T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

KARANLIK MADDE VE KARANLIK ENERJİ ARASINDAKİ KAOTİK ETKİLEŞİMİN İNCELENMESİ

Aslı CANDAN

Fizik Anabilim Dalı

Yüksek Enerji ve Plazma Fiziği Programı

DANIŞMAN
Prof. Dr. Ekrem AYDINER

Ekim, 2025

İSTANBUL

Bu çalışma 09.10.2025 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Fizik Anabilim Dalı Yüksek Enerji ve Plazma Fiziği Programında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Jürisi

Prof. Dr. Ekrem AYDINER (Danışman)
İstanbul Üniversitesi
Fen Fakültesi

Doç. Dr. Göksel DAYLAN ESMER
İstanbul Üniversitesi
Fen Fakültesi

Dr. Öğr. Üyesi Özgür SEVİNÇ
İstanbul Yeni Yüzyıl Üniversitesi
Mühendislik-Mimarlık Fakültesi

- **İntihal Programı Beyanı**

20.04.2016 tarihli resmi gazetede yayımlanan Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin 9/2 ve 22/2 maddeleri gereğince; Bu Lisansüstü teze, İstanbul Üniversitesi'nin abonesi olduğu intihal yazılım programı kullanılarak Fen Bilimleri Enstitüsü'nün belirlemiş olduğu ölçütlere uygun rapor alınmıştır.

ÖNSÖZ

Tez çalışmamın her aşamasında akademik rehberliği, değerli bilgi ve tecrübeleri, yol göstericiliği ve desteği ile çalışmama büyük katkılar sağlayan danışmanım Sayın Prof. Dr. Ekrem Aydıner'e en derin teşekkürlerimi sunarım. Hocam, Princeton Üniversitesi'nde görev yapıyor olmasına rağmen, zaman ve mesafe engeline aldırmaksızın her daim yanımda olmuş, beni yönlendirmiştir. Fiziğe ve özellikle kozmoloji başta olmak üzere pek çok alana yaptığı katkılar ile uluslararası üne sahip bir bilim insanı olan hocamdan öğrenmek, benim için büyük bir ayrıcalık olmuştur.

Ekim, 2025 Aslı CANDAN

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

ÖNSÖZ ..... **iv**
İÇİNDEKİLER ..... **vii**
ŞEKİL LİSTESİ ..... **viii**
SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ ..... **x**
ÖZET ..... **xi**
SUMMARY ..... **xii**
1. GİRİŞ **1**
2. GENEL KISIMLAR **6**
2.1. STANDART KOZMOLOJİ 6
2.2. KARANLIK MADDE VE KARANLIK ENERJİ 15
2.2.1. Karanlık madde 15
2.2.2. Karanlık enerji 18
2.3. KARANLIK MADDE VE KARANLIK ENERJİ ETKİLEŞİM MODELLERİ 20
2.4. ÇEVRİMSEL KOZMOLOJİ TEORİLERİ 22
2.4.1. Ekpirotik ve Bouncing Çevrimsel Kozmoloji 22
2.4.2. Konformal Çevrimsel Kozmoloji 25
2.4.3. Loop Quantum Cosmology 27
2.4.4. Kaotik Evren Teorisi 28
2.5. ÖZET 31
3. MALZEME VE YÖNTEM **33**
3.1. AYDINER TİPİ ETKİLEŞİM DENKLEMLERİ 33
3.1.1. $\delta Q \neq 0$, $\delta N \neq 0$, $\delta V = 0$ 34
3.1.2. $\delta Q \neq 0$, $\delta N = 0$, $\delta V = 0$ 34
3.1.3. $\delta Q \neq 0$, $\delta N \neq 0$, $\delta V \neq 0$ 35
3.2. KAOS ANALİZ YÖNTEMLERİ 35
3.2.1. Kaosun tanımı 35

3.2.2. Kaosun özellikleri 36
3.2.3. Faz uzayı çözümler 37
3.2.3.1. Faz Uzayı Nedir? 37
3.2.3.2. Kaotik Sistemlerde Faz Uzayı Analizi 37
3.2.3.3. Başlangıç Koşullarına Hassasiyet ve Lyapunov Üsleri 37
3.2.3.4. Garip Çekiciler ve Fraktal Yapılar 38
3.2.3.5. Poincaré Kesitleri 38
3.2.3.6. Bilgi Kuramı Yaklaşımı ve Entropi 38
3.2.3.7. Örnek: Lorenz Sistemi 38
3.2.3.8. Sonuç 39
3.2.4. Lyapunov üsteli 39
3.2.4.1. Tanım 39
3.2.4.2. Sürekli Zamanlı Sistemler 40
3.2.4.3. Ayrık Zamanlı Sistemler (Haritalar) 40
3.2.4.4. Lyapunov Spektrumu 40
3.2.4.5. Öngörülebilirlik ve Entropi 41
3.2.4.6. Uygulama Alanları 41
3.2.4.7. Örnek: Lorenz Sistemi 42
3.2.4.8. Sonuç 42
3.3. ÇÖZÜLECEK DENKLEM SİSTEMLERİ 42
3.3.0.1. Fiziksel Yorum ve Modelleme Yaklaşımı 43
3.3.0.2. Nümerik Çözüm Yöntemi ve Başlangıç Koşulları 44
3.3.0.3. Lyapunov Üstellerinin Hesaplanması 44
3.3.0.4. Faz Uzayı Analizi ve Sabit Noktalar 45
4. BULGULAR 46
4.1. DENKLEM 1 46
4.1.1. Denklemin analizi 46
4.1.2. Zamana bağlı çözümler 47
4.1.3. Faz uzayı dinamikleri 48
4.1.4. Lyapunov üsteli 49
4.2. DENKLEM 2 51
4.2.1. Denklemin analizi 51
4.2.2. Zamana bağlı çözümler 53

4.2.3. Faz uzayı dinamikleri 54
4.2.4. Lyapunov üsteli 55
4.3. ÖZET 56
5. TARTIŞMA VE SONUÇ 57
KAYNAKLAR 59
ÖZGEÇMİŞ 65

ŞEKİL LİSTESİ

Page No

Şekil 3.1: Yeni etkileşim şeması 33

Şekil 4.1: R=5 için cosh zaman Serisi..... 48

Şekil 4.2: R=5 için cosh 2d faz uzayı..... 49

Şekil 4.3: R=5 için cosh 3d faz uzayı..... 50

Şekil 4.4: cosh için Lyapunov spektrumu 51

Şekil 4.5: R=15 için sinh zaman Serisi..... 53

Şekil 4.6: R=15 için 2d faz uzayı 54

Şekil 4.7: R=15 için sinh 3d faz uzayı 55

Şekil 4.8: sinh için Lyapunov spektrumu..... 56

SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ

Simgeler **Açıklama**

a	: Ölçek faktörü
c	: Işık hızı
G	: Kütleçekim sabiti
$g_{\mu\nu}$	: Metrik tensörü
H	: Hubble parametresi
k	: Eğrilik sabiti
p	: Basınç
w	: Durum parametresi
$R_{\mu\nu}$	: Ricci tensörü
t	: Zaman
$T_{\mu\nu}$	: Enerji momentum tensörü
$V(\phi)$	: Skaler potansiyel
z	: Kırmızıya kayma
Λ	: Kozmolojik sabit
Ω	: Yoğunluk parametresi
ρ	: Enerji yoğunluğu
δV	: Hacim değişimi
δQ	: Isı değişimi
δN	: Parçacık değişimi

Kısaltmalar **Açıklama**

BB	: Big Bang
CMB	: Cosmic Microwave Background
CCC	: Conformal Cyclic Cosmology
DM	: Dark Matter
DE	: Dark Energy
EoS	: Equation of State
FLRW	: Friedmann Lemaitre Robertson Walker

GR	: General Relativity
KET	: Kaotik Evren Teorisi
Λ***CDM***	: Lambda Cold Dark Matter

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

KARANLIK MADDE VE KARANLIK ENERJİ ARASINDAKİ KAOTİK ETKİLEŞİMİN İNCELENMESİ

Aslı CANDAN

İstanbul Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Ekrem AYDINER

Aydıner, karanlık madde ve karanlık enerji arasındaki etkileşimi yeni bir etkileşim şeması önererek incelemiştir (Aydiner, 2024, 2025). Bu etkileşim şeması, karanlık madde ve karanlık enerjinin iki termodinamik sistem gibi ısı ve parçacık alışverişi yoluyla etkileşeceği fikrine dayandırılmış ve "*karşılıklı*" ile "*öz-etkileşim*" katkılarının birlikte ifade edilmesiyle oluşturulmuştur. Aydıner, bu etkileşim şemasına uygun olarak elde edilen etkileşim denklemlerinin kaos üreteceğini göstermiştir. Bu tez çalışmasında ise aynı etkileşim şeması kullanılarak yalnızca ısı alışverişi yoluyla etkileşen karanlık madde ve karanlık enerji arasındaki öz-etkileşimlerin hiperbolik bir dinamiğe sahip olduğu durumlarda da etkileşimlerin kaotik olduğu gösterilmiştir.

Ekim 2025, 78 sayfa.

Anahtar kelimeler: Evren, karanlık madde, karanlık enerji, kaotik etkileşim

SUMMARY

M.Sc. THESIS

INVESTIGATION OF THE CHAOTIC INTERACTION BETWEEN DARK MATTER AND DARK ENERGY

Aslı CANDAN

İstanbul University

Institute of Graduate Studies in Sciences

Department of Physics

Supervisor: Prof. Dr. Ekrem AYDINER

Aydiner investigated the interaction between dark matter and dark energy by proposing a new interaction scheme Aydiner (2024, 2025). This interaction scheme is based on the idea that dark matter and dark energy behave as two thermodynamic systems interacting through heat and particle exchange, and it was constructed by combining both "*mutual*" and "*self-interaction*" contributions. Aydiner demonstrated that the interaction equations derived from this scheme can generate chaos. In this thesis, using the same interaction scheme, it is shown that the interactions between dark matter and dark energy, which interact only through heat exchange, are chaotic even in cases where the self-interactions have a hyperbolic dynamics.

October 2025, 78 pages.

Keywords: Universe, dark matter, dark energy, chaotic interaction

1. GİRİŞ

Kozmoloji, evrenin tarihini, özelliklerini, en büyük ölçekteki yapısını, kökenlerini, evrimini ve evrende olabilecekleri bir bütün olarak inceleyen bilim dalıdır. Yunanca'dan cosmos (düzen, evren) ve logos (teori) kelimelerinden türetilmiştir. Teknolojik gelişmeler, Görelilik Kuramı ve birçok kuram ile kozmoloji zenginleşmiştir. Günümüzde gelişen teknoloji ile de artık milyarlarca ışık yılı uzaklıktaki gök cisimleri gözlemlenebilmektedir. Bu aynı zamanda milyarlarca yıl öncesini görebilme anlamına da gelmektedir.

Modern kozmolojiyi oluşturan kanıtlar 1920'li yıllarda elde edildi. Temeli gök bilimciler oluşturmuş olsa da esas olarak Amerikalı Gök bilimci Edwin Hubble'ın eseridir. Galaksimizin ötesinde başka galaksilerin varlığını kanıtlayan ayrıca evrenin bir bütün olarak genişlediğini kanıtlayan kişi Hubble'dır. Bu keşif Georges Lemaitre ve diğer kuramcılara ilham olmuştur. Evrenin aniden genişlemesinin kozmik kökeni olabileceğini öne süren kişi Lemaitre'dir. "İlk atom" olarak adını verdiği ve günümüzde Büyük Patlama olarak bilinen bu kavramın maddelerin bugünkü şeklini almalarına nasıl neden olduğunun anlaşılması, fizik ile mümkün kılındı. Büyük Patlama Teorisinin ana hatlarıyla doğru olmasını kanıtlar olsa da evrenin kökeni ve akıbetine dair araştırmalar devam etmektedir. Büyük Patlama'nın yüksek miktarda enerji açığa çıkarması, atomların oluşmasını ve madde parçacıklarının oluşmasını mümkün kıldı. Evrenin genişlemesi ve soğuması devam ettiği süre boyunca, parçacıklar kararlı yapılar ile bir araya gelmeye başladı.

Gök bilimciler 20. yüzyılın sonlarından itibaren evrendeki görünür maddenin, yıldızlar gazlardan toz bulutları ve gezegenler de dahil olmak üzere, görünmez ve aynı zamanda şeffaf olan maddeye kıyasla varlığının azınlıkta olduğunu bilmekteydiler. Karanlık maddenin varlığı yalnızca kütleçekim etkileriyle bilinmektedir. 1930'larda kümelerin içinde yörünge çizen galaksilerin davranışları üzerinden tespit edilmiştir. 1970 yılında Samanyolundaki yıldızların üzerine yapılan çalışmalar sayesinde varlıkları doğrulanmıştır. Karanlık madde, evrenimizdeki tüm kütlenin %84,5'ini oluşturmaktadır. Gök bilimciler, karanlık maddenin WIMP (zayıf etkileşimli, büyük kütleli parçacık) diye söz edilen bilinmeyen anlaşılması zor atomaltı parçacıklardan oluştuğunu ve teleskop yerine parçacık fiziği laboratuvarında keşfedileceği konusunda hemfikirdir. Etkileri bugün hala hissedilen karanlık enerjinin

keşfiyle birlikte kozmoloji 1990'ların sonlarında sarsıldı. Uzak galaksilerin mesafelerini tahmin edebilmek için Tip Ia Süpernovaları kullanan gök bilimciler bu galaksileri yalnızca kırmızıya kaymaya bakarak tespit edebildiklerinden daha soluk ve daha uzak olduğunu keşfettiler. Öncesinden bu süpernovaların daha parlak olduğu düşünülmüş ve bu değişikliği evrenin Büyük Patlama'dan sonra hangi hızla yavaşladığını ölçmek için kullanmayı düşünmüşlerdir. Bu keşfe göre gerçekleşenin tam tersiydi. Evrenin büyümesi "karanlık enerji" adı verilen bilinmeyen bir kuvvet aracılığıyla hızlanmaktaydı.

Tüm bu araştırmalar ile günümüzde hala evrendeki maddenin büyük çoğunluğunun formu bilinmemektedir. Evrenin sonlu olup olmadığı, nasıl başladığı veya bir enflasyon safhasının olup olmadığı da bilinmemektedir. Buna rağmen, teori ve gözlemin oluştuğu ilintili olduğu noktalar çok sayıdadır.

Standart kozmoloji teorisi olarak kabul edilen Büyük Patlama Teorisine göre evrenimiz sonsuz küçük bir tekil nokta iken çok kısa bir sürede genişleyerek bugünkü bilinen sınırlarına ulaştı. Bu teori genişleyen evren teorisi olarak da bilinir. Genişlemenin gözlemsel kanıtları Hubble gözlemlerine, kozmik mikrodalga arka plan ışımasının varlığına ve hafif elementlerin bolluğu olarak kabul edilir. Bu teoriye göre evrenimiz başlangıçta 10^{24} K sıcaklıkta ve sonsuz yoğunlukta olmalı idi. Açıklanamayan bu evren yüksek yoğun enerjisinden dolayı genişlediği varsayılır. Bu ilginç senaryo evrenimizin genişlediği ve bu süreçte fermiyon ve bozon adı verilen maddeleri açığa çıkarmış olmalıdır. 10^{-35}s gibi kısa sürede bugün bilinen sınırlarına ulaşan evren çeşitli evrimsel aşamalardan geçerek bugünkü gözlemlenen sınırlarına ulaşmıştır. Bu teori tüm evrimsel sürecin madde ve onun organizasyonu ile açıklamakta idi.

Evren anlayışımızda en beklenmedik keşiflerden biri, evrenin sıradan baryonik madde tarafından değil, karanlık maddenin hakimiyetidir. Karanlık madde, baryonik maddeden beş kat daha çok bulunan ışık içermeyen bir madde türüdür bundan dolayı doğrudan gözlemlenememektedir. Karanlık maddenin varlığı ancak dolaylı yollar ile tespit edilebilir. Şu ana kadar doğrudan gözlemlenememiştir ve yapısı hakkında kesin bir bilgi mevcut değildir. Başlangıçta tartışmalı bir kavram olmasına rağmen kozmik mikrodalga arka planındaki anizotropilerin gözlemlenmesi, galaksi kümelerinin hız dağılımları, büyük ölçekli yapı dağılımları, kütleçekimsel mercek çalışmaları ve galaksi kümelerinden alınan X-ışını ölçümleri nedeniyle artık standart kozmolojinin yaygın olarak kabul görmüş bir

parçasıdır. Galaksilerin hareketlerini, evrenin genişleme hızını ve galaksi kümelerindeki kütle dağılımlarını açıklamak için karanlık madde kullanılır. Karanlık maddenin varlığına dair ilk ipuçlarını 1933 yılında İsviçreli astrofizikçi Fritz Zwicky tarafından bulundu. Fritz Zwicky, Coma galaksi kümesinin hareketlerini incelerken, bu galaksilerin hızlarının yalnızca gözlemlenebilir maddeye dayalı olamayacağı kadar yüksekte olduğunu fark etti. Zwicky, görünmeyen bir madde olması gerektiğini öne sürmüştür ve buna "dunkle materie" (karanlık madde) ismini vermiştir. Daha sonraki kanıtlar ise 1970 yılında Amerikalı astronom Vera Rubin ve Kent Ford, spiral galaksilerin dönüş eğrilerini inceleyerek karanlık madde teorisini güçlendirdiler (Arun et al., 2017). 1936 yılında, Sinclair Smith karanlık maddeye dair kanıtlar bulmuştur. Sinclair Smith, Zwicky'nin çalışmasını bağımsız olarak doğrulayan ilk kişidir (Smith, 1936).

Karanlık maddenin gözlemsel kanıtları arasında en çarpıcı olanlardan biri, galaksi dönüş eğrileri üzerindeki çalışmadır. Bu alandaki öncü çalışmalarıyla Vera Rubin, yıldızların galaksi merkezlerinden uzaklaştıkça beklenenden çok daha hızlı döndüğünü göstermiştir. 1980 yılında Rubin, yayınladıkları çalışmada 21 spiral galaksinin dönme eğrilerini analiz ederek, görünür madde dağılımının kütleçekimsel etkilerle uyuşmadığını ortaya çıkarmıştır (Rubin et al., 1980). Bu bulgular, galaksinin dış bölgelerinde önemli miktarda görünmeyen, ışık yaymayan, bir kütlenin varlığını zorunlu olarak ortaya çıkarmıştır. Vera Rubin'in bu gözlemleri, karanlık maddenin modern kozmolojide önemli yer edinmesini sağlamakla birlikte, ΛCDM Modeli'nin şekillenmesinde önemli rol oynamıştır.

Karanlık enerji ise fizikçilerin, evrenin genişlemesini hızlandıran herhangi bir madde, kuvvet veya uzay özelliği için kullandıkları isimdir. Evrenin genişleme hızı zamanla arttığı gözlemlenmiştir. Bu hızlanmayı açıklayabilmek için karanlık enerji kavramı ortaya çıkmıştır. Karanlık enerji de doğrudan gözlemlenememekte yalnızca kozmik arka plan ışınımı, süpernova gözlemleri, galaktik kümelerin dağılımı kanıtlarıyla varlığı desteklenebilmiştir. Karanlık enerjinin doğası hakkında kesin bir bilgi bulunmamaktadır. Kozmolojik sabit ve kuantum vakum enerjisi teorileriyle açıklanmaya çalışılmıştır. İlk olarak 1997 yılında iki bağımsız çalışan araştırma grubu tarafından yapılan gözlemler sonucunda keşfedilmiştir. Bu araştırma grupları Tip Ia Süpernovaların parlaklığını ölçerek evrenin genişleme hızını ölçtüler (Perlmutter, 1999; Riess et al., 1998). Beklenmedik gözlem sonucu olarak uzak süpernovaların beklenenden daha sönük olduğunu bunun sonucunda da evrenin genişlemesinin hızlandığı anlaşıldı. Bu sonuç, evrenin hızlanan genişlemesini açıklayacak

yeni bir enerji formunun varlığını ortaya çıkardı ve bu enerjiye karanlık enerji adı verilmiştir. Karanlık enerjinin keşfi modern kozmolojide dönüm noktası olarak görülmüştür.

Karanlık madde ve karanlık enerji her ikisi de görülememektedir fakat var oldukları bilinmektedir. Karanlık madde, galaksilerin var olmasını mümkün kılan etmendir. Evrenin şu anki şekliyle yapılandığı hesaplandığında yeteri miktarda normal maddenin olmadığı ortaya çıkmaktadır. Görünen maddelerin kütleçekimi, galaksileri ve karmaşık yapıları oluşturacak kadar güçlü değildir. Yüksek doygunlukta karanlık madde içeren sistemler, yakınlarından geçen ışığı bükerler. Böylelikle anlaşılmaktadır ki arada kütleçekimiyle etkileşen bir etmen bulunmaktadır. Karanlık madde, sadece yıldızların olmadığı normal maddelerden oluşan bir bulut değildir çünkü tespit edilebilenen parçacıklar yayma durumunda olması gerekirdi. Antimadde de değildir çünkü antimadde normal bir maddeyle etkileştiğinde, gama ışını üretmektedir. Ayrıca karanlık madde, çevresini şiddetli etkileyen çok yoğun nesneler olan kara deliklerden de oluşmamıştır. Karanlık madde her yere dağılmış durumda bulunmaktadır. Karanlık maddenin ne olduğunu tam olarak bilinmemesine rağmen ne olmadığına dair fikirler mevcuttur. Yükü olmadığı bilinmektedir. Yükünün olmaması, karanlık maddenin hissedilemeyeceği anlamına da gelmektedir.

Karanlık enerji, evrendeki en önemli kozmik olgu olmasına rağmen araştırılması oldukça zordur. Tespit edilememekte ancak etkileri açıkça görülebilmektedir. Bilindiği üzere karanlık enerji evrenin her yerinde mevcut, tümüyle birörnek ve uzayın dokusuna işlenmiş bir durumda ve tek etkisi, uzayı uzak galaksiler arasındaki boşluklardan daha küçük ölçeklerde hiçbir saptanabilir etkiye yol açmayacak kadar yavaş bir şekilde çekip uzatmasıdır. Karanlık madde, karanlık enerji kadar görünmez olsa da karanlık madde, şu ana kadar gördüğümüz tüm galaksileri veya galaksi kümelerini bir araya getirerek, kütleçekimsel alana hükmederek, ışığı bükerek ve kozmik tarihin akışını değiştirerek varlığını belli etmektedir. Karanlık enerji ise sadece yayılmaktadır. Karanlık enerjiye dair iki temel unsur vardır. Evrenin genişlemeye dayalı tarihi ve galaksilerin ve galaksi kümelerinin zaman içinde büyüme şeklidir. Bunlar için uzaya ve geçmişe bakılmakta ve evrenin zaman içinde evrimi takip edilmektedir.

