

T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



YÜKSEK LİSANS TEZİ

KARANLIK MADDE VE KARANLIK ENERJİ ARASINDAKİ KAOTİK ETKİLEŞİMLERİN İNCELENMESİ

Sâkiye ÖNDER

Fizik Anabilim Dalı

Yüksek Enerji ve Plazma Fiziği Programı

DANIŞMAN
Prof. Dr. Ekrem AYDINER

Temmuz, 2024

İSTANBUL

Bu çalışma 23.07.2024 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Fizik Anabilim Dalı Yüksek Enerji ve Plazma Fiziği Programında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Jürisi

Prof. Dr. Ekrem AYDINER (Danışman)
İstanbul Üniversite
Fen Fakültesi

Prof. Dr. Ferhat NUTKU
İstanbul Üniversitesi
Fen Fakültesi

Dr. Öğr. Üyesi Derya GEMİCİ DEVECİ
Altınbaş Üniversitesi
Sağlık Hizmetleri Meslek Yüksekokulu

- **İntihal Programı Beyanı**

20.04.2016 tarihli resmi gazetede yayımlanan Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin 9/2 ve 22/2 maddeleri gereğince; Bu Lisansüstü teze, İstanbul Üniversitesi'nin abonesi olduğu intihal yazılım programı kullanılarak Fen Bilimleri Enstitüsü'nün belirlemiş olduğu ölçütlere uygun rapor alınmıştır.

ÖNSÖZ

Rahman ve Rahim olan Allah'ın adıyla. Hamd alemlerin rabbi olan Allah'a mahsustur.

Tezimi başarıya ulaştırırkenki süreçte, mevcut akademik birikime ve olgunluğa gelmemi sağlayan herkese teşekkürü borç bilirim. Öncelikle akademik çalışmalarından ilham aldığım ve tez süresince beni destekleyen danışmanım Prof. Dr. Ekrem Aydıner'e teşekkür ederim. Bu süreçte benden bilgilerini esirgemeyen Dr. Öğr. Üyesi Derya Gemici Deveci, Dr. Erkan Yılmaz, Dr. Özgür Ökcü hocalarıma teşekkür ederim. Fizik öğrenimimiz süresince birlikte dirsek çürüttüğümüz eşim Muhammed Berk Önder'e, tüm eğitim hayatım boyunca bana her zaman destek olan ve güven veren aileme ve benim bugünkü bilgi birikimine ulaşmamda yardımı olan tüm öğretmenlerime teşekkür ederim.

Temmuz, 2024 Sâkiye ÖNDER

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

ÖNSÖZ ..... **iv**
İÇİNDEKİLER ..... **vi**
ŞEKİL LİSTESİ ..... **viii**
SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ ..... **x**
ÖZET ..... **xi**
SUMMARY ..... **xii**
1. GİRİŞ **1**
2. GENEL KISIMLAR **4**
2.1. KOZMOLOJİ 4
2.1.1. Büyük Patlamanın Dayanakları 6
2.1.2. Evren Dinamiği ve Kozmik İçerikler 12
2.2. BÜYÜK PATLAMA TEORİSİNİN KOMPLİKASYONLARI 14
2.3. EVRENDE KARANLIK BİLEŞENLERİN ETKİLEŞİMİ 17
2.4. ÇEVRİMSEL KOZMOLOJİ TEORİLERİ 21
2.5. KAOTİK EVREN TEORİSİ 27
2.6. KAOSUN TANIMI DOĞUŞU VE TEMEL KAVRAMLARI 29
2.6.1. Kaosun Tarihçesi 30
2.6.2. Bazı Anahtar Başlıklar 32
2.6.2.1. Deterministik, Doğrusal Olmayan Sistemler 32
2.6.2.2. Başlangıç Koşullarına Hassas Bağlılık 33
2.6.2.3. Faz Uzayı 33
2.6.2.4. Faz Uzayının Yeniden Yapılandırılması 33
2.6.2.5. Garip Çekici 34
2.6.3. Lojistik Harita 34
2.6.3.1. Bifurkasyon 37
2.6.3.2. Lyapunov 37

3. MALZEME VE YÖNTEM 39
4. BULGULAR 42
4.1. MODİFİYE ETKİLEŞİM DENKLEMİ 42
4.2. DENKLEMİN KÖKLERİ VE KARARLILIK ANALİZİ 42
4.3. SİSTEMİN ZAMAN SERİLERİ VE FAZ UZAYI GRAFİKLERİ 44
4.4. FAZ UZAYININ YENİDEN İNŞASI 47
4.5. LYAPUNOV ÜSTELLERİ 48
5. TARTIŞMA VE SONUÇ 53
KAYNAKLAR 55
ÖZGEÇMİŞ 61

ŞEKİL LİSTESİ

Page No

Şekil 2.1: Orjinal Hubble diyagramı 10

Şekil 2.2: Lorenz çekicisinin üç boyutlu gösterimi. Katsayılar σ= 10, r= 28, b=8/3 31

Şekil 2.3: x=0.5, r=0.9. $r < 1$ iken, popülasyon zamanla sıfıra düşer. 35

Şekil 2.4: x=0.5, r=2.9. $1 < r < 3$; r değeri 1'den büyük olduğunda, sabit nokta $x = 1 - \frac{1}{r}$ ile hesaplanır. Popülasyon, bu değere yakınsar ve bu değer kararlı bir sabit nokta haline gelir. . 35

Şekil 2.5: x=0.5, r=3.0. 3<r<3.5; r değeri 3'ü geçtiğinde, popülasyon büyüklüğü periyotlara ayrılmaya başlar. 36

Şekil 2.6: x=0.5, r=3.3. 3<r<3.5; Başlangıçta basit periyotlar görülürken, r arttıkça bu döngülerin periyodu ikiye katlanarak artar 36

Şekil 2.7: x=0.5, r=3.9. 3.5<r<4; Sistem bu aralıkta kaotik davranışlar sergilemeye başlar. Popülasyon büyüklüğü tahmin edilemez ve düzensiz bir şekilde değişir. Bu kaotik bölge, küçük başlangıç koşullarındaki değişikliklerin büyük sonuçlar doğurduğu hassas bağımlılığı gösterir. 37

Şekil 2.8: İlk çatallanma r değerinin 3'ten büyük olduğu durumda ortaya çıkar..... 38

Şekil 2.9: Lyapunov üssünün pozitif değeri yani kaotik dinamik bifurkasyon diyagramında da gösterildiği gibi 3.5 < r değerinde ortaya çıkar. 38

Şekil 4.1: Denklem 4.1'in numerik çözülmesi ile bulunan sabit noktanın görselleştirilmesi. ($q = 1.0$) 43

Şekil 4.2: Denklem 4.1'in numerik çözülmesi ile elde edilen x_1 zaman serisi.($q = 1.0$) 44

Şekil 4.3: Denklem 4.1'in numerik çözülmesi ile elde edilen x_2 zaman serisi.($q = 1.0$). 44

Şekil 4.4: Denklem 4.1'in numerik çözülmesi ile elde edilen x_3 zaman serisi.($q = 1.0$) 45

Şekil 4.5: Denklem 4.1'in numerik çözülmesi ile elde edilen x_1 ve x_2 zaman serilerinin faz uzayı görüntüsü.($q = 1.0$)..... 45

Şekil 4.6: Denklem 4.1'in numerik çözülmesi ile elde edilen x_1 ve x_3 zaman serilerinin faz uzayı görüntüsü.($q = 1.0$)..... 46

Şekil 4.7: Denklem 4.1'in numerik çözülmesi ile elde edilen x_2 ve x_3 zaman serilerinin faz uzayı görüntüsü.($q = 1.0$)..... 46

Şekil 4.8: Denklem 4.1'in numerik çözülmesi ile elde edilen x_1, x_2 ve x_3 zaman serilerinin faz uzayı görüntüsü.($q = 1.0$). 47

Şekil 4.9: Denklem 4.1'in numerik çözülmesi ile elde edilen x_1 zaman serisinin faz uzayında yeniden yapılandırılması. ($\tau = 10$) ve ($m = 3$). 48

