56%	5.40%	6.07%
TA35	4.70%	3.69%	3.51%	4.59%	4.96%
TASI	4.48%	4.34%	4.00%	4.16%	4.82%
TWII	6.80%	6.02%	7.39%	9.35%	9.24%
Hesaplama Süresi (saniye)	64.133	207.008	409.0373	689.343	1066.976
VaR	2.82%	2.70%	3.09%	3.04%	3.04%
CVaR	4.37%	4.38%	4.70%	4.51%	4.41%
$E(R_p)$	0.0010816	0.001189	0.001259	0.001157	0.001209
Koşullu Sharpe Oranı	0.012004	0.014435	0.014943	0.013292	0.01478

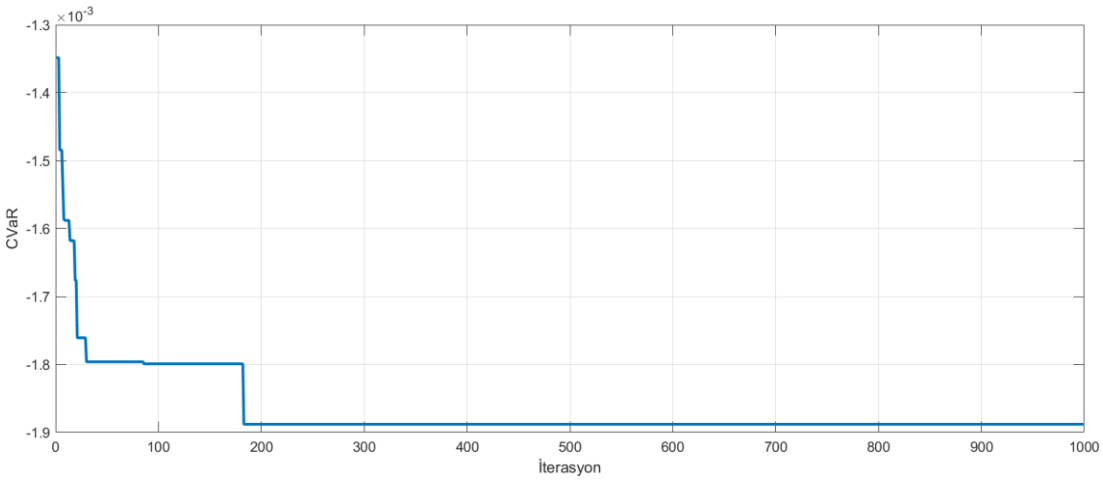
Tablo 15, NSGA-II algoritmasının farklı popülasyon boyutlarında elde ettiği en iyi performans gösteren portföylerin dağılımlarını ve ilgili performans metriklerini göstermektedir. Genel bir değerlendirme yapıldığında, BUX, NSEI, SPX ve TWII endekslerinin, tüm popülasyon boyutlarında portföyün önemli bir bölümünü oluşturdukları gözlemlenmektedir. Ayrıca, SSMI, TA35, TA35 endeksleri de optimal portföylerde kayda değer bir oranda yer almışlardır.

Popülasyon boyutu arttıkça hesaplama süresinin doğrusal olmayan bir şekilde arttığı dikkat çekmektedir. Gerçekleştirilen 5 farklı çalıştırma sonucunda, en yüksek koşullu Sharpe oranına (0.014943) sahip portföy seçeneği, popülasyon büyüklüğünün 150 olduğu durumda elde edilmiştir. Bu portföy, portföyün risk düzeyini temsil 4.70% CVaR değeri ile diğer seçeneklere kıyasla en yüksek riske sahipken, buna karşılık 0.13% (haftalık) beklenen getiri ile diğer portföylerden daha yüksek getiri sunmaktadır.



Şekil 4: NSGA-II Algoritması ile Elde Edilen Pareto Optimal Portföylerdeki Varlık Ağırlıklarının Dağılımı

Şekil 4, NSGA-II algoritması kullanılarak elde edilen pareto optimal portföylerdeki varlık ağırlıklarının dağılımını göstermektedir. Şekildeki kutu grafiklerden görüleceği üzere, bazı varlıklar diğerlerinden daha yüksek medyan ağırlıklara sahip olmaktadır. Örneğin, NSEI ve SPX endeksleri en yüksek medyan ağırlıklarına (sırasıyla 10.49% ve 10.48%) sahip varlıklar olarak öne çıkmaktadır. Bu endeksleri takiben, TWII (medyan ağırlığı 8.47%) ve BUX (medyan ağırlığı 7.78%) endeksleri de optimal portföylerde önemli ağırlıklarda yer almışlardır. FTSE (1.15%), PSI20 (1.32%), MXX (2.30%) ve XU100 (2.34%) endeksleri, pareto optimal portföylerde genellikle en düşük ağırlıklarda yer alan varlıklar olmuşlardır. Birçok varlık için aykırı değerler yoğun bir şekilde gözlemlenmektedir.



Şekil 5: CVaR Yakınsama Grafiği (NSGA-II)

Şekil 5, NSGA-II algoritmasının CVaR minimizasyonu sürecindeki yakınsama karakteristiğini göstermektedir. Grafiğin başlangıcında, yaklaşık ilk 20-30 iterasyon boyunca, CVaR değerinde sürekli ve hızlı bir düşüş gözlemlenmektedir. Bu durum, algoritmanın başlangıçta hızlı bir şekilde daha iyi çözümler bulduğunu göstermektedir. Yaklaşık 200 iterasyona kadar CVaR değerleri düşmeye devam etmesine karşılıki 200 iterasyondan sonra herhangi bir düşüş görülmemektedir. Bu durum, algoritmanın global optimal çözümlere ulaştığını ve daha fazla iyileştirme yapamadığını göstermektedir. Bu da aynı zamanda, optimizasyon sürecinin büyük ölçüde tamamlandığını ve algoritmanın çözüm uzayının optimum noktalarına ulaştığını ifade etmektedir.

4.3.3. SPEA2 Algoritması ile Portföy Optimizasyonu

Çalışmanın bu kısmında, SPEA2 (Kuvvet Pareto Evrimsel Algoritma 2) algoritması portföy optimizasyonuna yönelik uygulanmış ve farklı popülasyon boyutlarında algoritmanın etkinliği değerlendirilmiştir. SPEA2 algoritmasının çalışma parametreleri Tablo 16'daki gibi belirlenmiştir:

Tablo 16: SPEA2 Algoritmasının Parametreleri

Parametreler	**Kısaltmalar**	**Değerler**
Varlık Sayısı	nAsset	20
CVaR için Güven Düzeyi	alpha	0.95
Popülasyon Boyutu	nPop	50, 100, 150, 200, 250
Arşiv Boyutu	nArchive	100
Maksimum İterasyon Sayısı	MaxIt	1000
Çaprazlama Oranı	crossover_rate	0.9
Mutasyon Oranı	mutation_rate	0.05
Risksiz Faiz Oranı	Rf	0.0005568
Seçim Operatörü	Turnuva Seçimi	
Mutasyon Yöntemi	Gauss Mutasyonu	

Bu parametreler, SPEA2 algoritmasının evrimsel sürecini şekillendirmektedir. Özellikle yüksek çaprazlama oranı (0.9) ve düşük mutasyon oranı (0.05), algoritmanın mevcut iyi çözümleri korurken yeni çözümler araştırmasına olanak tanımaktadır.

Turnuva seçimi ve Gauss mutasyonu, çeşitliliği artırarak algoritmanın lokal optimumlara takılma riskini azaltmaktadır.

Tablo 17, SPEA2 algoritmasının farklı popülasyon boyutlarında elde ettiği sonuçları göstermektedir:

Tablo 17: SPEA2 ile Popülasyonlar Boyunca Elde Edilen Sonuçlar

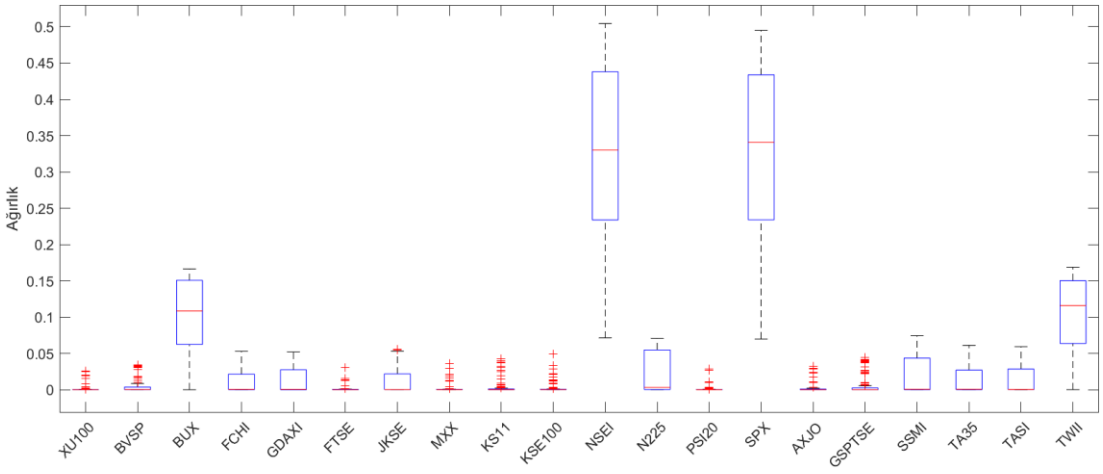
	Popülasyon Boyutu				
	nPop=50	*nPop=100*	*nPop=150*	*nPop=200*	*nPop=250*
	Varlıkların Ağırlığı				
XU100	0.06%	0.02%	0.00%	0.02%	0.01%
BVSP	0.00%	0.02%	0.00%	0.01%	0.01%
BUX	3.27%	0.36%	0.66%	0.00%	0.00%
FCHI	0.00%	0.01%	0.04%	0.03%	0.02%
GDAXI	0.06%	0.02%	0.05%	0.03%	0.00%
FTSE	0.03%	0.02%	0.02%	0.00%	0.00%
JKSE	0.07%	0.01%	0.02%	0.00%	0.04%
MXX	0.04%	0.02%	0.00%	0.00%	0.01%
KS11	0.02%	0.03%	0.02%	0.01%	0.00%
KSE100	0.00%	0.02%	0.04%	0.00%	0.01%
NSEI	40.57%	50.97%	48.65%	49.11%	50.28%
N225	0.06%	0.01%	0.02%	0.01%	0.03%
PSI20	0.02%	0.01%	0.00%	0.00%	0.00%
SPX	45.06%	47.67%	50.40%	49.56%	49.50%
AXJO	0.08%	0.02%	0.00%	0.01%	0.01%
GSPTSE	0.02%	0.00%	0.01%	0.01%	0.01%
SSMI	0.00%	0.00%	0.02%	0.00%	0.01%
TA35	0.06%	0.03%	0.03%	0.02%	0.02%
TASI	0.18%	0.03%	0.03%	0.03%	0.03%
TWII	10.40%	0.70%	0.00%	1.13%	0.01%
Hesaplama Süresi (saniye)	11.945	14.838	21.5278	29.0372	38.9027
VaR	3.38%	3.45%	3.43%	3.44%	3.44%
CVaR	5.02%	5.16%	5.16%	5.15%	5.17%
$E(R_p)$	0.0017691	0.001832	0.001835	0.001834	0.001839
Koşullu Sharpe Oranı	0.02416	0.024699	0.024765	0.024778	0.024792

Bu sonuçlar incelendiğinde, SPEA2 algoritmasının portföy optimizasyonunda oldukça spesifik bir strateji izlediği görülmektedir. Özellikle NSEI ve SPX endekslerinin, tüm popülasyon boyutlarında portföyün neredeyse tamamını oluşturduğu dikkat çekmektedir. Bu iki endeks, toplam portföy ağırlığının yaklaşık 95-99%'unu oluşturmaktadır.

Popülasyon boyutu arttıkça hesaplama süresinin doğrusal bir şekilde arttığı gözlemlenmektedir. En yüksek popülasyon boyutunda (nPop=250) hesaplama süresi yaklaşık 39 saniyeye ulaşmıştır. Bu süre, bir algoritmanın çalışma süresinin uzunluğu açısından makul bir süre olarak kabul edilmetkedir.

Performans metrikleri incelendiğinde, VaR ve CVaR değerlerinin popülasyon boyutu arttıkça hafif bir artış gösterdiği, ancak bu artışın çok belirgin olmadığı görülmektedir. Beklenen getiri ($E(R_p)$) ve Koşullu Sharpe Oranı da popülasyon boyutuyla birlikte artış göstermektedir. En yüksek Koşullu Sharpe Oranı (0.024792), en büyük popülasyon boyutunda (nPop=250) elde edilmiştir.

Şekil 6, SPEA2 algoritması kullanılarak elde edilen pareto optimal portföylerdeki varlık ağırlıklarının dağılımını göstermektedir:

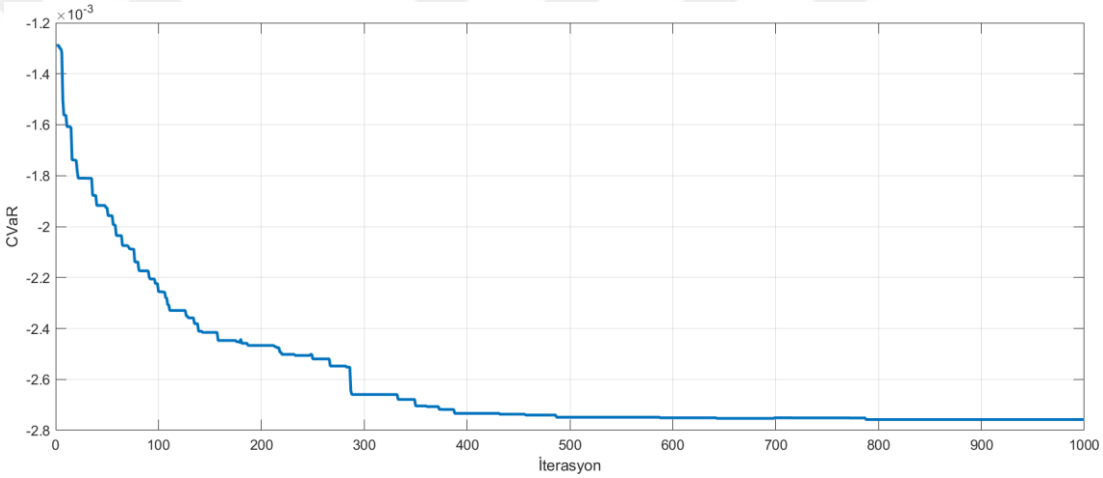


Şekil 6: SPEA2 Algoritması ile Elde Edilen Pareto Optimal Portföylerdeki Varlık Ağırlıklarının Dağılımı

Bu grafik, SPEA2 algoritmasının ağırlıklandırma stratejisini net bir şekilde ortaya koymaktadır. SPX (medyan ağırlığı - 34.07%) ve NSEI (medyan ağırlığı -

33.02%) endekslerinin diğer tüm varlıklardan açık ara daha yüksek ağırlıklara sahip olduğu görülmektedir. Bu iki endeks, optimal portföylerin büyük çoğunluğunu oluşturmaktadır. TWII ve BUX sırasıyla 11.58% ve 10.85% medyan ağırlıklarıyla pareto optimal portföylerde önemli yer edinmişlerdir. Diğer varlıkların ağırlıkları genellikle çok düşük seviyelerde kalmakta, hatta birçok durumda sıfıra yakın değerler almaktadır.

Bu sonuç, SPEA2 algoritmasının risk-getiri optimizasyonunda oldukça agresif bir strateji izlediğini göstermektedir. Algoritma, çeşitlendirme yerine en yüksek getiri potansiyeline sahip olduğunu düşündüğü iki varlığa yoğunlaşmayı tercih etmiştir.