Tüm bu araştırmalar ile karanlık enerji hem evrenin baskın bileşeni olduğunu hem de mevcut anlayışımızın ötesinde olan yeni bir fizik türünün işaretine yol açmaktadır.

Bu tez, karanlık madde ve karanlık enerji arasındaki etkileşimin kaotik olabileceği yönünde bir incelemeyi amaçlandırmaktadır. Bu çalışmada, Aydıner tarafından ileri sürülen

"Karanlık madde ve Karanlık Enerji Arasındaki Kaotik Etkileşim" (Aydiner, 2024) ve "Termodinamik Sistemler Arasındaki Kaotik Etkileşim" (Aydiner, 2025) makalesi göz önünde bulundurularak karanlık madde ve karanlık enerji eşleşmiş ve etkileşen iki termodinamik sistem olarak ele alınmaktadır. Tez, Genel Kısımlar, Malzeme ve Yöntem, Bulgular, Tartışma ve Sonuç şeklinde dört ana bölümden oluşmaktadır. Genel kısımlarda ilk olarak standart kozmoloji, karanlık madde ve karanlık enerji ele alınarak etkileşim modelleri incelenecektir. Ardından alternatif kozmoloji modellerinden olan Paul Steinhardt ve Neil Turok tarafından önerilen kozmoloji olan Döngüsel Ekpirotik Evren (Cyclic Ekpyrotic Universe) modeli ele alınmaktadır. Çevrimsel Kozmoloji Teorileri, Ekpirotik ve Bouncing Çevrimsel Kozmoloji, Konformal Çevrimsel Kozmoloji, Loop Quantum Cosmology ve Kaotik Evren Teorisi incelenecek olup ardından karanlık sektörde etkileşim modelleri, bulgularda ise makaledeki denklemlerin modifiye edilmiş şekliyle yeni sistemin kaotik dinamikleri incelenecektir. Yeni denklemin zaman serileri, faz uzayı grafikleri çizdirilmektedir. Denklemlerin Lyapunov analizi ile kaotikliği analiz edilecektir. Son olarak, Tartışma ve Sonuç kısmında bulgular özetlenip elde edilen sonuçların kozmolojik modellere katkıları tartışılacaktır.

2. GENEL KISIMLAR

2.1. STANDART KOZMOLOJİ

Modern kozmoloji, evrenin kökeni, yapısı evrimi ve nihai kaderi üzerine yapılan araştırmaları kapsamaktadır. Bu alanın temelini oluşturan çalışmalar, 20. yüzyılın başlarında Albert Einstein, Alexander Friedmann ve Edwin Hubble tarafından gerçekleştirilmiştir. Albert Einstein, 1915 yılında geliştirdiği Genel Görelilik Kuramı ile Newton'un kütleçekim yasasına alternatif bir fikir geliştirmiştir. Genel Görelilik Kuramına göre, kütle ve enerji uzayzamanın geometrisini bükmekte olup kütleçekimini ortaya çıkarmaktadır. Bunun sonucunda, artık kütleçekimi uzak mesafeler arasında aniden etki eden bir kuvvet değil, uzayzamanın eğriliğinin bir sonucu olarak, alternatif yeni bir kütleçekimi anlayışı ortaya koymuştur.

Bu teori, evrenin büyük ölçekli yapısını anlayabilmek için temel bir çerçeve sunmaktadır. Einstein, ilk olarak durağan (statik) bir evren modeli öngörmüştür ve bu modelin çözümlerinde evren genişlememekte veya daralmamakta, sabit bir yapıya sahiptir. Buna rağmen Einstein denklemleri, doğası gereği doğrudan statik evren çözümlerine izin vermez; zira yerçekimi kuvveti, evrenin zamanla çökmesine neden olurdu. Bu doğrultuda denklemlerine kozmolojik sabit (Λ) eklemiştir. Ancak bu yaklaşım, evrenin dinamik olabileceğini öngören çözümlerle kısa sürede yer değiştirmiştir (Kragh, 1996). Friedmann 1922 yılında ve 1927 yılında Lemaitre evrenin durağan değil, genişleyen bir yapıda olabileceğini gösteren çözümler üretmiştir. Hubble'ın 1929 yılındaki gözlemleri ise galaksilerin birbirinde uzaklaştığını göstererek, genişleyen evren fikrini gözlemsel olarak doğrulamıştır.

1922 yılında Friedmann, Einstein alan denklemlerinin homojen ve izotropik varsayımları altında çözümünü sunarak dinamik evren modelleri ortaya koymuştur (Weinberg, 2008). Friedmann denklemleri, evrenin zamanla genişleyebilceğini veya büzülebilceğini göstermiştir. Bu denklemler, madde, radyasyon ve kozmolojik sabitin etkilerini içeren biçimde farklı evrim senaryolarını oluşturmaktadır. Friedmann'ın çözümleri gözlemsel bulgular ile desteklenerek kozmolojinin temelini oluşturmuştur (Ryden, 2017). Bu kuramsal

çerçevenin üzerine inşa edilen bir diğer katkı ise Georges Lemaitre'nin 1927 yılında hem Einstein denklemlerini hem de galaksi gözlemlerini kullanarak evrenin genişlemekte olduğunu ileri sürmüştür (Lemaître, 1927). Lemaitre, evrenin geçmişte yüksek yoğunluklu bir başlangıç durumundan, daha sonra "ilkel atom" olarak adlandırdığı, bir noktadan genişlemeye başladığını öne sürerek Büyük Patlama Teorisinin ilk biçimini ortaya koymuştur. Çalışmaları, teorik ve gözlemsel kozmoloji çalışmaları arasında etkileşim sağlamıştır (Peebles, 1993). Bu kuramsal öngörüleri, gözlemsel olarak doğrulayan kişi Edwin Hubble'dır. Hubble 1929 yılında, galaksilerin uzaklaştıkça daha yüksek hızlara sahip olduğunu gösteren gözlemleriyle, evrenin genişlediğini doğrudan ispatlamıştır (Hubble, 1929*a*). Hubble yasası olarak bilinen bu bağlantı, galaksi uzaklıkları ile tayf kaymaları arasındaki doğrusal orantıyı ifade etmektedir. Hubble'ın bulguları, Lemaitre ve Friedmann'ın teorik öngörüleri ile birlikte değerlendirilerek evrenin durağan olmadığını, zamanla genişlediği sonucunu güçlendirmiştir (Ryden, 2017). Bu tarihsel ve kuramsal gelişmeler, Standart Kozmolojik Modelin temelini oluşturmuştur. Günümüz kozmolojisinin gelişimine yön vermiştir. Genel Görelilik Kuramı üzerine kurulan bu model, evrenin genişleyen, Büyük Patlama ile başlayan madde, radyasyon ve karanlık enerji bileşenlerinden oluşan bir yapıya sahip olduğunu varsaymaktadır (Weinberg, 2008).

Evrenin doğasına dair en güçlü çıkarımlar, gözlemsel verilerin ortaya çıkardığı kanıtlar ışığında şekillenmiştir. Modern kozmolojinin, standart modelini oluşturan ΛCDM, çok sayıda bağımsız gözlemsel bulgu tarafından test edilerek doğrulanmıştır. Yalnızca teorik modellerin doğruluğunu test etmekle değil, aynı zamanda evrenin geçmişini bugünü ve geleceği hakkında kapsayıcı bir anlayış geliştirmeyi sağlamaktadır. Evrenin genişlediğine dair ilk gözlem olan Hubble gözlemleri, evrenin erken dönemlerine dair bilgiler taşıyan kozmik mikrodalga arka plan ışıması, hafif elementlerin bolluk oranları, uzak Tip Ia Süpernova gözlemleri ve galaksilerin büyük ölçekli dağılımı birbiriyle tutarlı olarak evrenin dinamik, genişleyen ve evrim geçiren bir yapı olduğunu göstermektedir.

1929 yılında Edwin Hubble tarafından yapılan gözlemler, uzak galaksilerin ışıklarının kırmızıya kaydığını ve bu kaymanın galaksilerin uzaklığıyla orantılı olduğunu ortaya koymuştur. Bu bulgu, evrenin zamanla genişlediğini göstererek durağan evren modelini geçersiz kılmıştır. "Hubble Yasası" olarak bilinen bu ilişki, günümüzde galaksi kırmızıya kaymalarıyla yüksek hassasiyetle test edilmekte ve evrenin genişleme hızını tanımlayan Hubble sabiti belirlenmektedir (Hubble, 1929*b*). 1929 yılında Edwin Hubble tarafından

ortaya konan galaksilerin uzaklaştıkça ışıklarının daha fazla kırmızıya kaydığı gözlemi, evrenin durağan değil, dinamik bir yapıda olduğunu göstermiştir. Galaksilerin hızlarının uzaklıklarıyla doğru orantılı olması, evrenin zamanla genişlediğini ortaya koymaktadır. Bu genişleme fikri, yalnızca statik evren anlayışını geçersiz kılmakla kalmamış, aynı zamanda Einstein'ın Genel Görelilik Kuramına getirdiği kozmolojik sabitin fiziksel bir gereklilik olup olmadığını da yeniden sorgulatmıştır. Hubble genişlemesi, evrenin geçmişte daha yoğun ve daha sıcak bir durumda olduğunu öne süren Büyük Patlama Modeline doğrudan gözlemsel bir temel sunmaktadır. Evrenin, Büyük Patlama'da oluşturduğu sıcak ve yoğun başlangıç izleri ise günümüzde hala tespit edilebilinen bir kozmik kalıntı olan kozmik mikrodalga arka plan ışıması (CMB) ile gözlemlenebilir durumdadır (Collaboration, 2020; Penzias and Wilson, 1965). Büyük Patlama'dan yaklaşık 380.000 yıl sonra, evrenin yeterince soğuması ile madde ve ışık arasındaki etkileşim azalmış böylece fotonlar serbestçe yol almaya başlamıştır. Bu döneme ait ışınım, evrenin her yönünden gelen ve neredeyse izotropik özellik gösteren bir mikrodalga arka plan olarak günümüze ulaşmıştır. CMB'nin içerdiği sıcaklık dalgalanmaları, erken evrendeki madde yoğunluklarının izlerini taşımaktadır ve bu dalgalanmalar zamanla kozmik yapının galaksi kümeleri ve büyük ölçekli yapılar oluşumuna zemin hazırlamıştır. CMB, evrenin ilk dönemine dair gözlemlenebilir en eski veri olarak kozmoloji çalışmalarında merkezî bir rol oynamaktadır. CMB, evrenin büyük ölçekli yapısının oluşumuna zemin hazırlayan bu ilk izotropi sapmalarını barındırır. Planck ve WMAP uyduları tarafından ölçülen bu mikrodalga ışınımı, evrenin yaşına, bileşimine ve eğriselliğine dair kritik bilgiler sağlamaktadır. Evrenin ilk birkaç dakikasına ışık tutan bir diğer önemli gözlemsel kanıt ise, hafif elementlerin bolluğudur. "Büyük Patlama Nükleosentezi" olarak adlandırılan süreçte, evrenin sıcaklığının ve yoğunluğunun elverişli olduğu çok kısa bir zaman aralığında hidrojen, helyum ve eser miktarda lityum gibi hafif çekirdekler oluşmuştur. Bu elementlerin günümüzde gözlemlenen bolluk oranları, evrenin ilk anlarındaki koşullar hakkında son derece hassas bilgiler içermektedir. Özellikle döteryum ve helyum-4 miktarları, Büyük Patlama modelinden elde edilen teorik tahminlerle son derece uyumludur. Bu uyum, erken evrenin fiziksel koşullarını tanımlayan kozmolojik parametrelerin tutarlılığı açısından son derece önemlidir. Tüm bu gözlemsel bulgular, birbirini destekleyen ve tamamlayan niteliktedir. Hubble genişlemesi, evrenin dinamik yapısını ortaya koyarken, CMB, bu evrimin erken dönemlerine dair ayrıntılı bir anlık görüntü sunar. Öte yandan, hafif elementlerin bolluğu ise evrenin ilk birkaç dakikasındaki termonükleer süreçlerin doğrudan bir sonucu olarak teorik modellerin sınanmasına

olanak tanır. Böylece, evrenin geçmişine dair geliştirilen kozmolojik modeller, yalnızca matematiksel bir çerçeveye değil, aynı zamanda doğrudan gözlemlerle desteklenen fiziksel bir temeli oluşturmaktadır. Evrenin genişleme geçmişine dair en güçlü kanıtlardan olan Tip Ia Süpernova gözlemleridir (Riess et al., 1998; Wagoner et al., 1967). Bu süpernovalar, evrenin uzak bölgelerinde meydana gelen standart parlaklık kaynakları olarak kullanılır (Perlmutter, 1999). 1998 yılında birbirinden bağımsız iki ekip tarafından yapılan gözlemler, evrenin yalnızca genişlemediğini, aynı zamanda bu genişlemenin hızlandığını da ortaya koymuştur. Bu bulgu, karanlık enerji kavramının kozmolojiye dahil edilmesine yol açmış ve kozmolojik sabitin yeniden değerlendirilmesini gerekli kılmıştır. Süpernova verileri, bugün karanlık enerjinin evrenin toplam enerji yoğunluğunun büyük kısmını oluşturduğunu göstermektedir. Son olarak, galaksilerin büyük ölçekli dağılımı da evrenin yapısına dair önemli gözlemler sunmaktadır (Eisenstein et al., 2005; Tegmark et al., 2004). Gözlemsel gökyüzü taramaları galaksilerin evrende rastgele dağılmadığını, aksine belli ölçeklerde kümeler ve iplikçikler oluşturduğunu göstermiştir. Bu büyük ölçekli yapı, erken evrendeki CMB anizotropileriyle doğrudan ilişkilidir ve kütleçekimsel evrimle açıklanmaktadır. Galaksi korelasyon fonksiyonları ve baryon akustik salınım verileri, evrenin genişleme tarihçesi ve içerdiği madde miktarına dair önemli çıkarımlar yapılmasını sağlar (Tegmark et al., 2004). Bu beş gözlemsel kanıt birlikte incelendiğinde, evrenin genişleyen, evrim geçiren ve madde-enerji içeriği değişen bir yapı olduğunu güçlü biçimde desteklemaktedir. Her biri farklı zaman ölçeklerine ve fiziksel süreçlere karşılık gelmesine rağmen tüm bu gözlemler uyumlu bir bütünlük içinde modern kozmolojik modeli doğrulamaktadır (Dodelson, 2003; Ryden, 2017).

Kozmoloji, temelde iki temel ilkeden oluşmaktadır. En temel olarak Kopernik ilkesidir. Bu ilke, evrenin farklı noktaları arasında bir ayrım yoktur. Kopernik öncesi dönemde ise dünya merkezli bir evren anlayışı mevcut idi ve bu görüş dünyanın evrenin özel bir noktası olduğu şeklindeydi. Bu, evrenin her noktası Güneş'in merkezi ile uzay boşluğundaki soğuk bir nokta aynı olamayacağı gibi bu ilkede, çok daha büyük ölçeklere geçildiğinde, Güneş sistemine geçildiğinde, bu büyüklükte bir ölçekte ortalama alındığı zaman artık evrenin her noktası aynı hale gelmektedir. Samanyolu galaksisinin durduğu nokta ile bir başka galaksinin durduğu nokta arasında özel bir fark olmadığı ortaya çıkmaktadır. Örneğin, kozmik arka plan ışıması (CMB), kanıtlarından bir tanesidir. Dolayısıyla büyük ölçekte, evrenin her yönü aynıdır. Kopernik ilkesinin matematiksel olarak izotropi ve homojenlik

ile bağlantılıdır. İzotropi bir noktadan bakıldığı zaman bütün yönlere, her yönün aynı gözükmesidir. Burada yine kozmolojik ölçekte bir ortalama ile işlem yapılmaktadır. Burada büyük ölçekte bakıldığında, uzayın hangi yönüne bakıldığı farkedilmemektedir.

Kozmolojide bu iki önemli varsayım, uzayın homojen ve izotropik olduğudur. İzotropik, bir noktada bulunmak gözlemcinin çevresindeki tüm yönlerde aynı fiziksel özellikleri algılaması anlamına gelmektedir. (Carroll, 2004)

Büyük Patlama Modeli, kozmolojinin temel taşıdır. Evrenin aşırı yüksek enerjili, yüksek sıcaklıklı başladığı ve kuantum etkilerinin rol aldığı bir modeldir. Evrenin genişlemesini, geçmişini ve geleceğini açıklamak için Genel Görelilik, termodinamik ve kuantum mekaniği ile birlikte incelenmektedir. Bu model, teorik fizik ve gözlemsel astrofizik ile sürekli olarak test edilmekte ve geliştirilmektedir.

Bilimsel kozmolojinin modern çağı ise 1915'te yayınlanan ve evrenin tutarlı bir matematiksel tasvirini imkan sağlayan Einstein'ın Genel Görelilik Kuramı ile başlamıştır. Einstein'ın bu teorisine göre madde ve hareketin özellikleri, uzay ve zamanın biçiminin bozulmasıyla ilgilidir. Bunun kozmoloji için önemi uzay ve zamanın artık mutlak ve maddesel cisimlerden bağımsız düşünülmeyeceğidir. Genel Görelilik, uzay ve zamanın kökenini anlamayı mümkün kılmaktadır. Einstein'ın teorisi, genişleyen evrenin tasviri olan Büyük Patlama Modelinin temelini oluşturmaktadır. Büyük Patlama Teorisine göre uzay, zaman, madde ve enerji yaklaşık 15 milyar yıl önce aşırı yoğunlukta ve aşırı sıcaklıkta madde ve radyasyondan oluşan ilkel bir ateş topu olarak var olmuştur. Başlangıçtan saniyeler sonra sıcaklık 10 milyar dereceye düşmüş ve nükleer reaksiyonlar, atomları meydana getirmiştir.

Kozmolojik bir sistemde, Friedmann denklemleri evrendeki maddenin zamana göre evrimini belirlemektedir. Kozmolojik ölçekte evrendeki bütün maddeyi, bir ideal akışkan varsayımı uzayın her noktasında bu ideal akışkanın enerji yoğunluğu ve basınç değerleri olacaktır. Kopernik ilkesiyle, varsayım evrenin her noktasının eşdeğer olduğudur. Evrenin hiçbir noktasının özel olmadığıdır. Evrenin herhangi bir noktasından herhangi bir yönüne baktığımızda fark olmamasıdır. Farklı yönlerin birbirine denk olmasıdır. Her yöne bakıldığında ortalama olarak aynı özellikler görülmektedir. Evrendeki madde bütün evrene homojen dağılmıştır. Aynı zamanda izotropiktir.

Kozmik mikrodalga arka plan ışıması (Cosmic Microwave Background), evrenin erken

evrelerinde meydana gelen fiziksel süreçlerin günümüze ulaşan kalıntısı niteliğindedir. Bu ışıma, Büyük Patlama sonrası sıcak ve yoğun bir plazma evresinden geçerek genişleyen ve soğuyan evrende, maddenin ışınım ile ayrıştığı döneme ait fotonların bugünkü gözlemsel karşılığıdır. Yaklaşık olarak 380.000 yıl sonra, evrenin sıcaklığı 3000 Kelvin seviyesine düştüğünde, serbest elektronlar ile protonlar birleşerek nötr hidrojen atomlarını oluşturmuş ve bu sayede fotonlar serbestçe hareket edebilir hale gelir. Bu olaya rekombinasyon ya da ışımanın serbest kalması (decoupling) denir (Peebles, 1993). Bu olaydan sonra yayılan fotonlar, evrenin genişlemesiyle birlikte enerji kaybederek günümüzde mikrodalga bölgesine kadar kaymış ve yaklaşık 2.725 Kelvin sıcaklığında, siyah cisim tayfına çok yakın bir şekilde gözlemlenmiştir (Fixsen et al., 1996). Bu radyasyon, kozmik mikrodalga arka plan ışıması (CMB) olarak adlandırılır ve günümüzde evrenin her yönünde oldukça homojen bir şekilde ölçülmektedir. Ancak, bu homojenliğe karşın, sıcaklıkta 10^{-5} mertebesinde çok küçük anizotropiler bulunmaktadır. Bu anizotropiler, erken evrende maddenin yoğunluk dağılımındaki küçük dalgalanmalara karşılık gelir ve daha sonra galaksiler ile büyük ölçekli yapıların oluşumuna zemin hazırlamıştır (Hu and Dodelson, 2002) .

CMB'nin gözlemsel olarak keşfi 1965 yılında Arno Penzias ve Robert Wilson tarafından gerçekleştirilmiş ve bu keşif, Büyük Patlama Kuramının en güçlü gözlemsel doğrulayıcılarından biri olmuştur. Daha sonraki yıllarda COBE, WMAP ve Planck gibi uzay görevleri sayesinde CMB'nin tayfı ve anizotropileri son derece yüksek hassasiyetle haritalanmıştır. Özellikle Planck uydusunun 2018 yılında yayımladığı sonuçlar, evrenin yaşını (yaklaşık 13.8 milyar yıl), eğrisiz (düz) geometrisini ve temel kozmolojik parametrelerini (baryon yoğunluğu, karanlık madde oranı, Hubble sabiti) belirlemede büyük rol oynamıştır (Collaboration, 2020).

Einstein alan denklemi

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \tag{2.1}$$

burada $R_{\mu\nu}$ Ricci tensörü, $g_{\mu\nu}$ metrik tensörü, R Ricci skaleri, Λ kozmolojik sabit, G kütleçekim sabiti, c ışık hızı, $T_{\mu\nu}$ enerji momentum tensörüdür.

- $g_{\mu\nu}$: **Metrik tensörü** — Uzayzamanın geometrisini belirler. İki olay arasındaki aralıkları (uzayzaman mesafesini) tanımlar.

- $R_{\mu\nu}$: **Ricci eğrilik tensörü** — Uzayzamanın yerel eğriliğini ifade eder; özellikle madde yoğunluğuna bağlı olarak eğrilen bölümleri temsil eder.
- R: **Ricci skaları** — Ricci tensörünün izidir: $R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$. Eğriliğin skalar ölçüsünü verir.
- $T_{\mu\nu}$: **Enerji-momentum tensörü** — Uzayzamanda bulunan madde ve enerjinin yoğunluğunu, basıncını ve akış yönünü temsil eder.
- G: **Newton'un evrensel kütleçekim sabiti** — Genel Görelilik ile klasik kütleçekim kuramı arasında geçiş sağlayan sabittir.