Şekil 4.10: Denklem 4.1'in numerik çözülmesi ile elde edilen x_2 zaman serisinin faz uzayında yeniden yapılandırılması. ($\tau = 8$) ve ($m = 3$). 49

Şekil 4.11: Denklem 4.1'in numerik çözülmesi ile elde edilen x_3 zaman serisinin faz uzayında yeniden yapılandırılması. ($\tau = 2$) ve ($m = 3$). 49

Şekil 4.12: x_1 Zaman serisine ait en büyük Lyapunov üstel grafiği. 50

Şekil 4.13: x_2 Zaman serisine ait en büyük Lyapunov üstel grafiği. 51

Şekil 4.14: x_3 Zaman serisine ait en büyük Lyapunov üstel grafiği. 51

Şekil 4.15: Lyapunov üstellerinin q kontrol parametresine göre çizimi. 52

SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ

Simgeler **Açıklama**

a	: Ölçek faktörü
c	: Işık hızı
G	: Kütleçekim sabiti
$g_{\mu,\nu}$	: Metrik tensörü
H	: Hubble parametresi
k	: Eğrilik sabiti
p	: Basınç
w	: Durum parametresi
$R_{\mu,\nu}$	: Ricci tensörü
t	: Zaman
$T_{\mu,\nu}$	: Enerji momentum tensörü
$V(\phi)$	: Skaler potansiyel
z	: Kırmızıya kayma
Λ	: Kozmolojik sabit
Ω	: Yoğunluk parametresi
ρ	: Enerji yoğunluğu
δV	: Hacim değişimi
δQ	: Isı değişimi
δN	: Parçacık değişimi

Kısaltmalar **Açıklama**

BB	: Big Bang
CMB	: Cosmic Microwave Background
CCC	: Conformal Cyclic Cosmology
DM	: Dark Matter
DE	: Dark Energy
EoS	: Equation of State
FLRW	: Friedmann Lemaitre Robertson Walker

GR	: General Relativity
KET	: Kaotik Evren Teorisi
Λ***CDM***	: Lambda Cold Dark Matter

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

KARANLIK MADDE VE KARANLIK ENERJİ ARASINDAKİ KAOTİK ETKİLEŞİMLERİN İNCELENMESİ

Sâkiye ÖNDER

İstanbul Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Ekrem AYDINER

Bu tezde karanlık madde ve karanlık enerji, eşleşmiş ve etkileşen iki termodinamik sistem olarak ele alınmıştır. Bu sistem için modifiye bir etkileşim denklemi önerilmiş ve önerilen denklemin $\delta Q \neq 0$, $\delta N = 0$, $\delta V = 0$ koşulları altında kaotik dinamikleri incelenmiştir. Etkileşim denklemlerinin sabit noktaları bulunup, kararlılık analizleri yapılmış; sistemin zaman serileri ve faz uzayları numerik olarak çizdirilmiştir. Lyapunov üstelleri hesaplanıp, sistemin kaotik doğası araştırılmıştır.

Temmuz 2024, 72 sayfa.

Anahtar kelimeler: Karanlık madde, karanlık enerji, kaotik etkileşim

SUMMARY

M.Sc. THESIS

INVESTIGATION OF CHAOTIC INTERACTIONS BETWEEN DARK MATTER AND DARK ENERGY

Sâkiye ÖNDER

İstanbul University

Institute of Graduate Studies in Sciences

Department of Physics

Supervisor: Prof. Dr. Ekrem AYDINER

In this thesis, dark matter and dark energy are treated as two matched and interacting thermodynamic systems. A modified interaction equation for this system is proposed, and the chaotic dynamics of the proposed equation are examined under the conditions $\delta Q \neq 0$, $\delta N = 0$, $\delta V = 0$. The fixed points of the interaction equations are found, and stability analyses are conducted; the time series and phase spaces of the system are numerically plotted. Lyapunov exponents are calculated, and the chaotic nature of the system is investigated.

July 2024, 72 pages.

Keywords: Dark matter, dark energy, chaotic interaction

1. GİRİŞ

Kozmoloji, evrenin kökenini, yapısını, dinamiklerini inceleyen bir bilim dalıdır. Bu disiplin, evrenin büyük ölçekli yapılarının nasıl oluştuğunu ve evrildiğini anlamayı amaçlar. Modern kozmoloji karanlık madde ve karanlık enerji ile Büyük Patlama'nın standart bir parametrelendirmesi, ΛCDM modeli olarak bilinir. Kozmoloji, evrenin doğasını anlamak için çeşitli teoriler ve modeller geliştirir. Kozmoloji, karanlık madde ve karanlık enerji gibi bileşenlerin yanı sıra, evrenin genel dinamiklerini ve yapısını inceleyen geniş bir alandır. Büyük Patlama teorisi, evrenin başlangıcını ve evrimini açıklamak için geliştirilmiş en yaygın kabul gören modeldir. Bu teori, evrenin ilk anlarını ve genel genişleme sürecini açıklamada başarılı olsa da, bazı kritik soruları yanıtsız bırakmaktadır. Örneğin, Büyük Patlama teorisi, karanlık madde ve karanlık enerjinin doğası ve evrenin hızlanarak genişlemesi gibi konuları tam olarak açıklayamamaktadır. Bu eksiklikler, modern kozmolojinin karanlık madde ve karanlık enerjinin evrendeki rolünü ve bu bileşenlerin nasıl etkileşime girdiğini anlamaya yönelik araştırmalarını arttırmıştır. Aydıner'in çalışmaları, bu bağlamda önemli bulgular sunmakta ve karanlık bileşenlerin kozmolojik modeller üzerindeki etkilerini anlamamıza yardımcı olmaktadır. Aydıner'in araştırmaları, özellikle karanlık madde ve karanlık enerji arasındaki etkileşimlerin kaotik doğasını vurgulayarak, bu etkileşimlerin evrenin genel dinamikleri üzerindeki etkilerini ortaya koymaktadır. Bu çalışmalar, karanlık bileşenlerin kozmolojik modeller üzerindeki etkilerini daha iyi anlamamıza ve gözlemsel verilerle bu modellerin uyumunu daha doğru bir şekilde değerlendirmemize olanak tanımaktadır.

Karanlık madde, evrende gözlemlenen kütleçekimsel etkileri açıklamak için öne sürülen, ancak doğrudan gözlemlenemeyen bir madde türüdür. Evrenin büyük bir kısmını oluşturduğu düşünülen karanlık maddenin varlığı, galaksilerin dönüş hızları, galaksi kümelerindeki hareketler ve kütleçekimsel merceklenme olayları ile desteklenmektedir. Karanlık madde, elektromanyetik etkileşimlerde bulunmadığı için ışıkla etkileşime girmez ve bu nedenle doğrudan gözlemlenemez. Ancak, kütleçekimsel etkileri nedeniyle varlığına dair dolaylı kanıtlar bulunmaktadır.Karanlık madde kavramı, ilk olarak 1933 yılında İsviçreli astronom Fritz Zwicky tarafından ortaya atılmıştır. Sonraki yıllarda, Vera Rubin ve Kent Ford gibi

astronomlar, galaksilerin dış bölgelerindeki yıldızların dönme hızlarını inceleyerek karanlık maddenin varlığını destekleyen ek kanıtlar sağlamışlardır. (Zwicky, 1933)

Karanlık enerji, evrenin hızlanarak genişlemesini açıklayan gizemli bir enerji formudur. Evrenin genişleme hızının artmasını sağlayan bu enerji, evrenin toplam enerji yoğunluğunun büyük bir kısmını oluşturur. Karanlık enerjinin doğası hala tam olarak anlaşılmamış olup, çeşitli teorilerle açıklanmaya çalışılmaktadır. Bu teoriler arasında kozmolojik sabit, dinamik skaler alanlar ve modifiye yerçekimi teorileri bulunmaktadır.