Şekil 7: CVaR Yakınsama Grafiği (SPEA2)

Şekil 7'de yer alan grafik, algoritmanın optimizasyon sürecini net bir şekilde ortaya koymaktadır. Ilk 400 iterasyon boyunca CVaR değerleri, kademeli bir düşüş sergilemektedir. Bu, algoritmanın yenilenen bir şekilde sürekli daha iyi çözümler bulduğunu göstermektedir. 400-800 iterasyon arasında düşüş hızı oldukça azalmakta, ancak iyileşme devam etmektedir. 800. iterasyondan sonra CVaR değeri neredeyse sabitlenmekte, bu da algoritmanın optimum veya optimuma çok yakın bir çözüm bulduğunu göstermektedir.

Sonuç olarak, SPEA2 algoritması portföy optimizasyonu probleminde kendine özgü bir strateji izlemiştir. Algoritma, çeşitlendirme yerine yüksek getiri potansiyeli olan iki varlığa (NSEI ve SPX) yoğunlaşmayı tercih etmiştir. Bu strateji, yüksek getiri sağlamakla birlikte, potansiyel olarak daha yüksek risk içermektedir. SPEA2'nin bu

yaklaşımı, diğer algoritmalarla (örneğin NSGA2 veya MOPSO) karşılaştırıldığında oldukça farklı bir portföy yapısı ortaya çıkarmıştır. Bu sonuçlar, farklı çok amaçlı optimizasyon algoritmalarının aynı problem üzerinde nasıl farklı stratejiler izleyebileceğini göstermesi açısından önemlidir.

4.3.4. Algoritmaların Performansının Karşılaştırılması

Çalışmada, üç farklı çok amaçlı optimizasyon algoritması (MOPSO, NSGA-II ve SPEA2) farklı popülasyon büyüklükleri ile uygulanmış ve her biri için birçok farklı sonuç elde edilmiştir. Bu kısımda elde edilen sonuçlar arasından, risk-getiri etkinliği açısından öne çıkan portföy konfigürasyonları seçilerek karşılaştırmalı bir analiz gerçekleştirilmiştir. Burada, söz konusu algoritmalar ile oluşturulan portföyler hem kendi aralarında hem de referans (benchmark) portföy olarak belirlenen MSCI ACWI endeksinin performansı ile karşılaştırılmıştır. MSCI ACWI endeksi, küresel hisse senedi piyasasının geniş bir temsilini sunan önemli bir finansal göstergedir. Bu endeks, hem gelişmiş hem de gelişmekte olan piyasalardaki büyük ve orta ölçekli şirketlerin hisse senetlerini içermektedir. Küresel yatırım yapılabilir hisse senedi piyasasının yaklaşık 85%'ini kapsayan MSCI ACWI, uluslararası portföy çeşitlendirmesi ve performans değerlendirmesi için yaygın olarak kullanılan bir benchmark görevi görmektedir.

Tablo 18: Portföy Performanslarının Karşılaştırılması

Portföyler	**MOPSO**	**NSGA-II**	**SPEA2**	**MSCI ACWI**
Popülasyon Boyutu	150	150	250	-
Koşullu Sharpe Oranı	0.02277	0.01494	0.02479	0.00997
Maksimum Düşüş Oranı	23.65%	34.99%	33.67%	31.54%
CVaR	4.60%	4.70%	5.17%	5.33%
VaR	3.06%	3.09%	3.44%	3.38%
Beklenen Getiri	0.161%	0.126%	0.184%	0.109%
Yıllıklandırılmış Getiri	8.70%	6.76%	10.02%	5.82%

Tablo 18’de yer alan sonuçlara göre, SPEA2 algoritması ile oluşturulan portföy, 0.02479 Koşullu Sharpe Oranı ile risk-getiri dengesi açısından en iyi performansı göstermiştir, bunu MOPSO (0.02277) ve NSGA-II (0.01494)

algoritmaları ile oluşturulan portföyler takip etmektedir. Tüm algoritmaların, MSCI ACWI endeksinden (0.009971) daha iyi performans gösterdiği görülmektedir. Bu, optimize edilmiş portföylerin risk-getiri dengesinde referans portföyden daha üstün olduğunu göstermektedir.

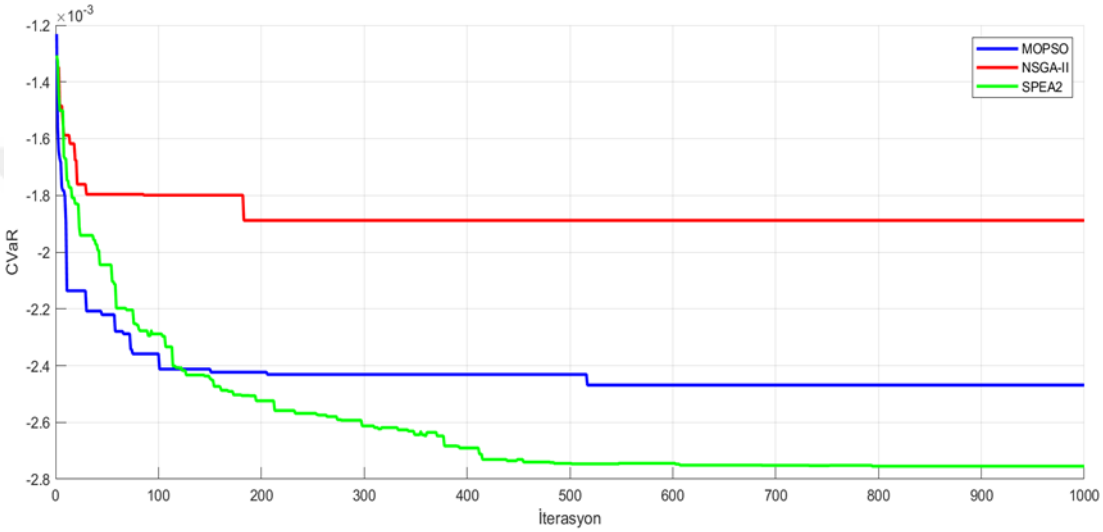
Portföylerin maksimum düşüş oranları karşılaştırıldığında, MOPSO ile elde edilen en iyi portföy 23.65% ile en düşük oranda düşüş sergilemiştir, bu da risk yönetimi açısından en iyi performansı gösterdiğini belirtmektedir. NSGA-II (34.99%) ve SPEA2 (33.67%) ise daha yüksek düşüş oranlarına sahiptirler ve söz konusu karşılaştırma kriteri altında MSCI ACWI'den (31.54%) daha kötü performans göstermişlerdir.

MOPSO, hem CVaR (4.60%) hem de VaR (3.06%) açısından en düşük değerleri elde etmiştir, bu da en iyi kuyruk riski yönetimini sağladığını göstermektedir. NSGA-II ve SPEA2, MSCI ACWI'den daha iyi performans gösterirken, MOPSO'nun gerisinde kalmışlardır.

SPEA2, beklenen getiri (0.184%) ve yıllıklandırılmış getiri (10.02%) açısından en yüksek değerleri elde etmiştir. Bunu MOPSO ve NSGA-II takip etmektedir. Tüm algoritmalar, MSCI ACWI'nin beklenen getiri (0.109%) ve yıllıklandırılmış getiri (5.82%) değerlerinden daha iyi performans göstermiştir.

Hesaplama süresi bakımından sonuçlar (Tablo 13, Tablo 15 ve Tablo 17) karşılaştırıldığında, popülasyon büyüklüğünün artışıyla birlikte her üç algoritmanın da çalışma süresinin arttığı gözlemlenmektedir. Ancak, bu artış oranı ve genel performans açısından algoritmalar arasında belirgin farklılıklar mevcuttur. NSGA-II algoritması, diğer iki algoritmaya kıyasla önemli ölçüde daha uzun çalışma süreleri sergilemektedir. En düşük popülasyon büyüklüğünde (nPop=50) bile NSGA-II'nin çalışma süresi, diğer algoritmaların en yüksek popülasyon büyüklüğündeki (nPop=250) çalışma sürelerini aşmaktadır. NSGA-II'nin çalışma süresi, popülasyon büyüklüğü arttıkça üstel bir artış göstermektedir. MOPSO ve SPEA2 algoritmaları ise birbirine daha yakın performans sergilemektedir. Bu iki algoritma arasında, SPEA2 genel olarak daha kısa çalışma süreleri göstermektedir. Özellikle düşük popülasyon

büyüklüklerinde SPEA2, MOPSO'ya göre daha hızlı çalışmaktadır. Ancak popülasyon büyüklüğü arttıkça, iki algoritma arasındaki fark azalmaktadır. Popülasyon büyüklüğünün artışıyla birlikte çalışma sürelerindeki artış oranı, NSGA-II için en yüksek, SPEA2 için en düşük olarak gözlemlenmektedir. MOPSO ise bu iki algoritma arasında bir artış oranı sergilemektedir. Bu sonuçlar ışığında, hesaplama süresi kritik bir faktör olduğunda SPEA2 veya MOPSO algoritmaları tercih edilebilmektedir.



Şekil 8: Algoritmaların Yakınsama Grafikleri

Şekil 8'de yer alan grafik, MOPSO, NSGA-II ve SPEA2 algoritmalarının CVaR performanslarını iterasyon sayısına göre karşılaştırmaktadır. MOPSO (mavi çizgi) en hızlı yakınsama gösteren algoritma olarak öne çıkmaktadır. İlk 100 iterasyon içinde hızlı bir düşüş göstererek optimal değere en erken ulaşan algoritma olmuştur. NSGA-II (kırmızı çizgi) en yavaş yakınsama gösteren algoritmadır. Grafikte görülen basamaklı yapı, algoritmanın daha seyrek ancak büyük iyileştirmeler yaptığını göstermektedir. SPEA2 (yeşil çizgi) başlangıçta hızlı bir düşüş gösterse de, sonrasında daha kademeli bir iyileşme sergilemektedir.

İterasyon sayısı arttıkça, SPEA2 en düşük CVaR değerine ulaşarak en iyi performansı göstermektedir. Bu, SPEA2'nin uzun vadede en optimal çözümü bulma potansiyeline sahip olduğunu gösterir. MOPSO, hızlı yakınsamasına rağmen, SPEA2'den daha yüksek bir CVaR değerinde sabitlenmiştir. Bu, algoritmanın erken yakınsama eğiliminde olabileceğini, ancak global optimuma ulaşmada zorlanabileceğini gösterir. NSGA-II, en yüksek CVaR değerinde sabitlenmiştir, bu da

verilen iterasyon sayısı içinde diğer algoritmalara göre daha az optimal sonuçlar ürettiğini gösterir.

Şekil 8'de görülen yavaş yakınsama ve daha yüksek CVaR değeri, NSGA-II'nin bu problem için hesaplama maliyeti açısından verimli olmadığını göstermektedir. MOPSO'nun hızlı yakınsaması ve makul CVaR değeri, bu algoritmanın hız ve performans arasında iyi bir denge kurduğunu gösterir. SPEA2, başlangıçta hızlı iyileşme ve uzun vadede en iyi performansı göstererek, hesaplama süresi ve çözüm kalitesi arasında optimal bir denge sağlamaktadır. Sonuç olarak, bu portföy optimizasyonu problemi için SPEA2 algoritması, uzun vadeli performans ve sürekli iyileşme açısından en iyi sonuçları göstermektedir. MOPSO, hızlı yakınsama gerektiren senaryolar için iyi bir alternatif olabilir. NSGA-II ise oluşturulan bu problem için diğer iki algoritmaya göre daha az etkili görünmektedir.

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çalışması, uluslararası portföy çeşitlendirmesi bağlamında çok amaçlı optimizasyon algoritmalarının etkinliğini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırma sonuçları, metasezgisel algoritmaların uluslararası portföy çeşitlendirmesi alanında etkili çözümler sunabildiğini göstermiştir. Özellikle MOPSO, NSGA-II ve SPEA2 algoritmalarının her birinin, farklı risk-getiri profillerine sahip yatırımcılar için uygun portföyler oluşturma potansiyeline sahip olduğu gözlemlenmiştir.

Çalışmanın ilk aşamasında gerçekleştirilen eşbütünleşme analizleri, BIST 100 endeksi ile bazı uluslararası piyasa endeksleri arasında uzun dönemli ilişkilerin varlığını ortaya koymuştur. Bu bulgu, etkin uluslararası çeşitlendirme için kritik öneme sahiptir. Zira eşbütünleşik piyasalar, uzun vadede benzer trendler sergileyeceğinden, çeşitlendirme faydalarını sınırlayabilmektedir. Bu nedenle, portföy oluşturma sürecinde BIST 100 ile eşbütünleşik olmayan piyasaların tercih edilmesi, risk yönetimi açısından daha avantajlı bir strateji olarak öne çıkmaktadır. Bu yaklaşım, özellikle Türkiye gibi gelişmekte olan piyasalarda yatırım yapan fon yöneticileri için değerli içgörüler sunmaktadır.

Portföy optimizasyonu aşamasında kullanılan üç farklı algoritmanın (SPEA2, MOPSO ve NSGA-II) performansları, her birinin kendine özgü avantajlarını ortaya koymuştur. SPEA2 algoritması, en yüksek risk-ayarlı getiri performansını sağlarken, MOPSO algoritması en iyi risk yönetimi performansını göstermiştir. Bu sonuçlar, yatırımcıların ve portföy yöneticilerinin risk-getiri tercihlerine bağlı olarak farklı algoritmik yaklaşımları değerlendirebileceklerini göstermektedir. Örneğin, riskten kaçınan bir yatırımcı için MOPSO algoritması daha uygun olabilirken, daha agresif getiri hedefleyen bir yatırımcı SPEA2 algoritmasını tercih edebilir.

Dikkat çekici bir diğer bulgu, tüm algoritmalarla oluşturulan portföylerin MSCI ACWI endeksinden daha iyi performans sergilemesidir. Bu sonuç, aktif portföy yönetiminin ve algoritmik yaklaşımların potansiyel değerini vurgulamakta ve pasif yatırım stratejilerine karşı bir alternatif sunmaktadır. Ancak, bu bulgunun

genelleştirilmesi konusunda dikkatli olunmalıdır. Zira farklı piyasa koşullarında ve zaman dilimlerinde sonuçlar değişkenlik gösterebilir.

Algoritmaların ürettiği optimal portföylerde, özellikle NSEI (Hindistan) ve SPX (ABD) endekslerinin ağırlıklarının öne çıkması, ilginç bir bulgudur. Bu durum, söz konusu piyasaların incelenen dönemde sunduğu risk-getiri profilinin avantajlı olduğunu göstermektedir. Ancak, bu sonucun dinamik piyasa koşullarında sürekli olarak geçerli olmayabileceği unutulmamalıdır. Bu nedenle, portföy kompozisyonunun düzenli olarak gözden geçirilmesi ve gerektiğinde yeniden dengelenmesi önem taşımaktadır.

Bu çalışmanın literatüre önemli katkılarından biri, eşbütünleşme analizinin portföy oluşturma sürecine entegre edilmesidir. Bu yaklaşım, uzun vadeli yatırım stratejileri için değerli içgörüler sağlamakta ve geleneksel korelasyon analizlerinin ötesine geçmektedir. Gelecekteki araştırmalar, bu entegrasyonu daha da ileriye taşıyarak, örneğin rejim değişim modelleri ile birleştirerek, piyasalar arası dinamik ilişkileri daha kapsamlı bir şekilde modelleyebilir.