Bu metrik,

$$\Gamma^{\alpha}_{\beta\mu} = \frac{1}{2}g^{\alpha\nu}\left(g_{\nu\beta,\mu} + g_{\nu\mu,\beta} - g_{\beta\mu,\nu}\right) \tag{2.2}$$

bu formüle yerleştirilerek, Christoffel sembolleri hesaplanmaktadır.

$$\Gamma^{0}_{11} = \frac{a\dot{a}}{1-\kappa r^2} \qquad \Gamma^{1}_{11} = \frac{\kappa r}{1-\kappa r^2} \tag{2.3}$$

$$\Gamma^{0}_{22} = a\dot{a}r^2 \qquad \Gamma^{0}_{33} = a\dot{a}r^2\sin^2\theta \tag{2.4}$$

$$\Gamma^{1}_{01} = \Gamma^{2}_{02} \qquad \Gamma^{3}_{03} = \frac{\dot{a}}{a} \tag{2.5}$$

$$\Gamma^{1}_{22} = -r(1-\kappa r^2) \qquad \Gamma^{1}_{33} = -r(1-\kappa r^2)\sin^2\theta \tag{2.6}$$

$$\Gamma^{2}_{12} = \Gamma^{3}_{13} = \frac{1}{r} \tag{2.7}$$

$$\Gamma^{2}_{33} = -\sin\theta\cos\theta \qquad \Gamma^{3}_{23} = \cot\theta \tag{2.8}$$

Buradan, Riemann tensörü ardından Ricci tensörü hesaplanmaktadır. Bu çerçevede, metrik belirli olduğu durumda Einstein denkleminin sol tarafı, uzayzamanın geometrisini belirleyen kısmı hesaplanabilmektedir. Einstein denklemini tanımlayabilemek için geriye kalan sağ kısmı, maddenin ve enerjinin uzayzamandaki dağılımı, bu dağılımın uzayzamanı nasıl etkilediği kısmı, stress enerji tensörünü (enerji-momentum tensörü) içinde ideal akışkan varsayımı ile türetmektir (Carroll, 2004).

Ricci tensörü bileşenleri şu şekilde yazılabilir:

$$R_{00} = -3\frac{\ddot{a}}{a} \tag{2.9}$$

$$R_{11} = \frac{a\ddot{a} + 2\dot{a}^2 + 2k}{1 - kr^2} \tag{2.10}$$

$$R_{22} = r^2(a\ddot{a} + 2\dot{a}^2 + 2k) \tag{2.11}$$

$$R_{33} = r^2 \sin^2\theta(a\ddot{a} + 2\dot{a}^2 + 2k) \tag{2.12}$$

Einstein alan denklemleri doğrusal olmayan bir matematiksel yapıya sahiptir. 10 derece karmaşık, 10 bileşenli, ikinci dereceden, doğrusal olmayan kısmi diferansiyel denklemler sistemidir. Bu yüzden çözüm bulmak tarihsel olarak çok zorlu olmuştur. Çözümler genellikle yüksek simetri varsayımları (örneğin küresel simetri, homojenlik, izotropi) altında elde edilmiştir.

Denklem (2.1) için çok sayıda çözüm önerilmiştir. Bunlar arasında Einstein'ın kendi çözümü vardır. Albert Einstein (1915-1916): Denklemleri ortaya koydu ve ilk çözümlerden biri olan Schwarzschild çözümünü hemen fark etti. Karl Schwarzschild (1916): Noktasal kütle/karadelik çözümü: Schwarzschild metriği. Bu ilk tam çözüm olmuştur. Friedmann (1922, 1924): Homojen ve izotropik evren çözümleri: Friedmann evrenleri. Bu çözümler daha sonra modern kozmolojinin temelini oluşturdu. Georges Lemaître (1927): Genişleyen evren çözümü, Friedmann çözümlerinin fiziksel yorumunu yaptı. Howard P. Robertson ve Arthur G. Walker (1935-1936): Genel homojen ve izotropik metrik: Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker (FLRW) metriği. Roy Kerr (1963): Dönen kara delik çözümü: Kerr metriği. Ezra Newman ve Alfred Janis/Newman-Penrose grubu (1965): Elektrik yükü içeren ve dönen kara delik çözümü: Kerr–Newman metriği. Hermann Weyl, Levi-Civita, Kasner (1917–1925 arası): Silindirik, vakum ve anizotropik çözümler geliştirdiler (ör. Kasner evreni). Gödel (1949). Dönen evren çözümü: Gödel evreni. Taub, Bianchi, Misner (1940–1960'lar): Homojen ama izotropik olmayan evren çözümleri: Bianchi tipleri, Mixmaster evreni. Bondi, Szekeres, Tolman (1930–1970'ler): Anizotropik ve inhomojen çözümler, özellikle Tolman–Bondi–Lemaître çözümleridir.

Burada kozmolojide iyi çalışan Friedmann çözümleri olarak bilinen metriği ve çözümleri vereceğiz. Bu çözümler zaman içerinde Robertson, Walker ve Lematire tarafından geliştirilmiştir. Bu çözümlere literatürde yaygın olarak

Friedmann-Lematire-Robertson-Walker (FLRW) çözümleri denir FLRW metriği:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\phi^2\right)\right] \tag{2.13}$$

şeklinde verilir. Bu metrik küresel simetrik formdadır. Bu metriğe uygun çözümler ise Friedmann denklemleri Hubble parametresi H cinsinden şöyledir:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} \tag{2.14}$$

ve

$$\dot{H} + H^2 = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + p) + \frac{\Lambda}{3} \tag{2.15}$$

Eşdeğer biçimi ise:

$$\dot{H} = -4\pi G(\rho + p) + \frac{k}{a^2} \tag{2.16}$$

$k = 0$ ve $\Lambda = 0$ için Friedmann denklemleri $H = \dot{a}/a$ cinsinden şöyledir:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho \tag{2.17}$$

$$\dot{H} + H^2 = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + p) \tag{2.18}$$

Eşdeğer biçimi ise:

$$\dot{H} = -4\pi G(\rho + p) \tag{2.19}$$

şeklinde verilir.

Bu denklemler $k = 0$, $\Lambda = 0$, $H = \dot{a}/a$ için

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho, \qquad \dot{H} = -4\pi G(\rho + p)\,. \tag{2.20}$$

Ölçek faktörü cinsinden türevler: $\frac{d}{dt} = \dot{a}\frac{d}{da} = aH\frac{d}{da}$. Bu dönüşümle ikinci denklem:

$$aH\frac{dH}{da} = -4\pi G(\rho + p) \quad \Rightarrow \quad \frac{dH}{da} = -\frac{4\pi G}{aH}(\rho + p)\,. \tag{2.21}$$

Birinci denklemden $\rho(a) = \frac{3H^2(a)}{8\pi G}$ elde edilir. Süreklilik denklemi FLRW için:

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d\rho}{da} = -\frac{3}{a}(\rho + p)\,. \tag{2.22}$$

şeklinde verilir. Barotropik durum denklemi $p = w\rho$, ($w =$ sabit) varsayımıyla çözümler:

$$\rho(a) = \rho_0 a^{-3(1+w)}, \tag{2.23}$$

$$H(a) = H_0 a^{-\frac{3}{2}(1+w)}. \tag{2.24}$$

şeklinde elde edilir.

Örnekler: $w = 0$ (toz): $\rho \propto a^{-3}$, $H \propto a^{-3/2}$. $w = \frac{1}{3}$ (radyasyon): $\rho \propto a^{-4}$, $H \propto a^{-2}$ (Ryden, 2017).

2.2. KARANLIK MADDE VE KARANLIK ENERJİ

2.2.1. Karanlık madde

İsviçreli astrofizikçi Fritz Zwicky 1933'te karanlık madde fikrini ortaya çıkarmıştır. Galaksilerin incelenmesiyle birlikte 1980'li yıllarda karanlık madde fikri kanıtlanmaya çalışılmıştır. Galaktik dönme eğrileri, eliptik galaksilerin hız dağılımları, galaksi kümelerindeki kayıp madde, bu konular karanlık maddenin varlığını ispat eden kanıtlardır.

Kütleçekim dalgaları, karanlık maddenin doğasını anlamaya yardımcı olabilecek tek yaklaşımdır. Kütleçekim dalgası dedektörleri, yalnızca uzaydaki olayları incelemekle değil, ayrıca karanlık maddenin doğasına dair sınırlar belirleme potansiyeline de sahiptir. Skaler alan karanlık madde modelleri, kütleçekimsel dalga dedektörleri ile test edilebilmektedir. Vermeulen ve ekibi, GEO600 interferometresiyle gerçekleştirdikleri ölçümler sonucunda, belirli frekanslarda herhangi bir sinyal gözlemlenmemesi üzerinden, skaler alan karanlık

madde için daha önce elde edilen sınırları iyileştirmişlerdir (Vermeulen et al., 2021). Bu bulgular, kütleçekim dalgalarının karanlık maddeyi incelemede önemli bir gözlemsel pencere sunduğunu ortaya çıkarmıştır.

Karanlık maddenin doğası günümüzde hala çözülememiş bir problemdir ve farklı teorik çerçevelerde farklı hipotezler ortaya atılmıştır. Karanlık madde kavramı, galaksilerin dönüş eğrileri ve galaksi kümelerinin kütle dağılımına dair gözlemlerin açıklanamamasıyla ortaya çıkmıştır. Galaksilerin dış kısımlarındaki yıldızlar, beklenenden çok daha yüksek hızlarla dönmekte olması durumu, görünür maddenin ötesinde bir kütle varlığını zorunlu kılmaktadır. Ayrıca, galaksi kümelerinde yapılan kütleçekimsel mercekleme analizleri, gözle görülebilir maddeye oranla çok daha fazla kütle olduğunu göstermektedir. Bu farklılıklar, yer çekimi yasalarındaki değişiklikle veya görünmeyen bir maddenin varlığılıyla açıklanabilir modern kozmolojide görünmeyen madde fikri hakimdir. Bunlarla birlikte, kozmik mikrodalga arka plan (CMB) gözlemlerinde de evrenin madde bileşiminin büyük bir kısmının baryonik olmayan dolayısıyla karanlık madde olduğu doğrulanmaktadır. WMAP ve diğer deneylerden elde edilen parametreler toplam madde yoğunluğunun $\Omega_M h^2 \approx 0.135$ olduğunu ve bunun önemli bir kısmının karanlık maddeye ait olduğunu ortaya çıkarmıştır. Standart Model'de yer alan nötrinolar gibi hafif parçacıklar, karanlık maddeyi açıklamakta yetersiz kalmaktadır. Bu nedenle parçacık fiziğinde, Standart Model ötesi adaylara yönelinmiştir. En yaygın kabul edilen adaylardan biri, süpersimetrik modellerde öngürülen ve kararlı olan en hafif nötralino parçacığıdır. Alternatif olarak, ekstra boyut teorilerinde öne çıkan Klauza-Klein (KK) parçacıkları da karanlık maddeye aday olarak öne çıkmaktadır. Her iki senaryoda da karanlık madde parçacıklarının evrenin erken döneminde donarak günümüze kadar sabit bir yoğunlukta kalmasını öngörmektedir. Bu donma süreci Boltzmann denklemleri ile modellenmiştir (Bertone et al., 2005).

Donma süreci, evrenin erken döneminde karanlık madde adayları (örneğin nötralinolar), sıcak ve yoğun bir ortamda diğer parçacıklarla sürekli etkileşim durumundaydı. Ancak evren genişleyip soğudukça, bu etkileşim sıklığı azaldı. Bir noktadan sonra, parçacıkların etkileşim süresi, evrenin genişleme süresinden uzun olmaya başladı. Bu noktada, karanlık madde parçacıkları artık yok olamaz duruma geldi ve sabit bir sayıda "donmuş" kaldılar. Bu duruma 'Termal Donma' (Thermal Freeze out) denmektedir. Bu süreci nicel olarak tanımlamak için kullanılan denklem Boltzmann denklemidir. Bazı matematiksel işlemlerden sonra, Boltzmann denklemi parçacık yoğunluğu n cinsinden ifadesi, (Gondolo and Gelmini,

1991; Jungman et al., 1996; Kolb and Turner, 1990)

$$\frac{dn}{dt} + 3Hn = -\langle \sigma v \rangle \left(n^2 - n_{\text{eq}}^2 \right) \tag{2.25}$$

- n: Parçacık sayıca yoğunluğu
- H: Hubble parametresi (evrenin genişleme hızı)
- $\langle \sigma v \rangle$: Ortalama yok olma (annihilasyon) kesiti × hız
- n_{eq}: Termal dengedeki parçacık yoğunluğu

Bu Boltzmann denklemi, karanlık madde parçacıklarının sayısının zamanla nasıl değiştiğini göstermektedir. Donma süreci bu denklemin çözümleriyle modellenir. Karanlık madde parçacıklarının termodinamik denge dışına çıkması (freeze out) sürecini modellemek için kullanılır.

Karanlık madde adayları, doğrudan ya da dolaylı olarak tespit edilmeye çalışılmaktadır. Yeraltı dedektörleriyle yapılan doğrudan tespit deneyleri, maddeyle zayıf etkileşen parçacıkların saçılma sinyallerini aramaktır. Dolaylı tespitte ise galaksilerin merkezindeki yok olma süreçlerinden doğan gama ışınları, pozitronlar ya da nötrinolar araştırılır. Özellikle galaktik merkezdeki süper kütleli kara deliğin etrafında oluşabilecek karanlık madde yoğunluğu bu sinyalleri arttırabilir. Ancak bu yoğunlaşma yapısının dinamik süreçler tarafından bozulabileceği durumu da vardır. Sonuç olarak karanlık madde, günümüzde hala doğrudan gözlemlenememiştir. Buna rağmen, kozmik ölçekte etkileri çok güçlüdür. Bu durum karanlık maddenin doğasını anlamaya yönelik teorik ve deneysel çalışmalara yöneltmiştir. (Bertone et al., 2005).

Genel olarak karanlık madde modelleri, soğuk karanlık madde (Cold Dark Matter) ve sıcak karanlık madde (Hot Dark Matter) olmak üzere iki sınıfa ayrılmaktadır (Primack, 2001). Soğuk karanlık madde modeli, ağır ve yavaş hareket eden parçacıkları temel almaktadır ve büyük ölçekli yapı oluşumu (large scale structure formation) ile oldukça uyumludur (Blumenthal et al., 1984). Sıcak karanlık madde ise aksine nötrinolar gibi hafif ve hızlı parçacıkları varsaymaktadır. Ancak bu model yapısal oluşumu açıklamakta yetersiz kalmaktadır (Bond et al., 1980).

Karanlık madde için öne çıkan parçacık adayları arasında en çok incelenen WIMP (Weakly Interacting Massive Particles) adı verilen zayıf etkileşimli kütleli parçacıklardır. Bu tür parçacıklar termal üretimle evrenin erken döneminde ortaya çıkabilir ve bugün hala kozmik ölçekte varlıklarını sürdürebilirler (Jungman et al., 1996). Bir diğer aday ise aksiyonlar (axions) olarak bilinen oldukça hafif ve düşük etkileşimli parçacıklardır. Aksiyonlar, kuantum alan teorisinden doğar. Karanlık madde ve Kuark-Parite (CP) problemini aynı anda çözebileceği öne sürülmüştür (Peccei and Quinn, 1977).

Ayrıca, Standart Model'in ötesinden önerilen steril nötrinolar da karanlık madde için önemli bir adaydır (Abazajian et al., 2001). Steril nötrinolar, diğer nötrinolardan farklı olarak sağ-elli nötrinodur ve devasa kütleli olduğu varsayılmaktadır. Bu nedenle doğrudan tespit edilmeleri mümkün olmadığı gibi bu tür nötrinolara gözlemleyecek enerji seviyelerine ulaşmış hızlandırıcılar da mevcut değildir. Ancak eğer steril nötrinolar evrende var iseler büyük kütleli nesneler olması bakımından karanlık maddeye aday olarak değerlendirilmesi mümkündür.

Tüm bunların yanı sıra, bazı teorisyenler karanlık maddeyi tamamen redderek, onun yerine kütleçekim teorisini değiştirme yolunda ilerlemiştir. Bu bağlamda, en bilinen alternatif teori, modifiye yer çekimi teorilerinden olan "Modified Newtonian Dynamics" (MOND) teorisidir. MOND, galaksilerdeki anormal dönme eğrilerini açıklayabilmek için Newton'un ikinci yasasını düşük ivmelerde değiştirmeyi önermektedir (Milgrom, 1983). Ancak bu tür teoriler, özellikle kozmik mikrodalga arka plan ışıması ve büyük ölçekli yapı (large scale structure formation) verileriyle tutarsızlık göstermektedir (McGaugh et al., 2016).

2.2.2. Karanlık enerji

Karanlık enerji evrenin yaklaşık %70'ini oluşturan ve uzaya yayıldığı düşünülen bir enerji olduğu ve evrenin genişlemesini hızlandırdığı düşünülmektedir. Karanlık enerji, tespit edilebilecek bir ışıma yapmadığı için doğrudan gözlemlenememektedir. Varlığı diğer gök cisimlerine etkiyen kütleçekimi ile açıklanmaktadır. Karanlık enerjinin tanımını ise ilk defa Michael Turner tarafından 1998'de kullanılmıştır. Karanlık madde ve enerji şu anda günümüzde teorik ifadelerdir ve henüz tam olarak yapıları anlaşılamamıştır.

Evrenin hızlanan genişlemesi, modern kozmolojinin en çarpıcı keşiflerindendir. Bu sonuç, 1998 yılında Tip Ia Süpernovaların gözlemlenmesiyle ortaya çıkmıştır (Riess et al.,

1998). Bu gözlemler, evrenin kütleçekimsel olarak yavaşlaması beklenirken aksine hızla genişlediğini göstermiştir. Bu beklenmedik sonuç, görünmeyen ve negatif basınca sahip bir bileşenin varlığını zorunlu kılmıştır (Perlmutter, 1999). Karanlık enerji, evrenin enerjisinin %68'ini oluşturmaktadır ve Friedmann denklemlerinde pozitif kozmolojik sabit terimi olarak modellenebilmektedir (Carroll, 2004). Bu bağlamda en basit açıklama Einstein'ın 1917 yılında, denklemlerine eklediği kozmolojik sabit ile özdeşleştirilmektedir. Ancak bu sabitin gözlemler ile uyumlu hale getirilmesi, kuantum alan kuramından gelen vakum enerjisi tahminleriyle tutarsızlık göstermektedir. Bu fark yaklaşık 120 mertebe ile fizik tarihindeki en büyük uyumsuzluklardan birisidir (Weinberg, 1989). Alternatif olarak karanlık enerji, zamanla evrim geçiren bir skaler alan (örneğin quintessence) olarak da modellenebilir. Bu tür dinamik modeller, kozmolojik sabitin sabitliğinden kaçınarak gözlemlerle daha uyumlu bir yapıya ulaşabilir (Ratra and Peebles, 1988). Ancak bu modellerin parametre uzayı geniştir ve gözlemler tarafından sınırlandırılması gerekmektedir.

Karanlık enerjinin doğasını anlamak için kozmik mikrodalga arka plan ışıması, büyük ölçekli yapı oluşumu (LSS) ve baryon akustik salınımlar (BAO) benzeri çok sayıda gözlemsel araç kullanılmıştır. Özellikle Planck uydusunun 2018 verileri, karanlık enerjinin baskın bileşen olduğunu ve dinamik yapısı konusunda güçlü kısıtlamalar getirdiğini ortaya çıkarmıştır (Aghanim et al., 2020).

Kütleçekimsel dalgaların, ışıkla aynı hızı yaydığı tespiti (Abbott et al., 2017), bazı modifiye yer çekimi ve dinamik karanlık enerji modellerini geride bıraktırmıştır. Bu durum, kütleçekim dalgalarının yalnızca yüksek enerjili olayları değil, kozmolojik bileşenlerin, karanlık enerjinin, doğasını da test edebilen araçlar olduğunu göstermektedir.

Karanlık enerjinin doğasına dair henüz gözlemsel olarak doğrulanmamış ancak öne çıkan bir başka yorum ise modifiye yer çekimi teorileridir. Bu yaklaşımda Einstein'ın Genel Görelilik Kuramının büyük ölçeklerde geçerli olmama durumu hakimdir. Bu nedenle hızlanan genişleme, doğrudan kütleçekimin yeniden tanımlanmasıyla açıklanabilmektedir (Clifton et al., 2012). Bu görüş henüz gözlemsel doğrulama bakımından, Standart ΛCDM Modeli'ne karşı üstünlük sağlamamıştır.

Sonuç olarak karanlık enerji, gözlemsel olarak doğrulanmış ancak mikrofiziksel doğası çözülememiş bir fenomendir. Kozmolojinin bu büyük gizemi, teorik fiziğin ve gözlemsel astrofiziğin kesişim noktasında yer almaktadır. Yeni nesil teleskop ve deneylerle çözülmeyi

ve anlaşılmayı beklemektedir (Frieman et al., 2008).

2.3. KARANLIK MADDE VE KARANLIK ENERJİ ETKİLEŞİM MODELLERİ

Karanlık madde (DM) ve karanlık enerji (DE), evrenin enerji içeriğinin büyük bir kısmını oluşturmasına rağmen fiziksel doğaları bilinmezliğini korumaktadır. Standart ΛCDM Modelinde bu bileşenlerin birbirinden bağımsız evrimini varsaymaktadır. Ancak bu yaklaşımda, kozmolojik sabit problemini ve tesadüf (coincidence) problemini çözümlemekte yetersiz kalmaktadır. Bu bağlamda, karanlık madde ve karanlık enerji arasında doğrudan bir etkileşimin varlığı, alternatif bir çözüm olarak üretilmiştir (Wang et al., 2016). Bu etkileşim, evrenin genişleme dinamiğini, yoğunluk dalgalanmalarının evrimini ve kozmik mikrodalga arka plan ışımasındaki anizotropileri değiştirebilmektedir. Wang, Abdalla, Atrio-Barandela ve Pavon, bu tür etkileşimlerin evrenin geç evresinde hızlanmayı açıklamada başarılı olmasıyla birlikte mevcut gözlemsel verilerle de çelişmediğini göstermiştir (Wang et al., 2016). Evrenin nasıl genişlediğini, galaksilerin nasıl oluştuğunu ve kozmik mikrodalga arka plan ışımasının (CMB) nasıl göründüğünü değiştirebileceğini gösterdiler.