Karanlık enerjinin varlığı, 1998 yılında iki bağımsız araştırma ekibi tarafından öne sürülmüştür. Saul Perlmutter ve ark. ve Brian Schmidt ile Adam Riess ve ark. uzak süpernovaların parlaklıklarını ölçerek evrenin genişleme hızının zamanla azalmadığını, aksine hızlandığını keşfetmişlerdir. Bu keşifler, evrenin genişleme hızının zamanla azaldığına dair olan yaygın inanışı değiştirme yolunda önemli adımlar olmuş ve karanlık enerjinin varlığını öne sürmüştür. (Perlmutter, 1999) (Riess et al., 1998) "Dark energy" (karanlık enerji) terimi ise, 1930'larda Fritz Zwicky'nin "dark matter" (karanlık madde) terimine gönderme yaparak, 1998'de Michael S. Turner tarafından türetilmiştir. (Huterer and Turner, 1999*a*)

Kaotik etkileşimler, evrendeki dinamik sistemlerin zaman içinde öngörülemez ve hassas bir şekilde nasıl değiştiğini inceler. Kaos teorisi, başlangıç koşullarına son derece duyarlı olan sistemleri tanımlar. Bu tür sistemlerde, küçük başlangıç farklılıkları bile zamanla büyük değişikliklere yol açabilir. Kaos, düzenin ve düzensizliğin karmaşık bir bileşimini temsil eder ve genellikle deterministik bir sistemin uzun vadeli davranışlarının tahmin edilemez olduğu durumlarda ortaya çıkar. Kaos teorisinin temel bileşenlerinden biri, Lyapunov üsleridir. Lyapunov üsleri, bir sistemin başlangıç koşullarına olan duyarlılığını ölçer. Pozitif bir Lyapunov üssü, iki yakındaki başlangıç noktasının zamanla üstel olarak birbirinden uzaklaşacağını gösterir ve bu, sistemin kaotik doğasının bir göstergesidir. Kaotik sistemler, faz uzayında belirli yapılar oluşturur ve bu yapılar, kaotik çekiciler olarak adlandırılır. Bu çekiciler, sistemin uzun vadeli davranışlarını tanımlar ve genellikle karmaşık, fraktal benzeri yapılar sergiler. Kaotik etkileşimler, doğada ve evrende geniş bir yelpazede gözlemlenebilir. Örneğin atmosferik hareketler, sıvı dinamikleri, ekonomik sistemler kaotik davranışlar gösterebilir.

Evrenin geniş ölçekli yapısında, karanlık madde ve karanlık enerji arasındaki etkileşimlerin

de kaotik olabileceği düşünülmektedir. Bu tez, karanlık madde ve karanlık enerji arasındaki etkileşimlerin kaotik doğasını incelemeyi amaçlamaktadır. Bu çalışmada Aydıner tarafından ileri sürülen "Termodinamik Sistemler Arasında Kaotik Etkileşim" makalesi göz önüne alınarak karanlık madde ve karanlık enerji eşleşmiş ve etkileşen iki termodinamik sistem olarak ele alınacaktır. Makaledeki denklemler modifiye denklemler ile değiştirilip yeni sistemin kaotik dinamikleri incelenecektir.

Tez, dört ana bölümden oluşmaktadır: Genel Bilgiler, Malzeme ve Yöntem, Bulgular, Tartışma ve Sonuç. Genel Bilgiler kısmında ilk olarak Büyük Patlama Teorisi ele alınacak, ardından bu teorinin çözemediği kozmoloji problemleri kısaca incelenecektir. Alternatif kozmoloji teorilerinden ve bu teorilerin önerdikleri çözümlerden bahsedilecek ve Kaotik Evren Teorisi açıklanacaktır. Beraberinde kaos tanıtılıp, gerekli tanımlamalar verilecek ve kaos analizinin temel aşamalarından bahsedilecektir. Örnek olarak lojistik harita incelenecektir. Malzeme ve Yöntem bölümünde, Aydıner'in "Karanlık Enerji ve Karanlık Madde Arasında Kaotik Etkileşim" ve "Termodinamik Sistemler Arasında Kaotik Etkileşim" makaleleri ele alınacaktır. Bulgularda modifiye edilen yeni denklemler verilecektir. Yeni denklemlerin zaman serileri çizdirilecek, faz uzayı analizleri yapılarak faz uzayı grafikleri çizdirilecektir. Denklemlerin Lyapunov analizi yapılacak ve kaotikliği araştırılacaktır. Son olarak Tartışma ve Sonuç bölümünde bulgular özetlenip elde edilen sonuçların kozmoloji ile ilişkisi ve önemi tartışılacaktır.

2. GENEL KISIMLAR

2.1. KOZMOLOJİ

Kozmoloji, evren bilimidir; evrenin yapısını, tarihini, dinamiğini inceler. Her ne kadar teknolojinin gelişmesiyle kozmoloji üzerine yapılan çalışmalar artmış olsa da eski zamanlardan bu yana insanların ilgisini çekmiş ve bu alanla ilgilenmişlerdir. Farklı dinlerde, farklı kültürlerde farklı evren modelleri sunulmuş olup bizim ilgileneceğimiz alan modern kozmolojiyle ilgili olan kısmıdır.

Kozmoloji, evrenin temel özelliklerini ve evrimini anlamayı ve ifade etmeyi amaçlar. Evrenin oluşumuna dair genellikle spekülatif modeller tasarlar ve bu modellerin, galaksiler gibi karmaşık yapılar haline gelene kadar olan yolculuğuna daha derinlemesine iner. Ayrıca, bu yapıların dinamiklerini ve etkileşimlerini sürekli değişen bir dinamik içinde inceler. Bu genel çerçeveler kozmolojik modeller olarak adlandırılır. Kelimenin çağrıştırdığı gibi, çağdaş kozmolojik modeller genellikle fiziksel sezgi veya somut forma sahip olmayan soyut matematik kavramlarından oluşur.

Evrenin başlangıcı olarak Büyük Patlama *(BB - Big Bang)* modeli sıkça anılsa da, BB belki de daha uygun bir şekilde onun oluşumu olarak tasvir edilebilir. İlk atomların yaratılmasından önceki dönem, ışığın sınırlandırılmış yayılması ile sonuçlanan, tanıdık olmayan bir ortamdı; bu dönem temel parçacıkların ve son derece enerjik etkileşimlerinin belirsiz bir kozmik sisidir. Evren yaklaşık 380.000 yaşındayken, daha tanıdık bir hâl aldı. Bugün tanıdığımız yapıya doğru yavaşça açıldı, görünüşe göre de devam eden bir genişleme yolunda gibi görünüyor.

Modern kozmolojinin temelleri, Albert Einstein'ın 1917'de Genel Görelilik Teorisi *(GR-General Relativity)* üzerine yaptığı temel makalesi olan "Genel Görelilik Teorisinde Kozmolojik Düşünceler" ile atıldı ("Einstein", 1917). Einstein'ın çalışmalarına dayanarak, kozmolojik modeller Hollandalı matematikçi Willem de Sitter (De Sitter, 1916), Alman fizikçi Karl Schwarzschild (Schwarzschild, 1999) ve Rus matematikçi Alexander Friedmann tarafından daha da geliştirildi (Friedman, 1999). Bu çalışmalar, genel göreliliğin genişleyen

bir Evren kavramını barındırabileceğini gösterdi. 1929'da, Edwin Hubble'ın kilometre taşı keşfi, şimdi Hubble yasası olarak bilinen, bir galaksinin geri çekilme hızı ile mesafesi arasında lineer bir ilişki ortaya koydu ve Evrenin genişlediği hipotezine yol açtı (Hubble, 1929). Bu fikir beklenmedik değildi ve büyük ölçüde teorik bir bakış açısından öngörülmüştü. Aslında, kırmızıya kayma ölçümleri ile nitel olarak güçlendirildi ve 1920'lerde tartışıldı.

Standart kozmolojik model, ΛCDM *(Kozmolojik sabit-soğuk karanlık madde)* modeli olarak adlandırılan aşağıdaki denklemde özetlenen altı temel prensip üzerine inşa edilmiştir.

ΛCDM Modeli= GR + FLRW + Standart Madde + Başlangıç Kosulları + CDM + Λ.