Çalışmanın sonuçları ışığında, gelecekteki araştırmalar için çeşitli öneriler sunulabilir. İlk olarak, dinamik portföy optimizasyonu modelleri üzerine odaklanılması, zaman içinde değişen piyasa koşullarını daha iyi yansıtabilir. Bu bağlamda, makine öğrenimi ve yapay zeka tekniklerinin kullanımı, özellikle büyük veri setlerinin işlenmesi ve karmaşık piyasa dinamiklerinin modellenmesi açısından umut verici bir alan olarak görülmektedir. Ayrıca, alternatif risk ölçütlerinin (örneğin, Omega oranı veya Sortino oranı) kullanılması, risk yönetimi perspektifini genişletebilir. Özellikle, asimetrik risk ölçütleri, yatırımcıların risk algısını daha iyi yansıtabilir ve daha gerçekçi portföy optimizasyon sonuçları elde edilmesini sağlayabilir.

Portföy optimizasyon sürecine makroekonomik faktörlerin dahil edilmesi, bir diğer önemli araştırma alanı olarak öne çıkmaktadır. Örneğin, faiz oranları, enflasyon beklentileri veya jeopolitik risk endeksleri gibi faktörlerin modele entegre edilmesi, daha kapsamlı ve gerçekçi uluslararası portföy stratejileri geliştirilmesine olanak tanıyabilir.

Sonuç olarak, bu çalışma uluslararası portföy çeşitlendirmesi ve algoritmik portföy optimizasyonu alanlarına katkıda bulunurken, gelecekteki araştırmalar için de yeni perspektifler sunmaktadır. Finansal piyasaların dinamik yapısı ve teknolojik gelişmeler göz önüne alındığında, bu alandaki araştırmaların sürekli olarak güncellenmesi ve genişletilmesi büyük önem taşımaktadır. Yatırımcılar ve portföy yöneticileri, bu tür akademik çalışmaların sonuçlarını kendi stratejilerine entegre ederken, aynı zamanda piyasa koşullarını ve kendi risk-getiri tercihlerini de göz önünde bulundurmalıdırlar. Nihayetinde, başarılı bir portföy yönetimi stratejisi, çok yönlü analitik yöntemler ile pratik piyasa tecrübesinin optimal bir kombinasyonunu gerektirmektedir.

KAYNAKÇA

Abdel-Basset, M., Abdel-Fatah, L. ve Sangaiah, A. K.: "Metaheuristic algorithms: A comprehensive review." **Computational intelligence for multimedia big data on the cloud with engineering applications,** 2018, ss. 185-231.

Acerbi, C. ve Tasche, D.: "On the coherence of expected shortfall." **Journal of Banking and Finance,** Cilt:26, Sayı:7, 2001, ss. 1487-1503.

Anagnostopoulos, K. P. ve Mamanis, G.: "Multiobjective evolutionary algorithms for complex portfolio optimization problems." **Computational Management Science,** Cilt:8, 2011, ss. 259-279.

Anuar, N. I. ve Fauadi, M. H. F. M.: "A study on Multi-Objective Particle Swarm Optimization in solving job-shop scheduling problems." **International Journal of Computer Information Systems and Industrial Management Applications,** Cilt:13, ss. 51-61.

Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J. M. ve Heath, D.: "Coherent measures of risk." **Mathematical Finance,** Cilt:9, Sayı:3, 1999, ss. 203-228.

Awad, M., Abouhawwash, M.ve Agiza, H. N.: "On NSGA-II and NSGA-III in portfolio management." **Intelligent Automation & Soft Computing,** Cilt:32, Sayı:3, 2022, ss. 1893-1904.

Babaei, S., Sepehri, M. M. ve Babaei, E.: "Multi-objective portfolio optimization considering the dependence structure of asset returns." **European Journal of Operational Research,** Cilt:244, Sayı:2, 2015, ss. 525-539.

Bäck, T. (Ed.).: **Evolutionary computation 1: Basic algorithms and operators,** CRC press, 2018.

Bacon, C. R.: **Practical Portfolio Performance Measurement and Attribution,** 2. Baskı, John Wiley & Sons, 2008.

Ballotta, L. ve Fusai, G.: "A gentle introduction to value at risk." **SSRN 2942138,** 2017.

Baumol, W. J.: "An expected gain-confidence limit criterion for portfolio selection." **Management Science,** Cilt:10, Sayı:1, 1963, ss. 174-182.

Belanes, A., Saâdaoui, F. ve Abedin, M. Z.:	"Potential diversification benefits: A comparative study of Islamic and conventional stock market indexes." **Research in International Business and Finance,** Cilt:67, 2024, ss. 1-12.
Benli, Y. K.:	"Türkiye borsasının gelişmekte olan ülkeler borsaları ile eşbütünleşme analizi." **Journal of Management and Economics Research,** Cilt:12, Sayı:23, 2014, ss. 18-32.
Black, F. ve Litterman, R.:	"Global Portfolio Optimization." **Financial Analysts Journal,** Cilt:48, Sayı:5, 1992, ss. 28-43.
Campbell, J. Y., Lettau, M., Malkiel, B. G. ve Xu, Y.:	"Have individual stocks become more volatile? An empirical exploration of idiosyncratic risk." **The Journal of Finance,** Cilt:56, Sayı:1, 2001, ss. 1-43.
Campbell, R. A., Huisman, R., ve Koedijk, K. C.:	"Optimal portfolio selection in a value-at-risk framework." **Journal of Banking and Finance,** Cilt:25, Sayı:9, 2001, ss. 1789-1804.
Chen, Y., Zhao, X.ve Yuan, J.:	"Swarm intelligence algorithms for portfolio optimization problems: Overview and recent advances." **Hindawi Mobile Information Systems,** 2022, ss. 1-16.
Chinglemba, T., Biswas, S., Malakar, D., Meena, V., Sarkar, D., ve Biswas, A.:	"Introductory review of swarm intelligence techniques." **Advances in Swarm Intelligence: Variations and Adaptations for Optimization Problems,** 2022, ss. 15-35.
Cochrane, J. H.:	**Time Series for Macroeconomics and Finance,** Chicago University, 1997
Coello, C. C. ve Lechuga, M. S.:	"MOPSO: A proposal for Multiple Objective Particle Swarm Optimization." **IEEE Congress on Evolutionary Computation,** Cilt:2, 2002, ss. 1051-1056.
Çelik, İ. ve Kahyaoğlu, S. B.:	**Finansal Zaman Serisi Analizleri,** 2. Baskı, Ankara, Gazi Kitabevi, 2021.
Çıtak, L. ve Gözbaşı, O.:	"İMKB ile bazı önde gelen gelişmiş ve gelişmekte olan ülke borsaları arasındaki bütünleşmenin temel endeks ve ana sektör endeksleri temelinde analizi." **Dokuz Eylül Üniversitesi İktisadi İdari Bilimler Fakültesi Dergisi,** Cilt:22, Sayı:2, 2007, ss. 249-271.
Çil, Nilgün:	**Finansal Ekonometri,** 3. Baskı, İstanbul, Der Yayınları, 2018.

Dallagnol, V. A. F., van den Berg, J. ve Mous, L.: "Portfolio management using value at risk: A comparison between genetic algorithms and particle swarm optimization." **International Journal of Intelligent Systems,** Cilt:24, Sayı:7, 2009, ss. 766-792.

Dağli, H., Sivri, U. ve Bank, S.: "International portfolio diversification opportunities between Turkey and other emerging markets." **International Journal of Trade and Global Markets,** Cilt:5, Sayı:1, 2012, ss. 4-23.

Datta, R. ve Deb, K.: "A classical-cum-evolutionary multi objective optimization for optimal machining parameters." **World Congress on Nature & Biologically Inspired Computing,** 2009, ss. 607-612.

Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S. ve Meyarivan, T. A. M. T.: "A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II." **IEEE transactions on evolutionary computation,** Cilt:6, Sayı:2, 2002, ss. 182-197.

Dickey, D. A. ve Fuller, W. A.: "Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root." **Journal of the American Statistical Association,** Cilt:74, Sayı:366a, 1979, ss. 427-431.

Dorigo, M.: **Optimization, Learning and Natural Algorithms,** Doctoral dissertation, Politecnico di Milano, 1992.

Dunis, C. L. ve Shannon, G.: "Emerging markets of South-East and Central Asia: Do they still offer a diversification benefit?." **Journal of Asset Management,** Cilt:6, 2005, ss. 168-190.

Eberhart, R. ve Kennedy, J.: "A new optimizer using particle swarm theory." **Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science,** IEEE, 1995, ss. 39-43.

Engle, R. F. ve Granger, C. W.: "Co-integration and error correction: representation, estimation, and testing." **Econometrica: Journal of the Econometric Society,** 1987, ss. 251-276.

Farmer, J. D., Packard, N. H. ve Perelson, A. S.: "The immune system, adaptation, and machine learning." **Physica D: Nonlinear Phenomena,** Cilt:22, Sayı:1-3, 1986, ss. 187-204.

Fonseca, C. M. ve Fleming, P. J.: "Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation, discussion and generalization." **Fifth**

International Conference on Genetic Algorithms (ICGA), 1993, ss. 416-423.

Frost, P. A. ve Savarino, J. E.: "An empirical Bayes approach to efficient portfolio selection." **Journal of Financial and Quantitative Analysis,** Cilt:21, Sayı:3, 1986, ss. 293-305.

Geem, Z. W., Kim, J. H. ve Loganathan, G. V.: "A new heuristic optimization algorithm: harmony search." **Simulation,** Cilt:76, Sayı:2, 2001, ss. 60-68.

Gilmore, C. G. ve McManus, G. M.: "International portfolio diversification: US and Central European equity markets." **Emerging Markets Review,** Cilt:3, Sayı:1, 2002, ss. 69-83.

Goetzmann, W. N., Li, L. ve Rouwenhorst, K. G.: "Long-term global market correlations." **National Bureau of Economic Research,** 2001.

Gönüllü, O.: "Borsa İstanbul ile Asya Pasifik sermaye piyasaları arasındaki eşbütünleşme analizi: Panel ARDL modeli." **Turkish Studies-Social Sciences,** Cilt:15, Sayı:2, 2020, ss. 221-238.

Granger, C. W.: "Some properties of time series data and their use in econometric model specification." **Journal of econometrics,** Cilt:16, Sayı:1, 1981, ss. 121-130.

Guidi, F. ve Ugur, M.: "An analysis of South-Eastern European stock markets: Evidence on cointegration and portfolio diversification benefits." **Journal of International Financial Markets, Institutions and Money,** Cilt:30, 2014, ss. 119-136.

Gunjan, A. ve Bhattacharyya, S.: "A brief review of portfolio optimization techniques." **Artificial Intelligence Review,** Cilt:56, Sayı:5, 2023, ss. 3847-3886.

Gündoğdu, A. (Ed.).: **Finansın Temel Teorileri,** İstanbul, Beta Yayım, 2018.

Güneş, H.: "Borsa endeksleri arasında uzun dönemli ilişkinin tespiti." **Uluslararası Bankacılık Ekonomi ve Yönetim Araştırmaları Dergisi,** Cilt:7, Sayı:1, 2024, ss. 1-18.

Holland, J. H.: "Adaptation in natural and artificial systems." **University of Michigan Press,** 1975.

Hussain, K., Salleh, M. N. M., Cheng, S. ve Shi, Y.: "On the exploration and exploitation in popular swarm-based metaheuristic algorithms." **Neural Computing and Applications,** Cilt:31, Sayı:11, 2019, ss. 7665-7683.

Ikhlef, M. ve Aïder, M.: "Multiobjective evolutionary metaheuristic approach to the constrained portfolio optimization problem." **Pesquisa Operacional,** Cilt:43, 2023, ss. 1-23.

Jevne, H. K., Haddow, P. C. ve Gaivoronski, A. A.: "Evolving constrained mean-VaR efficient frontiers." **IEEE Congress on Evolutionary Computation,** 2012, ss. 1-8.

Johansen, S. ve Juselius, K.: "Maximum likelihood estimation and inference on cointegration with appucations to the demand for money." **Oxford Bulletin of Economics and Statistics,** Cilt:52, Sayı:2, 1990, ss. 169-210.

Karaboga, D.: "An idea based on honey bee swarm for numerical optimization." **Technical Report**, Erciyes university, engineering faculty, computer engineering department, Cilt:200, 2005, ss. 1-10.

Kasibhatla, K. M., Stewart, D., Sen, S. ve Malindretos, J.: "Are daily stock price indices in the major European equity markets cointegrated? Tests and evidence." **The American Economist,** Cilt:50, Sayı:2, 2006, ss. 47-57.

Kaucic, M.: "Equity portfolio management with cardinality constraints and risk parity control using multi-objective particle swarm optimization." **Computers & Operations Research,** Cilt:109, 2019, ss. 300-316.

Kaucic, M., Moradi, M. ve Mirzazadeh, M.: "Portfolio optimization by improved NSGA-II and SPEA 2 based on different risk measures." **Financial Innovation,** Cilt:5, 2019, ss. 1-28.

Kennedy, J. ve Eberhart, R.: "Particle swarm optimization." **International Conference on Neural Networks, IEEE,** Cilt:4, 1995, ss. 1942-1948.

Knowles, J. ve Corne, D.: "The pareto archived evolution strategy: A new baseline algorithm for pareto multiobjective optimisation." **Congress on Evolutionary Computation (CEC99),** IEEE, 1999, ss. 98-105.

Kolm, P. N., Tütüncü, R. ve Fabozzi, F. J.: "60 years of portfolio optimization: Practical challenges and current trends." **European Journal of Operational Research,** Cilt:234, Sayı:2, 2014, ss. 356-371.

Konno, H. ve Yamazaki, H.: "Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo stock market." **Management Science,** Cilt:37, Sayı:5, 1991, ss. 519-531.

Korkmaz, T., Zaman, S. ve Çevik, E. İ.: "Türkiye'nin Avrupa Birliği ve yüksek dış ticaret hacmine sahip ülke borsaları ile entegrasyon ilişkisi." **Uluslararası Yönetim İktisat ve İşletme Dergisi,** Cilt:4, Sayı:8, 2008, ss. 19-44.

Kou, G., Chao, X., Peng, Y., Alsaadi, F. E. ve Herrera V., E.: "Machine learning methods for systemic risk analysis in financial sectors." **Technological and Economic Development of Economy,** Cilt:25, Sayı:5, 2019, ss. 716-742.

Laumanns, M., Zitzler, E. ve Thiele, L.: "On the effects of archiving, elitism, and density based selection in evolutionary multi-objective optimization." **International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization,** Springer, 2001, ss. 181-196.

Li, X.: **A new intelligent optimization method - Artificial fish swarm algorithm,** Doctoral dissertation, Zhejiang University, 2002.

Li, D. ve Ng, W. L. "Optimal dynamic portfolio selection: Multiperiod mean variance formulation." **Mathematical Finance,** Cilt:10, Sayı:3, 2000, ss. 387-406.

Li, H. ve Zhang, Q.: "Multiobjective optimization problems with complicated Pareto sets, MOEA/D and NSGA-II." **IEEE Transactions on Evolutionary Computation,** Cilt:13, Sayı:2, 2008, ss. 284-302.

Liang, J. J., Yue, C. T. ve Qu, B. Y.: "Multimodal multi-objective optimization: A preliminary study." **IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC),** 2016, ss. 2454-2461.

Lindquist, W. B., Rachev, S. T., Hu, Y., ve Shirvani, A.: **Advanced REIT Portfolio Optimization,** Dynamic Modeling and Econometrics in Economics and Finance, eBook, Cilt:30, Springer, 2022.

Lintner, J.: "The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets." **The Review of Economics and Statistics,** Cilt:47, Sayı:1, 1965, ss. 13-37.

Loukeris, N., Donelly, D., Khuman, A. ve Peng, Y.: "A numerical evaluation of meta-heuristic techniques in portfolio optimisation." **Operational Research,** Cilt:9, 2009, ss. 81-103.