Kozmolojik sabit problemi, karanlık enerjinin gücü teorik olarak çok daha büyük olması gerekirken, gözlemlerin çok daha küçük bir sonuç göstermesidir. Tesadüf problemi, karanlık madde ve karanlık enerjinin yoğunlukları zamanla çok farklı biçimde değişmektedir fakat bugün neden birbirlerine bu kadar yakın olduğu problemidir. Bu problemlere çözüm olarak bilim insanları, karanlık madde ve karanlık enerjinin etkileşebileceğini, aralarında bir enerji alışverişi olduğunu öne sürdüler.

Karanlık madde ve karanlık enerji arasındaki etkileşimler Standart Kozmolojik Model içinde genellikle ihmal edilmektedir. Günümüzde yapılan teorik çalışmalar bu iki etmenin doğrudan veya dolaylı olarak etkileşebileceğini öne sürmektedir. Standart Kozmolojik Modelde karanlık madde yalnızca kütleçekimsel olarak etkileşim içinde bulunabilir. Karanlık enerji ise kozmolojik sabit olarak tanımlanır. Modelde karanlık madde ve karanlık enerji arasında etkileşim yoktur. Bununla birlikte etkileşimli karanlık madde ve karanlık enerji modelleri vardır. Bu modeller, karanlık madde ve karanlık enerji arasında enerji veya momentum aktarımı olduğunu gösterir. Bu iki bileşenin birbiriyle etkileşime girebileceği fikri, kozmolojide araştırma konusudur. Günümüze kadar yapılan gözlemlerle, karanlık madde ve karanlık enerji etkileşim olduğuna dair kesin kanıt görülmemiştir. Fakat büyük

ölçekli yapıların oluşumu, kozmik mikrodalga arka plan ışıması (CMB) ve süpernova gözlemleri, olabilecek etkileşimleri test edebilmek için kullanılır. Karanlık madde ve karanlık enerji etkileşim modelleri, evrenin genişleme hızının ve evrenin yapısının evrimini açıklayabilmek için geliştirilmiştir. Bu modeller karanlık enerjinin karanlık madde ile nasıl enerji ve momentum aktarımında bulunabileceğini belirlemeye çalışır. Genel olarak 4 temel etkileşim modeli vardır. Bunlar; bağımsız model, fenomenolojik etkileşim modelleri, kuantum alan teorisi temelli modeller ve varyasyonel modellerdir.

Wang (Wang et al., 2016) tarafından sunulan çalışma, karanlık madde (DM) ile karanlık enerji (DE) arasındaki etkileşimleri iki temel yaklaşımla ele almaktadır. Bu yaklaşımda, DM ve DE bileşenleri birbirleriyle doğrudan enerji alışverişi yapabilir. Bu etkileşim, enerji-momentum korunumu denklemine bir Q terimi eklenerek modellenir:

$$\dot{\rho}_c + 3H\rho_c = Q, \tag{2.26}$$

$$\dot{\rho}_d + 3H(1+\omega_d)\rho_d = -Q, \tag{2.27}$$

buradaki ρ_c karanlık madde yoğunluğu, ρ_d karanlık enerji yoğunluğu, ω_d ise karanlık enerjinin denklem durumu parametresidir. Q etkileşim terimi olup çeşitli parametrik formlarda alınabilir. En sık karşılaşılan seçimler ise:

- $Q = \xi_1 H\rho_c$,
- $Q = \xi_2 H\rho_d$,
- $Q = \xi H(\rho_c + \rho_d)$,

burada ξ, ξ_1 ve ξ_2 gözlemsel olarak sınanabilir kuplaj sabitleridir. Bu tür etkileşimler, ρ_c/ρ_d oranının zamanla sabit kalmasına veya daha yavaş değişmesine izin vererek tesadüf problemini hafifletir ya da tamamen çözer.

2.4. ÇEVRİMSEL KOZMOLOJİ TEORİLERİ

Evrenin evrimine ilişkin kurumsal modeller genellikle tek bir başlangıca, Büyük Patlama (Big Bang), dayansa bile yaklaşımın sınırları içerisinde kalan tekillik ve entropi problemleri, alternatif modellerin geliştirilmesine sebep olmuştur. Bu yönde, Çevrimsel Kozmoloji Teorileri (Cyclic Cosmology), evrenin sonsuz sayıda genişleme ve büzülme evrelerinden geçtiğini öne sürerek, kozmolojik başlangıç sorununa yeni bir yaklaşım sunmaktadır (Tolman, 1934).

Çevrimsel kozmoloji modelleri, farklı fiziksel temellere dayanarak ortaya çıkmıştır. Ekpirotik kozmoloji, sicim kuramı çerçevesinde çok boyutlu brane çarpışmalarına dayalı periyodik evren döngülerini öne sürmüştür (Khoury et al., 2001). Conformal Cylic Cosmology (CCC) modeli, Penrose (2010) tarafından önerilmiş olup, evrenin madde içeriğinden ayrıldıktan sonra konformal olarak yeniden oluşabileceğini savunmaktadır. Daha yakın tarihlerde geliştirilen temelli modeller ise Loop Quantum Cosmology (LCQ) kuantum geometrisi aracılığıyla klasik tekilliğin yerini bir kuantum sıçramaya bırakarak döngüsel yapıyı mikro düzeyde temellendirmeye çalışmaktadır (Ashtekar and Singh, 2011). Tüm bu teoriler, evrenin başlangıcına ilişkin farklı soruları yanıtlamayı hedeflerken temel kozmolojik sorunlara da çözüm sağlamaktadır.

Sonuç olarak, Çevrimsel Kozmoloji Teorileri (Cyclic Cosmology), evrenin sürekli olarak genişleyip daraldığını, evrenin Büyük Patlama (Big Bang) ve Büyük Çöküş (Big Crunch) süreçlerinden geçtiğini öne süren teorilerdir. Bu teorilerde, evrenin bir başlangıç noktasından meydana gelmediğini, aksine sonsuz bir döngü içinde olduğu ortaya koyulmaktadır. Bu tezde Çevrimsel Kozmoloji Teorilerinden, Ekipirotik ve Bouncing Çevrimsel Kozmoloji, Konformal Çevrimsel Kozmoloji, Loop Quantum Cosmology ve Kaotik Evren Teorisi ele alınacaktır.

2.4.1. Ekpirotik ve Bouncing Çevrimsel Kozmoloji

Ekpirotik Çevrimsel Kozmoloji (Ekpyrotic Cyclic Universe Theory), evrenin Büyük Patlama ile başlamadığını, önceki bir evrenin çöküşü olarak yeni bir evrenin meydana geldiğini öne süren fikir, kozmolojik modeldir. Bu teori, kozmik enflasyon teorisine alternatif olarak üretilmiştir ve sicim teorisiyle bağlantılıdır. Bir evrenin, önceki bir evrenin çökme ile oluşması sırasında uzayzamanda Büyük Sıçrama (Big Bounce) yaşadığı düşünülür. Bu

modelde, Büyük Patlama modelinin aksine evrenin düşük enerjili ve düşük yoğunlukla başladığı kabul edilir. Bu yüzden kuantum etkilerinin büyük rol oynamadığı bir modeldir.

Ekpirotik modelde, evrenimiz bir brane (zar) üzerindedir. Bu brane, başka bir brane ile çekimsel etkileşim içerisinde bulunmaktadır. Çarpışma esnasında büyük ölçekli bir enerji transferi gerçekleşir. Büyük Patlama benzeri bir başlangıç yaratır. Ancak bu modelde, evrenin geçmişinin döngüsel ve sonsuz olduğu göze alınır.

Ekpirotik çevrimsel kozmoloji, evrenin oluşumu ve evrimi hakkında geliştirilen bir teoridir. Bu model, evrenin yalnızca tek bir Büyük Patlama (Big Bang) ile başlamadığını, bunun yerine evrenin birçok kez genişleyip büzüldüğü döngüsel bir yapıya sahip olduğunu öne sürmektedir. Bu evrenin bir başlangıcı yoktur; geçmişte de gelecekte de sürekli döngüler hâlinde var olmuştur, anlamına gelmektedir. Bu fikir, ilk olarak 2001 yılında Justin Khoury, Burt Ovrut, Paul Steinhardt ve Neil Turok tarafından ortaya atılmıştır. Geliştirdikleri model evrenimizin, daha yüksek boyutlu bir uzayda yer alan "brane" adı verilen zar benzeri yapılar arasındaki etkileşimle oluştuğunu ileri sürer. Bu senaryoda, bizim evrenimiz bir brane üzerindedir ve başka bir brane ile çarpışması sonucunda çok büyük miktarda enerji açığa çıkmaktadır. Bu çarpışma, bizim evrenimizde bir "Büyük Patlama" şeklinde görünür. Bu modelin en önemli özelliği, evrenin büzülme evresiyle başladığı fikridir. Bu süreçte, evren giderek küçülürken düzensizlikler baskılanır ve daha düzgün tekdüze bir yapı meydana çıkar. Bu süreç, evrenin neden bu kadar homojen ve izotropik olduğunu, geometrik olarak düz olduğunu açıklamak için kullanılır. Bu kozmolojik problemlerden biri olan düzlük ve tekdüzelik problemini çözebilmek için kullanılmaktadır (Lehners, 2008).

Ekpirotik çevrimsel evren teorisi, evrenin başlangıcı ve geleceğine dair alışılmış düşünceleri sarsan, kapsamlı bir kuramsal çerçeve sunmaktadır. Evrenin bir başlangıcı olmadığını, bunun yerine sonsuz bir döngü dizisinin parçası olduğu fikrini ileri sürerken; enflasyon teorisinin başarılı olduğu düzlük, ufuk ve yapı oluşumu problemlerine farklı bir çözüm getirmektedir. Teorinin temelleri, sicim teorisi gibi çağdaş fizik teorileriyle bağlantı içindedir ve yüksek enerji fiziği ile kozmolojiyi birleştiren özgün bir yaklaşım ortaya koymuştur. Steinhardt ve Turok'un öncülüğünde geliştirilen model, matematiksel olarak Friedmann denklemlerinin sınırlarında yaratıcı çözümler üretmiş, tarihsel olarak Tolman'ın eskide kalan döngüsel evren fikrini modern bir biçimde diriltmiştir.

Ekpirotik teori, bugüne dek bir dizi evrim geçirmiş, eleştirilere yanıt olarak revize

edilmiştir. Tekillik meselesini çözmek için yeni alanlar eklenmiş, pertürbasyon spektrumunu iyileştirmek için çift alanlı modeller benimsenmiştir. Bu sayede, ilk ortaya atıldığı dönemde mevcut olan önemli eksikliklerin bir çoğu giderilmiş ya da en azından azaltılmıştır. Yine de teori tam anlamıyla tamamlanmış değildir: Özellikle sıçrama anının mikrofiziksel açıklaması, hayalet alan gibi bileşenlerin altında yatan fundamental teori ve modelin basitleştirilip doğal hale getirilmesi konularında çalışma devam etmektedir. (Khoury et al., 2001) Sonuç olarak, ekpirotik çevrimsel evren teorisi, kozmolojde yerleşik değerler dizisine güçlü bir alternatif oluşturmuş durumdadır. Henüz Standart Model haline gelmemesine rağmen ortaya çıkardığı fikirler sayesinde evrenin başlangıcına dair bakış açımızı genişletmiştir. Bu kuram, kuramsal fizik ve kozmoloji arasındaki etkileşimi derinleştirerek, "Büyük Patlama'dan önce ne vardı?" sorusunu bilimsel bir çerçevede ele almanın mümkün olabileceğini göstermiştir. Gelecekte yapılacak çalışmalar, belki de bu döngüsel kozmolojinin doğru olup olmadığını belirleyerek evrenimizin geçmişine ışık tutacak veya ekpirotik modeli daha yetkin hale getirecektir. Ekpirotik çevrimsel evren teorisi, hem teorik zenginliği hem de gözlemsel olarak incelenebilir.

Big Bounce (Büyük Sıçrama) kozmolojisi, evrenin kökeni için alternatif bir kozmolojik modeldir. Bu model, Büyük Patlama'nın mutlak başlangıç olmadığını, evrenin periyodik döngülerle var olabileceğini öne sürmektedir.

Standart ΛCDM Modelinde, evrenin yaklaşık 13.8 milyar yıl önce tekillikten doğduğunu ileri sürmektedir. Ancak bu yaklaşım, başlangıç tekilliği problemi ve klasik Genel Görelilik geçerliliğinin kaybolması temel teorik sorunlara yol açmaktadır. Özellikle evrenin ölçek faktörü $a(t) \to 0$ limitinde, yoğunluk ve eğriliğin diverjans göstermesi fiziksel olarak tutarlı bir başlangıç sunmamaktadır. Bu bağlamda geliştirilen bouncing kozmoloji (sıçrama kozmoloji), evrenin bir tekillikten başlamadığını bunun yerine bir minimum ölçek faktörüne ulaşıp yeniden genişlediğini savunmaktadır (Steinhardt and Turok, 2002). Bouncing senaryolarında temel koşul, evrenin büzülme evresinde H (Hubble Parametresi),

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = 0$$

değerine ulaşıp, bu noktada

$$\dot{H} > 0$$

olmasıdır. Böylece evren,

$$a_{\min} > 0$$

olacak şekilde, tekillikten kaçınarak yeniden genişleme durumuna başlamaktadır. Bounce kozmolojisinde evrenin zıplama yapabilmesi için bu süreç çeşitli yaklaşımlar ile gerçekleştirilebilir. Bunlardan biri, teorilerde maddenin özelliklerinin değişmesiyle evrenin çöküşünün durdurulmasıdır. Bir başka olasılık ise evrenin uzayzaman yapısındaki pozitif eğriliğinin, büzülmeyi yavaşlatmasıdır. Son olarak, kuantum kütleçekim teorilerinin getirdiği yeni etkiler, evren çok yoğun duruma geldiğinde çöküşü durdurup yeniden genişlemesine yol açabilir. Paul Steinhardt ve Neil Turok'un öncülüğünde, geliştirilen çevrimsel evren modeli, bouncing fikrini geniş çerçevede ele almaktadır. Bu modele göre, evren yalnızca tek bir zıplama yaşamaz; bunun yerine genişleme, karanlık madde hakimiyeti, büzülme ve tekrar sıçrama süreçlerinden oluşan sonsuz döngülerden geçmektedir (Steinhardt and Turok, 2002). Sonuç olarak bu yaklaşım, yalnızca tekilliği ortadan kaldırmak değil, aynı zamanda evrenin başlangıcına dair felsefi tartışmalara da çözüm üretmektedir.

2.4.2. Konformal Çevrimsel Kozmoloji

Evrenin yapısı ve evrimi üzerine geliştirilen alternatif kozmolojik modellerden bir diğeri Konformal Çevrimsel Kozmoloji, (Conformal Cyclic Cosmology) (CCC), matematiksel fizikçi Roger Penrose tarafından öne sürülen bir kozmolojik modeldir. Penrose bu teorisinde, evrenin Büyük Patlama ile başlamadığını aksine sonsuz döngüler halinde genişleyip çöktüğünü öne sürmektedir. Bu iki uç durumun, konformal (açı koruyan) bir dönüşüm ile birbirlerine bağlandığı döngüsel kozmolojik modeldir (Penrose, 2006).

CCC modelinde, evrenin uzak geleceğindeki tüm madde türlerinin yok olacağını, yalnızca ışık benzeri (null) parçacıkların kalacağı ve böylece zaman ve mesafe kavramlarının anlamlarını kaybedeceği vurgulanmaktadır. Bu sınır durumda, konformal geometri ile son derece sıcak ve yoğun olan başlangıç durumuna eşleşebileceğini öne sürmektedir. Bu durumda, termodinamik olarak bir son benzeri görülen evrenin uzak geleceği, özünde yeni bir aeon'a dönüşmektedir. Bu modelde evren, birbirini takip eden sonsuz sayıda aeon'dan oluşmaktadır. Her aeon'un uzak geleceği, bir sonraki aeon'un Büyük Patlaması ile başlayacağı öne sürülmektedir (Penrose, 2010).

Bu çerçevede, entropinin artışı tartışma konusudur. Penrose, her aeon'un başlangıcında entropinin düşük olduğu varsayımı yaparak, bu düşük entropi durumunun kozmik mikrodalga arka plan ışımasında gözlemlenebilir izler bırakabileceğini öne sürmektedir. Özellikle kozmik mikrodalga arka plan ışımasında, gözlemlenen bir takım dairesel yapılar, CCC modelini destekleyen kanıtlar olarak gösterilmiştir. Gurzadyan ve Penrose tarafından, bu yapılardan bazıları önceki aeon'larda gerçekleşen süper kütleli kara delik çarpışmalarının yankısı olarak yorumlanmıştır (Gurzadyan and Penrose, 2010).

Evrenin her bir aşamasının bir önceki aşamasından doğduğu fikrini benimsemektedir. Aeon (kozmik dönem), CCC modelinde birbirinden ayrılmış büyük evreleri temsil etmektedir. Bu fikirde, evren aeon'dur. Aeon'un içinde bulunduğumuz varsayılmaktadır. Evrenin geçmişi ve geleceği sonsuz sayıda kozmik dönem içerir. Her dönemin, Büyük Patlama ile başlayıp, uzak gelecek ile sona ereceği ortaya konulmaktadır (Tod, 2015).

CCC modeli, klasik ΛCDM Modelinden belirgin bir şekilde ayrılmaktadır. ΛCDM evreni Büyük Patlama ile başlar ve karanlık enerji baskın duruma ulaşmasının ardından hızlanarak genişlemektedir. CCC modelinde ise bu hızlanmış genişlemeyi bir başlangıç koşulu durumuna getirerek, sonsuz döngüsellik varsaymaktadır. Penrose, bu durum ile karanlık maddenin doğasını da sorgulamaktadır. Klasik parçacık modellerinin ötesinde, yeniden tanımlanmış gravitonlar veya yeni alanlar üzerinden açıklanabileceğini önermektedir (Penrose, 2018). Bu varsayımlar sonucunda, CCC modelinde tartışmalıdır. Kozmik mikrodalga arka plan ışımasında, öne sürülen dairesel yapıların istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığı tartışılmıştır. Bu konuda çeşitli karşıt çalışmalar, bu dairesel yapıların rastlantısal olabileceğini belirtmiştir (Wehus and Eriksen, 2011).

Genel olarak CCC modeli, zamanın doğası, entropi ve Büyük Patlama'nın anlamı üzerine önemli felsefi ve fiziksel sorular ortaya sunarak, alternatif kozmoloji modelleri arasında yer almaktadır.

CCC modelinin matematiksel temelinde ise evrenin her bir aeon'un (kozmolojik döngü), başlangıç ve sonlarının konformal olarak eşlendiği varsayımına dayanmaktadır. Bu eşleşme, esas olarak konformal geometri kavramında altında tanımlanmaktadır.

Bu durumda, zaman sonsuza giderken metrik yeniden ölçeklenerek bir sonraki aeon'un erken evresine dönüşmektedir. Bu yaklaşımda, zaman ve uzunluk ölçekleri

mutlak değildir, yalnızca açılar korunmaktadır. Bunun sonucunda, ışık benzeri yapılar (null cone) aynı kalmaktadır. Bu bağlamda CCC kuramı, tüm maddenin uzak gelecekte, ışık benzeri (lightlike/null/massless) şekline dönüşüceğini varsaymaktadır. Kütleli parçacıkların bozunacağına veya kütlesiz parçacıklarla evrensel etkileşimlerinin yok olacağı varsayılmaktadır (Penrose, 2010).

(Işık benzeri bir dört vektör v^{μ}, metrik ile iç çarpımı sıfır olan bir vektördür: $g_{\mu\nu}v^{\mu}v^{\nu} = 0$. Vektörün kendisiyle iç çarpımının sıfır olduğunu bu nedenle kütlesiz parçacıkların izlediği yol olduğunu belirtir.)

CCC'nin en önemli fiziksel varsayımlarından biri, Weyl eğriselliği ($C_{\mu\nu\rho\sigma}$) üzerine kurulu entropi ilkesidir. Penrose, her aeon'un başlangıcında evrenin Weyl eğrisiz olduğunu (yani düzlemsel kütleçekim bozulmalarının sıfır olduğunu) varsaymaktadır.

Gurzadyan ve Penrose (Gurzadyan and Penrose, 2010), önceki aeon'larda gerçekleşen süper kütleli kara delik birleşmelerinin, bir sonraki aeon'un kozmik mikrodalga arka planında (CMB), iz bırakabileceğini öne sürmektedir. Bu izler, dairesel simetrili ve düşük varyanslı halkalar olarak gözlemlenmelidir. Bu varsayımlar, CCC modelinin gözlemsel olarak test edilebilir durumuna gelmesini sağlamıştır (Gurzadyan and Penrose, 2010).

2.4.3. Loop Quantum Cosmology

Döngü Kuantum Kozmolojisi, (Loop Quantum Cosmology) (LQC), Loop Quantum Gravitiy (LQG) çerçevesinde geliştirilmiş bir kozmoloji teorisidir. Genel Göreliliğin tekillik problemini önlemek için kuantum kütleçekimi, evrenin erken dönemine uygulanır. Bu model, evrenin başlangıcını açıklamakla, Büyük Patlama tekilliğini ortadan kaldırmasıyla öne çıkmaktadır. Bu teori kuantum kütleçekimi alanında önemli bir teorik yaklaşımla ve klasik Genel Görelilik ile kuantum mekaniği arasındaki uyumsuzluğu çözmeyi amaçlamaktadır (Rovelli, 2004). Özellikle evrenin erken dönemlerinde, daha çok "Big Bang" öncesi dönemdeki kozmolojik olayları anlamada büyük bir potansiyele sahiptir (Ashtekar and Bojowald, 2003). Bu teorinin temel varsayımı, uzayzamanın kuantum düzeyde ayrık (discrete) yapıya sahip olduğudur. Bu, Einstein'ın Genel Görelilik Kuramında önerilen sürekli uzayzaman modeline karşı bir alternatiftir (Rovelli, 2004).