Einstein'in Genel Görelilik *(GR - General Relativity)*, FLRW *(Friedmann Lemaitre Robertson Walker)* ve Standart Madde üçlüsü yerel deneysel kanıtlara dayanan iyi kurulmuş ve test edilmiş hipotezleri temsil eder. Diğer yandan, kozmolojik ve astrofiziksel gözlemler tarafından büyük ölçüde desteklenmesine rağmen, son üç bileşen resme yeni fizik ekler ve hala daha somut ve doğrudan bir doğrulamaya ihtiyaç duyar. Birlikte, bu altı hipotez, büyük ölçekli Evren'i anlama için kapsamlı bir paradigma düzenler. Bunlar aşağıda listelenmiştir:

- *GR* Einstein'in kütleçekimi teorisidir. Kozmolojik fenomenleri anlamanın temelidir.
- *FLRW metriği*: GR, doğrusal olmayan kısmi diferansiyel denklemler tarafından düzenlenen bir metrik teori olarak yalnızca birkaç analitik çözümü kabul eder. Bu nedenle, fiziksel sonuçların türetilmesi için metrikten basit bir matematiksel tanımlama gereklidir ve FLRW metriği, maksimum uzaysal simetriyi varsayarak doğal bir seçenektir.
- *Standart Madde (parçacık fiziğinin standart modelinden)*: Evren'de doğrudan tespit edilen maddelerin formları-baryonlar (protonlar, nötronlar, daha az kütleye sahip elektronlar dahil), fotonlar ve nötrinolar- dinamikleri ve etkileşimleri sağlam fiziksel prensiplere dayanır ve Evren'in genişleme tarihini başarıyla anlatmak için kozmolojik modelde yer almalıdır.
- *Başlangıç Koşulları (inflasyondan)*: Hızlı kozmik genişlemenin erken bir dönemi olan inflasyon, neden-sonuç problemlerini çözmek ve Evren'in gözlemlenen uzaysal eğriliğini hesaba katmak için kullanılır. Dikkat çekici bir şekilde, aynı zamanda

Evren'in başlangıç koşullarını açıklamak için bir mekanizma sağlar, arka plan metriğin etrafında dalgalanmalar oluşturur ve homojen ve izotropik metrik varsayımının seçimini destekler.

- *Soğuk Karanlık Madde (CDM)*: Işıkla etkileşime girmeyen, basınçsız madde formu, galaksiler ve galaksi kümelerinin oluşum süreçlerini ve dinamiklerini doğru bir şekilde tanımlamak için gereklidir. En basit çözüm, zayıf etkileşen yeni bir parçacık türünün tanıtılmasıdır.

- *Kozmolojik Sabit (Λ)*: Evren'in gözlemlenen hızlanan genişlemesini açıklayan ek bir özgürlük derecesi, en basit senaryoda bir kozmolojik sabit olarak, yani genişleme boyunca sabit kalan bir enerji yoğunluğu katkısıdır.

Her modelde yapılan değişikliklerin tam kapsam ve amacını anlamak için, Evren'in fiziksel olarak ilgili dönemlerinin tam bir anlatımına ihtiyaç vardır. Bu tez çalışmasında, öncelikle kozmolojinin ilgili kavramlarının genel bir genel bakışını sunacağız. Evren'in genişleme dinamiğine odaklanarak geç evrenin fiziksel özelliklerine doğru ilerleyeceğiz. İlk olarak, genel göreliliğin dinamiğine kısa bir genel bakış sunacağız. BB modeli, çevrimsel kozmoloji teorileri, KET ele alınacak ve tanıtılacaktır. Ayrıca kaos analizi için temel kavramlar sunulacaktır.

2.1.1. Büyük Patlamanın Dayanakları

Evrenin evrimini tanımlayan standart model, BB modelidir. Bu model evrenin büyük ölçekli yapısının Einstein'in GR kuramına uygun olarak evrimleştiği ve evrenin uzaysal olarak homojen ve izotrop olduğu üzerine kurulmuştur. Evren, yaklaşık 100 Mpc veya daha fazla ölçeklerde izotropik ve homojendir, buna kozmolojik ilke denir. Evrenin izotropik olması, uzayın bir noktasında hangi yöne bakılırsa bakılsın aynı görünmesi, özelliklerinin bakılan herhangi bir yönde farklı olmaması anlamına gelir. Homojenlik ise evrenin özelliklerinin bulunulan konuma göre değişmediğini her konumda aynı olduğunu ifade eder. Yani fiziksel yasalar evrenin her yerinde aynıdır.

BB modeline göre, evren sonsuz derecede sıcak ve yoğun bir durumda ortaya çıkmıştır ve o zamandan beri genişlemekte ve soğumaktadır. Henüz çok yüksek enerjileri açıklayabilecek fiziğin olmamasından dolayı evrenin ilk fazı çok iyi bilinmemektedir.

Standart Büyük Patlama modeline göre, evren başlangıçtan itibaren radyasyon tarafından domine ediliyordu ve bir noktada madde hakimiyeti devraldı. Bu iki aşamada evrenin genişlemesi yavaşlamaktaydı. Bu, evrenin uzun vadeli evriminin çok iyi bir açıklaması olmasına rağmen, son zamanlarda evrenin genişlemesinin hızlandığı keşfedildi. İvmelenme sebebi olarak henüz daha doğası tam keşfedilmemiş olan gizemli bir enerji türü olan karanlık enerjiden *(DE - Dark Energy)* kaynaklandığı varsayılmaktadır. Bu keşfin öngörülmemiş olması nedeniyle günümüze kadar BB modeli tarafından uyum sağlaması zor oldu.

BB modelinin iskeleti standart kozmolojinin başlangıcı kabul edilen GR teorisidir. BB'nin ilk modeli ise Lemaitre'ye dayanmaktadır. Modern kozmolojinin ise Einstein'ın GR kuramının evrene uyarlanması ile başlayıp Lemaitre ve Friedmann'ın çalışmaları ile geliştirildiği söylenebilir. Einstein, evren dinamiğini tasvir etmek için alan denklemleri önermiştir. Daha sonra bu alan denklemlerine itici bir kuvvet gibi davranabilen kozmolojik sabit *(Λ-Lambda)* ekleyerek durağan bir evren modellemiştir. Buradaki *(Λ)*, evrenin genişlemesine veya daralmasına karşı bir denge sağlamak için kullanmıştır (Einstein et al., 1916; Tredcr, 1975; Wald Robert, 1984). GR kuramı uzay-zamanın geometrik yapısı ve enerji momentum tensörlerini içine alan ifadelerini dört boyutlu uzay-zaman metriğiyle tanımlanmasına izin verir. Uzay-zaman metriği $x_0 = t$ ve $x_i = t$ uzaysal koordinatlar olmak üzere $x_\mu = (x_0, x_i)$ koordinatları ile tanımlanabilir. fiziksel uzaklıkları belirleyen uzay-zaman metriği serbestlik derecesi g'dir ve tamamen dinamik bir değişken olarak ele alınır (Ellis et al., 2012; Mukhanov, 2005).

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \tag{2.1}$$

Burada $dx^{\mu,\nu}$ ayrılmış noktalar arasındaki mesafenin karesidir. $g_{\mu\nu}$ ise uzay zamanın geometrik özelliklerini tanımlayan metriktir. Bu metrik 4'ü diagonal 6'sı diagonal dışı birbirinden bağımsız bileşenlerden oluşan 4x4'lük simetrik bir tensör olmalıdır. Böyle bir homojen ve izotropik evrenin metriği Friedmann-Robertson-Walker *(FRW)* metrik olarak adlandırılır (Walker, 1937). Einstein alan denklemleri üzerine çalışan diğer bilim insanı da Alexander Friedmann idi. 1920'lerde genel görelilik denklemlerini kullanarak evrenin dinamiklerini inceledi. Bu çalışmaları sırasında, evrenin genişleyebileceğini ve dinamik bir yapıya sahip olabileceğini yani Einstein alan denklemlerinin dinamik bir evren modeli için geçerli olabileceğini gösterdi Bu fikirleri geliştirerek, evrenin genel yapısını tanımlamak için bir metrik önerdi. Georges Lemaître, 1927'de evrenin genişlemesi teorisini daha da geliştirdi

ve evrenin şu anki genişlemesinin ardında kozmik bir başlangıç noktası olduğunu öne sürdü. Bu, Büyük Patlama teorisinin erken bir formülasyonuydu. Yakın dönemlerde Howard Robertson ve Arthur Walker da evrenin genel yapısını tanımlamak için çalışıyorlardı. Bu çalışmalar evrenin genel görelilik çerçevesinde tanımlanması için kullanılan FLRW metriğinin temellerini oluşturdu (Robertson, 1936; Walker, 1944).