MacKinnon, J. G.: "Numerical distribution functions for unit root and cointegration tests." **Journal of Applied Econometrics,** Cilt:11, Sayı:6, 1996, ss. 601-618.

Magdon-Ismail, M. ve Atiya, A. F.: "Maximum Drawdown." **Risk Magazine,** Cilt:17, Sayı:10, 2004, ss. 99-102.

Mandal, P. K.: "A review of classical methods and Nature-Inspired Algorithms (NIAs) for optimization problems." **Results in Control and Optimization,** Cilt:13, 2023, ss. 1-21.

Markowitz, H. M.: "Portfolio Selection." **The Journal of Finance,** Cilt:7, Sayı:1, 1952, ss. 77-91.

Markowitz, H. M.: "Foundations of Portfolio Theory." **The Journal of Finance,** Cilt:46, Sayı:1, 1991, ss. 469-477.

Meghwani, S. S. ve Thakur, M.: "Multi-objective heuristic algorithms for practical portfolio optimization and rebalancing with transaction cost." **Applied Soft Computing,** Cilt:67, 2018, ss. 865-894.

Merton, R. C.: "An analytic derivation of the efficient portfolio frontier." **Journal of Financial and Quantitative Analysis,** Cilt:7, Sayı:4, 1972, ss. 1851-1872.

Mirjalili, S., Saremi, S., Mirjalili, S. M. ve Coelho, L. D. S.: "Multi-objective grey wolf optimizer: a novel algorithm for multi-criterion optimization." **Expert Systems with Applications,** Cilt:47, 2016, ss. 106-119.

Mirjalili, S., Kalayci, C. B., ve Biswas, A.: "A brief tutorial on optimization problems, optimization algorithms, meta-heuristics, and swarm intelligence." **Advances in Swarm Intelligence: Variations and Adaptations for Optimization Problems,** Springer, 2022, ss. 3-14.

Mishra, S. K., Panda, G. ve Majhi, R.: "A comparative performance assessment of a set of multiobjective algorithms for constrained portfolio assets selection." **Swarm and Evolutionary Computation,** Cilt:16, 2014, ss. 38-51.

Mishra, S. K., Panda, G. ve Meher, S.: "Multi-objective particle swarm optimization approach to portfolio optimization." **World Congress on Nature &**

Biologically Inspired Computing, IEEE, 2009, ss. 1612-1615.

Mossin, J.: "Equilibrium in a capital asset market." **Econometrica: Journal of the Econometric Society,** Cilt:34, Sayı:4, 1966, ss. 768-783.

Natarajan, K., Pachamanova, D. ve Sim, M.: "Constructing risk measures from uncertainty sets." **Operations Research,** Cilt:57, Sayı:5, 2009, ss. 1129-1141.

Padhye, N., Branke, J. ve Mostaghim, S.: "Empirical comparison of mopso methods-guide selection and diversity preservation." **IEEE Congress on Evolutionary Computation,** 2009, ss. 2516-2523.

Pai, G. V.: **Metaheuristics for portfolio optimization: an introduction using MATLAB,** Cilt:11, John Wiley & Sons, 2018.

Pesaran, M. H., Shin, Y. ve Smith, R. J.: "Bounds testing approaches to the analysis of level relationships." **Journal of Applied Econometrics,** Cilt:16, Sayı:3, 2001, ss. 289-326.

Phillips, P. C.: "Understanding spurious regressions in econometrics." **Journal of Econometrics,** Cilt:33, Sayı:3, 1986, ss. 311-340.

Rajabi, M. ve Khaloozadeh, H.: "Investigation and comparison of the performance of multi-objective evolutionary algorithms based on decomposition and dominance in portfolio optimization." **Electrical Engineering (ICEE), Iranian Conference on** 2018, ss. 923-929.

Raquel, C. R. ve Naval, P. C.: "An effective use of crowding distance in multiobjective particle swarm optimization." **7th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation**, 2005, ss. 257–264.

Reily, F. K., Brown, K. C. ve Leeds, S. J.: **Investment Analysis and Portfolio Management,** 11. Baskı, Boston, Cengage Learning, 2018.

Reyes-Sierra, M. ve Coello, C. C.: "Multi-objective particle swarm optimizers: a survey of the state-of-the-art." **International Journal of Computational Intelligence Research,** Cilt:2, Sayı:3, 2006, ss. 287-308.

RiskMetrics **Riskmetrics-Technical Document,** 1996.

Rockafellar, R. T. ve Uryasev, S.: "Optimization of conditional value-at risk." **Journal of Risk,** Cilt:2, 2000, ss. 21-41.

Rom, B. M. ve Ferguson, K. W.: "Post-Modern Portfolio Theory Comes of Age." **Journal of Investing,** Cilt:3, Sayı:3, 1994, ss. 11-17.

Roy, A. D.: "Safety first and the holding of assets." **Econometrica: Journal of the Econometric Society,** 1952, ss. 431-449.

Samırkaş, M. C. ve Düzakın, H.: "İstanbul Menkul Kıymetler Borsasının Avrasya Borsaları ile Entegrasyonu." **Akademik Bakış Dergisi,** Cilt:35, Sayı:2, 2013, ss. 1-19.

Sarıkovanlık, V., Koy, A., Akkaya, M., Yıldırım, H. H. ve Kantar, L.: **Finans Biliminde Ekonometri Uygulamaları,** Ankara, Seçkin Yayıncılık, 2019.

Shabri Abd. Majid, M., Kameel Mydin Meera, A., Azmi Omar, M. ve Abdul Aziz, H.: "Dynamic linkages among ASEAN-5 emerging stock markets." **International Journal of Emerging Markets,** Cilt:4, Sayı:2, 2009, ss. 160-184.

Shah, H. ve Pant, M.: "An experimental metaheuristic approach for portfolio optimization problem with cardinality constraint." **AIP Conference Proceedings,** Cilt:2576, Sayı:1, 2022.

Sharpe, W. F.: "Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk." **The Journal of Finance,** Cilt:19, Sayı:3, 1964, ss. 425-442.

Sharpe, W. F.: "Mutual fund performance." **The Journal of Business,** Cilt:39, Sayı:1, 1966, ss. 119-138.

Shoaf, J. ve Foster, J. A.: "The efficient set GA for stock portfolios." **Conference on Evolutionary Computation Proceedings. IEEE World Congress on Computational Intelligence,** 1998, ss. 354-359.

Skolpadungket, P., Dahal, K. ve Harnpornchai, N.: "Portfolio optimization using multi-objective genetic algorithms." **IEEE Congress on Evolutionary Computation,** 2007, ss. 516-523.

Sortino, F. A. ve Price, L. N.: "Performance measurement in a downside risk framework." **The Journal of Investing,** Cilt:3, Sayı:3, 1994, ss. 59-64.

Srinivas, N. ve Deb, K.: "Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms." **Evolutionary Computation,** Cilt:2, Sayı:3, 1994, ss. 221-248.

Stewart, S. D., Piros, C. D. ve Heisler, J. C.: **Portfolio Management: Theory and Practice,** 2. Baskı, New Jersey, John Wiley & Sons, 2019.

Storn, R. ve Price, K.: "Differential evolution - a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces." **International computer science institute,** 1995.

Streichert, F., Ulmer, H. ve Zell, A.: "Comparing discrete and continuous genotypes on the constrained portfolio selection problem." **Genetic and Evolutionary Computation Conference,** 2004, ss. 1239-1250.

Subhani, M. I., Hasan, S. A., Mehar, D. A. ve Osman, M. A.: "Are the major South Asian equity markets co-integrated?." **International Journal of Humanities and Social Science,** Cilt:1, Sayı:12, 2011, ss. 117-121.

Syriopoulos, T.: "International portfolio diversification to Central European stock markets." **Applied Financial Economics,** Cilt:14, Sayı:17, , 2004, ss. 1253-1268.

Tarı, R.: **Ekonometri,** Kocaeli, Umuttepe Yayınları, 2018.

Tomar, V., Bansal, M. ve Singh, P.: "Metaheuristic algorithms for optimization: A brief review." **Engineering Proceedings,** Cilt:59, Sayı:1, 2024, ss. 1-16.

Ulusoy, M. K.: "Borsa İstanbul'un küresel piyasalarla entegrasyonu." **Third Sector Social Economic Review,** Cilt:54, Sayı:4, 2019, ss. 1643-1653.

Uryasev, S.: "Conditional value-at-risk: optimization algorithms and applications." **Conference on Computational Intelligence for Financial Engineering (CIFEr),** 2000, ss. 49-57.

Vuran, B.: "IMKB 100 endeksinin uluslararası hisse senedi endeksleri ile ilişkisinin eşbütünleşim analizi ile belirlenmesi." **İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi,** Cilt:39, Sayı:1, 2010, ss. 154-168.

Woodside-Oriakhi, M., Lucas, C. ve Beasley, J. E.: "Heuristic algorithms for the cardinality constrained efficient frontier." **European Journal of Operational Research,** Cilt:213, Sayı:3, 2011, ss. 538-550.

Yang, Y., Liao, Q., Wang, J. ve Wang, Y.: "Application of multi-objective particle swarm optimization based on short-term memory and K-means clustering in multi-modal multi-objective optimization." **Engineering Applications of Artificial Intelligence,** Cilt:112, 2022, ss. 1-17.

Yağlı, İ.: "Uluslararası portföy çeşitlendirmesi kapsamında ABD ile BRICS ve Türkiye hisse senedi piyasaları arasındaki eş bütünleşme ilişkisinin analizi." **Ekonomi, Politika ve Finans Araştırmaları Dergisi,** Cilt:1, Sayı:1-2, 2016, ss. 13-22.

Yang, X.: "Nature-inspired optimization algorithms: Challenges and open problems." **Journal of Computational Science,** Cilt:46, 2020, ss. 1-8.

Young, T. W.: "Calmar ratio: A smoother tool." **Futures,** Cilt:20, Sayı:1, 1991.

Yusoff, Y., Ngadiman, M. S. ve Zain, A. M.: "Overview of NSGA-II for optimizing machining process parameters." **Procedia Engineering,** Cilt:15, 2011, ss. 3978-3983.

Zhang, Q. ve Li, H.: "MOEA/D: A Multiobjective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition." **IEEE Transactions on Evolutionary Computation,** Cilt:11, Sayı:6, 2007, ss. 712-731.

Zhang, H., Zhao, Y., Wang, F., Zhang, A., Yang, P. ve Shen, X.: "A new evolutionary algorithm based on MOEA/D for portfolio optimization." **Tenth International Conference on Advanced Computational Intelligence (ICACI),** 2018, ss. 831-836.

Zhu, H., Wang, Y., Wang, K. ve Chen, Y.: "Particle Swarm Optimization (PSO) for the constrained portfolio optimization problem." **Expert Systems With Applications,** Cilt:38, Sayı:8, 2011, ss. 10161-10169.

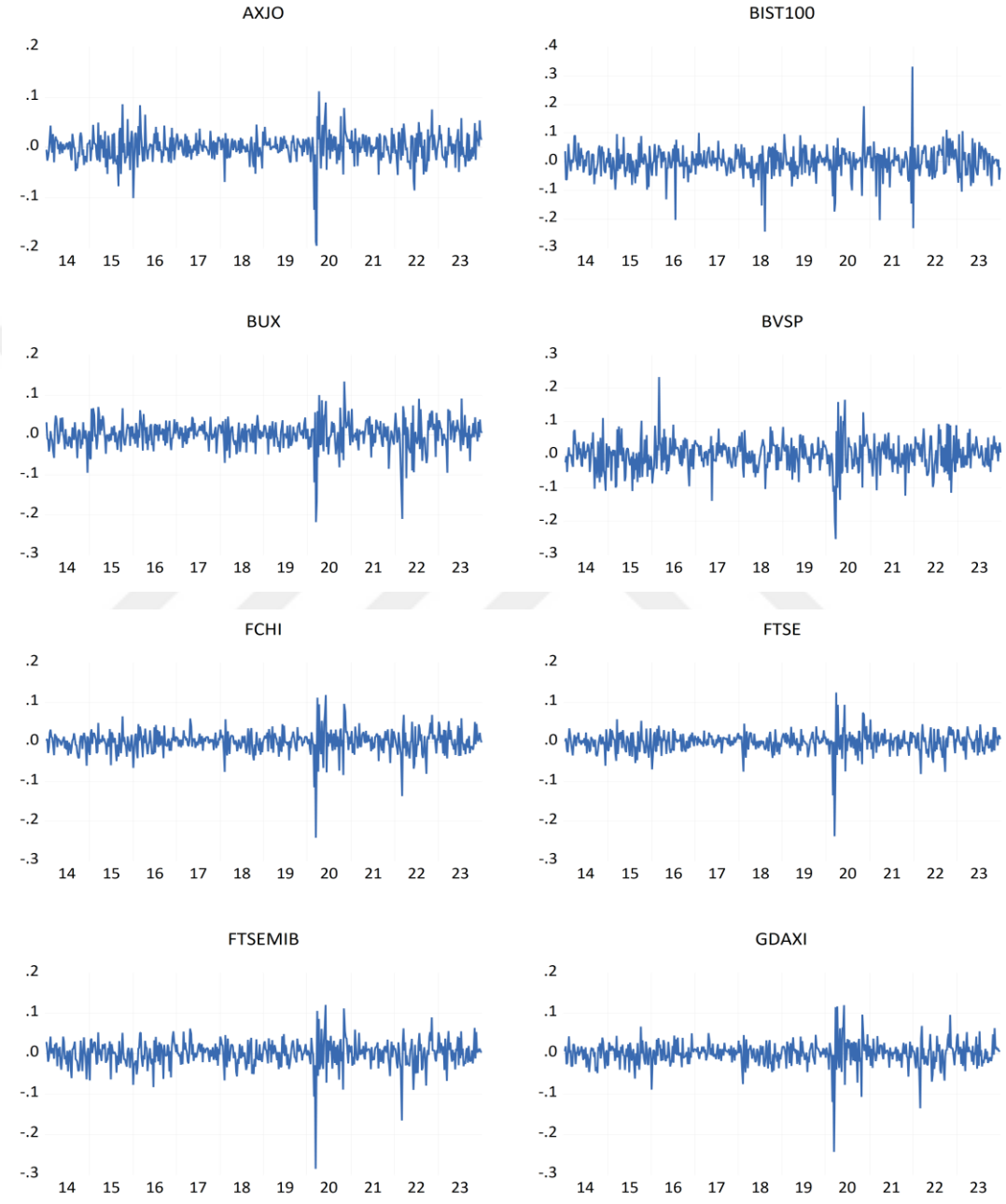
Zitzler, E., Deb, K. ve Thiele, T.: "Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: Empirical results." **Evolutionary Computation,** Cilt:8, Sayı:2, 2000, ss. 173-195.

