

Fizikte Matematik Metodlar

YÖK Temel Bilimler Programı Üstün Başarı Sınıfları

2018-2019 Bahar Dönemi 2. Ödev

1. $x = r \cos h(u) \cos(v)$, $r = a$, a : sabit
 $y = r \sin h(u) \sin(v)$,
 $z = z$

dönüşümleri ile verilen **eliptik silindirik koordinatlarda**,

- Teğet vektörlerini, ölçek çarpanlarını ve taban vektörlerini bulunuz.
- Sistemin ortogonalliğini araştırınız.
- Kartezyen koordinatlarda birim taban vektörlerini, **eliptik silindirik koordinatların** taban vektörleri cinsinden elde ediniz.
- Metrik katsayılarını, yay elemanını, yüzey elemanlarını ve hacim elemanını elde ediniz.
- Bulduğunuz teğet vektörlerini kullanarak koordinat yüzeylerinin normal vektörlerini bulunuz ve lineer bağımsızlıklarını araştırınız.
- Bir $\varphi(u, v, z)$ fonksiyonunun gradientini ve laplasiyenini bulunuz.
- Bir \vec{A} vektörünün diverjansını ve rotasyonelini bulunuz.
- $\frac{\partial T(u,v,z,t)}{\partial t} = a \nabla^2 T(u, v, z, t)$ ısı iletim denklemini ifade ediniz.

$$\frac{d}{dx} \cosh x = \sinh x$$
$$\frac{d}{dx} \sinh x = \cosh x$$

2. Kuantum mekaniğinin momentum operatörü $\vec{P} = -i\hbar \vec{\nabla}$ olarak tanımlanmaktadır. Açısal momentum operatörünün $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P}$ olduğunu hatırlayarak, açısal momentum operatörünü küresel koordinat sisteminde ifade ediniz.

3. $\vec{L} = i\hbar \vec{r} \times \vec{\nabla}$ operatörünü gözönünde bulundurarak, aşağıdaki eşitliklerin yazılabileceğini gösteriniz,

- $\vec{\nabla} = \hat{e}_r \frac{\partial}{\partial r} - i \frac{\vec{r} \times \vec{L}}{r^2}$
- $\vec{r} \nabla^2 - \vec{\nabla} \left(1 + r \frac{\partial}{\partial r} \right) = i \vec{\nabla} \times \vec{L}$

4. Orijinde localize olmuş bir elektrik dipol momentinin bir \vec{r} yer vektörü ile verilen bir noktada oluşturduğu elektrik potansiyel aşağıdaki gibi verilmektedir:

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3}$$

\vec{r} 'de oluşacak elektrik alan ifadesinin

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{[3\hat{e}_r(\vec{p} \cdot \hat{e}_r) - \vec{p}]}{r^3}$$

şeklinde verilebileceğini gösteriniz.

5. Momentum operatörü $\vec{P} = -i\hbar\vec{\nabla}$ olmak üzere, bir önceki soruda **eliptik silindirik koordinatlarda** elde ettiğiniz nicelikleri ve 4. Uygulama dersinde elde ettiğimiz **küresel koordinatlara** ve **silindirik kordinatlara** ait nicelikleri gözönünde bulundurarak, $\left(\frac{p^2}{2m_e} + V\right)\psi = 0$ Schrödinger Denklemi'ni,
- Elptik silindirik koordinatlarda** ifade ediniz,
 - Küresel koordinatlarda** ifade ediniz.
 - Silindirik koordinatlarda** ifade ediniz.

6. Aşağıdaki denklemleri küresel koordinat sisteminde ifade ediniz. Deneme alanları oluşturarak herbir eşitliğin sağlandığını gösteriniz.

Not: Gerekli nicelikleri 4. Ve 5. Uygulama derslerinin notlarından elde edebilirsiniz.

- $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$ Yük korunumunu ifade eden süreklilik denklemi
- $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ Gauss Yasası,
- $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ Manyetik alan için Gauss Yasası,
- $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ Faraday Yasası,
- $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ Ampere Yasası,

7. z eksenini boyunca uzanmış bir iletken tel I akımı taşımaktadır. \vec{A} manyetik vektör potansiyeli olmak üzere, telin oluşturduğu manyetik alan $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$ şeklindedir. Manyetik vektör potansiyeli,

$$\vec{A} = \frac{\mu}{2\pi} \left[e^{-\frac{(z+2)}{2}} \vec{e}_\rho + \left(\ln\left(\frac{1}{\rho}\right) + \sin^2(\vartheta) \right) \vec{e}_z \right]$$

ise telin oluşturduğu manyetik alan ifadesini elde ediniz.

8. Bir dağ yamacının yüksekliği (metre cinsinden),

$$h(x, y) = 10(2xy - 3x^2 - 4y^2 - 18x + 28y + 12)$$

olarak veriliyor. Burada x ve y km cinsinden, deniz yüzeyindeki bir orijinden sırasıyla doğu ve kuzey yönünde uzaklıklardır.

- Dağın tepesi nerededir?
(Cevap: (-2,3) noktası; dağın 3 km kuzeyinde, 2 km batısında)
- Dağ ne kadar yüksektir?
(Cevap: 720 m)
- Orijinden 1 km kuzey ve 1 km doğu yönündeki bir noktada yamacın eğimi ne kadardır? Aynı noktada yamacın en sarp olduğu yönü bulunuz. (Cevap: Kuzeybatı yönünde, $220\sqrt{2}$)

Not: Ödevler çalışma amaçlıdır, toplanmayacaktır. Zorlandığınız veya anlamadığınız her noktayı birlikte tartışabiliriz. Ödev çözümlerini ve nihai sonuçları AVESİS veya mail üzerinden paylaşmayacağım.