Döngü Kuantum Kozmoloji teorisi esas olarak tekillik problemini ortadan kaldırmayı

amaçlamaktadır (Ashtekar and Bojowald, 2003). Klasik Genel Görelilik'te, evrenin başlangıcı olarak kabul edilen Big Bang'in tam merkezinde bir tekillik (singularity) vardır. Fiziksel yasalar çökmektedir (Rovelli, 2004). LQC, bu tekilliğin yerini bir kuantum geometri modeline bırakır ve bu modelde uzayzaman bir büyüklük kazanmaktadır (Ashtekar and Bojowald, 2003). Bu sonuçla, uzayzamanın geometrisi her bir noktasında kuantum düzeyde hesaplanabilmektedir (Rovelli, 2004). LQC'deki en önemli katkılardan biri, Büyük Patlama öncesindeki evreni anlamaya yönelik yenilikçi yaklaşımıdır (Haggard and Rovelli, 2015). Klasik kozmolojide, Büyük Patlama evrenin zamanla genişlemeye başladığı bir nokta olarak tanımlanır (Rovelli, 2004). LQC, bu başlangıç noktasının bir geçiş dönemi olduğunu öne sürmektedir (Haggard and Rovelli, 2015). Bu teoride, evrenin zamanının, Büyük Sıçrama olarak bilinen bir süreçle devam ettiği düşünülür (Ashtekar and Bojowald, 2003). Bu bağlamda, evren bir önceki daralma aşamasının ardından genişlemeye başlamış anlamına gelmektedir(Rovelli, 2004). Bu modelde, evrenin geçmişi bir başlangıç noktasına dayanmak yerine, sürekli bir evrim sürecinin parçası olmaktadır. (Haggard and Rovelli, 2015).

Loop Kuantum Kozmoloji (LQC), Loop Kuantum Gravite'nin (LQG) uzay zamanın evrimini inceleyen özel bir versiyonudur. Evrenin erken dönemindeki kuantum yer çekimi etkilerini araştırmak amacıyla, Loop Kuantum Gravite çerçevesinden türetilen mini bir uzay modelidir (Ashtekar et al., 2006). LQG'nin temel ilkeleri ise uzayzamanın süreksiz ve ayrık bir yapıya sahip olduğunu öne sürmektedir. Bu klasik Genel Görelilik teorisinin süreklilik varsayımı ile çelişmektedir (Bojowald, 2005).

2.4.4. Kaotik Evren Teorisi

Evrendeki karanlık madde ve karanlık enerji etkileştirilebilinmektedir. Bu şekilde modeller oluşturulabilinmektedir. Bu modellerde, tekillik problemi ortadan kaldırılabilinmektedir. Karanlık madde ve karanlık enerji etkileşimine madde de eklenirse ve hatta radyasyonu da ekleyerek 4 bileşenli etkileşim yapılabilmektedir. Buradaki kritik problem, bunların karşılıklı etkileşimlerini isteğe bağlı seçiyoruz. Etkileşimin hangi parametreye bağlı olacağı, isteğe bağlı seçilmesidir. Bu da sorun yaratmaktadır. Bunlar etkileşimlerin dinamiğini belirlediği için ek terim ekleyerek etkileşim yapmak, çıkan sonuçları ilginç olsa da anlamı olmayabilir. Fizikte karşılığı olmayabilir. Kaotik Evren Teorisi'nde (Aydiner, 2018), etkileşimleri lineer olmayan türden oluşturulmuştur. Etkileşim denklemleri oluşturuldu. Bu denklemlere, makale Chaotic Universe Model, denklemler çözüldüğünde, bu dinamiğin

kaotik sonuçlar oluşturduğu yani kaos ürettiği ortaya çıkmıştır. Modelin, hipotezin bu etkileşimler diğer modellerden farklı olarak kaos üretmiştir. Bu sonucun anlamı yeni bir evren oluşturuyor. Bu modeldeki etkileşimler, tekil noktayı içermemektedir. Ayrıca, evrenin dinamiğini açıklayan, zamana bağlı ifade edebilen denklem sistemi mevcuttur. Bu, Büyük Patlama komplikasyonlarının geleceğe dair problemleri açıklamaktadır. Evrenin kozmik bir başlangıca sahip olduğu ancak tekillik içermediği bir modeldir. Bu bizim evrenimizden önce başka evren olduğu anlamına gelmektedir. Şu anda yaşadığımız evren, başka bir evrenin devamı olduğu fikridir. Kozmik zaman eksenine bakıldığında, farklı periyotlar mevcuttur. Her bir periyot, yeni bir evrene karşılık gelmektedir. Evrenimiz kozmik başlangıca doğru evrilmektedir. Ancak bizden sonraki yeni bir evrenin kozmik başlangıcına doğru evrilmektedir. Bu modelde, birbirini periyodik olarak tekrar etmeyen, kaotik olarak tekrar eden evrenler dizisi önerilmektedir. Kaotik Evren Teorisi'nin ana fikri budur. Bu teori, teoriler arasında Penrose'un teorisine yakın olmakla birlikte farklılıklar içermektedir.

Penrose'un teorisi, evrenin ısıl ölüme gideceği, evrende her şeyin radyasyona dönüşüp, fotonlara dönüşeceği ve en sonunda yeni bir başlangıcın, tüm evrenin fotonlara dönüştükten sonra meydana gelebileceği, fotonların bozon olmaları nedeniyle, uzayzaman yapısına dönüşeceği ve dolayısıyla bir sonraki evrene uzayzaman metriği üzerinden geçebileceği kalan fermiyonların ise yeni ortaya çıkan evrende iz bırakacağıdır. Teori, çevrimsel, periyodik tekilliği çözmektedir. Ancak Kaotik Evren Teorisi'nin, terimleri periyodik değil ve dinamik zorunluluk olarak sistemi sürmektedir. Bu, kozmik başlangıçtan başlatmakta, daha sonrasında yeni bir kozmik başlangıca getirmektedir. Evrenin dinamiğini temsil eden denklemler bunu sağlamaktadır. Bunu, karanlık madde ve karanlık enerjinin etkileşim varsayımı sağlamaktadır. Dolayısıyla, Kaotik Evren Teorisi, kozmolojik çatı oluşturarak Büyük Patlama teorisine alternatif bir teori oluşturmaktadır. Kaotik Evren Teorisi'nde, tekillik problemleri çözülmekte ve evrenin gelecekte ne olabileceğine dair kesinlik belirtmektedir. Teori, henüz gözlemlerle ve deneylerle ispatlanmamış olmakla birlikte teorik olarak daha sağlamlaştırılmıştır.

Aydıner KET'i geliştirmek için yapılan yeni bir çalışmada ise ilginç sonuçlar elde etmişlerdir. Madde baskın dönemden, karanlık enerji baskın döneme geçiş süpernova gözlemleri ile keşfedilmiştir. Evrenin genişlediği bilinmekteydi, $t^{\frac{2}{3}}$ hızıyla genişlemekte idi. Süpernova gözlemleri ise, 1997 yılında, evrenin yalnızca genişlemediği, ivmeli bir şekilde genişlediğini gösterdi. Bu sonuç karanlık enerji olabileceğini ortaya çıkardı. Bu

genişlemeyi karanlık enerjinin sağladığı düşünülmüştür. Aydıner ve ark. (Aydiner et al., 2022) "Late time transition of Universe and the hybrid scale factor" makalesinde, başlangıçta soruyu madde baskın dönemden karanlık enerji baskın döneme nasıl geçiliyor şeklinde sorulmadan, karanlık enerji baskın dönemi çözülmüştür. İlk defa, karanlık madde ve karanlık enerji etkileşimlerini temel alarak, teorik olarak gösterilmiştir. Buradan ölçek faktörü de elde edilmiştir. Hibrit ölçek faktörü elde edilmiştir. Makalenin bu başarısı karanlık madde ve karanlık enerji etkileşimini temel alan modellerin ne kadar ciddi ve önemli sonuçlar üreteceğini göstermesi bakımından önem taşımaktadır.

Kaotik evren teorisinin temelinde, karanlık enerji yoğunluyla, karanlık madde yoğunluklarını, süreklilik denklemi kullanılarak etkileştirilmiştir. Bunun üzerinden bu denklemler, türetilmiştir. Zamana bağlı formları yazılarak, etkileşimlerinin kaotik olup olmadığı gösterilmiştir. Bu teoride, seçilerek konulan terimler mevcuttur. Bu tip modellerde, bazı terimler isteğe bağlı seçilmek zorundadır. Etkileşimlerini isteğe bağlı seçilip, aranan sonuca göre yapılmaktadır. Ancak etkileşimi isteğe bağlı seçmeden, etkileşim izah edilmelidir. Aydıner'in, "Chaotic interaction between dark matter and dark energy" makalesinde, etkileşimlerin sağ tarafındaki terimlerin isteğe bağlı seçime izin vermeyecek şekilde seçim yapılması için karanlık madde A sistemi ve karanlık enerji B sistemi, şeklinde bunlar parçacık veya termodinamik sistemler olabilir. Elimizdeki iki sistem A ve B, arasındaki etkileşim nasıl olabilir, iki sistem etkilişiyorsa mutlaka aralarında, ısı aktarımı termal dengeye gelecektir. Bunlar denge durumunda kabul edilirse, dengedeki iki sistemde olsa, bunları birbirine temas ettirdiğiniz zaman, denge civarında her zaman etkileşimler devam eder. Etkileşim bitmemektedir. Kuantum dalgalanmalar mevcuttur. Bunlar, kuantum düzeyinde parçacık geçişleri, enerji salınımlarıdır. Dolayısıyla mutlaka denge durumunda dahil olmak üzere bunlar etkileşirler. Isıl alışverişi veya parçacık alışverişi yapabilirler. Yalnızca ısıl alışverişi veya parçacık alışverişi yapıldığını varsayarsak termodinamik yasaları etkilenebilir (Aydiner, 2024, 2025).

Bu teoriye göre doğada gözlemlenen tüm sistemler, temel düzeyde etkileşim içerisindedir. Bu çalışma, etkileşimli tüm sistemlerin dinamiğinin doğası gereği kaotik olduğunu öne süren yeni bir yaklaşım sunmaktadır. Klasik mekanik ve termodinamiğin temel ilkeleri göz önüne alındığında, sistemlerin deterministik yapısı vurgulanırken, çok parçacıklı ve etkileşimli yapıların uzun vadeli evrimlerinin öngörülemezliği sıklıkla göz ardı edilmiştir. Dolayısıyla, önerilen yeni yaklaşım şu temel yasa ile özetlenebilir: "*Etkileşimli*

tüm sistemlerin dinamiği doğası gereği kaotiktir." Bu yasa, termodinamiğin mevcut yasalarına bir ek olarak sunulmaktadır. İç enerjinin korunumu ve entropi artışına dayanan klasik termodinamik çerçevesinde, etkileşimli sistemlerde gözlenen kaotik yapılar göz önünde bulundurulduğunda yetersiz kalabilir. Bu nedenle, sistemlerin dinamik doğasını açıklamada üçüncü bir yasa olarak kaotik davranışın zorunluluğu ileri sürülmüştür. Bu yaklaşım doğrultusunda beş temel kavramsal sonuç ortaya konmuştur; Gizli Simetri (Hidden Symmetry), etkileşimli sistemlerde doğrudan gözlenemeyen, ancak dinamik yapıyı belirleyen içsel simetriler mevcuttur. Bu simetriler, sistem içi geri besleme döngüleriyle (self-interaction loops) temsil edilir. Gizli Etkileşimler (Hidden Interactions), sistemlerin evriminde etkili olan ancak klasik ölçüm yöntemleriyle doğrudan tespit edilemeyen vektörel alanlar veya kuvvetlerdir. Bu etkileşimler, sistemin derin yapısına dair yeni bir alan tanımı sunar. Yeni termodinamik yasası, kaotik dinamiklerin zorunluluğu, klasik iki yasa dışında üçüncü bir yasa olarak formüle edilir: "Etkileşimli sistemlerin dinamiği kaotiktir". Kaosun tanımı, kaos genellikle düzensizlik veya rastlantısallık ile ilişkilendirilse de, özünde karmaşık yapı içerisinde ortaya çıkan yüksek düzeyli bir organizasyon biçimidir. Dolayısıyla kaos, düzensizlik değil, karmaşa içindeki düzendir. Kaotik sistemlerin karakteristik özellikleri arasında başlangıç koşullarına hassas bağımlılık ve uzun vadeli öngörülmezlik yer almaktadır. Ancak bunlar tanım değil, niteliklerdir. Kendiliğinden Organizasyon (Self – Organization), Kaotik yapıların sonucunda sistemler, dış müdahale olmaksızın belirli düzen yapıları geliştirme eğilimindedir. Bu durum, kaotik dinamiklerin görünür hale gelmesi olarak değerlendirilir. Klasik mekanikte, bir parçacığın hareketi eylem fonksiyonunun minimizasyonu yoluyla tanımlanır. Bu yaklaşım, Lagrange ve Hamilton formalizmi içerisinde tutarlıdır. Ancak çok bileşenli ve etkileşimli sistemlerde, sistemin toplam eyleminin minimizasyonu durumunda ortaya çıkan yapıların kaotik özellikler taşıdığı gözlemlenmektedir. Bu yolda önerilen yeni bakış açısı şudur: Etkileşen sistemlerin minimum eylemi, kaosun kendisidir. Bu ifade, kaosun sadece rastlantısal veya düzensiz bir sonuç değil, fiziksel sistemlerin doğal bir eylem çözümlemesi sonucu olduğunu ortaya koymaktadır. Bu açıdan bakıldığında, kaos bir olgusal sonuç değil, zorunlu bir yapı haline gelmektedir.

2.5. ÖZET

Genel kısımlarda sırasıyla; i) standart kozmoloji, ii) karanlık madde ve karanlık enerji, iii) çevrimsel kozmoloji modelleri, ve iv) karanlık sektörde etkileşim modelleri ele alındı. Bu

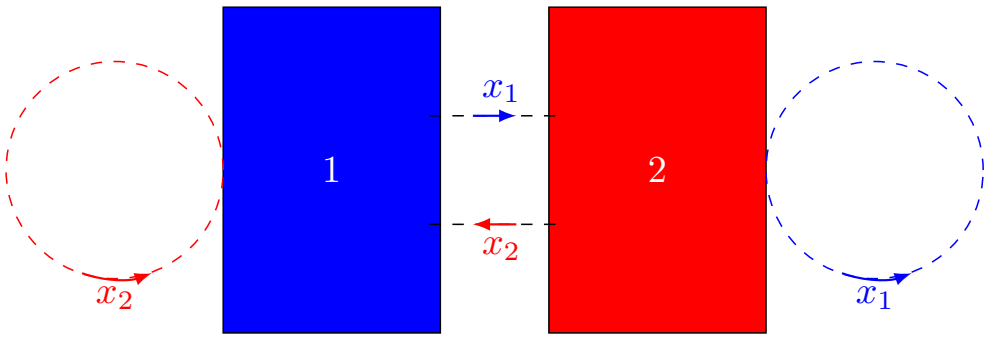
konulardaki genel teorik ve matematiksel çerçeveler sunuldu, temel kavramlar ele alındı ve açıklandı. Bu konular ile ilgili önceki çalışmalara yer verilerek tezin genel kapsamı ve teorik arka planı tanıtıldı.

3. MALZEME VE YÖNTEM

Bu bölümde karanlık sektörde meydana gelen etkileşimleri modelleyeceğiz. Çalışmada Aydıner'in literatüre kazandırdığı etkileşim denklemlerine benzer etkileşim denklemleri kullanacağız. Bu denklem sistemleri eşleşmiş lineer olmayan diferansiyel denklem sistemleridir. Denklemleri ve denklemlerdeki terimlerin fiziksel karşılıkları ayrıntılı verilecektir. Bölümün amacı: i) Aydıner'in verdiği denklemleri tanıtmak, ii) kullanılacak dinamik sistem analizinin araçlarını ve kavramlarını tanıtmak, iii) karanlık madde ve karanlık enerji etkileşimlerini temsil eden yeni tip eşleşmiş, lineer olmayan diferansiyel denklemleri tanıtmaktır. Bunları sırasıyla üç alt başlık altında inceleyeceğiz.

3.1. AYDINER TİPİ ETKİLEŞİM DENKLEMLERİ

Aydıner karanlık madde ve karanlık enerji etkileşimini modellemek üzere ilk defa farklı bir etkileşim şeması önerdi (Aydiner, 2024). Bu etkileşim şeması karşılıklı ve öz-etkileşimi içine alan bir yaklaşımı içermektedir. Öncelikle bu etkileşim şemasını kısaca tanıtalım. Bu etkileşim şeması **Şekil 3.1:** de verilmiştir.



Şekil 3.1: Yeni etkileşim şeması

Bu modelde karanlık madde ve karanlık enerji iki açık termodinamik sistem gibi ele alınmıştır. Bu açık termodinamik sistemler birbirlerine temas ettiklerinde ısı ve parçacık alışverişi yapabilirler. Dolayısıyla etkileşim ısı ve parçacık değişimi üzerinden gerçekleşir. Şekil-**Şekil 3.1:** de soldaki mavi kutu karanlık madde: Sistem 1, sağdaki kırmızı kutu

karanlık enerji: Sistem 2'yi temsil eder. Şekilde verilen x_1 ve x_2 iki sistem arasındaki enerji akışını temsil ederler. Bu modelde yani bu yeni şemada iki tür etkileşim yer alır. Birincisi ortada görülen *karşılıklı etkileşim*, ikincisi Sistem 1'in solunda ve Sistem 2'nin sağında verilen *öz-etkileşim* ilmekleridir. Karşılıklı etkileşimde her iki sistem birbirine enerji gönderebilirken, öz-etkileşim ilmekleri sistemlerin kendi içinde meydana gelen dinamiği temsil ederler.

Aydıner bu etkileşim şemasına uyan dinamiği, termodinamiğin birinci yasasını kullanarak doğrudan elde etmiştir. Özet olarak, Aydıner çalışmalarında üç tür etkileşim modelini inşaa etmiş ve analiz etmiştir. Bu denklemler, Aydıner'in "*Chaotic interaction between dark matter and dark energy*" ve "*Chaotic interaction between thermodynamic systems*" çalışmalarında sunulmuş ve analiz edilmiştir (Aydiner, 2024, 2025). Bunlar sırasıyla aşağıda verilmiştr.

3.1.1. $\delta Q \neq 0$, $\delta N \neq 0$, $\delta V = 0$

Seçilen bu duruma göre iki sistem arasında ısı ve parçacık alışverişi vardır. Fakat basitlik elde etmek için sistemlerin hacimlerinin değişmediği varsayılmıştır. Bu duruma karşı gelen denklem sistemi:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 x_3 - x_1 \\ \frac{dx_2}{dt} &= (x_3 - R)x_1 - x_2 \\ \frac{dx_3}{dt} &= 1 - x_1 x_2 \end{aligned} \tag{3.1}$$

şeklindedir. Burada R kontrol parametresidir.

3.1.2. $\delta Q \neq 0$, $\delta N = 0$, $\delta V = 0$

Şeçilen bu durumda yalnızca ısı alışverişi vardır. Parçacık alışverişi yoktur ve hacim değişimi dikkate alınmamıştır. Bu duruma karşı gelen denklem sistemi:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 x_3 \\ \frac{dx_2}{dt} &= (x_3 - R)x_1 \\ \frac{dx_3}{dt} &= 1 - x_1 x_2 \end{aligned} \tag{3.2}$$

şeklindedir.

3.1.3. $\delta Q \neq 0$, $\delta N \neq 0$, $\delta V \neq 0$

Üçüncü durumda ise iki sistem arasında ısı ve parçacık alışverişi vardır. Bunlara ek olarak hacim değişimleri de dikkate alınmıştır. Bu duruma karşılık gelen denklem sistemi:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 x_3 - x_1 - \int_0^\tau x_1(t)\,dt \\ \frac{dx_2}{dt} &= (x_3 - R)x_1 - x_2 - \int_0^\tau x_2(t)\,dt \\ \frac{dx_3}{dt} &= 1 - x_1 x_2 \end{aligned} \tag{3.3}$$

şeklindedir. Denklemlerdeki integral terimleri, sistemin enerji depolama kapasitesini temsil eder ve sayısal çözüme sabit katkılardır. Çözümü basitleştirmek için $\delta_1 = \int_0^\tau x_1(t)\,dt$ ve $\delta_2 = \int_0^\tau x_2(t)\,dt$ olarak alınır ve $\delta_{1,2}$, sistemin enerji depolama kapasitesini ölçen kontrol parametreleri olarak değerlendirilir (Aydiner, 2025).

Bu tezde, (3.2) denklemleri ele alınıp $\delta Q \neq 0$, $\delta N = 0$, $\delta V = 0$ durumu için modifiye edilecektir. Yeni sistemin kaotik dinamikleri araştırılacaktır. Denklemler sabit bir R değerinde nümerik olarak çözülecek, sabit noktalarının kararlılıklarına bakılacaktır. Zaman serileri çizilecek ve faz uzayları elde edilecektir. Lyapunov hesapları yapılıp, sistemin kaotik doğası incelenecektir. Kullanılacak yöntem aşağıda verilmiştir.

3.2. KAOS ANALİZ YÖNTEMLERİ

3.2.1. Kaosun tanımı

Türk Dil Kurumu'na göre "evrenin düzene girmeden önceki karışık, düzensiz durumu" veya "kargaşa" anlamına gelir. Ayrıca, "düzensizlik", "karmaşıklık", "gelişigüzellik" ve "öngörülemezlik" gibi anlamlara da gelebilir. Yunan mitolojisinde, Khaos (Kaos) tanrısı, evrenin düzenli hale gelmesinden önceki boşluğu, boşluğu veya uçurumu temsil eder. Günümüzde düzensiz ve lineer olmayan sistemleri inceleyen bir bilim haline gelmiştir.

Kaosun şimdiye kadar bir tanımı yapılmamıştır. İlk fiziksel tanımı Aydıner tarafından verilmiştir. Aydıner'in verdiği tanıma göre "*Kaos etkileşen sistemlerin minimum eylemidir.*"

Aydıner bu tanımı genişleterek "*Doğanın dinamiği kaotiktir.*" şeklinde bir evrensel yasa ortaya koymuş ve "En Az Eylem İlkesi" yerine daha genel bir ilke olan "*Kaotik Eylem İlkesi*"ni ileri sürmüştür (Aydiner, 2025).

3.2.2. Kaosun özellikleri

Kaos teorisi, doğadaki birçok sistemin altında yatan karmaşık ve öngörülemez davranışları açıklamak için geliştirilmiş matematiksel bir çerçevedir. Kaotik sistemler, rastgele değil; aksine belirli fiziksel yasalara uyan deterministik yapılardır. Bununla birlikte, bu sistemlerin zamanla nasıl evrileceği genellikle öngörülemezdir (Strogatz, 2018).