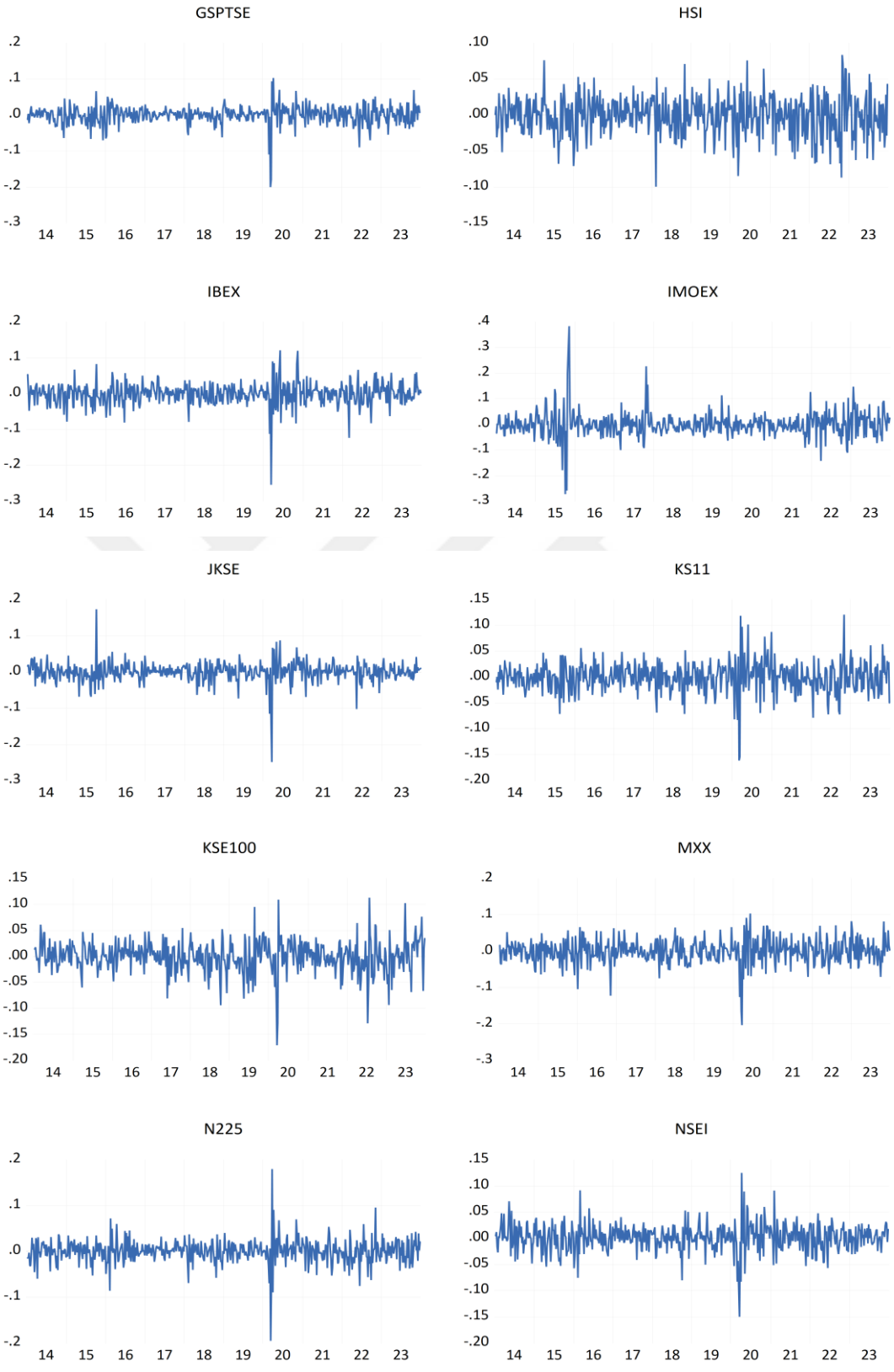
Zitzler, E., Laumanns, M. ve Thiele, L.: "SPEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm." **TIK Report 103,** 2001.

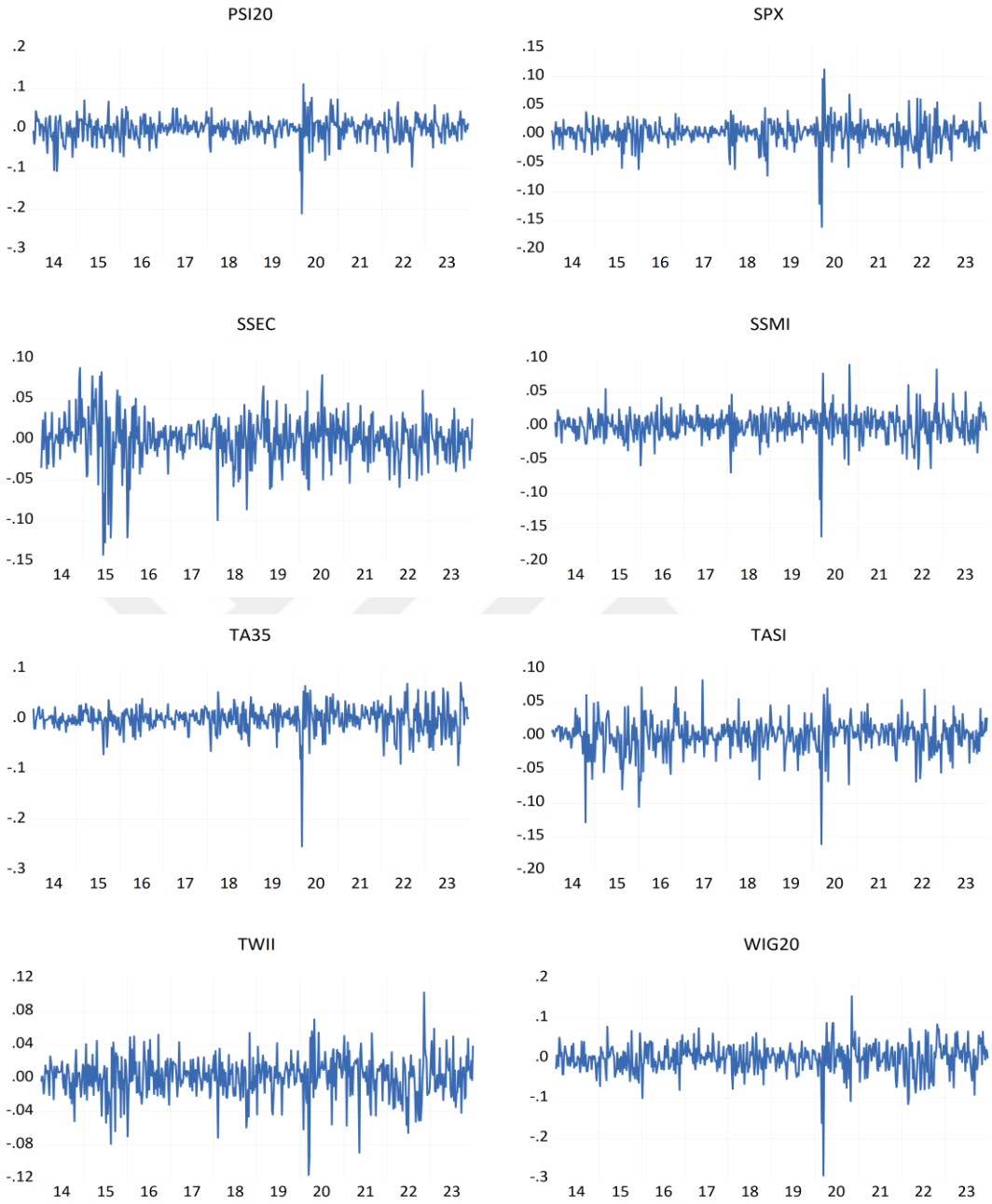
Zitzler, E. ve Thiele, L.: "Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength Pareto approach." **IEEE Transactions on Evolutionary Computation,** Cilt:3, Sayı:4, 1999, ss. 257-271.

EKLER

Ek 1: Endekslerin Haftalık Logaritmik Getiri Grafikleri




GSPTSE
.2
.1
.0
-.1
-.2
-.3
14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
HSI
.10
.05
.00
-.05
-.10
-.15
14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
IBEX
.2
.1
.0
-.1
-.2
-.3
14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
IMOEX
.4
.3
.2
.1
.0
-.1
-.2
-.3
14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
JKSE
.2
.1
.0
-.1
-.2
-.3
14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
KS11
.15
.10
.05
.00
-.05
-.10
-.15
-.20
14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
KSE100
.15
.10
.05
.00
-.05
-.10
-.15
-.20
14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
MXX
.2
.1
.0
-.1
-.2
-.3
14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
N225
.2
.1
.0
-.1
-.2
14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
NSEI
.15
.10
.05
.00
-.05
-.10
-.15
-.20
14 15 16 17 18 19 20 21 22 23


PSI20
.2
.1
.0
-.1
-.2
-.3
14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
SPX
.15
.10
.05
.00
-.05
-.10
-.15
-.20
14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
SSEC
.10
.05
.00
-.05
-.10
-.15
14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
SSMI
.10
.05
.00
-.05
-.10
-.15
-.20
14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
TA35
.1
.0
-.1
-.2
-.3
14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
TASI
.10
.05
.00
-.05
-.10
-.15
-.20
14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
TWII
.12
.08
.04
.00
-.04
-.08
-.12
14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
WIG20
.2
.1
.0
-.1
-.2
-.3
14 15 16 17 18 19 20 21 22 23

Ek 2: Değişkenler (Logaritmik) Arasındaki Korelasyon Değerleri

	L_AXJO	L_BIST100	L_BUX	L_BVSP	L_FCHI	L_FTSE
L_AXJO	**1.0000**	0.0665	0.4012	0.6707	0.7922	0.5525
L_BIST100	0.0665	**1.0000**	-0.3549	0.0451	-0.0188	0.5197
L_BUX	0.4012	-0.3549	**1.0000**	0.5586	0.6912	-0.1250
L_BVSP	0.6707	0.0451	0.5586	**1.0000**	0.5772	0.3315
L_FCHI	0.7922	-0.0188	0.6912	0.5772	**1.0000**	0.3014
L_FTSE	0.5525	0.5197	-0.1250	0.3315	0.3014	**1.0000**
L_FTSEMIB	0.7657	0.2611	0.4016	0.4891	0.8579	0.6275
L_GDAXI	0.7714	-0.0889	0.7513	0.5478	0.9496	0.2183
L_GSPTSE	0.9065	-0.0285	0.4576	0.5951	0.8741	0.3340
L_HSI	0.1627	-0.2584	0.2708	0.2783	-0.0207	0.2404
L_IBEX	0.2847	0.5965	-0.2475	0.2232	0.0158	0.8946
L_IMOEX	-0.4962	0.2181	-0.0453	-0.2025	-0.4141	-0.1185
L_JKSE	0.7348	0.1522	0.4879	0.7618	0.6455	0.4071
L_KS11	0.7251	-0.1244	0.5559	0.3943	0.6468	0.3178
L_KSE100	-0.1923	0.1263	-0.1791	-0.1774	-0.4798	0.2500
L_MXX	0.4281	0.7428	-0.2233	0.2098	0.2779	0.8113
L_N225	0.5599	-0.4468	0.8327	0.4389	0.7904	-0.1597
L_NSEI	0.6357	-0.1587	0.6926	0.4887	0.8749	-0.0241
L_PSI20	0.5445	0.4746	-0.1251	0.3339	0.3809	0.8024
L_SPX	0.5476	-0.3555	0.7327	0.4079	0.8347	-0.2208
L_SSEC	0.1217	-0.0499	0.1213	-0.2307	0.1888	0.0305
L_SSMI	0.6746	-0.2003	0.5269	0.3789	0.8632	0.0081
L_TA35	0.6512	-0.3075	0.5211	0.3664	0.7846	0.0824
L_TASI	0.7269	0.0122	0.1899	0.4339	0.7342	0.3253
L_TWII	0.6950	-0.2821	0.6692	0.4351	0.8749	-0.0615
L_WIG20	0.3022	0.3440	-0.0549	0.3296	0.0380	0.7822

Ek 2: Devam..

	L_FTSEMIB	L_GDAXI	L_GSPTSE	L_HSI	L_IBEX
L_AXJO	0.7657	0.7714	0.9065	0.1627	0.2847
L_BIST100	0.2611	-0.0889	-0.0285	-0.2584	0.5965
L_BUX	0.4016	0.7513	0.4576	0.2708	-0.2475
L_BVSP	0.4891	0.5478	0.5951	0.2783	0.2232
L_FCHI	0.8579	0.9496	0.8741	-0.0207	0.0158
L_FTSE	0.6275	0.2183	0.3340	0.2404	0.8946
L_FTSEMIB	**1.0000**	0.8063	0.7328	0.0830	0.4349
L_GDAXI	0.8063	**1.0000**	0.8096	0.1451	-0.0065
L_GSPTSE	0.7328	0.8096	**1.0000**	-0.1038	-0.0020
L_HSI	0.0830	0.1451	-0.1038	**1.0000**	0.3403
L_IBEX	0.4349	-0.0065	-0.0020	0.3403	**1.0000**
L_IMOEX	-0.3877	-0.3526	-0.5932	0.0295	0.0889
L_JKSE	0.4977	0.5574	0.7060	0.0678	0.1669
L_KS11	0.6193	0.7774	0.6159	0.4628	0.1817
L_KSE100	-0.2837	-0.3246	-0.4471	0.4964	0.4609
L_MXX	0.5241	0.1359	0.3348	-0.2380	0.7216
L_N225	0.5058	0.8692	0.6567	0.2189	-0.3750
L_NSEI	0.5820	0.8258	0.8220	-0.1547	-0.3305
L_PSI20	0.6737	0.2616	0.4066	-0.0404	0.7060
L_SPX	0.4912	0.8204	0.7673	-0.1527	-0.5106
L_SSEC	0.1713	0.2933	0.1491	0.2552	-0.0828
L_SSMI	0.6794	0.8353	0.8467	-0.1609	-0.2828
L_TA35	0.5399	0.6898	0.8209	-0.1291	-0.2962
L_TASI	0.6747	0.5896	0.8735	-0.2848	-0.0077
L_TWII	0.6060	0.8810	0.8635	-0.0757	-0.3562
L_WIG20	0.4176	0.0713	0.0005	0.5410	0.9050

Ek 2: Devam..

	L_IMOEX	L_JKSE	L_KS11	L_KSE100	L_MXX
L_AXJO	-0.4962	0.7348	0.7251	-0.1923	0.4281
L_BIST100	0.2181	0.1522	-0.1244	0.1263	0.7428
L_BUX	-0.0453	0.4879	0.5559	-0.1791	-0.2233
L_BVSP	-0.2025	0.7618	0.3943	-0.1774	0.2098
L_FCHI	-0.4141	0.6455	0.6468	-0.4798	0.2779
L_FTSE	-0.1185	0.4071	0.3178	0.2500	0.8113
L_FTSEMIB	-0.3877	0.4977	0.6193	-0.2837	0.5241
L_GDAXI	-0.3526	0.5574	0.7774	-0.3246	0.1359
L_GSPTSE	-0.5932	0.7060	0.6159	-0.4471	0.3348
L_HSI	0.0295	0.0678	0.4628	0.4964	-0.2380
L_IBEX	0.0889	0.1669	0.1817	0.4609	0.7216
L_IMOEX	**1.0000**	-0.2347	-0.2946	0.3583	-0.0313
L_JKSE	-0.2347	**1.0000**	0.4241	-0.1708	0.4067
L_KS11	-0.2946	0.4241	**1.0000**	0.1509	0.1126
L_KSE100	0.3583	-0.1708	0.1509	**1.0000**	0.0688
L_MXX	-0.0313	0.4067	0.1126	0.0688	**1.0000**
L_N225	-0.3128	0.4189	0.6973	-0.3604	-0.2680
L_NSEI	-0.4323	0.6602	0.5159	-0.5382	0.0754
L_PSI20	-0.2077	0.3503	0.2547	-0.0842	0.7175
L_SPX	-0.4228	0.4877	0.4931	-0.6095	-0.1555
L_SSEC	-0.1119	0.0403	0.4078	0.1870	-0.0303
L_SSMI	-0.5845	0.4296	0.5480	-0.6387	0.0342
L_TA35	-0.5626	0.5841	0.4761	-0.5059	0.0680
L_TASI	-0.6587	0.5670	0.3533	-0.5927	0.3817
L_TWII	-0.5121	0.5272	0.6493	-0.5200	-0.0384
L_WIG20	0.0383	0.1560	0.2976	0.4710	0.4892

Ek 2: Devam..