FLRW metriği, evrenin ölçek faktörü $a(t)$ ve zamanla değişen ölçülebilir mesafe arasındaki ilişkiyi tanımlar ve homojen ve izotropik bir evrenin doğal bir sonucudur. Bu, evrenin genişlemesini ve evrenin geometrisini tanımlamak için kullanılan bir uzay-zaman metriğidir. Küresel koordinatlarda metrik:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\gamma_{ij}dx^i dx^j = -dt^2 + a^2(t)dl^2 \tag{2.2}$$

burada γ_{ij} metriğin uzaysal bileşenleridir. Çizgisel elemanın uzaysal kısmı, kartezyen koordinatlarında $(x_1, x_2, x_3) = (r, \theta, \phi)$ olarak ifade edilebilir.

$$dl^2 = \frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\phi^2) \tag{2.3}$$

Ölçek faktörü $a(t)$, Evren'in genişleme ölçeğinin zaman evrimini tanımlar. Boyutsuzdur ve genellikle günümüzde $a(t_0) = 1$ olarak normalleştirilir. r, radyal koşulan koordinatı temsil ederken, θ ve ϕ koşulan açısal koordinatlardır. k, sabit bir eğrilik parametresidir. Homojenlik ve izotropi varsayımı altında, içsel eğrilik sabit olmalıdır ve karakteri k'ye kodlanmıştır.

Düz uzay (k= 0): Üç boyutlu Öklidyen uzaya karşılık gelen en basit durumdur. Bu tür bir uzayda, paralel çizgiler asla kesişmez.

Pozitif eğrili uzay (k= +1): Üç küresel uzay olarak da bilinir çünkü dört boyutlu Öklidyen uzayda yer alan bir üç-küre olarak düşünülebilir. Bu, tüm paralel çizgilerin sonunda bir araya geleceği uzaydır.

Negatif eğrili uzay (k= -1): Hiperbolik uzay olarak adlandırılır çünkü dört boyutlu Lorenzian uzayda yer alan bir hiperboloidle temsil edilebilir. Bu uzayda, paralel çizgiler her zaman uzaklaşır.

Bu metrik, evrenin genişlemesini ve içerdiği maddenin ve radyasyonun etkileşimlerini tanımlar. Ricci ve Ricci skaleri bu metriği kullanarak hesaplanır ve Einstein denklemleri

bu metriği içeren ifadelere dönüştürülür. Ayrıca Friedmann'ın 1922 yılındaki çalışmasında iki varsayımı vardı: Evrenin zamana bağlı bir ölçek faktörü vardır ve evren düzgün kütle yoğunluğu ve basınca sahiptir. Bu iki varsayımı ve metriği Einstein alan denklemlerinde kullanarak Friedmann denklemlerini türetti. Friedmann denklemleri genel görelilik kuramı temelinde oluşturulmuştur ve evrenin genişlemesinin dinamiğini tanımlamak için kullanılır. Friedmann denklemleri:

$$\frac{\dot{a}^2 + kc^2}{a^2} = \frac{8\pi G\rho + \Lambda c^2}{3} \tag{2.4}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + \frac{3p}{c^2}) + \frac{\Lambda c^2}{3} \tag{2.5}$$

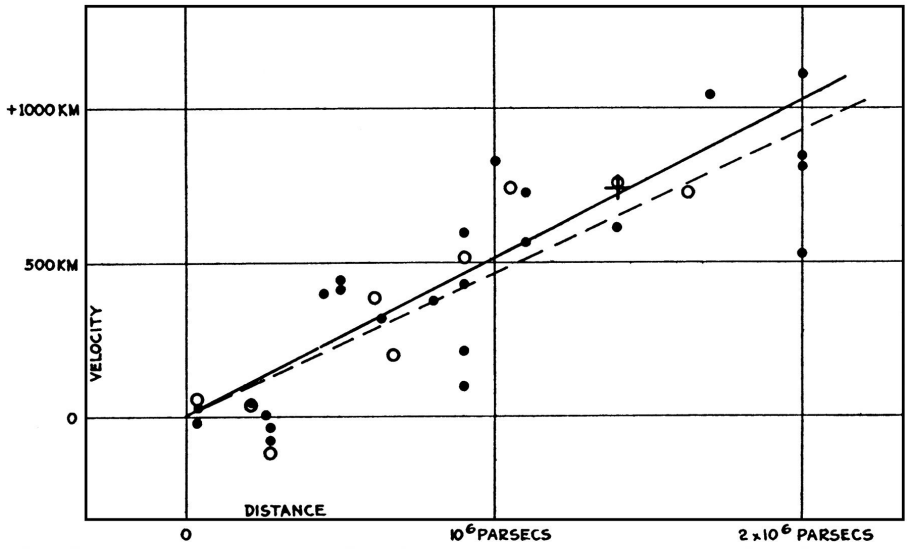
bu denklemlerde yer alan G evrensel çekim sabiti, k eğrilik parametresi, ρ, madde yoğunluğu; p, basınç; a ölçek faktörü; Λ ise kozmolojik sabittir.

Birinci Friedmann denklemi evrenin genişleme oranını açıklar. İkinci Friedmann denklemi, hem yoğunluğun hem de basıncın evrenin genişleme hızının azalmasına neden olduğunu, yani her ikisinin de yavaşlamaya neden olduğunu belirtirken Λ'ın ise evrenin genişlemesinde bir hızlanmaya sebep olduğunu gösterir. Λ 'nın Einstein alan denklemlerine dahil edilmesiyle (2.1) denklemi aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \tag{2.6}$$

Burada $R_{\mu\nu}$ Ricci tensörüdür, $g_{\mu\nu}$ metrik tensörüdür, R Ricci skaleridir, G yerçekimi sabitidir, $T_{\mu\nu}$ enerji-momentum tensörüdür ve Λ kozmolojik sabittir. Λ, uzay-zamanın geometrisini değiştiren bir enerji kaynağı olarak yorumlanabilir. Kozmolojik sabiti, hakkındaki bilinmezliğe atfederek Karanlık Enerji *(DE-Dark Energy)* olarak adlandırıyoruz (Dimopoulos, 2020; Huterer and Turner, 1999*b*; Ratra and Peebles, 1988).

Belçikalı kozmolog Georges Lemaître (Lemaître, 1927; Slipher, 1914), 1927'de, evrenin genişlediğini ve eğer genişleme varsa evrenin önceki bir zamanında bir noktada birleştiğini ve bu noktadan başlamış olabileceğini öne sürdü. Böylece, sonradan "Büyük Patlama" olarak adlandırılacak modelin temeli atılmış oldu. Yaklaşık bu dönemlerde Hubble (Hubble, 1988), Dünya'dan oldukça uzakta bulunan ve birbirine göre hareket eden galaksilerin spektral çizgilerini inceliyordu. Bu gözlemlerde, uzaklaşan galaksilerin spektral çizgilerinin kırmızıya kaydığını gözlemledi. Hubble, bu kırmızıya kayma miktarını, galaksilerin



Şekil 2.1: Orjinal Hubble diyagramı

uzaklığıyla ilişkilendirdiğinde, ilginç bir desen fark etti. Daha uzak galaksiler, bize göre daha hızlı uzaklaşıyordu ve bu uzaklaşma hızı ile uzaklık arasında bir ilişki olduğunu gözlemledi. Yani, bir galaksinin uzaklığı ne kadar büyükse, bize göre o galaksinin uzaklaşma hızı da o kadar büyüktü. Hubble genişleme hızı, modern kozmolojinin başrollerinden biridir ve şu şekilde tanımlanır:

$$H \equiv \frac{\dot{a}}{a} \tag{2.7}$$

(2.7) denklemi ile Evren'in genişleme hızı hakkında bilgi sağladığı gerçeği açıkça ortaya konmuştur. Genellikle, H zamanın bir fonksiyondur ve şu anda ölçülen değeri, H_0 olarak gösterilir ve Hubble sabiti veya parametresi olarak adlandırılır. Hubble sabiti zamana göre değişiklik gösterebilir. H_0 sabitin günümüzdeki değeri, D, gözlemci ile galaksi arasındaki uygun uzaklık *(proper distance)*, z *(kırmızıya kayma parametresi)*, v ise galaksinin gözlemciden uzaklaşma hızıdır.