Kaotik sistemlerin en çarpıcı özelliği, başlangıç koşullarına hassas bağımlılıktır. Bu özellik, ilk kez Edward Lorenz tarafından atmosferik modellemeler sırasında keşfedilmiş ve "kelebek etkisi" olarak adlandırılmıştır (Lorenz, 1963). Çok küçük başlangıç farkları, zamanla sistemin davranışında büyük farklılıklar yaratabilir. Bu durum, uzun vadeli tahminleri pratikte imkânsız hale getirir.

Buna rağmen kaotik sistemler tamamen deterministiktir. Yani sistemin davranışı, Newton tipi diferansiyel denklemler gibi belirli yasalarla tanımlanabilir. Ancak bu yasaların çözümü, çoğu zaman doğrusal olmayan yapılar nedeniyle son derece karmaşık hale gelir (Ott, 2002).

Kaotik sistemlerin bir diğer özelliği ise periyodik olmayan ama yapı içeren davranışlar sergilemesidir. Bu sistemler, hiçbir zaman aynı duruma tam olarak geri dönmez. Fakat bu karmaşık davranışlar belirli geometrik yapılar etrafında şekillenir. Bu yapılar, garip çekiciler (strange attractors) olarak adlandırılır ve genellikle fraktal geometri ile tanımlanırlar (Peitgen et al., 2004).

Ayrıca kaotik sistemler, topolojik olarak karmaşık faz uzayı yapısına sahiptir. Bu yapı, sistemin farklı başlangıç koşullarına sahip yörüngelerinin zamanla nasıl ayrıştığını açıkça gösterir. Yakın başlayan yörüngeler, kısa sürede tamamen farklı yollar izler (Devaney, 1989).

Kaotik davranışların ortaya çıktığı sistemler genellikle doğrusal olmayan (nonlineer) yapıya sahiptir. Bu doğrusal olmayanlık, sistemin süperpozisyon ilkesine uymasını engeller ve dinamikler arasındaki geri beslemeyi artırarak karmaşıklığı doğurur (Strogatz, 2018).

Bilgi kuramı açısından bakıldığında, kaotik sistemlerde zamanla bilgi entropisi artar.

Yani sistemin gelecekteki durumunu belirlemek için gereken bilgi miktarı sürekli olarak artar. Bu da, bilgi kaybı veya hata büyümesi nedeniyle sistemin uzun vadeli davranışının hesaplanmasını imkânsız hale getirir (Ott, 2002; Shannon, 1948).

Özetle, kaos deterministik bir temele sahip olmasına rağmen, yapısal olarak karmaşık, öngörülemez, başlangıç koşullarına duyarlı ve fraktal örüntüler üreten bir davranış sergiler. Bu özellikler, doğadaki pek çok sistemin (hava durumu, popülasyon dinamikleri, astrofiziksel süreçler, ekonomik modeller) anlaşılmasında kaos teorisini temel bir araç haline getirmiştir.

3.2.3. Faz uzayı çözümler

Bu çalışmada, dinamik sistemlerin analizinde temel bir araç olan faz uzayı kavramı tanıtılmakta ve kaotik sistemlerin faz uzayı içindeki davranışları incelenmektedir. Başlangıç koşullarına hassasiyet, garip çekiciler, fraktal yapılar ve bilgi entropisi gibi kavramlar bağlamında kaotik sistemlerin faz uzayında nasıl analiz edildiği açıklanmaktadır.

3.2.3.1. Faz Uzayı Nedir?

Faz uzayı, bir fiziksel sistemin durumunu belirleyen tüm değişkenlerin (örneğin konum ve momentum) oluşturduğu çok boyutlu bir uzaydır. Her bir faz uzayı noktası, sistemin belirli bir andaki tam halini temsil eder (Strogatz, 2018). Örneğin, tek boyutta hareket eden bir parçacık için faz uzayı iki boyutludur: biri konum x, diğeri momentum p olmak üzere.

Genel olarak, N parçacıklı bir sistemin faz uzayı $6N$ boyutludur. Bu uzayda sistemin zamanla nasıl evrileceği, diferansiyel denklemler aracılığıyla faz yörüngeleri olarak temsil edilir.

3.2.3.2. Kaotik Sistemlerde Faz Uzayı Analizi

Kaotik sistemlerde faz uzayı yörüngeleri karmaşık, ancak sınırlı bir hacim içinde gelişir. Bu yörüngeler, sistemin deterministik doğasına rağmen uzun vadede öngörülemez olmasına neden olur (Ott, 2002).

3.2.3.3. Başlangıç Koşullarına Hassasiyet ve Lyapunov Üsleri

Kaotik sistemlerin temel özelliklerinden biri, başlangıç koşullarına hassas bağımlılıktır. Faz uzayında birbirine çok yakın başlayan iki yörünge zamanla üstel biçimde ayrılır. Bu ayrışma

oranı, Lyapunov üssü ile ölçülür. Pozitif bir Lyapunov üssü, kaotik davranışın göstergesidir (Wolf et al., 1985).

3.2.3.4. Garip Çekiciler ve Fraktal Yapılar

Kaotik sistemlerin faz uzayındaki yörüngeleri genellikle garip çekici (strange attractor) adı verilen fraktal yapılarda yoğunlaşır. Bu çekiciler, sistemin yörüngesini belirli bir hacim içinde tutar, fakat sistem asla aynı yörüngeye geri dönmez (Peitgen et al., 2004). Örneğin, Lorenz sistemi bu türden bir çekiciye sahiptir (Lorenz, 1963).

3.2.3.5. Poincaré Kesitleri

Yüksek boyutlu sistemlerde faz uzayının doğrudan görselleştirilmesi zordur. Bu nedenle Poincaré kesitleri kullanılır. Sistem belirli bir düzlemi her geçtiğinde o noktalar kaydedilir. Düzenli sistemlerde bu noktalar düzgün örüntüler oluştururken, kaotik sistemlerde düzensiz ve fraktal desenler oluşur (Strogatz, 2018).

3.2.3.6. Bilgi Kuramı Yaklaşımı ve Entropi

Kaotik sistemlerde bilgi entropisi zamanla artar. Bu durum, sistemin gelecekteki durumunu tahmin etmek için gereken bilginin giderek artması anlamına gelir. Shannon entropisi ve Kolmogorov-Sinai entropisi gibi büyüklükler bu davranışı ölçmekte kullanılır (Ott, 2002; Shannon, 1948).

3.2.3.7. Örnek: Lorenz Sistemi

Edward Lorenz'in atmosfer modellemesinden türettiği üç boyutlu sistem şu denklemlerle tanımlanır:

$$\frac{dx}{dt} = \sigma(y - x)$$
$$\frac{dy}{dt} = x(\rho - z) - y$$
$$\frac{dz}{dt} = xy - \beta z$$

Bu sistemin faz uzayı üç boyutludur: (x, y, z). Sistemin yörüngeleri, "Lorenz çekicisi" adı verilen fraktal bir yapıda yoğunlaşır. Bu yapı, sistemin deterministik olmasına rağmen öngörülemez ve kararlı olmayan bir biçimde evrimleştiğini gösterir (Lorenz, 1963).

3.2.3.8. Sonuç

Faz uzayı, bir dinamik sistemin tüm olası durumlarını gösteren soyut ama güçlü bir analiz aracıdır. Kaotik sistemlerin analizinde faz uzayı yaklaşımı; başlangıç koşullarına duyarlılık, fraktal çekiciler ve entropik büyüme gibi özelliklerin ortaya konulmasını sağlar. Bu yönüyle kaos kuramı, hem kuramsal hem de uygulamalı bilimlerde temel bir rol oynamaktadır.

3.2.4. Lyapunov üsteli

Lyapunov üsteli, dinamik sistemlerin başlangıç koşullarına olan duyarlılığını ölçen temel matematiksel araçlardan biridir. Bu makalede Lyapunov üstelinin tanımı, fiziksel yorumu, hesaplanma yöntemleri ve kaotik sistemlerdeki rolü ele alınmaktadır. Özellikle pozitif Lyapunov üstelinin kaosun belirleyici göstergesi olduğu vurgulanmakta ve uygulama alanlarına örnekler sunulmaktadır.

Kaotik sistemler deterministik kurallarla tanımlanmış olsalar da uzun vadeli davranışları öngörülemezdir. Bu öngörülemezlik, sistemin başlangıç koşullarına gösterdiği yüksek hassasiyetten kaynaklanır. İşte bu hassasiyetin nicel ölçümü **Lyapunov üsteli** (*Lyapunov exponent*) ile yapılır (Ott, 2002).

3.2.4.1. Tanım

Lyapunov üsteli, iki yakın yörüngenin faz uzayında zamanla birbirinden nasıl ayrıldığını ölçer. İki yörünge arasındaki mesafenin zamana bağlı değişimi yaklaşık olarak şu şekilde ifade edilir:

$$|\delta(t)| \approx |\delta(0)|e^{\lambda t} \tag{3.4}$$

Burada $\delta(t)$ yörüngeler arası mesafe, λ Lyapunov üsteli ve t zamandır.

- $\lambda > 0$: Üstel ayrışma $\rightarrow$ Kaotik sistem
- $\lambda = 0$: Nötr davranış
- $\lambda < 0$: Yörüngeler birbirine yakınsar $\rightarrow$ Kararlı sistem

3.2.4.2. Sürekli Zamanlı Sistemler

Bir diferansiyel denklem sistemi:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \tag{3.5}$$

için varyasyonel denklem:

$$\dot{\delta\mathbf{x}} = D\mathbf{f}(\mathbf{x}) \cdot \delta\mathbf{x} \tag{3.6}$$

Burada $D\mathbf{f}$, sistemin Jacobian matrisidir. Bu ifade, başlangıçtaki küçük bir farkın zamanla nasıl evrileceğini gösterir. Lyapunov üsteli şu şekilde tanımlanır:

$$\lambda = \lim_{t\to\infty} \frac{1}{t} \ln\left(\frac{|\delta\mathbf{x}(t)|}{|\delta\mathbf{x}(0)|}\right) \tag{3.7}$$

3.2.4.3. Ayrık Zamanlı Sistemler (Haritalar)

Örnek: Lojistik denklem:

$$x_{n+1} = r x_n (1 - x_n) \tag{3.8}$$

İçin Lyapunov üsteli:

$$\lambda = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \ln|f'(x_n)| \tag{3.9}$$

Bu yaklaşım, iteratif sistemlerde doğrudan kullanılabilir.

3.2.4.4. Lyapunov Spektrumu

Çok boyutlu sistemlerde birden fazla Lyapunov üsteli bulunur. Bu üsteller birlikte **Lyapunov spektrumu**nu oluşturur:

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_n \tag{3.10}$$

Genel özellikler:

- $\lambda_1 > 0$: sistem kaotiktir.
- $\sum \lambda_i < 0$: sistem dissipatiftir.
- Fraktal boyut ve entropi üretimi bu spektrumla ilişkilidir.

3.2.4.5. Öngörülebilirlik ve Entropi

Lyapunov üsteli, sistemin öngörülebilirlik süresi için sınır verir:

$$T_{\text{predict}} \sim \frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) \tag{3.11}$$

Burada ε, başlangıç koşulundaki hata toleransıdır.

Ayrıca bilgi kuramı açısından da yorumlanabilir. Kolmogorov-Sinai entropisi, pozitif Lyapunov üstelleri toplamına eşittir:

$$h_{KS} = \sum_{\lambda_i > 0} \lambda_i \tag{3.12}$$

3.2.4.6. Uygulama Alanları

Lyapunov üstelleri çok geniş bir uygulama alanına sahiptir:

- Kaotik sistemlerin tanımlanması
- Hava durumu tahmini
- Zaman serisi analizi (ekonomi, biyoloji)
- Kalp ritmi, EEG gibi biyolojik sinyallerin sınıflandırılması
- Rastgele sayı üretimi ve kriptografi
- Kontrol sistemlerinin kararlılığı

3.2.4.7. Örnek: Lorenz Sistemi

Lorenz sistemi, kaosun ilk gözlemlendiği deterministik sistemlerden biridir (Lorenz, 1963):

$$\frac{dx}{dt} = \sigma(y-x)$$
$$\frac{dy}{dt} = x(\rho-z)-y$$
$$\frac{dz}{dt} = xy-\beta z$$

Bu sistemin Lyapunov üstelleri tipik olarak:

$$\lambda_1 > 0, \quad \lambda_2 \approx 0, \quad \lambda_3 < 0$$

şeklindedir. Bu yapı, sistemin hem kaotik hem de sönümlü olduğunu gösterir.

3.2.4.8. Sonuç

Lyapunov üsteli, kaosun ve başlangıç koşullarına hassasiyetin matematiksel tanımıdır. Pozitif Lyapunov üsteli, deterministik sistemlerin neden uzun vadede öngörülemez olduğunu açıklar. Dolayısıyla kaotik sistemlerin analizinde Lyapunov üstelleri, hem kuramsal hem de uygulamalı düzeyde vazgeçilmezdir.

3.3. ÇÖZÜLECEK DENKLEM SİSTEMLERİ

Bu çalışmada, Aydıner'in "*Chaotic interaction between themodynamic systems*" (Aydiner, 2025) başlıklı makalesinde yer alan ve Denklem 3.2 de verilen denklem sistemleri modifiye edilerek çözülecektir. Hatırlanacağı gibi Denklem 3.2 karanlık madde ve karanlık enerjinin yalnızca ısı alışverişi yoluyla etkileşmesini temsil etmektedir. Aydıner bu denklem sisteminin de kaotik dinamik ürettiğini göstermiştir. Bu sonuçlar Aydıner'in ileri sürdüğü *Kaotik Çevrimsel Kozmoloji*yi destekliyor olması bakımından önemlidir. Biz de bu tez çalışmasında bu denklem sisteminin hangi şartlar altında çözümlerin kaostan sapacağını ve hangi şartlar altında sapmayacağını analiz edeceğiz. Bunun için enerji akışlarını trigonometrik terimlerle modifiye edeceğiz. Bizim denklemlerimiz aşağıda Denklem (3.13) ve (3.14) olarak

verilmiştir. Bunlar sırasıyla

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= x_2 \cosh x_3 \\ \frac{dx_2}{dt} &= (\cosh x_3 - R)\, x_1 \\ \frac{dx_3}{dt} &= q - x_1 x_2\end{aligned} \tag{3.13}$$

ve

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= x_2 \sinh x_3 \\ \frac{dx_2}{dt} &= (\sinh x_3 - R) x_1 \\ \frac{dx_3}{dt} &= q - x_1 x_2\end{aligned} \tag{3.14}$$

şeklindedir.

Bu sistemlerin temel amacı, karanlık madde ile karanlık enerji arasındaki karşılıklı etkileşimleri niteliksel olarak modellemektir. Yukarıdaki sistemlerde x_1, x_2 ve x_3 sırasıyla etkileşen alanları ya da yoğunlukları temsil etmekte olup, R parametresi ise kontrol parametesidir. Burada q bir sabitir. Bu sabit $q = 1$ alınacaktır.

Bu çalışma kapsamında, her iki diferansiyel denklem sistemi sayısal (nümerik) yöntemlerle çözülecek, elde edilen çözümler yardımıyla değişkenlerin zamana bağlı evrimleri çizilecektir. Ayrıca, sistemlerin dinamik karakterlerini anlamak amacıyla ayrıntılı faz uzayı (phase space) diyagramları oluşturulacak ve her bir sistem için Lyapunov üsteleri hesaplanarak kaotik davranış gösterip göstermediği analiz edilecektir. Lyapunov üsteleri yardımıyla sistemlerin başlangıç koşullarına duyarlılığı da nicel olarak değerlendirilecektir.

Bu analizler sonucunda, kaotik yapılar üzerinden karanlık bileşenlerin evrendeki etkileşimlerine ilişkin yeni içgörüler elde edilmesi hedeflenmektedir.

3.3.0.1. Fiziksel Yorum ve Modelleme Yaklaşımı

Ele alınan diferansiyel denklem sistemlerinde x_1, x_2 ve x_3 değişkenleri sırasıyla karanlık maddeden gelen enerji akışı x_1, karanlık enerjiden gelen enerji akışı x_2 ve öz-etkileşimden gelen enerji akışı veya ortak parametresi x_3 olarak yorumlanabilir. Bu sistemlerin yapısı, karanlık madde ve karanlık enerji bileşenleri arasında zamana bağlı olarak değişen, doğrusal

olmayan ve potansiyel olarak kaotik bir etkileşim olduğunu önermektedir.

R parametresi, sistemin dengesini belirleyen bir kontrol parametresi olup, karanlık madde-karanlık enerji geçişi veya enerji alışverişinin büyüklüğünü karakterize edebilir. Özellikle R'nun belirli eşik değerlerinde sistemin davranışında kaotik rejime geçiş, sabit noktalardan uzaklaşma ya da çekici davranışların ortaya çıkması beklenmektedir. Bu tür modeller, gözlemsel olarak izlenemeyen bu bileşenler arası dinamiği anlamak için teorik bir zemin sunar.

3.3.0.2. Nümerik Çözüm Yöntemi ve Başlangıç Koşulları

Verilen denklem sistemleri kapalı formda çözülemeyecek kadar karmaşık olduğundan, sayısal çözüm yöntemlerine başvurulacaktır. Bu bağlamda, yüksek mertebeden doğruluk sağlayan dördüncü mertebe klasik Runge-Kutta (RK4) yöntemi tercih edilmiştir.

Çözüm, $t \in [0, T]$ aralığında, uygun bir zaman adımı Δt ile gerçekleştirilecek olup, sistemin davranışı başlangıç koşullarına son derece duyarlı olduğundan, birden fazla başlangıç vektörü $(x_1(0), x_2(0), x_3(0))$ için çözümler elde edilecektir.

Başlangıç koşulları örnek olarak aşağıdaki gibi seçilecektir:

$$(x_1(0), x_2(0), x_3(0)) \in \{(1, 0.5, 0.1),\ (1.01, 0.5, 0.1),\ (1, 0.49, 0.11), \ldots\}$$

Bu çeşitlilik, Lyapunov üssü analizleri için de gereklidir.

3.3.0.3. Lyapunov Üstellerinin Hesaplanması

Sistemlerin kaotik doğasını ortaya koymak amacıyla maksimum Lyapunov üssü (MLE) hesaplanacaktır. Bu işlem için Benettin algoritması veya Wolf tarafından geliştirilen algoritmalar kullanılacaktır (Wolf et al., 1985). Hesaplama, zamanla evrilen iki yakın yörünge arasındaki ayrışma oranına dayanmaktadır:

$$\lambda = \lim_{t \to \infty} \frac{1}{t} \ln \left(\frac{|\delta(t)|}{|\delta(0)|} \right)$$

Burada $\delta(t)$, başlangıçta birbirine çok yakın olan iki çözüm arasındaki fark vektörüdür. Eğer $\lambda > 0$ ise, sistem başlangıç koşullarına duyarlıdır ve kaotik davranış sergiler. Her iki denklem sistemi için $\lambda(R)$ bağımlılığı analiz edilecek ve elde edilen değerlerin grafiksel gösterimi

yapılacaktır.

3.3.0.4. Faz Uzayı Analizi ve Sabit Noktalar

Sistemlerin nitel davranışını incelemek için, üç boyutlu faz uzayı $[x_1(t), x_2(t), x_3(t)]$ görselleştirilecektir. Ayrıca, iki boyutlu kesitler olan x_1–x_2, x_1–x_3, ve x_2–x_3 düzlemleri üzerinde faz portreleri çizilecektir. Bu analiz, sistemin çekiciye (attractor) sahip olup olmadığını, limit döngü ya da kaotik rejim içerip içermediğini gösterecektir.

Ek olarak, sabit noktalar (x_1^*, x_2^*, x_3^*) için $\frac{dx_i}{dt} = 0$ koşulu sağlanarak bulunacak ve bu noktaların doğrusal kararlılığı Jacobian matris yardımıyla analiz edilecektir. Özellikle:

$$J = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right]$$

matrisi yardımıyla elde edilen özdeğerler incelenerek sabit noktaların doğası (kararlı, kararsız, saddle vs) sınıflandırılacaktır.

Elde edilen tüm sonuçlar tezin **Bulgular** bölümünde sunulacak ve elde edilen sonuçlar detaylı bir şekilde tartışılacaktır.

4. BULGULAR

Materyal ve Metod bölmünde iki denklem sistemini inceleyeceğimizi ifade ettik.

4.1. DENKLEM 1

Materyal ve Metod bölümünde tanıttığımız Denklem (3.13) burada tekrar yazalım:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 \cosh x_3 \\ \frac{dx_2}{dt} &= (\cosh x_3 - R)\, x_1 \\ \frac{dx_3}{dt} &= q - x_1 x_2 \end{aligned} \tag{4.1}$$

şeklindeydi. Bu denklem sisteminin detaylı analizleri aşağıda verilmiştir.