	L_N225	L_NSEI	L_PSI20	L_SPX	L_SSEC
L_AXJO	0.5599	0.6357	0.5445	0.5476	0.1217
L_BIST100	-0.4468	-0.1587	0.4746	-0.3555	-0.0499
L_BUX	0.8327	0.6926	-0.1251	0.7327	0.1213
L_BVSP	0.4389	0.4887	0.3339	0.4079	-0.2307
L_FCHI	0.7904	0.8749	0.3809	0.8347	0.1888
L_FTSE	-0.1597	-0.0241	0.8024	-0.2208	0.0305
L_FTSEMIB	0.5058	0.5820	0.6737	0.4912	0.1713
L_GDAXI	0.8692	0.8258	0.2616	0.8204	0.2933
L_GSPTSE	0.6567	0.8220	0.4066	0.7673	0.1491
L_HSI	0.2189	-0.1547	-0.0404	-0.1527	0.2552
L_IBEX	-0.3750	-0.3305	0.7060	-0.5106	-0.0828
L_IMOEX	-0.3128	-0.4323	-0.2077	-0.4228	-0.1119
L_JKSE	0.4189	0.6602	0.3503	0.4877	0.0403
L_KS11	0.6973	0.5159	0.2547	0.4931	0.4078
L_KSE100	-0.3604	-0.5382	-0.0842	-0.6095	0.1870
L_MXX	-0.2680	0.0754	0.7175	-0.1555	-0.0303
L_N225	**1.0000**	0.8309	-0.1298	0.9030	0.3472
L_NSEI	0.8309	**1.0000**	0.0346	0.9461	0.2826
L_PSI20	-0.1298	0.0346	**1.0000**	-0.0904	-0.2489
L_SPX	0.9030	0.9461	-0.0904	**1.0000**	0.2422
L_SSEC	0.3472	0.2826	-0.2489	0.2422	**1.0000**
L_SSMI	0.7922	0.8580	0.1801	0.8944	0.2685
L_TA35	0.7218	0.8521	0.1494	0.8371	0.3001
L_TASI	0.4481	0.7252	0.4629	0.6473	0.1078
L_TWII	0.8902	0.9204	0.0630	0.9563	0.2949
L_WIG20	-0.2173	-0.3013	0.6135	-0.4262	-0.1079

Ek 2: Devam..

	L_SSMI	L_TA35	L_TASI	L_TWII	L_WIG20
L_AXJO	0.6746	0.6512	0.7269	0.6950	0.3022
L_BIST100	-0.2003	-0.3075	0.0122	-0.2821	0.3440
L_BUX	0.5269	0.5211	0.1899	0.6692	-0.0549
L_BVSP	0.3789	0.3664	0.4339	0.4351	0.3296
L_FCHI	0.8632	0.7846	0.7342	0.8749	0.0380
L_FTSE	0.0081	0.0824	0.3253	-0.0615	0.7822
L_FTSEMIB	0.6794	0.5399	0.6747	0.6060	0.4176
L_GDAXI	0.8353	0.6898	0.5896	0.8810	0.0713
L_GSPTSE	0.8467	0.8209	0.8735	0.8635	0.0005
L_HSI	-0.1609	-0.1291	-0.2848	-0.0757	0.5410
L_IBEX	-0.2828	-0.2962	-0.0077	-0.3562	0.9050
L_IMOEX	-0.5845	-0.5626	-0.6587	-0.5121	0.0383
L_JKSE	0.4296	0.5841	0.5670	0.5272	0.1560
L_KS11	0.5480	0.4761	0.3533	0.6493	0.2976
L_KSE100	-0.6387	-0.5059	-0.5927	-0.5200	0.4710
L_MXX	0.0342	0.0680	0.3817	-0.0384	0.4892
L_N225	0.7922	0.7218	0.4481	0.8902	-0.2173
L_NSEI	0.8580	0.8521	0.7252	0.9204	-0.3013
L_PSI20	0.1801	0.1494	0.4629	0.0630	0.6135
L_SPX	0.8944	0.8371	0.6473	0.9563	-0.4262
L_SSEC	0.2685	0.3001	0.1078	0.2949	-0.1079
L_SSMI	**1.0000**	0.8354	0.7799	0.9331	-0.2200
L_TA35	0.8354	**1.0000**	0.7732	0.8370	-0.2703
L_TASI	0.7799	0.7732	**1.0000**	0.7185	-0.0503
L_TWII	0.9331	0.8370	0.7185	**1.0000**	-0.2785
L_WIG20	-0.2200	-0.2703	-0.0503	-0.2785	**1.0000**

Ek 3: ARDL Eşbütünleşme Test Sonuçları

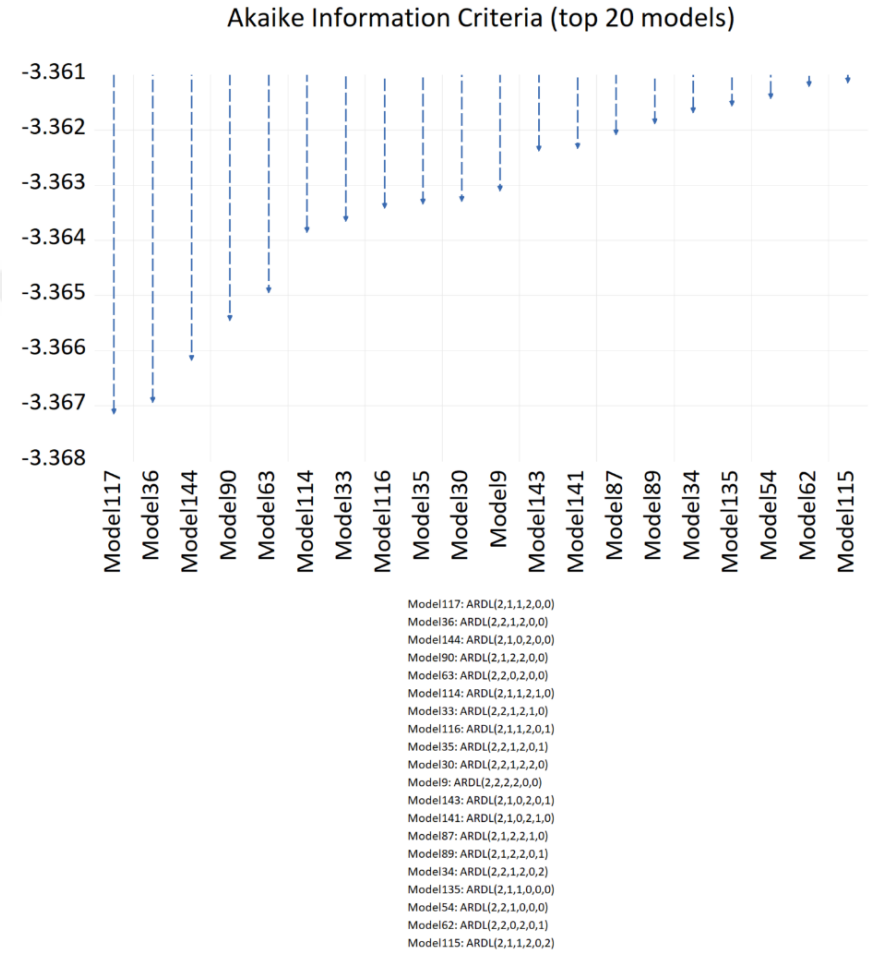
Dependent Variable: L_XU100
Method: ARDL
Date: 08/07/24 Time: 00:23
Sample: 1/15/2014 12/27/2023
Included observations: 520
Dependent lags: 2 (Automatic)
Automatic-lag linear regressors (2 max. lags): L_AXJO L_FTSE L_PSI20 L_SPX L_TA35
Deterministics: Restricted constant and no trend (Case 2)
Model selection method: Akaike info criterion (AIC)
Number of models evaluated: 486
Selected model: ARDL(2,1,1,2,0,0)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.*
L_XU100(-1)	0.860583	0.039841	21.60066	0.0000
L_XU100(-2)	0.134732	0.040478	3.328544	0.0009
L_AXJO	0.420205	0.111606	3.765066	0.0002
L_AXJO(-1)	-0.368602	0.110466	-3.336799	0.0009
L_FTSE	0.109221	0.152338	0.716965	0.4737
L_FTSE(-1)	-0.235413	0.150333	-1.565947	0.1180
L_PSI20	-0.041090	0.067886	-0.605280	0.5453
L_PSI20(-1)	0.333432	0.129705	2.570703	0.0104
L_PSI20(-2)	-0.257992	0.107966	-2.389566	0.0172
L_SPX	-0.050121	0.018022	-2.781166	0.0056
L_TA35	0.079392	0.031395	2.528785	0.0117
C	0.364529	0.233964	1.558057	0.1198

R-squared	0.970155	Mean dependent var	5.905695
Adjusted R-squared	0.969509	S.D. dependent var	0.254430
S.E. of regression	0.044428	Akaike info criterion	-3.367104
Sum squared resid	1.002697	Schwarz criterion	-3.268939
Log likelihood	887.4471	Hannan-Quinn criter.	-3.328649
F-statistic	1501.225	Durbin-Watson stat	2.028411
Prob(F-statistic)	0.000000		

*Note: p-values and any subsequent test results do not account for model selection.

Ek 4: Modellerin Bilgi Kriter Değerine Göre Grafiği



Ek 5: Ramsey Reset Test Sonuçları

Ramsey RESET Test
Equation: UNTITLED
Omitted Variables: Squares of fitted values
Specification: L_XU100 L_XU100(-1) L_XU100(-2) L_AXJO L_AXJO(-1) L_FTSE L_FTSE(-1) L_PSI20 L_PSI20(-1) L_PSI20(-2) L_SPX L_TA35 C

	Value	df	Probability
t-statistic	0.795265	507	0.4268
F-statistic	0.632446	(1, 507)	0.4268
Likelihood ratio	0.648258	1	0.4207

F-test summary:

	Sum of Sq.	df	Mean Squares
Test SSR	0.001249	1	0.001249
Restricted SSR	1.002697	508	0.001974
Unrestricted SSR	1.001448	507	0.001975

LR test summary:

	Value
Restricted LogL	887.4471
Unrestricted LogL	887.7712

Ek 6: Otokorelasyon Testi Sonuçları

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:
Null hypothesis: No serial correlation at up to 2 lags

F-statistic	0.344528	Prob. F(2,506)	0.7087
Obs*R-squared	0.707159	Prob. Chi-Square(2)	0.7022

Test Equation:
Dependent Variable: RESID
Method: ARDL
Date: 08/08/24 Time: 01:31
Sample (adjusted): 1/15/2014 12/27/2023
Included observations: 520 after adjustments
Presample missing value lagged residuals set to zero.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
L_XU100(-1)	0.068722	0.092409	0.743677	0.4574
L_XU100(-2)	-0.067566	0.091741	-0.736488	0.4618
L_AXJO	-0.015695	0.113422	-0.138373	0.8900
L_AXJO(-1)	0.011613	0.111666	0.103994	0.9172
L_FTSE	0.013734	0.153430	0.089511	0.9287
L_FTSE(-1)	-0.009557	0.151083	-0.063257	0.9496
L_PSI20	-0.000774	0.067991	-0.011387	0.9909
L_PSI20(-1)	-0.001179	0.129894	-0.009074	0.9928
L_PSI20(-2)	0.000267	0.108136	0.002468	0.9980
L_SPX	0.002154	0.018280	0.117844	0.9062
L_TA35	-0.002732	0.031793	-0.085915	0.9316
C	0.003482	0.234670	0.014839	0.9882
RESID(-1)	-0.084920	0.102465	-0.828770	0.4076
RESID(-2)	0.005992	0.047552	0.126006	0.8998

R-squared	0.001360	Mean dependent var	-3.25E-16
Adjusted R-squared	-0.024297	S.D. dependent var	0.043954
S.E. of regression	0.044485	Akaike info criterion	-3.360773
Sum squared resid	1.001334	Schwarz criterion	-3.246246
Log likelihood	887.8009	Hannan-Quinn criter.	-3.315908
F-statistic	0.053004	Durbin-Watson stat	2.001204
Prob(F-statistic)	1.000000		

Ek 7: Değişen Varyans Testi Sonuçları

Heteroskedasticity Test: Breusch-Pagan-Godfrey
Null hypothesis: Homoskedasticity

F-statistic	1.067210	Prob. F(11,508)	0.3860
Obs*R-squared	11.74520	Prob. Chi-Square(11)	0.3831
Scaled explained SS	47.87859	Prob. Chi-Square(11)	0.0000

Test Equation:
Dependent Variable: RESID^2
Method: Least Squares
Date: 08/08/24 Time: 01:36
Sample (adjusted): 1/15/2014 12/27/2023
Included observations: 520 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.041854	0.029687	-1.409851	0.1592
L_XU100(-1)	-0.001410	0.005055	-0.278914	0.7804
L_XU100(-2)	0.000175	0.005136	0.034036	0.9729
L_AXJO	-0.001220	0.014161	-0.086128	0.9314
L_AXJO(-1)	0.001036	0.014017	0.073912	0.9411
L_FTSE	0.006352	0.019330	0.328624	0.7426
L_FTSE(-1)	-0.001644	0.019075	-0.086177	0.9314
L_PSI20	0.007839	0.008614	0.909990	0.3633
L_PSI20(-1)	-0.005730	0.016458	-0.348190	0.7278
L_PSI20(-2)	-0.003607	0.013699	-0.263284	0.7924
L_SPX	0.001459	0.002287	0.637886	0.5238
L_TA35	0.001803	0.003984	0.452694	0.6510

R-squared	0.022587	Mean dependent var	0.001928
Adjusted R-squared	0.001422	S.D. dependent var	0.005641
S.E. of regression	0.005637	Akaike info criterion	-7.496019
Sum squared resid	0.016144	Schwarz criterion	-7.397854
Log likelihood	1960.965	Hannan-Quinn criter.	-7.457564
F-statistic	1.067210	Durbin-Watson stat	1.515520
Prob(F-statistic)	0.385978		

Ek 8: ARDL Sınır Testi Sonuçları

Bounds Test

Null hypothesis: No levels relationship
Number of cointegrating variables: 5
Trend type: Rest. constant (Case 2)
Sample size: 520

Test Statistic	Value
F-statistic	2.014689

Bounds Critical Values

	10%		5%		1%	
Sample S...	I(0)	I(1)	I(0)	I(1)	I(0)	I(1)
Asymptotic	2.080	3.000	2.390	3.380	3.060	4.150

* I(0) and I(1) are respectively the stationary and non-stationary bounds.