$$z = \frac{H_0}{c} r \tag{2.8}$$

$$v = H_0 D \tag{2.9}$$

Daha önce Hubble-Lemaître yasası olarak karşımıza çıkan, yerel mesafeler için geçerli olan (H'ye kıyasla), bu durumda $H \approx H_0$ olarak kabul edilir. Başka bir deyişle, galaksilerin uzaklaşması, fiziksel mesafelerine orantılı hızlarda gerçekleşir ve bu sadece Evren'in

genişlemesine bağlanabilir. Orantılılık sabiti, genişlemenin mevcut hızını, H_0 'u ölçer. Edwin Hubble'ın 1929'da kendi isim yasasını çizerek rapor ettiği gözlemi ,v'yi r'ye karşı çizerek $H_0 = 500$km/s/Mpc tahminini yapması, Evren'in genişlemesine dair kanıtların başlangıcıydı ve sıcak BB modeline güçlü destek sağladı. Geçen yüzyıl boyunca, Hubble sabitinin değerini ölçme ve bağımsız olarak doğrulama çabası ilerledi. Şu anda, H_0 genellikle belirli bir kozmolojik modeli varsayarak veya doğrudan yerel Evren'de, örneğin Tip Ia süpernovanın parlaklık desenleri gibi, model bağımsız bir şekilde tahmin edilerek, Arno Penzias ve Robert Wilson'ın 1965 yılında keşfettiği kozmik mikrodalga arkaplan ışıması *(CMB-Cosmic Microwave Background)* ölçümlerinden çıkarılır (Collaboration et al., 2014).

H_0 tahminlerinde olduğu gibi, kozmolojideki çoğu gözlemsel yöntem, astrofiziksel ve kozmolojik kaynaklar tarafından yayılan ışığı tespit etmeye dayanır. Genişleyen bir Evren'de, komoving gözlemciler tarafından algılanan şekliyle, Evren'i geçen parçacıkların momentumu, genişleme hızı olan $1/a$ oranında azalır, bu da gözlemlediğimiz ışıkta içsel bir etkiye neden olur. Işık belirli bir dalga boyu (λ) ile yayıldığında, bu dalga boyu genişleme tarafından ölçek faktörü a'ya orantılı olarak uzanır. Genişleyen bir Evren'de, zamanla ölçek faktörü artar, yani $a(t_0) > a(t)$ olacaktır, bu da algılama sırasındaki dalga boyunun, yayıldığı dönemdeki dalga boyundan daha büyük olduğu anlamına gelir. Bu, günümüzde algılanan kırmızıya kayma parametresinin tanımlanmasına yol açar. t zamanında yayılan ve bugün Dünya'da algılanan bir fotonun dalga boyunun kesirli değişimini ifade eder ve λ'nın ne kadar uzatıldığını nicelendirir.

$$z \equiv \frac{\lambda_{t_0} - \lambda_t}{\lambda_t} \tag{2.10}$$

Zamanın fonksiyonu olan ölçek faktörü ile doğrudan ilişkili olduğundan, z, Evren dinamiğinde belirli olayların zamanını belirlemede sıkça tercih edilir.

Penzias ve Wilson, galaksiler arası boşluklardan gelen radyo sinyallerini ölçmek amacıyla Bell laboratuvarında bir radyo teleskobu kullandılar (Penzias and Wilson, 1979). Gözlemlerine müdahale eden bir arka plan gürültüsü vardı, gürültü mikrodalga aralığında tekdüze bir sinyaldi ve her yönden geliyor gibi görünüyordu. Sorunu çözmek için birçok yol deneyen ekip en sonunda teorik bir açıklama peşine düştüler. Aynı dönemde büyük patlama teorisi üzerine çalışan Dicke teorik olarak 3 kelvin düzeyinde bir arka plan radyasyonu olması gerektiğini hesaplamıştı. Bell laboratuvarını ziyaret eden Dicke, Penzias

ve Wilson'ın bulduğu radyo sinyalinin kozmik arkaplan radyasyonu olduğunu fark etti. Bu büyük patlamanın kanıtıydı.

2.1.2. Evren Dinamiği ve Kozmik İçerikler

(2.6) denklemine tekrar geri dönersek, bu denklemin sol tarafı uzay zamanın geometrisini, sağ tarafı ise uzay zamanın fiziksel içeriğini tasvir etmektedir. Alan denkleminde yer alan $T_{\mu\nu}$ ise evrenin enerji içeriği ile ilgili tüm bilgileri içeren enerji momentum tensörüdür ve aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_\mu u_\nu + p g_{\mu\nu} \tag{2.11}$$

burada ρ ve p sırasıyla akışkanın enerji yoğunluğunu ve basıncını temsil eder ve $u_{\mu,\nu}$ ise komoving bir gözlemciye göre dörtlü hız vektörüdür. Genel kabul olarak $u^\nu u_\nu = -1$ alınır. RW metriğinin uzaysal simetrik yapısı, diyagonal dışı $(\mu = \nu)$ tüm bileşenlerin sıfır olmasını sağlamaktadır. İzotropluk, ayrıca diyagonal $(\mu = \nu)$ uzaysal bileşenlerinde özdeş olmasını sağlar. $T_{\mu\nu}$, madde eyleminin metrikle değişiminin varyasyonundan elde edilir ve Bianchi kimliklerinden dolayı kovaryant olarak korunmaktadır.

$$\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0 \tag{2.12}$$

$T_{\mu\nu}$ her zaman simetriktir. (2.12) ve (2.2) birlikte çözülürse Friedman denklemeleri (2.4) ve (2.5) elde edilir ($\Lambda \neq 0$). $\Lambda = 0$ durumunda bu denklemler aşağıdaki gibi tasvir edilecektir:

$$H^2 = \frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{k}{a^2} \tag{2.13}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + \frac{3p}{c^2}) \tag{2.14}$$

(2.12), (2.13)'in türevi ve (2.14) birlikte çözülürse

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0 \tag{2.15}$$

elde edilir. (2.15) denklemi sabit bir w değerine sahip tek bir türün egemen olduğu bir Evren varsayılırsa $p = w\rho$ denklemine ulaşılır. Burada w durum denklemi veya durum parametresi (EoS) olarak tanımlanır. Dinamik sistemlerde bu denklem kullanılarak, farklı madde

bileşenlerinin her birinin evrenin dinamiğini nasıl etkilediğini göstermek mümkündür. (2.16) integre edilirse

$$a \propto (t-t_i)^{2/(3+3w)} \quad ve \quad \rho \propto a^{-3(1+w)} \tag{2.16}$$

elde edilir. Burada t_i başlangıç zamanını belirtir. EoS parametresi enerji kaynakları için sabit değerler alır. Evrenin bileşenlerinden madde (baryonik veya karanlık) için $w = 0$, radyasyon için $w = 1/3$ ve Λ durumu için $w = 0$ seçilebilir. Bu durumda ölçek faktörü cinsinden aşağıdaki gibi yazılır.