4.1.1. Denklemin analizi

Sabit noktalar, türevlerin sıfır olduğu noktalar olarak tanımlanır: $\dot{x}_1 = \dot{x}_2 = \dot{x}_3 = 0$. Bu koşuldan:

$$x_2 \cosh x_3 = 0 \implies x_2 = 0, \tag{4.2}$$

$$(\cosh x_3 - R)x_1 = 0 \implies x_1 = 0 \quad \text{veya} \quad \cosh x_3 = R, \tag{4.3}$$

$$q - x_1 x_2 = 0 \implies q = 0. \tag{4.4}$$

Buna göre, $q = 0$ için sistemin sabit noktaları şunlardır:

$$(x_1, x_2, x_3) = (0, 0, \pm \cosh^{-1}(R)), \quad R \geq 1. \tag{4.5}$$

Sistemin Jacobian matrisi:

$$J = \begin{bmatrix} 0 & \cosh x_3 & x_2 \sinh x_3 \\ \cosh x_3 - R & 0 & x_1 \sinh x_3 \\ -x_2 & -x_1 & 0 \end{bmatrix}. \tag{4.6}$$

Sabit noktalar $(0,0,\pm\cosh^{-1}(R))$ için Jacobian matrisi:

$$J^* = \begin{bmatrix} 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{4.7}$$

J^* matrisinin özdeğerleri:

$$\lambda_1 = 0, \quad \lambda_2 = 0, \quad \lambda_3 = 0, \tag{4.8}$$

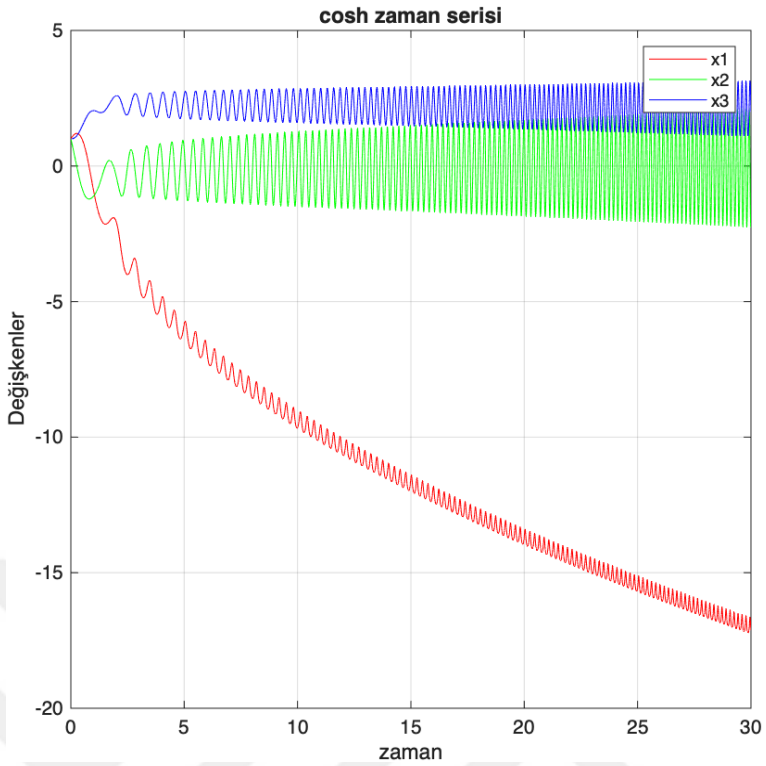
Bu sonuç, sabit noktaların *non-hyperbolic* olduğunu göstermektedir. Doğrusal kararlılık analizi bu durumda yetersizdir ve kararlılığı belirlemek için nonlineer analiz veya sayısal simülasyonlar gereklidir. Bu analiz $q = 0$ için yapılmıştır. Analiz $q = 1$ için yapıldığında durumunda sabit nokta yoktur. Sistem sürekli evrimleşir, doğrusal kararlılık analizi uygulanamaz. Denklem sistemini incelemek için faz uzayı ve Lyapunov analizi gerektirir.

4.1.2. Zamana bağlı çözümler

Denklem (4.1) Matlab kullanılarak nümerik olarak çözüldü.

Burada parametreler $R = 5$ ve $q = 1$, başlangıç koşulları ise $x_1(t = 0) = 0.1$, $x_2(t = 0) = 0.1$ ve $x_3(t = 0) = 0.1$ şeklinde set edildi. Zaman serileri için elde edilen çözümler **Şekil 4.1:** de verilmiştir.

Şekil 4.1: de verilen zaman serisi çözümleri incelendiğinde x_1 çözümü sıfır civarından başlayıp negatif bölgede giderek küçülen değerler almaktadır. Azalarak salınım yapmaktadır. x_2 çözümü sıfır civarında salınmaktadır ve x_3 çözümü sıfırın biraz üzerinde salınım yapmaya



Şekil 4.1: R=5 için cosh zaman Serisi

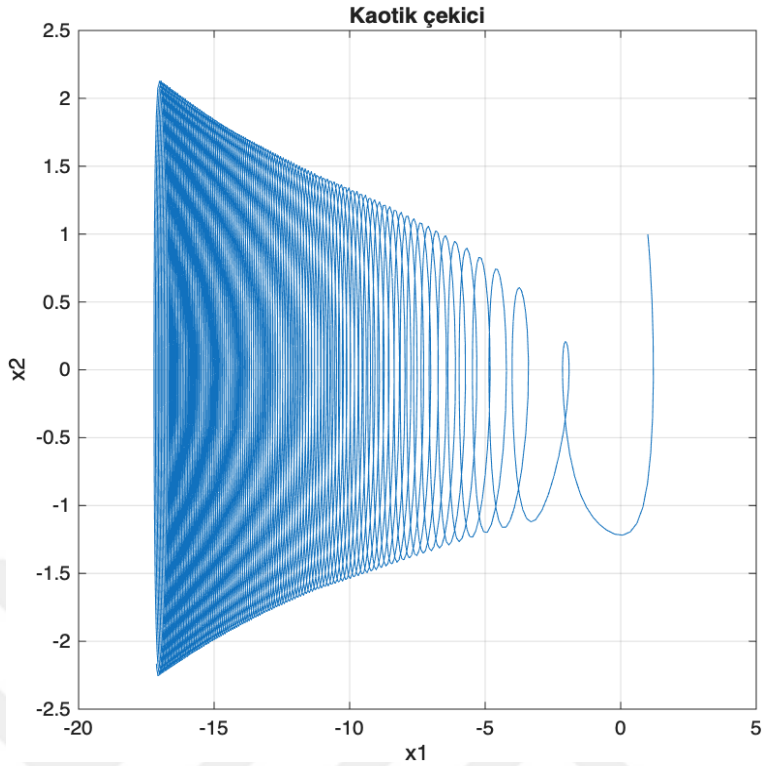
devam etmektedir.

Bu çözümler özellikle x_2 ve x_3 salınımlarının giderek büyüdüğünü göstermektedir. Yani periyot katlanması burada artarak ortaya çıkmaktadır. x_1 de periyot katlanmasını gösteren bir kanıt yoktur, salınımlar neredeyse aynı genliktedir. Fakat üç parametrenin bir araya gelmesi zengin bir dinamiğin ortaya çıkmasına yol açabilirler.

Bu tür lineer olmayan denklem sistemlerinin dinamik davranışını görmenin en iyi yöntemlerinden birisi de faz uzayı grafiklerini elde etmektir.

4.1.3. Faz uzayı dinamikleri

Faz uzayı diyagramı **Şekil 4.2:** de verilmiştir. Bu iki boyutlu (2d) faz uzayıdır. **Şekil 4.2:** de ki mavi sürekli çizgi çözümü temsil etmektedir. Çözüm $x_1(t=0)=0.1$, $x_2(t=0)=0.1$ ve $x_3(t=0)=0.1$ noktasından başlamaktadır. Görülebileceği $x_2=0$ civarında giderek çembersel olarak giderek büyümektedir. Bu denklem sisteminin ürettiği yörüngeler birbirini kesmeden ilerlemektedir. Sistemde bir adet kaotik çekici vardır. Çekici sayısı bir olduğu için yörünge ilerlemektedir.



Şekil 4.2: R=5 için cosh 2d faz uzayı

Bu çekicinin üç boyutlu görüntüsü **Şekil 4.3:** de verilmiştir.

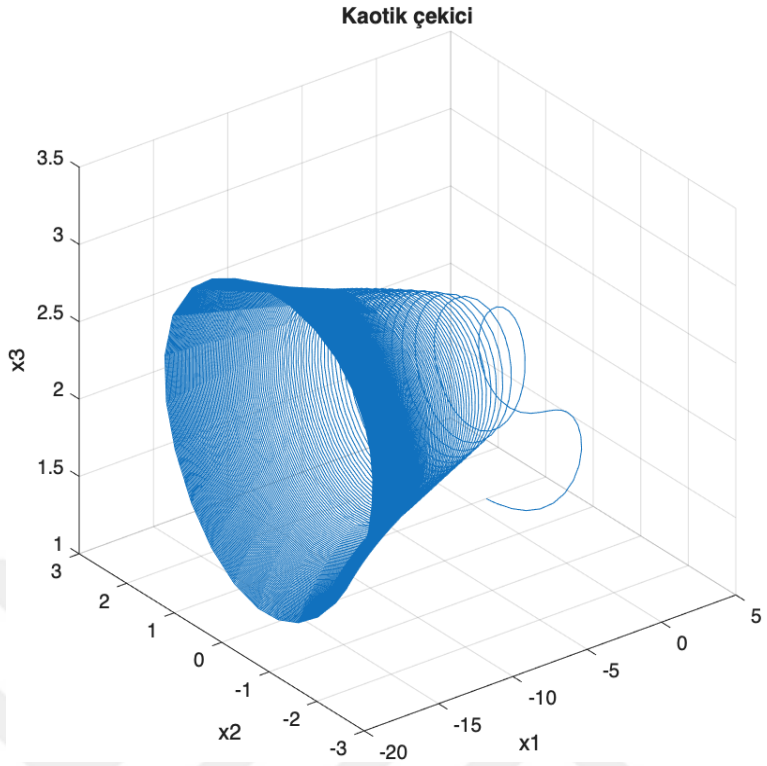
Şekilden görüleceği gibi bu bir üç boyutlu (3d) faz uzayıdır. Çözüm yine $x_1(t=0) = 0.1$, $x_2(t=0) = 0.1$ ve $x_3(t=0) = 0.1$ noktalarından başlamaktadır. Yörüngeler birbirini kesmeden ilerlemektedir. Kaotik yörüngelerin en önemli özelliği birbirini kesmemesidir. Ortaya çıkan dinamiğin kaotik olup olmadığını anlamanın en iyi yolu Lyapunov üstellerine bakmaktır. Denklem sisteminde üç tane değişken olduğundan üç tane Lyapunov üsteli elde ederiz. Buna Lyapunov spektrumu da denilmektedir.

4.1.4. Lyapunov üsteli

Denklem (4.1) için Lyapunov spektrumu Matlab programı yazarak hesaplandı ve Lyapunov üstelleri **Şekil 4.4:** da verilmiştir.

Şekil 4.4: görülebileceği gibi üç tane Lyapunov üsteli vardır. Bunlar λ_1 (mavi çizgi), λ_2 (kırmızı çizgi) ve λ_3 (sarı çizgi) olarak etiketlenmiştir.

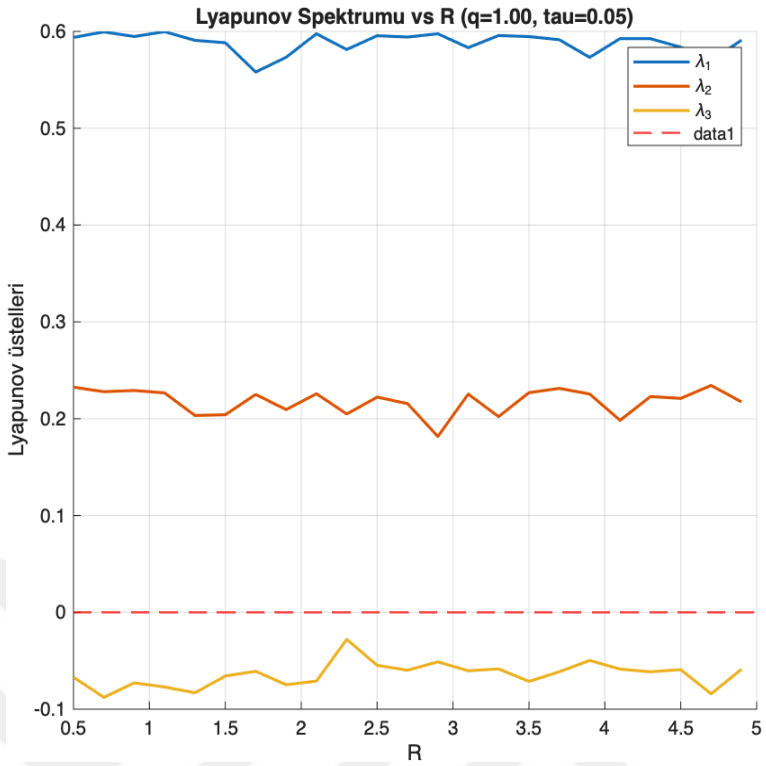
Daha önceden de belirttiğimiz gibi negatif üsteller periyodik ya da yarı-periyodik çözümleri belirtirken, pozitif üsteller ise kaosa işaret ederler. **Şekil 4.4:** görülebileceği gibi λ_1 (mavi



Şekil 4.3: R=5 için cosh 3d faz uzayı

çizgi) ve λ_2 (kırmızı çizgi) pozitif değerler alırken, λ_3 (sarı çizgi) negatif değerler almaktadır. λ_1 (mavi çizgi) ve λ_2 (kırmızı çizgi) pozitif Lyapunov üstelleri Denklem (4.1) nin güçlü bir şekilde kaotik davrandığını göstermektedir.

Sonuç olarak Denklem (4.1) ile temsil edilen karanlık madde ve karanlık enerji arasındaki etkileşim kaotik olması gerektiğini söyleyebiliriz.



Şekil 4.4: cosh için Lyapunov spektrumu

4.2. DENKLEM 2

Materyal ve Metod bölümünde tanıttığımız Denklem (3.14)

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 \sinh x_3 \\ \frac{dx_2}{dt} &= (\sinh x_3 - R)x_1 \\ \frac{dx_3}{dt} &= q - x_1 x_2 \end{aligned} \tag{4.9}$$

şeklindeydi. Bu denklem sisteminin detaylı analizleri aşağıda verilmiştir.

4.2.1. Denklemin analizi

Sabit noktalar, türevlerin sıfır olduğu noktalar olarak tanımlanır: $\dot{x}_1 = \dot{x}_2 = \dot{x}_3 = 0$. Bu koşuldan:

$$x_2 \sinh x_3 = 0 \implies x_2 = 0 \text{ veya } x_3 = 0, \tag{4.10}$$

$$(\sinh x_3 - R)x_1 = 0 \implies x_1 = 0 \text{ veya } \sinh x_3 = R, \tag{4.11}$$

$$q - x_1 x_2 = 0 \implies q = 0. \tag{4.12}$$

Buna göre, $q = 0$ için sistemin sabit noktaları şunlardır:

$$(x_1, x_2, x_3) = (0,0,0), \quad (x_1, x_2, x_3) = (0,0,\pm \sinh^{-1} R). \tag{4.13}$$

Sistemin Jacobian matrisi:

$$J = \begin{bmatrix} 0 & \sinh x_3 & x_2 \cosh x_3 \\ \sinh x_3 - R & 0 & x_1 \cosh x_3 \\ -x_2 & -x_1 & 0 \end{bmatrix}. \tag{4.14}$$

Sabit noktalar $(0,0,0)$ ve $(0,0,\pm \sinh^{-1} R)$ için Jacobian:

$$J^* = \begin{bmatrix} 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{4.15}$$

Bu matrisin özdeğerleri:

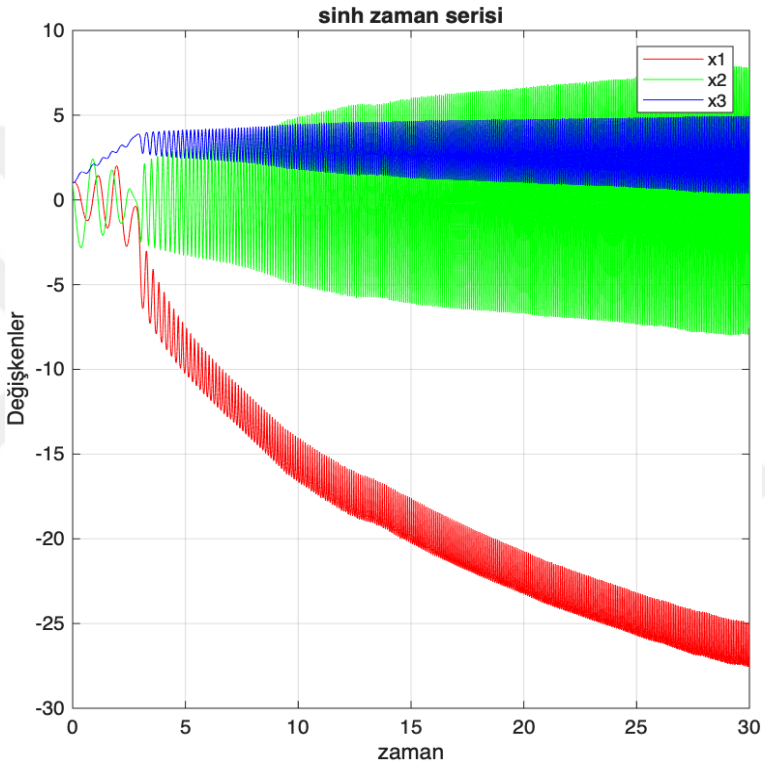
$$\lambda_1 = 0, \quad \lambda_2 = 0, \quad \lambda_3 = 0, \tag{4.16}$$

gösteriyor ki sabit noktalar *non-hyperbolic* olup, doğrusal kararlılık analizi yetersizdir. Nonlineer analiz veya sayısal simülasyonlar ile kararlılık incelenmelidir. Bu analiz $q = 0$ için yapılmıştır. Analiz $q = 1$ için yapıldığında durumunda sabit nokta yoktur. Sistem sürekli evrimleşir, doğrusal kararlılık analizi uygulanamaz. Denklem sistemini incelemek için faz uzayı ve Lyapunov analizi gerektiğini gördük.

4.2.2. Zamana bağlı çözümler

Denklem (4.1) Matlab kullanılarak nümerik olarak çözüldü.

Burada parametreler $R = 15$ ve $q = 1$, başlangıç koşulları ise $x_1(t = 0) = 0.1$, $x_2(t = 0) = 0.1$ ve $x_3(t = 0) = 0.1$ şeklinde set edildi. Zaman serileri için elde edilen çözümler **Şekil 4.5:** de verilmiştir.



Şekil 4.5: R=15 için sinh zaman Serisi

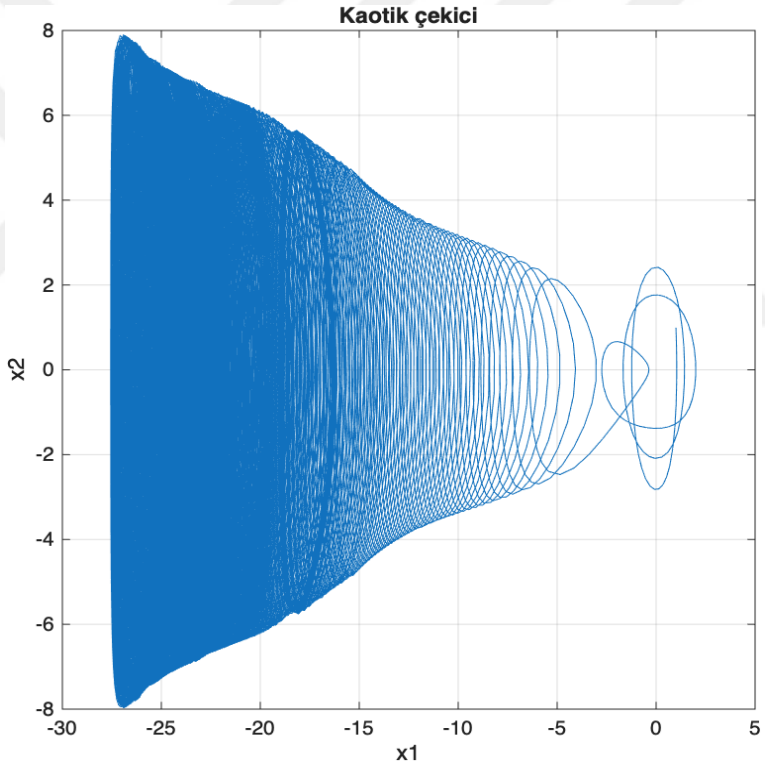
Şekil 4.5: de verilen zaman serisi çözümleri incelendiğinde x_1 çözümü sıfır civarından başlayıp negatif bölgede giderek küçülen değerler almaktadır. Azalarak salınım yapmaktadır. x_2 çözümü sıfır civarında salınmaktadır ve x_3 çözümü sıfırın biraz üzerinde salınım yapmaya devam etmektedir.

Bu çözümler özellikle x_2 ve x_3 salınımlarının giderek büyüdüğünü göstermektedir. Yani periyot katlanması burada artarak ortaya çıkmaktadır. x_1 de periyot katlanmasını gösteren bir kanıt yoktur, salınımlar neredeyse aynı genliktedir. Fakat üç parametrenin bir araya gelmesi zengin bir dinamiğin ortaya çıkmasına yol açabilirler.

Bu tür lineer olmayan denklem sistemlerinin dinamik davranışını görmenin en iyi yöntemlerinden birisi de faz uzayı grafiklerini elde etmektir.

4.2.3. Faz uzayı dinamikleri

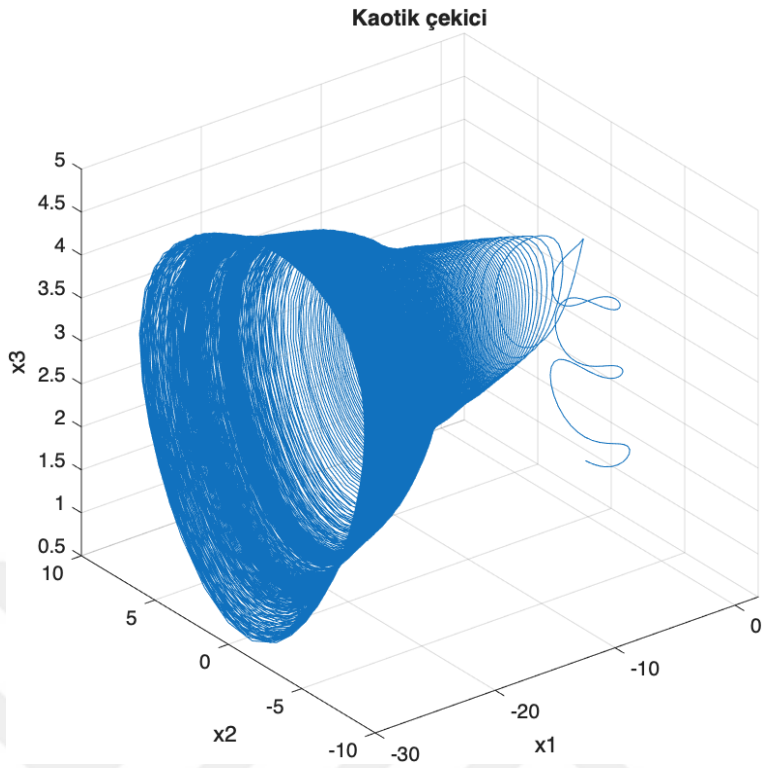
Faz uzayı diyagramı **Şekil 4.6:** de verilmiştir. Bu iki boyutlu (2d) faz uzayıdır. **Şekil 4.6:** de ki mavi sürekli çizgi çözümü temsil etmektedir. Çözüm $x_1(t=0)=0.1$, $x_2(t=0)=0.1$ ve $x_3(t=0)=0.1$ noktasından başlamaktadır. Görülebileceği $x_2=0$ civarında giderek çembersel olarak giderek büyümektedir. Bu denklem sisteminin ürettiği yörüngeler birbirini kesmeden ilerlemektedir. Sistem de bir adet kaotik çekici vardır. Çekici sayısı bir olduğu için yörünge ilerlemektedir.