Ek 9: MOPSO Algoritmasının Matlab Kodları

```
% Multi-Objective Particle Swarm Optimization (MOPSO) for Portfolio Optimization
% MATLAB R2023b

% Start measuring time
tic;

% Load data
data = load('mydata.mat');
R = data.R;

% Parameters
nAsset = size(R, 2);
nPop = 50;  % tested by changing the population size to nPop=50, 100, 150, 200, 250
MaxIt = 1000;  % Maximum number of iterations
alpha = 0.95; % Confidence level for CVaR
nArchive = 100; % Maximum size of the archive
w_max = 0.9;  % Maximum inertia weight
w_min = 0.4;  % Minimum inertia weight
c1 = 1.494;  % Cognitive learning factor
c2 = 1.494;  % Social learning factor

% Analyze the dataset
meanReturns = mean(R);
stdReturns = std(R);

% Define asset labels
assetLabels = {'XU100', 'BVSP', 'BUX', 'FCHI', 'GDAXI', 'FTSE', 'JKSE', 'MXX', 'KS11',
'KSE100', 'NSEI', 'N225', 'PSI20', 'SPX', 'AXJO', 'GSPTSE', 'SSMI', 'TA35', 'TASI',
'TWII'};

% Run MOPSO
[Population, Archive, cvar_convergence] = PortMOC(R, nPop, MaxIt, alpha,
meanReturns, stdReturns, nArchive, w_max, w_min, c1, c2);

% Extract weights and costs from Archive
archiveWeights = cat(1, Archive.Position);
archiveCosts = cat(1, Archive.Cost);

% Calculate Conditional Sharpe Ratio for each portfolio
riskFreeRate = 0.0005568;
conditionalSharpeRatio = ([Archive.expectedReturn] - riskFreeRate) ./
abs([Archive.BasicCVaR]);

% Find the portfolio with the highest Conditional Sharpe Ratio
[maxSharpe, maxIndex] = max(conditionalSharpeRatio);

% Pareto Front Plot
figure;
scatter(archiveCosts(:,1), archiveCosts(:,2), 'filled');
xlabel('Cost(1)');
```

```
ylabel('Cost(2)');
title('Pareto Front');
grid on;

% CVaR Convergence Characteristic Plot
figure;
plot(1:length(cvar_convergence), cvar_convergence, 'LineWidth', 2);
xlabel('Iteration');
ylabel('CVaR');
title('CVaR Convergence Characteristic');
grid on;

% Portfolio Weights Distribution
figure('Name', 'Portfolio Weights Distribution', 'NumberTitle', 'off');
boxplot(archiveWeights, 'Labels', assetLabels);
xlabel('Asset');
ylabel('Weight');
title('Distribution of Asset Weights in Pareto-Optimal Portfolios');
xtickangle(45);

% Stop measuring time
executionTime = toc;

% Functions

function [Population, Archive, cvar_convergence, basicCVaR_values] = PortMOC(R,
nPop, MaxIt, alpha, meanReturns, stdReturns, nArchive, w_max, w_min, c1, c2)
    nVar = size(R, 2);

    % Initialize Population and Archive
    empty_particle.Position = [];
    empty_particle.Velocity = [];
    empty_particle.Cost = [];
    empty_particle.BasicCVaR = [];
    empty_particle.VaR = [];
    empty_particle.expectedReturn = [];
    empty_particle.Best.Position = [];
    empty_particle.Best.Cost = [];
    empty_particle.Best.BasicCVaR = [];
    empty_particle.Best.VaR = [];
    empty_particle.Best.expectedReturn = [];

    Population = repmat(empty_particle, nPop, 1);
    Archive = repmat(empty_particle, 0, 1);

    % Initialize Population
    for i = 1:nPop
        Population(i).Position = rand(1, nVar);
        Population(i).Position = Population(i).Position / sum(Population(i).Position);
        Population(i).Velocity = zeros(1, nVar);
```

```
        [Population(i).Cost, Population(i).expectedReturn, ~, Population(i).BasicCVaR,
Population(i).VaR] = PortCost(Population(i).Position, R, alpha, meanReturns,
stdReturns);
        Population(i).Best.Position = Population(i).Position;
        Population(i).Best.Cost = Population(i).Cost;
        Population(i).Best.BasicCVaR = Population(i).BasicCVaR;
        Population(i).Best.VaR = Population(i).VaR;
        Population(i).Best.expectedReturn = Population(i).expectedReturn;
    end

    % Initialize Archive
    Archive = GetNonDominatedParticles(Population);

    % Initialize cvar_convergence
    cvar_convergence = zeros(MaxIt, 1);

    % MOPSO Main Loop
    for it = 1:MaxIt
        % Update inertia weight
        w = w_max - (w_max - w_min) * (it / MaxIt);

        for i = 1:nPop
            leader = RouletteWheelSelection(Archive);

            % Update Velocity
            Population(i).Velocity = w * Population(i).Velocity ...
                + c1 * rand(size(Population(i).Velocity)) .* (Population(i).Best.Position -
Population(i).Position) ...
                + c2 * rand(size(Population(i).Velocity)) .* (leader.Position -
Population(i).Position);

            % Update Position
            Population(i).Position = Population(i).Position + Population(i).Velocity;

            % Normalize weights to sum to 1
            Population(i).Position = max(Population(i).Position, 0);
            Population(i).Position = Population(i).Position / sum(Population(i).Position);

            % Evaluation
            [Population(i).Cost, Population(i).expectedReturn, ~, Population(i).BasicCVaR,
Population(i).VaR] = PortCost(Population(i).Position, R, alpha, meanReturns,
stdReturns);

            % Update Personal Best
            if dominates(Population(i).Cost, Population(i).Best.Cost)
                Population(i).Best.Position = Population(i).Position;
                Population(i).Best.Cost = Population(i).Cost;
                Population(i).Best.BasicCVaR = Population(i).BasicCVaR;
                Population(i).Best.VaR = Population(i).VaR;
                Population(i).Best.expectedReturn = Population(i).expectedReturn;
            end
```

```
        end

        % Add Non-Dominated Particles to Archive
        Archive = [Archive; GetNonDominatedParticles(Population)];

        % Update Archive
        Archive = GetNonDominatedParticles(Archive);

        if numel(Archive) > nArchive
            Extra = numel(Archive) - nArchive;
            Archive = DeleteFromArchive(Archive, Extra);
        end

        % Mutation (Gaussian Mutation)
        Population = GaussianMutation(Population, it, MaxIt);

        % Update CVaR Convergence
        cvar_convergence(it) = min([Archive.Cost]);
    end
end

function Population = GaussianMutation(Population, it, MaxIt)
    pMutation = 0.1 * (1 - it/MaxIt)^2;
    sigma = 0.1 * (1 - it/MaxIt);

    for i = 1:numel(Population)
        if rand < pMutation
            noise = sigma * randn(size(Population(i).Position));
            Population(i).Position = Population(i).Position + noise;
            Population(i).Position = max(Population(i).Position, 0);
            Population(i).Position = Population(i).Position / sum(Population(i).Position);
        end
    end
end

function [cost, expectedReturn, CVaR, basicCVaR, VaR] = PortCost(weights, R, alpha,
meanReturns, stdReturns)
    [f1, f2, VaR] = CalculatePortfolioObjectives(weights, R, alpha);
    expectedReturn = -f1;
    basicCVaR = f2;
    CVaR = f2;

    % Add return-based incentive
    returnIncentive = -sum(weights .* meanReturns);
    cost = zeros(1, 2);
    cost(1) = f1 + 0.5 * returnIncentive;

    % Add risk-based penalty
    riskPenalty = sum(weights .* stdReturns);
    cost(2) = f2 + 0.5 * riskPenalty;
```

```
    % Add concentration penalty
    cost(2) = cost(2) + 1 * sum(weights.^2);
end

function [f1, f2, VaR] = CalculatePortfolioObjectives(weights, R, alpha)
    % Calculate expected return
    expectedReturn = sum(mean(R) .* weights);
    f1 = -expectedReturn; % Maximize (negative sign for minimization)

    % Calculate portfolio losses
    Losses = -R * weights';
    Losses = sort(Losses);

    % Calculate VaR
    VaR = quantile(Losses, alpha);

    % Calculate CVaR
    CVaR = mean(Losses(Losses > VaR));
    f2 = CVaR; % Minimize
end

function d = dominates(x, y)
    d = all(x <= y) && any(x < y);
end

function leader = RouletteWheelSelection(Archive)
    if isempty(Archive)
        error('Archive is empty. Cannot select a leader.');
    end

    nArchive = numel(Archive);
    costs = reshape([Archive.Cost], [], 2);

    % Normalization to handle potential negative values
    normalizedCosts = (costs - min(costs)) ./ (max(costs) - min(costs) + eps);
    fitness = 1 ./ (sum(normalizedCosts, 2) + eps);

    probabilities = fitness / sum(fitness);

    cumProbs = cumsum(probabilities);
    r = rand();

    % Ensure a valid index is selected
    index = find(cumProbs >= r, 1, 'first');
    if isempty(index)
        index = nArchive;
    end

    % Double-check to ensure index is within bounds
    index = min(max(index, 1), nArchive);
```

```
    leader = Archive(index);
end

function Archive = GetNonDominatedParticles(pop)
    isDominated = false(size(pop));

    for i = 1:numel(pop)
        for j = i+1:numel(pop)
            if dominates(pop(i).Cost, pop(j).Cost)
                isDominated(j) = true;
            elseif dominates(pop(j).Cost, pop(i).Cost)
                isDominated(i) = true;
                break;
            end
        end
    end

    Archive = pop(~isDominated);
end

function Archive = DeleteFromArchive(Archive, Extra)
    nArchive = numel(Archive);
    costs = reshape([Archive.Cost], 2, [])';

    % Calculate crowding distance
    [~, sortIndex] = sort(costs(:,1));
    crowdDist = zeros(nArchive, 1);
    crowdDist(sortIndex([1 end])) = Inf;

    for i = 2:nArchive-1
        crowdDist(sortIndex(i)) = abs(costs(sortIndex(i+1),1) - costs(sortIndex(i-1),1)) + ...
                                  abs(costs(sortIndex(i+1),2) - costs(sortIndex(i-1),2));
    end

    [~, deleteIndex] = sort(crowdDist);
    Archive(deleteIndex(1:Extra)) = [];
end
```

Ek 10: NSGA-II Algoritmasının Matlab Kodları

```
% Multi-Objective Particle Swarm Optimization (MOPSO) for Portfolio Optimization
% MATLAB R2023b

% Start measuring time
tic;

% Load data
data = load('mydata.mat');
R = data.R;

% Parameters
nAsset = size(R, 2);
```

```
nPop = 50;  % tested by changing the population size to nPop=50, 100, 150, 200, 250
MaxIt = 1000;  % Maximum number of iterations
alpha = 0.95; % Confidence level for CVaR
crossover_rate = 0.9;
mutation_rate = 0.05;
sigma_initial = 0.1; % Initial mutation step size

% Analyze the dataset
meanReturns = mean(R);
stdReturns = std(R);

% Define asset labels
assetLabels = {'XU100', 'BVSP', 'BUX', 'FCHI', 'GDAXI', 'FTSE', 'JKSE', 'MXX', 'KS11',
'KSE100', 'NSEI', 'N225', 'PSI20', 'SPX', 'AXJO', 'GSPTSE', 'SSMI', 'TA35', 'TASI',
'TWII'};

% Run NSGA-II
[Population, Archive, cvar_convergence] = PortNSGA2(R, nPop, MaxIt, alpha,
meanReturns, stdReturns, crossover_rate, mutation_rate, sigma_initial);

% Extract weights and costs from Archive
archiveWeights = cat(1, Archive.Position);
archiveCosts = cat(1, Archive.Cost);

% Calculate Conditional Sharpe Ratio for each portfolio
riskFreeRate = 0.0005568;
conditionalSharpeRatio = ([Archive.expectedReturn] - riskFreeRate) ./
abs([Archive.BasicCVaR]);

% Find the portfolio with the highest Conditional Sharpe Ratio
[maxSharpe, maxIndex] = max(conditionalSharpeRatio);

% Pareto Front Plot
figure;
scatter(archiveCosts(:,1), archiveCosts(:,2), 'filled');
xlabel('Cost(1)');
ylabel('Cost(2)');
title('Pareto Front');
grid on;

% CVaR Convergence Characteristic Plot
figure;
plot(1:length(cvar_convergence), cvar_convergence, 'LineWidth', 2);
xlabel('Iteration');
ylabel('CVaR');
title('CVaR Convergence Characteristic');
grid on;

% Portfolio Weights Distribution
figure('Name', 'Portfolio Weights Distribution', 'NumberTitle', 'off');
boxplot(archiveWeights, 'Labels', assetLabels);
```

```
xlabel('Asset');
ylabel('Weight');
title('Distribution of Asset Weights in Pareto-Optimal Portfolios');
xtickangle(45);

% Stop measuring time
executionTime = toc;

% Functions

function [Population, Archive, cvar_convergence] = PortNSGA2(R, nPop, MaxIt, alpha,
meanReturns, stdReturns, crossover_rate, mutation_rate, sigma_initial)
    nVar = size(R, 2);

    % Initialize Population and Archive
    empty_individual.Position = [];
    empty_individual.Cost = [];
    empty_individual.Rank = [];
    empty_individual.DominationSet = [];
    empty_individual.DominatedCount = [];
    empty_individual.CrowdingDistance = [];
    empty_individual.BasicCVaR = [];
    empty_individual.VaR = [];
    empty_individual.expectedReturn = [];

    Population = repmat(empty_individual, nPop, 1);

    % Initialize Population
    for i = 1:nPop
        Population(i).Position = rand(1, nVar);
        Population(i).Position = NormalizeWeights(Population(i).Position);
    end

    % Evaluate Initial Population
    Population = EvaluatePopulation(Population, R, alpha, meanReturns, stdReturns);

    % Non-Dominated Sorting
    [Population, F] = NonDominatedSorting(Population);

    % Calculate Crowding Distance
    Population = CalcCrowdingDistance(Population, F);

    % Sort Population
    [~, sortOrder] = sort([Population.Rank]);
    Population = Population(sortOrder);

    % Initialize Archive
    Archive = GetNonDominatedIndividuals(Population);

    % Initialize cvar_convergence
    cvar_convergence = zeros(MaxIt, 1);
```

```
    % NSGA-II Main Loop
    for it = 1:MaxIt
        % Update mutation step size
        sigma = sigma_initial * (1 - it / MaxIt);

        % Create Offspring
        OffspringPopulation = Reproduce(Population, nPop, crossover_rate, mutation_rate,
sigma);

        % Evaluate Offspring
        OffspringPopulation = EvaluatePopulation(OffspringPopulation, R, alpha,
meanReturns, stdReturns);

        % Merge Population and OffspringPopulation
        MergedPopulation = [Population; OffspringPopulation];

        % Non-Dominated Sorting
        [MergedPopulation, F] = NonDominatedSorting(MergedPopulation);

        % Calculate Crowding Distance
        MergedPopulation = CalcCrowdingDistance(MergedPopulation, F);

        % Sort Population
        [~, sortOrder] = sort([MergedPopulation.Rank]);
        MergedPopulation = MergedPopulation(sortOrder);

        % Truncate
        Population = MergedPopulation(1:nPop);

        % Update Archive
        Archive = GetNonDominatedIndividuals([Archive; Population]);

        % Update CVaR Convergence
        cvar_convergence(it) = min([Archive.Cost]);
    end
end

function Population = EvaluatePopulation(Population, R, alpha, meanReturns, stdReturns)
    for i = 1:numel(Population)
        [Population(i).Cost, Population(i).expectedReturn, ~, Population(i).BasicCVaR,
Population(i).VaR] = ...
            PortCost(Population(i).Position, R, alpha, meanReturns, stdReturns);
    end
end

function OffspringPopulation = Reproduce(Population, nPop, crossover_rate,
mutation_rate, sigma)
    empty_individual.Position = [];
    empty_individual.Cost = [];
    empty_individual.Rank = [];
```

```
    empty_individual.DominationSet = [];
    empty_individual.DominatedCount = [];
    empty_individual.CrowdingDistance = [];
    empty_individual.BasicCVaR = [];
    empty_individual.VaR = [];
    empty_individual.expectedReturn = [];

    OffspringPopulation = repmat(empty_individual, nPop, 1);

    for k = 1:nPop/2
        % Selection
        i1 = TournamentSelection(Population);
        i2 = TournamentSelection(Population);
        p1 = Population(i1);
        p2 = Population(i2);

        % Crossover
        [OffspringPopulation(2*k-1).Position, OffspringPopulation(2*k).Position] = ...
            Crossover(p1.Position, p2.Position, crossover_rate);

        % Mutation
        OffspringPopulation(2*k-1).Position = Mutate(OffspringPopulation(2*k-1).Position,
mutation_rate, sigma);
        OffspringPopulation(2*k).Position = Mutate(OffspringPopulation(2*k).Position,
mutation_rate, sigma);

        % Normalize
        OffspringPopulation(2*k-1).Position = NormalizeWeights(OffspringPopulation(2*k-
1).Position);
        OffspringPopulation(2*k).Position =
NormalizeWeights(OffspringPopulation(2*k).Position);
    end
end

function y = Mutate(x, mu, sigma)
    nVar = numel(x);
    nMu = ceil(mu * nVar);

    j = randsample(nVar, nMu);

    y = x;
    y(j) = y(j) + randn(size(j)) * sigma;

    % Keep values in [0, 1] range
    y = max(0, min(1, y));

    % Normalize to ensure sum is 1
    y = NormalizeWeights(y);
end

function i = TournamentSelection(Population)
```

```
    nPop = numel(Population);
    i1 = randi([1 nPop]);
    i2 = randi([1 nPop]);

    if Population(i1).Rank < Population(i2).Rank || ...
       (Population(i1).Rank == Population(i2).Rank && ...
        Population(i1).CrowdingDistance > Population(i2).CrowdingDistance)
        i = i1;
    else
        i = i2;
    end
end

function [cost, ExpectedReturn, CVaR, VaR] = PortCost(weights, R, alpha, meanReturns,
stdReturns)
    [f1, f2, VaR] = CalculatePortfolioObjectives(weights, R, alpha);
    ExpectedReturn = -f1;
    CVaR = f2;

    % Add return-based incentive
    returnIncentive = -sum(weights .* meanReturns);
    cost = zeros(1, 2);
    cost(1) = f1 + 0.5 * returnIncentive;

    % Add risk-based penalty
    riskPenalty = sum(weights .* stdReturns);
    cost(2) = f2 + 0.5 * riskPenalty;

    % Add concentration penalty
    cost(2) = cost(2) + 1 * sum(weights.^2);
end

function [f1, f2, VaR] = CalculatePortfolioObjectives(weights, R, alpha)
    % Calculate expected return
    expectedReturn = sum(mean(R) .* weights);
    f1 = -expectedReturn; % Maximize (negative sign for minimization)

    % Calculate portfolio losses
    Losses = -R * weights';
    Losses = sort(Losses);

    % Calculate VaR
    VaR = quantile(Losses, alpha);

    % Calculate CVaR
    CVaR = mean(Losses(Losses >= VaR));
    f2 = CVaR; % Minimize
end

function [y1, y2] = Crossover(x1, x2, gamma)
    alpha = rand(size(x1));
```

```
    y1 = alpha.*x1 + (1-alpha).*x2;
    y2 = alpha.*x2 + (1-alpha).*x1;

    if rand < gamma
        y1 = (y1 + y2)/2;
        y2 = y1;
    end
end

function [pop, F] = NonDominatedSorting(pop)
    nPop = numel(pop);

    for i = 1:nPop
        pop(i).DominationSet = [];
        pop(i).DominatedCount = 0;
    end

    F{1} = [];

    for i = 1:nPop
        for j = i+1:nPop
            p = pop(i);
            q = pop(j);

            if Dominates(p, q)
                p.DominationSet = [p.DominationSet j];
                q.DominatedCount = q.DominatedCount + 1;
            end

            if Dominates(q, p)
                q.DominationSet = [q.DominationSet i];
                p.DominatedCount = p.DominatedCount + 1;
            end

            pop(i) = p;
            pop(j) = q;
        end

        if pop(i).DominatedCount == 0
            F{1} = [F{1} i];
            pop(i).Rank = 1;
        end
    end

    k = 1;

    while true
        Q = [];

        for i = F{k}
            p = pop(i);
```

```
            for j = p.DominationSet
                q = pop(j);

                q.DominatedCount = q.DominatedCount - 1;

                if q.DominatedCount == 0
                    Q = [Q j];
                    q.Rank = k + 1;
                end

                pop(j) = q;
            end
        end

        if isempty(Q)
            break;
        end

        F{k+1} = Q;

        k = k + 1;
    end
end

function b = Dominates(x, y)
    b = all(x.Cost <= y.Cost) && any(x.Cost < y.Cost);
end

function pop = CalcCrowdingDistance(pop, F)
    nF = numel(F);

    for k = 1:nF
        Costs = [pop(F{k}).Cost];

        nObj = size(Costs, 1);
        n = numel(F{k});

        d = zeros(n, nObj);

        for j = 1:nObj
            [cj, so] = sort(Costs(j, :));

            d(so(1), j) = inf;

            for i = 2:n-1
                d(so(i), j) = abs(cj(i+1) - cj(i-1)) / abs(cj(1) - cj(end));
            end

            d(so(end), j) = inf;
        end
```

```
        for i = 1:n
            pop(F{k}(i)).CrowdingDistance = sum(d(i, :));
        end
    end
end

function Archive = GetNonDominatedIndividuals(pop)
    Archive = pop([pop.Rank] == 1);
end

function normalizedWeights = NormalizeWeights(weights)
    normalizedWeights = weights / sum(weights);
end
```