Maddenin enerji yoğunluğu evrenin genişleme hızındaki değişime hakim olduğu dönemde ölçek faktörü $a(t) = a_0^m \, t^{\frac{2}{3}}$

Radyasyonun enerji yoğunluğu evrenin genişleme hızındaki değişime hakim olduğu dönemde ölçek faktörü $a(t) = a_0^r \, t^{\frac{1}{3}}$

Karanlık enerji yoğunluğunun (Λ) evrenin genişleme hızındaki değişime hakim olduğu dönemde ölçek faktörü $a(t) = a_0^\Lambda \, t^{H_\Lambda t}$ şeklinde tanımlanır. Burada $H_\Lambda = \sqrt{8\pi G \rho_0^\Lambda / 3}$'dir. (2.13) denkelmi tekrar yazılırsa;

$$1 = \Omega_{top} - \frac{k}{H^2 a^2} \tag{2.17}$$

bulunur. Burada Ω_i evrenin i'inci bileşeninin yoğunluk parametresidir. $i = k, m, r$ ve Λ dir. Ω_{top} toplam yoğunluk parametresi olmak üzere $\Sigma_i \frac{\rho_i}{\rho_{kritik}}$ olarak tanımlanır.

$$\rho_{kritik} = \frac{3H^2}{8\pi G}, \qquad \rho_{kritik} \approx 5x10^{-6} GeV cm^{-3} \tag{2.18}$$

dir. Friedmann denklemi farklı yoğunluk parametreleri cinsinden yeniden yazılabilir. Bu, mevcut zamanda ölçülen göreli enerji yoğunluklarına göre ifade edilebilir.

$$H^2 = H_0^2(\Omega_\Lambda^0 + \Omega_k^0 a^{-2} + \Omega_m^0 a^{-3} + \Omega_r^0 a^{-4}) \tag{2.19}$$

$a(t_0) = 1$ durumunda aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$\Omega_\Lambda^0 + \Omega_k^0 + \Omega_m^0 + \Omega_r^0 = 1 \tag{2.20}$$

Burada $\Omega_k = -k/(aH_0^2)$ olmak üzere kozmolojik yoğunluk parametresini ifade eder ve k evrenin kavisel eğrilik parametresidir. Ω_k'nın işareti, evrenin eğrilik türünü belirler. $\Omega_k < 0$ ise, evren düz veya pozitif kavisli olabilir, bu da k'nın pozitif olduğu anlamına gelir. $\Omega_k > 0$ise, evren negatif kavislidir ve k negatif olacaktır. Bu bağlamda, Ω_k'nın işareti, eğrilik türü ve v'nin işareti arasında bir ilişki bulunur. 2018 Planck verilerine göre $\Omega_k = 0.044$'tür. Evrenin evrimi sırasında Ω_k'nın azalması için, kozmik ivmenin bir fazı $(\ddot{a} > 0)$ gerekir, aksi halde Evren'in başlangıç durumunun son derece düz olmasına neden olmalıdır (Spergel et al., 2007). Evren'in mevcut gözlemlenen düzlük düzeyini açıklamak için, radyasyon hâkim çağından önce kozmik şişmenin bir evresine ihtiyaç vardır, bu sırada ölçek faktörünün e^{60}'tan daha büyük bir faktörle artması gerekmektedir.

2.2. BÜYÜK PATLAMA TEORİSİNİN KOMPLİKASYONLARI

Günümüz kozmolojisi evrenin erken zamanlarının bir enflasyon döneminden geçtiğini, ardından BB modeline uygun olarak evrim geçirdiğini, günümüz evrenin hızlanarak genişlediğini ve uzaysal olarak hemen hemen düz bir geometriye sahip olduğunu göstermektedir (Ballardini et al., 2020; Guth, 1987; Rubin and Ford Jr, 1970; Spergel et al., 2007). Hubble yasası, evrende gözlemlenen hafif elementlerin bolluğu ve CMB ışınımı BB modelini desteklemektedir ancak, BB modelin çözüm sunamadığı kozmolojik problemler de bulunmaktadır. Tekillik, ufuk, düzlük, kozmik rastlantı, erken ve geç dönem enflasyon, evrenin nihai kaderi ve galaksilerin ortaya çıkışları çözüm bulamadığı problemler olarak sayılabilir. Bunları detaylı olarak inceleyecek olursak; Evrenin genişleme tarihindeki kozmolojik ilk önemli dönem, yaklaşık olarak $a = 10^{-28}$ saniye ile $a = 10^{-32}$ saniye civarı ile ifade edilen şişme dönemidir. Erken evren dönemlerinde Λ gibi davranan ve evrenin üstel olarak genişlemesine neden olan ve enerji kaynaklarının varlığını destekleyen enflasyon modelleri öne sürülmüştür. Bu enflasyon modelleri, CMB verilerinden evrenin kozmolojik parametrelerinin belirlenebilmesine yardımcı olmuştur. Günümüzde yüksek duyarlılıkla yapılan gözlemler kozmolojik parametrelerin değerlerinin daha hassas elde edilmesine ve kozmolojik modellerin hem gözlemsel sonuçlar ile hemde birbirleri arasında karşılaştırılmasına olanak sağlar. Enflasyon mekanizması ilk kez 1980'de Guth tarafından manyetik monopollerin yokluğunu açıklamak için önerilmiştir (Guth, 1981, 1987). Daha sonra Linde ile Albrecht ve Steinhardt tarafından daha da geliştirildi (Albrecht and Steinhardt, 1982; Linde, 1987). Bu şişme mekanizması için bazı teorik boşluklar ve

deneysel kanıtların eksikliği olsa da, çeşitli temel sorunlara yanıt verdiği için şu anda genel kabul görmektedir. Özellikle, Evren'in gözlemlenen homojenlik ve izotropisinin kökeniyle ilgili olan ufuk problemine basit ve etkili bir çözüm sunar. Önceki bölümlerde de bahsedildiği üzere, CMB, evrenin yaklaşık 300.000 ışık yılı zamanından arta kalan mikrodalga mertebesinde bir radyasyondur. Evrenin önceden daha küçük bir yerde sıkışık ve çok daha sıcak olduğunu söylemektedir. Bu da BB modelinin temel taşlarından biridir. BB, evrenin genişlediğini öne sürer. Genişleyen evren ise soğur. CMB üzerine yapılan çalışmalar evrende nereye bakılırsa bakılsın bu radyasyonun sıcaklığının homojen olduğunu göstermiştir.(Planck Collobration, 2014) Uzayın genişliği ve ışık hızının sınırı düşünülürse birbirinden bu kadar uzak, nedensel olarak bağlantısız olan bölgelerin nasıl homojen oldukları açıklanamamıştır. Son saçılma döneminde bir ilişki içeriside olmayan bölgelerin ısısal dengede ve ortak genişleme hızında olması *ufuk problemi* olarak anılmaktadır.

Düzlük problemi ise, evrenin neden uzaysal olarak düz bir geometriye sahip olduğuyla ilgilenir. GR'ye göre, evrenin eğriliği toplam enerji yoğunluğuna bağlıdır ve evrenin genişlemesini belirler. Enerji yoğunluğundan bahsedebilmek için Friedmann denklemini şu formda yazabiliriz:

$$H(t)^2 = \frac{8\pi G}{3c^2}\varepsilon(t) - \frac{kc^2}{R_0^2 a(t)^2} \tag{2.21}$$

Burada $\varepsilon(t)$ enerji yoğunluğudur; k/R_0 günümüz eğriliğini söyler. Uzaysal düz bir evrende $(k = 0)$ kritik enerji yoğunluğu şu şekilde ifade edilir:

$$\varepsilon_c(t) = \frac{3c^2}{8\pi G}H(t)^2 \tag{2.22}$$

Ω_m, madde yoğunluğu, Ω_Λ, karalık enerji yoğunluğu, Ω_r, radyasyon yoğunluğu olmak üzere gözlemsel veriler yoğunluk parametresinin değerini $\mid 1 - \Omega_0 \mid \leq 0.005$ olarak belirlemiştir. Yoğunluk parametresinin 1'e çok yakın olması evrenin düz geometriye sahip olduğu anlamına gelir. Düzlük probleminin bir ucu da BB başlangıç koşullarına dayanır. *Düzlük problemi*, başlangıç koşullarının Büyük Patlama'dan itibaren hassas bir şekilde ayarlanmış olması gerektiğini öne sürer. Evrenin genişleme hızı ve toplam enerji yoğunluğu, bugün gözlemlenen düzlüğe yol açacak şekilde kritik değerlere çok yakın olmalıydı. Aksi takdirde başlangıç koşullarında oluşacak ufak sapmalar, günümüzde önemli ölçüde farklı bir evrene yol açardı. Enflasyonist modeller eğriliğin balon şişerken yerel bölgelerde önemsiz hale

gelmesi ile bu probleme çözüm önerisi getirmiş olur.