Şekil 4.6: R=15 için 2d faz uzayı

Bu çekicinin üç boyutlu görüntüsü **Şekil 4.7:** de verilmiştir.

Şekilden görüleceği gibi bu bir üç boyutlu (3d) faz uzayıdır. Çözüm yine $x_1(t=0)=0.1$, $x_2(t=0)=0.1$ ve $x_3(t=0)=0.1$ noktalarından başlamaktadır. Yörüngeler birbirini kesmeden ilerlemektedir. Kaotik yörüngelerin en önemli özelliği birbirini kesmemesidir. Ortaya çıkan dinamiğin kaotik olup olmadığını anlamanın en iyi yolu yine Lyapunov üstellerine bakmaktır. Denklem sisteminde üç tane değişken olduğundan üç tane Lyapunov



Şekil 4.7: R=15 için sinh 3d faz uzayı

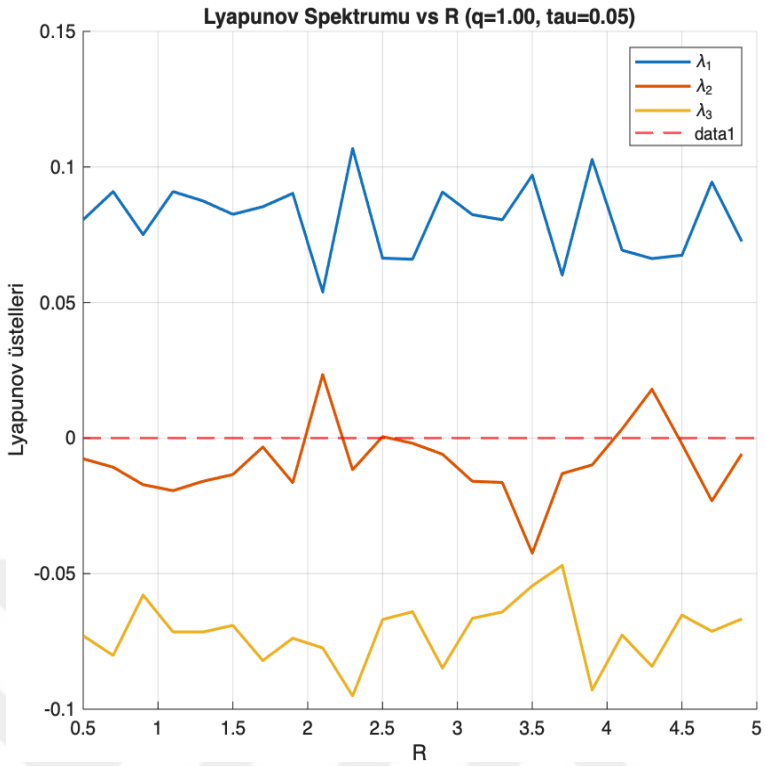
üsteli elde ederiz.

4.2.4. Lyapunov üsteli

Şekil 4.8: görülebileceği gibi üç tane Lyapunov üsteli vardır. Bunlar λ_1 (mavi çizgi), λ_2 (kırmızı çizgi) ve λ_3 (sarı çizgi) olarak etiketlenmiştir.

Şekil 4.8: görülebileceği gibi λ_1 (mavi çizgi) pozitif değerler alırken, ve λ_2 (kırmızı çizgi) pozitif ve negatif değerler almaktadır. λ_3 (sarı çizgi) ise negatif değerler almaktadır. λ_1 (mavi çizgi) ve λ_2 (kırmızı çizgi) pozitif Lyapunov üstelleri Denklem (4.9) nin güçlü bir şekilde kaotik davrandığını göstermektedir.

Sonuç olarak Denklem (4.9) ile temsil edilen karanlık madde ve karanlık enerji arasındaki etkileşim kaotik olması gerektiğini söyleyebiliriz.



Şekil 4.8: sinh için Lyapunov spektrumu

4.3. ÖZET

Bu bölümde karanlık madde ve karanlık enerji etkileşimini ele aldık. Karanlık madde ve karanlık enerji arasındaki etkleşimin yalnızca ısı alışverişi ile gerçekleştirdiği duruma odaklandık. Aydıner etkileşim modeline göre iki sistem arasında karşılıklı etkileşimler olduğu gibi öz-etkileşimler de vardır. Biz bu çalışmalarda önceki çalışmalardan farklı olarak öz-etkileşime hiperbolik düzeltmeler getirdik. Bu koşullar altında iki sistemin etkileşim dinamiğini analiz ederek, etkileşimlerin kaotik olduğunu gösterdik.

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu tez çalışmasında karanlık madde ve karanlık enerji arasında etkileşim modelleri çalışılmıştır. Model ve çözümlerine geçmeden önce tezin **Genel Kısımlar** bölümünde kısaca standart kozmoloji sunuldu. Karanlık madde ve karanlık enerjinin yapısı anlatıldı ve etkileşim modelleri literatüre dayalı olarak sunuldu. Yine bu bölümde çevrimsel kozmolojile tanıtıldı. Tezin **Malzeme ve Yöntem** bölümünde, karanlık madde ve karanlık enerji etkileşimleri için önerilen yeni denklemler tanıtlıdı. Kaos analizinin yöntemleri sunuldu ve tezde çalışacağımız denklem sistemleri tanıtıldı. Tezin **Bulgular** bölümünde ise karanlık madde ve karanlık enerji arasındaki etkileşimleri temsil eden modifiye denklemler çözülerek ayrıntılı olarak tartışıldı.

Tezin **Bulgular** bölümünde iki adet modifiye denklem ele aldık. Bu modifiye denklemler karanlık madde ve karanlık enerjinin arasında sadece ısı akışı aracılığı ile etkileştikleri fikrine dayanmaktadır.

İlk olarak, denklem (3.13) de öz-etkileşimden gelen katkıyı $x_3 \to \cosh x_3$ şeklinde modifiye ettik. İlk olarak denklemi analiz ederek sabit noktalarını elde ettik. Ardından denklemi çözmek için bir MatLab programı yazdık ve denklemin zaman serilerini elde ettik. Bu zaman serisi **Şekil 4.1:** de verilmiştir. Zaman serisi için faz uzayı grafikleri oluşturduk ve kaotik çekerlerin varlığını iki ve üç boyutlu faz uzayları oluşturarak inceledik **Şekil 4.2:** ve **Şekil 4.3:**. Bu denkleme ait Lyapunov spektrumunu bir MatLab programı yazarak elde ettik ve **Şekil 4.4:** sunduk. Sonuç olarak öz-etkileşime getirilen $x_3 \to \cosh x_3$ şeklindeki modifikasyon altında denklem (3.13) kaotik davranmaktadır.

İkinci olarak, denklem (3.14) de öz-etkileşimden gelen katkıyı $x_3 \to \sinh x_3$ şeklinde modifiye ettik. İlk olarak denklemi analiz ederek sabit noktalarını elde ettik. Ardından denklemi çözmek için bir MatLab programı yazdık ve denklemin zaman serilerini elde ettik. Bu zaman serisi **Şekil 4.5:** de verilmiştir. Zaman serisi için faz uzayı grafikleri oluşturduk ve kaotik çekerlerin varlığını iki ve üç boyutlu faz uzayları oluşturarak inceledik **Şekil 4.6:** ve **Şekil 4.7:**. Bu denkleme ait Lyapunov spektrumunu bir MatLab programı yazarak elde ettik ve **Şekil 4.8:** sunduk. Sonuç olarak öz-etkileşime getirilen $x_3 \to \sin hx_3$ şeklindeki

modifikasyon altında denklem (3.14) kaotik davranmaktadır.

Öz-etkileşim üzerinde $\cosh x_3$ ve $\sinh x_3$ den farklı bazı modifikasyonlar uyguladık. Bu iki modifikasyon dışında diğerlerinin kaos üretmediğini gördük. Öte yandan, öz-etkileşime getirilen modifikasyon gibi benzer şekilde x_1 ve x_2 ye de modifikasyonlar uygulanabilir. Biz bu tez çalışmasında öz-etkileşim üzerine yoğunlaştık. Elde ettiğimiz sonuçlar $\cosh x_3$ ve $\sinh x_3$ modifikasyonlarının kaotik dinamik ürettiğini gösterdik.

Elde ettiğimiz bu sonuçlar ile karanlık madde ve karanlık enerji arasındaki etkileşimlerde önemli rol oynayan öz-etkileşimin hiperbolik biçimlerde olması halinde kaotik kalmaya devam edeceğine işaret etmektedir.

Karanlık sektörde öz-etkileşim araştırmalar son zamanlarda artmıştır. Karanlık sektörde öz-etkileşimi dinamiğini ele alan modellerin giderek önem kazanacağını söylemek mümkündür. Bu çalışmanın üç önemli katkısının olacağını söyleyebiliriz. Birincisi karanlık madde ve karanlık enerji arasındaki etkileşim kaotik olacağını ima etmektedir. İkincisi, öz-etkileşimin karanlık madde ve karanlık enerji arasındaki etkileşimleri üzerinde belirleyici bir rolü vardır. Üçüncüsü ve daha genel olanı ise evrenin kaotik çevrimsel kozmoloji ile daha doğru bir şekilde modellenebileceğine işaret etmesidir.

KAYNAKLAR

Abazajian, K., Fuller, G. M. and Patel, M. (2001), 'Sterile neutrino hot, warm, and cold dark matter', *Physical Review D* **64**(2), 023501.

Abbott, B. P., Abbott, R., Abbott, T. D., others (LIGO Scientific Collaboration and Collaboration), V. (2017), 'Gw170817: Observation of gravitational waves from a binary neutron star inspiral', *Physical Review Letters* **119**(16), 161101.
URL: *https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.119.161101*

Aghanim, N., Akrami, Y., Ashdown, M., Aumont, J., Baccigalupi, C., Ballardini, M., Banday, A. J., Barreiro, R., Bartolo, N., Basak, S. et al. (2020), 'Planck 2018 results-vi. cosmological parameters', *Astronomy & Astrophysics* **641**, A6.

Arun, K., Gudennavar, S. B. and Sivaram, C. (2017), 'Dark matter, dark energy, and alternate models: A review', *Advances in Space Research* **60**(1), 166–186.

Ashtekar, A. and Bojowald, M. (2003), 'Quantum geometry and the big bang', *Physical Review Letters* **91**(24), 241301.

Ashtekar, A., Pawlowski, T. and Singh, P. (2006), 'Quantum nature of the big bang: Improved dynamics', *Physical Review D* **74**(8), 084003.

Ashtekar, A. and Singh, P. (2011), 'Loop quantum cosmology: A status report', *Classical and Quantum Gravity* **28**(21), 213001.

Aydiner, E. (2018), 'Chaotic universe model', *Scientific Reports* **8**(1), 721.
URL: *https://www.nature.com/articles/s41598-017-18681-4*

Aydiner, E. (2024), 'Chaotic interaction between dark matter and dark energy', *International Journal of Theoretical Physics* **64**(1).
URL: *http://dx.doi.org/10.1007/s10773-024-05871-w*

Aydiner, E. (2025), 'Chaotic interaction between thermodynamic systems', *Annals of Physics* **480**, 170079.
URL: *https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0003491625001605*

Aydiner, E., Basaran-Öz, I., Dereli, T. and Sarisaman, M. (2022), 'Late time transition of universe and the hybrid scale factor', *Eur. Phys. J. C* **82**, 39.
URL: *https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-022-09996-2*

Bertone, G., Hooper, D. and Silk, J. (2005), 'Particle dark matter: evidence, candidates and constraints', *Physics Reports* **405**(5-6), 279–390.

Blumenthal, G. R., Faber, S. M., Primack, J. R. and Rees, M. J. (1984), 'Formation of galaxies and large-scale structure with cold dark matter', *Nature* **311**, 517–525.

Bojowald, M. (2005), 'Loop quantum cosmology', *Living Reviews in Relativity* **8**(1), 11.

Bond, J. R., Efstathiou, G. and Silk, J. (1980), 'Massive neutrinos and the large-scale structure of the universe', *Physical Review Letters* **45**(24), 1980–1984.

Carroll, S. M. (2004), *Spacetime and Geometry: An Introduction to General Relativity*, Addison-Wesley.

Clifton, T., Ferreira, P. G., Padilla, A. and Skordis, C. (2012), 'Modified gravity and cosmology', *Physics Reports* **513**(1), 1–189.

Collaboration, P. (2020), 'Planck 2018 results. vi. cosmological parameters', *Astronomy & Astrophysics* **641**, A6.

Devaney, R. L. (1989), *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*, 2nd edn, Addison-Wesley, Redwood City, CA.

Dodelson, S. (2003), *Modern Cosmology*, Academic Press, San Diego.

Eisenstein, D. J., Zehavi, I., Hogg, D. W., Scoccimarro, R., Blanton, M. R., Nichol, R. C., Scranton, R., Seo, H.-J., Tegmark, M., Zheng, Z., Anderson, S. F., Annis, J., Bahcall, N. A., Brinkmann, J., Burles, S., Castander, F. J., Connolly, A., Csabai, I., Doi, M., Fukugita, M., Frieman, J. A., Glazebrook, K., Gunn, J. E., Hendry, J. S., Hennessy, G. S., Ivezic, Z., Kent, S., Knapp, G. R., Lin, H., Loh, Y. S., Lupton, R. H., Margon, B., McKay, T. A., Meiksin, A., Munn, J. A., Pope, A., Richmond, M. W., Schlegel, D. J., Schneider, D. P., Shimasaku, K., Stoughton, C., Strauss, M. A., SubbaRao, M., Szalay, A. S., Szapudi, I., Tucker, D. L., Yanny, B. and York, D. G. (2005), 'Detection of the baryon acoustic peak in the large-scale correlation function of sdss luminous red galaxies', *The Astrophysical Journal* **633**(2), 560–574.

Fixsen, D. J., Cheng, E. S., Gales, J. M., Mather, J. C., Shafer, R. A. and Wright, E. L. (1996), 'The cosmic microwave background spectrum from the full cobe firas data set', *The Astrophysical Journal* **473**, 576–587.

Frieman, J. A., Turner, M. S. and Huterer, D. (2008), 'Dark energy and the accelerating universe', *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* **46**, 385–432.

Gondolo, P. and Gelmini, G. B. (1991), 'Cosmic abundances of stable particles: Improved analysis', *Nuclear Physics B* **360**, 145–179.

Gurzadyan, V. G. and Penrose, R. (2010), 'Concentric circles in wmap data may provide evidence of violent pre-big-bang activity', *arXiv preprint arXiv:1011.3706* .

Haggard, H. M. and Rovelli, C. (2015), 'Gravitational time dilation in loop quantum cosmology', *Physical Review D* **91**(10), 104019.

Hu, W. and Dodelson, S. (2002), 'Cosmic microwave background anisotropies', *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* **40**, 171–216.

Hubble, E. (1929*a*), 'A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae', *Proceedings of the National Academy of Sciences* **15**(3), 168–173.

Hubble, E. (1929*b*), 'A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae', *Proceedings of the National Academy of Sciences* **15**(3), 168–173.

Jungman, G., Kamionkowski, M. and Griest, K. (1996), 'Supersymmetric dark matter', *Physics Reports* **267**(5–6), 195–373.

Khoury, J., Ovrut, B. A., Steinhardt, P. J. and Turok, N. (2001), 'Ekpyrotic universe: Colliding branes and the origin of the hot big bang', *Physical Review D* **64**(12), 123522.

Kolb, E. W. and Turner, M. S. (1990), *The Early Universe*, Vol. 69 of *Frontiers in Physics*, Addison-Wesley.

Kragh, H. (1996), *Cosmology and Controversy: The Historical Development of Two Theories of the Universe*, Princeton University Press, Princeton, NJ.

Lehners, J.-L. (2008), 'Ekpyrotic and cyclic cosmology', *Physics Reports* **465**(6), 223–263.

Lemaître, G. (1927), 'Un univers homogène de masse constante et de rayon croissant, rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extragalactiques', *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles* **47**, 49–59.

Lorenz, E. N. (1963), 'Deterministic nonperiodic flow', *Journal of the Atmospheric Sciences* **20**(2), 130–141.

McGaugh, S. S., Lelli, F. and Schombert, J. M. (2016), 'Radial acceleration relation in rotationally supported galaxies', *Physical Review Letters* **117**(20), 201101.

Milgrom, M. (1983), 'A modification of the newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis', *Astrophysical Journal* **270**, 365–370.

Ott, E. (2002), *Chaos in Dynamical Systems*, 2nd edn, Cambridge University Press.

Peccei, R. D. and Quinn, H. R. (1977), 'Cp conservation in the presence of pseudoparticles', *Physical Review Letters* **38**(25), 1440–1443.

Peebles, P. J. E. (1993), *Principles of Physical Cosmology*, Princeton University Press, Princeton, NJ.

Peitgen, H.-O., Jürgens, H. and Saupe, D. (2004), *Chaos and Fractals: New Frontiers of Science*, 2nd edn, Springer.

Penrose, R. (2006), Before the big bang: An outrageous new perspective and its implications for particle physics, *in* 'Proceedings of EPAC 2006'.

Penrose, R. (2010), *Cycles of Time: An Extraordinary New View of the Universe*, Bodley Head.

Penrose, R. (2018), *Fashion, Faith, and Fantasy in the New Physics of the Universe*, Princeton University Press.

Penzias, A. A. and Wilson, R. W. (1965), 'A measurement of excess antenna temperature at 4080 mc/s', *The Astrophysical Journal* **142**, 419–421.

Perlmutter, S. e. a. (1999), 'Measurements of ω and λ from 42 high-redshift supernova', *The Astrophysical Journal* **517**(2), 565–586.

Primack, J. R. (2001), 'Cosmology: small-scale issues revisited', *International Journal of Modern Physics A* **16S1C**, 1–20.

Ratra, B. and Peebles, P. J. (1988), 'Cosmological consequences of a rolling homogeneous scalar field', *Physical Review D* **37**(12), 3406.

Riess, A. G., Filippenko, A. V., Challis, P. et al. (1998), 'Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant', *The Astronomical Journal* **116**(3), 1009–1038.

Rovelli, C. (2004), *Quantum Gravity*, Cambridge University Press.

Rubin, V. C., Ford Jr, W. K. and Thonnard, L. (1980), 'Rotational properties of 21 sc galaxies with a large range of luminosities and radii, from ngc 4605 (r=4kpc) to ugc 2885 (r=122kpc)', *The Astrophysical Journal* **238**, 471–487.

Ryden, B. (2017), *Introduction to Cosmology*, 2 edn, Cambridge University Press, Cambridge.

Shannon, C. E. (1948), 'A mathematical theory of communication', *Bell System Technical Journal* **27**(3), 379–423.

Smith, S. (1936), 'The mass of the virgo cluster', *Astrophysical Journal* **83**, 23–30.

Steinhardt, P. J. and Turok, N. (2002), 'A cyclic model of the universe', *Science* **296**(5572), 1436–1439.

Strogatz, S. H. (2018), *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*, 2nd edn, CRC Press.

Tegmark, M., Blanton, M. R., Strauss, M. A., Hoyle, F., Schlegel, D., Scoccimarro, R., Vogeley, M. S., Weinberg, D. H., Zehavi, I., Berlind, A., Budavari, T., Connolly, A. J., Eisenstein, D. J., Fukugita, M., Gunn, J. E., Hamilton, A. J. S., Hui, L., Jain, B., Johnston, D., Kent, S., Lin, H., Nakajima, R., Nichol, R. C., Ostriker, J. P., Pope, A., Scranton, R., Seljak, U., Sheth, R. K., Stebbins, A., Szalay, A. S., Szapudi, I., Verde, L., Xu, Y., Annis, J., Brinkmann, J., Doi, M., Hennessy, G. S., Ivezić, , Knapp, G. R., McKay, T. A., Lupton, R. H., Munn, J. A., O'Connell, L., Pier, J. R., Richmond, M. W., Schneider, D. P., Stoughton, C., Tucker, D. L., Yanny, B. and York, D. G. (2004), 'Cosmological parameters from sdss and wmap', *Physical Review D* **69**(10), 103501.

Tod, P. (2015), 'The equations of conformal cyclic cosmology', *arXiv:1309.7248* .

Tolman, R. C. (1934), *Relativity, Thermodynamics and Cosmology*, Oxford University Press.

Vermeulen, S., Müller, H. and Grote, H. (2021), 'Direct limits for scalar field dark matter from a gravitational-wave detector', *Nature* **600**, 424–428.
URL: *https://www.nature.com/articles/s41586-021-04031-y*

Wagoner, R. V., Fowler, W. A. and Hoyle, F. (1967), 'On the synthesis of elements at very high temperatures', *The Astrophysical Journal* **148**, 3–49.

Wang, B., Abdalla, E., Atrio-Barandela, F. and Pavón, D. (2016), 'Dark matter and dark energy interactions: Theoretical challenges, cosmological implications and observational signatures', *Reports on Progress in Physics* **79**(9), 096901.

Wehus, I. K. and Eriksen, H. K. (2011), 'A search for concentric circles in the 7-year wmap temperature sky maps', *arXiv preprint arXiv:1012.1268* .

Weinberg, S. (1989), 'The cosmological constant problem', *Reviews of Modern Physics* **61**(1), 1.

Weinberg, S. (2008), *Cosmology*, Oxford University Press.

Wolf, A., Swift, J. B., Swinney, H. L. and Vastano, J. A. (1985), 'Determining lyapunov exponents from a time series', *Physica D: Nonlinear Phenomena* **16**(3), 285–317.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler	
Adı Soyadı	Aslı CANDAN
Uyruğu	[X] T.C. [ ] Diğer:

Eğitim Bilgileri	
Lisans	
Üniversite	Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi
Fakülte	Fen Edebiyat Fakültesi
Bölümü	Fizik
Mezuniyet Yılı	2022

Yüksek Lisans	
Üniversite	İstanbul Üniversitesi
Enstitü Adı	Fen Bilimleri
Anabilim Dalı	Fizik
Programı	Yüksek Enerji ve Plazma Fiziği
Mezuniyet Tarihi	2025