Ek 10: SPEA2 Algoritmasının Matlab Kodları

```
% Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2 (SPEA2) for Portfolio Optimization
% MATLAB R2023b

% Start measuring time
tic;

% Load data
data = load('mydata.mat');
R = data.R;

% Parameters
nAsset = size(R, 2);
nPop = 50;  % tested by changing the population size to nPop=50, 100, 150, 200, 250
nArchive = 100; % Archive size
MaxIt = 1000;  % Maximum number of iterations
alpha = 0.95; % Confidence level for CVaR
crossover_rate = 0.9;
mutation_rate = 0.05;
sigma_initial = 0.1; % Initial mutation step size

% Analyze the dataset
meanReturns = mean(R);
stdReturns = std(R);

% Define asset labels
assetLabels = {'XU100', 'BVSP', 'BUX', 'FCHI', 'GDAXI', 'FTSE', 'JKSE', 'MXX', 'KS11',
'KSE100', 'NSEI', 'N225', 'PSI20', 'SPX', 'AXJO', 'GSPTSE', 'SSMI', 'TA35', 'TASI',
'TWII'};

% Run SPEA2
[Population, Archive, cvar_convergence] = PortSPEA2(R, nPop, nArchive, MaxIt, alpha,
meanReturns, stdReturns, crossover_rate, mutation_rate, sigma_initial);

% Extract weights and costs from Archive
archiveWeights = cat(1, Archive.Position);
```

```
archiveCosts = cat(1, Archive.Cost);

% Calculate Conditional Sharpe Ratio for each portfolio
riskFreeRate = 0.0005568;
conditionalSharpeRatio = ([Archive.expectedReturn] - riskFreeRate) ./
abs([Archive.CVaR]);

% Find the portfolio with the highest Conditional Sharpe Ratio
[maxSharpe, maxIndex] = max(conditionalSharpeRatio);

% Pareto Front Plot
figure;
scatter(archiveCosts(:,1), archiveCosts(:,2), 'filled');
xlabel('Cost(1)');
ylabel('Cost(2)');
title('Pareto Front');
grid on;

% CVaR Convergence Characteristic Plot
figure;
plot(1:length(cvar_convergence), cvar_convergence, 'LineWidth', 2);
xlabel('Iteration');
ylabel('CVaR');
title('CVaR Convergence Characteristic');
grid on;

% Portfolio Weights Distribution
figure('Name', 'Portfolio Weights Distribution', 'NumberTitle', 'off');
boxplot(archiveWeights, 'Labels', assetLabels);
xlabel('Asset');
ylabel('Weight');
title('Distribution of Asset Weights in Pareto-Optimal Portfolios');
xtickangle(45);

% Stop measuring time
executionTime = toc;

% Functions

function [Population, Archive, cvar_convergence] = PortSPEA2(R, nPop, nArchive,
MaxIt, alpha, meanReturns, stdReturns, crossover_rate, mutation_rate, sigma_initial)
    nVar = size(R, 2);

    % Initialize Population and Archive
    empty_individual.Position = [];
    empty_individual.Cost = [];
    empty_individual.Strength = [];
    empty_individual.RawFitness = [];
    empty_individual.DensityFitness = [];
    empty_individual.Fitness = [];
    empty_individual.CVaR = [];
```

```
    empty_individual.VaR = [];
    empty_individual.expectedReturn = [];

    Population = repmat(empty_individual, nPop, 1);

    % Initialize Population
    for i = 1:nPop
        Population(i).Position = NormalizeWeights(rand(1, nVar));
        [Population(i).Cost, Population(i).expectedReturn, Population(i).CVaR,
Population(i).VaR] = PortCost(Population(i).Position, R, alpha, meanReturns,
stdReturns);
    end

    % Initialize Archive
    Archive = repmat(empty_individual, 0, 1);

    % Initialize cvar_convergence
    cvar_convergence = zeros(MaxIt, 1);

    % SPEA2 Main Loop
    for it = 1:MaxIt
        % Update mutation step size
        sigma = sigma_initial * (1 - it / MaxIt);

        % Merge Population and Archive
        MergedPopulation = [Population; Archive];

        % Calculate Strength
        MergedPopulation = CalcStrength(MergedPopulation);

        % Calculate Raw Fitness
        MergedPopulation = CalcRawFitness(MergedPopulation);

        % Calculate Density
        MergedPopulation = CalcDensity(MergedPopulation);

        % Calculate Fitness
        for i = 1:numel(MergedPopulation)
            MergedPopulation(i).Fitness = MergedPopulation(i).RawFitness +
MergedPopulation(i).DensityFitness;
        end

        % Find Non-Dominated Solutions
        Archive = MergedPopulation([MergedPopulation.Fitness] < 1);

        % Check Archive Size
        if numel(Archive) > nArchive
            Archive = TruncateArchive(Archive, nArchive);
        elseif numel(Archive) < nArchive
```

```
            Archive = [Archive;
SortPopulation(MergedPopulation([MergedPopulation.Fitness] >= 1), 'Fitness', nArchive -
numel(Archive))];
        end

        % Select Parents
        Parents = TournamentSelection(MergedPopulation, nPop);

        % Create Offspring
        Offspring = Reproduce(Parents, nPop, crossover_rate, mutation_rate, sigma);

        % Evaluate Offspring
        for i = 1:nPop
            [Offspring(i).Cost, Offspring(i).expectedReturn, Offspring(i).CVaR,
Offspring(i).VaR] = PortCost(Offspring(i).Position, R, alpha, meanReturns, stdReturns);
        end

        % Update Population
        Population = Offspring;

        % Update CVaR Convergence
        cvar_convergence(it) = min([Archive.Cost]);
    end
end

function Population = CalcStrength(Population)
    n = numel(Population);
    Costs = reshape([Population.Cost], 2, [])';

    for i = 1:n
        Population(i).Strength = sum(all(Costs >= Costs(i,:), 2) & any(Costs > Costs(i,:), 2));
    end
end

function Population = CalcRawFitness(Population)
    n = numel(Population);
    Strengths = [Population.Strength];
    Costs = reshape([Population.Cost], 2, [])';

    for i = 1:n
        Population(i).RawFitness = sum(Strengths(all(Costs <= Costs(i,:), 2) & any(Costs <
Costs(i,:), 2)));
    end
end

function Population = CalcDensity(Population)
    n = numel(Population);
    Costs = reshape([Population.Cost], 2, [])';

    for i = 1:n
        Distances = sqrt(sum((Costs - Costs(i,:)).^2, 2));
```

```
        SortedDistances = sort(Distances);
        k = floor(sqrt(n));
        Population(i).DensityFitness = 1 / (SortedDistances(k) + 2);
    end
end

function Archive = TruncateArchive(Archive, nArchive)
    while numel(Archive) > nArchive
        Costs = reshape([Archive.Cost], 2, [])';
        Distances = pdist2(Costs, Costs);
        Distances(logical(eye(size(Distances)))) = inf;
        [~, idx] = min(min(Distances, [], 2));
        Archive(idx) = [];
    end
end

function Selected = TournamentSelection(Population, n)
    nPop = numel(Population);
    Selected = repmat(Population(1), n, 1);

    for i = 1:n
        i1 = randi(nPop);
        i2 = randi(nPop);

        if Population(i1).Fitness < Population(i2).Fitness
            Selected(i) = Population(i1);
        else
            Selected(i) = Population(i2);
        end
    end
end

function Offspring = Reproduce(Parents, nPop, crossover_rate, mutation_rate, sigma)
    Offspring = Parents;

    for k = 1:2:nPop
        if rand < crossover_rate
            [Offspring(k).Position, Offspring(k+1).Position] = ...
                Crossover(Parents(k).Position, Parents(k+1).Position);
        end

        Offspring(k).Position = Mutate(Offspring(k).Position, mutation_rate, sigma);
        Offspring(k+1).Position = Mutate(Offspring(k+1).Position, mutation_rate, sigma);

        Offspring(k).Position = NormalizeWeights(Offspring(k).Position);
        Offspring(k+1).Position = NormalizeWeights(Offspring(k+1).Position);
    end
end

function [y1, y2] = Crossover(x1, x2)
    alpha = rand(size(x1));
```

```
    y1 = alpha.*x1 + (1-alpha).*x2;
    y2 = alpha.*x2 + (1-alpha).*x1;
end

function y = Mutate(x, mu, sigma)
    nVar = numel(x);
    nMu = ceil(mu * nVar);

    j = randsample(nVar, nMu);

    y = x;
    y(j) = y(j) + randn(size(j)) * sigma;

    y = max(0, min(1, y));
    y = NormalizeWeights(y);
end

function [cost, expectedReturn, CVaR, VaR] = PortCost(weights, R, alpha, meanReturns,
stdReturns)
    [f1, f2, VaR] = CalculatePortfolioObjectives(weights, R, alpha);
    expectedReturn = -f1;
    CVaR = f2;

    % Add return-based incentive
    returnIncentive = -sum(weights .* meanReturns);
    cost = zeros(1, 2);
    cost(1) = f1 + 0.5 * returnIncentive;

    % Add risk-based penalty
    riskPenalty = sum(weights .* stdReturns);
    cost(2) = f2 + 0.5 * riskPenalty;

    % Add concentration penalty
    cost(2) = cost(2) + 1 * sum(weights.^2);
end

function [f1, f2, VaR] = CalculatePortfolioObjectives(weights, R, alpha)
    % Calculate expected return
    expectedReturn = sum(mean(R) .* weights);
    f1 = -expectedReturn; % Maximize (negative sign for minimization)

    % Calculate portfolio losses
    Losses = -R * weights';
    Losses = sort(Losses);

    % Calculate VaR
    VaR = quantile(Losses, alpha);

    % Calculate CVaR
    CVaR = mean(Losses(Losses >= VaR));
    f2 = CVaR; % Minimize
```

```
end

function normalizedWeights = NormalizeWeights(weights)
    normalizedWeights = weights / sum(weights);
end

function SortedPopulation = SortPopulation(Population, SortBy, n)
    [~, SortOrder] = sort([Population.(SortBy)]);
    SortedPopulation = Population(SortOrder);
    if nargin > 2
        SortedPopulation = SortedPopulation(1:min(n, numel(SortedPopulation)));
    end
end
```

ÖZGEÇMİŞ

Mahammad CHARKASOV, İlk, orta ve lise öğrenimini Bakü'de tamamladı. 2015 yılında Marmara Üniversitesi Sigortacılık Bölümü'nden lisans derecesini alan Mahammad Charkasov, yüksek lisans eğitimini 2019 yılında İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İşletme Anabilim Dalı Finans Bilim Dalı'nda tamamlamıştır. Prof. Dr. Ali HEPŞEN danışmanlığında yürüttüğü "Portföy Optimizasyonunda Markowitz ve Sharpe Modellerinin Kullanımı: Borsa İstanbul Üzerine Bir Uygulama" başlıklı yüksek lisans tez çalışmasıyla mezun olduktan sonra, aynı yıl İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Finans Doktora Programı'na başlamıştır ve akademik çalışmalarına bu alanda devam etmektedir.