Kozmolojide *tekillik problemi* ise bir diğer BB modelinin açıklayamadığı problemlerden biridir. Tekillik madde ve enerji yoğunluğunun teorik olarak sonsuza ulaştığı noktayı ifade eder. Bu, BB teorisiyle ve evrenimizin başlangıcı ile ilişkilidir. BB modeli, evrenin başlangıcını ve evrenin genişlemesiyle ilgili temel bir açıklama sunmasının yanısıra evrenin başlangıcı hakkında kesin bir açıklama getirmez ve tekillik adı verilen bir noktada matematiksel olarak anlamsızlaşır. Tekillik, günümüzde evrenin başlangıcı hakkında daha fazla bilgi edinmek için çalışılan bir konudur. Bahsi geçen tekil nokta, henüz bir madde olarak gözlemlenebilmiş değildir. Sadece GR teorisinin matematiksel bir sonucu olarak kabul edilir. Bu problemi çözmek için kuantum yerçekimi teorileri, evrenin başlangıcını daha tutarlı bir şekilde açıklamaya çalışmaktadır.

Bir diğer sorun ise *Galaksilerin ortaya çıkışı*dır. Galaksilerin nasıl oluştuğu BB modelinin karmaşık bir sonucudur. Evrenin erken dönemlerinde, küçük yoğunluk dalgalanmaları ve CMB'den gelen anizotropiler, maddenin yerçekimi etkisiyle bir araya gelerek galaksileri oluşturur. Bu, genellikle küçük galaksi kümelerinin daha büyük yapılar oluşturmak için bir araya gelmesi süreciyle gerçekleşir. BB'ye göre, evrenin erken evrelerinde madde, enerji ve karanlık maddenin *Dark Matter - DM* yoğunluğu ve dağılımı, evrenin genişleme ve yerçekimi etkisiyle evrimleşir. Yerçekimi, madde ve enerjinin çekim etkisiyle yerel olarak yoğun bölgeleri oluşturur ve bu bölgeler daha sonra galaksileri, galaksi kümelerini ve süperkümeleri oluşturmak için bir araya gelir. BB modeli evrenin genel evrimini ve yapısal oluşumunu açıklamak için geniş bir çerçeve sağlasada, bu süreçlerin karmaşıklığı ve detayları hala tam olarak gözlenememiş ve anlaşılamamıştır. Kozmolojide evrenin erken evrelerindeki bu oluşum süreçlerini daha iyi anlamak için yoğun bir şekilde çalışmalar bulunmaktadır.

Evrenin *geç dönem enflasyonu*, genellikle Büyük Patlama'dan kısa bir süre sonra, evrenin genişlemesinin hızlandığı bir dönemi kapsar. Bu dönemde, a hızla artar. Geç dönem enflasyonu, evrenin erken dönemlerindeki enflasyon ile aynı kavramı ifade etmez; esas olarak evrenin genişleme hızının hızlandığı bir dönemi tanımlar. Evrenin genişleme hızının artmasının bir sonucu olarak galaksiler arası uzaklıkların artması, bu süreçte, evrenin genişlemesi hızlanırken, galaksiler arası uzaklıkların artması gözlemlenir. Geç dönem enflasyonunun sebepleri arasında DE gibi hipotetik enerji bileşenleri ve Λ gibi etmenler

gösterilir. Geç dönem enflasyonu, DE ve DM evrenin genişleme hızının hızlanmasıyla ilgili gözlemleri açıklamak kozmolojideki bazı gözlemlerle uyumlu olabilir. Ancak, bu konu hala aktif bir araştırma alanıdır ve kesin olarak doğrulanmamıştır. Geç dönem enflasyonunun doğruluğunu test etmek için daha fazla gözlemsel ve deneysel kanıt gerekmektedir.

Evrenin nihai kaderi ve BB modeli arasındaki ilişki, kozmoloji alanındaki temel bir sorundur. BB modeli, daha öncede vurgulandığı gibi evrenin genişlemesinin başlangıcını ve evrimini açıklar, ancak evrenin sonunun ne olacağına dair kesin bir yanıt sunmaz. BB aynı zamanda evrenin genişlemesinin belirli koşullar altında devam edeceğini veya sona ereceğini öne sürer ve evrenin nihai kaderi genellikle evrenin yoğunluğuna ve genişleme hızına bağlı olarak belirlenir. Bu genel kaderler üç ana senaryoda özetlenebilir:

Sonsuz Genişleme: Eğer evrenin yoğunluğu ve genişleme hızı yeterince düşükse, evren sonsuza kadar genişleyebilir. Bu durumda, evrenin sonu olmaz ve sonsuz bir uzay-zaman süreci devam eder.

Sonlu Genişleme ve sabit durum: Eğer evrenin yoğunluğu ve genişleme hızı tam olarak belirli bir kritik değere yakınsa, evren genişleme hızı yavaşlayarak ancak hiç durmadan devam eder. Bu durumda, evrenin genişleme hızı yavaşlar, ancak evren sonu gelmeyen bir sabit durumda kalır.

Büyük Çöküş veya Büyük Yapısal Dönüşüm: Eğer evrenin yoğunluğu ve genişleme hızı yeterince yüksekse, evren genişleme sürecinin tersine dönerek bir büyük çöküş veya büyük yapısal dönüşüm yaşayabilir. Bu durumda, evrenin sonu, büyük bir çöküş, ısı ölümü veya başka bir kozmolojik olay olabilir.

BB modeli, evrenin sonunun ne olacağına dair kesin bir tahmin yapmaz, ancak belirli genel kader senaryolarını öne sürer. Evrenin nihai kaderini kesin olarak belirlemek için daha fazla gözlemsel ve deneysel kanıt gerekmektedir.

2.3. EVRENDE KARANLIK BİLEŞENLERİN ETKİLEŞİMİ

Süpernova Ia (SnIa) gözlem sonuçları, Sloan Dijital Gökyüzü Taraması'ndan (Sloan Digital Sky Survey- SDSS) büyük ölçekli yapı CMB anizotropilerinden gelen güncel gözlemsel kanıtlar, evrenimizin düz veya neredeyse düz olduğunu, hızlanmış bir genişleme oranıyla

genişlediğini ve DE ve CDM tarafından domine edildiğini göstermektedir, aynı zamanda evrenin genişlemesi yaklaşık %5'lik bir baryonik madde (standart model parçacıkları), yaklaşık %25'lik bir baryonik olmayan CDM ve yaklaşık %70'lik bir Λ şeklindeki DE arasında bölüşülmüş enerji bütçesiyle iyi bir şekilde açıklanmıştır. Günümüzün standart kozmoloji modeli ΛCDM modelidir. Son zamanlarda Evren'in hızlanan genişlemesini açıklamak için bir Λ ve büyük ölçekli yapıların oluşumunu ve dinamiklerini açıklamak için gereken CDM (*Soğuk Karanlık madde - Cold Dark Matter*). Bu ikisi birlikte, doğasını hala gizemini koruyan evrenin karanlık sektörünü oluşturur. Evren'in genişlemesinin negatif basınca sahip egzotik bileşen olan DE tarafından hızlandığına dair giderek ikna edici kanıtlar sağlamaktadır. Bu da $\rho_\Lambda = \Lambda\pi G$ enerji yoğunluğı ve negatif basınç olan $p_\Lambda = -\rho_\Lambda$ ile mükemmel bir sıvı olarak modellenen çalışmalar bulunmaktadır. Literatürde DE için en basit yöntem Λ yani vakum enerji yoğunluğuna karşılık gelen modeldir. Ancak, Λ'nın çok küçük değerinin tatmin edici bir teorik açıklaması yoktur. Ayrıca, ΛCDM modeli "ince ayar" (*fine tuning*), "rastlantı" (*cosmic coincidence*) (Del Campo et al., 2009; Huey and Wandelt, 2006; Velten et al., 2014; Wang et al., 2016), "Hubble gerilimi" (*the Hubble tension*) (Aghanim et al., 2020; Cyr-Racine, 2021; Di Valentino et al., 2021; Riess et al., 2021, 2019) veya "S8 uyumsuzluğu" (*the S*8 *discrepancy*) (Gariazzo et al., 2022; Lucca, 2021; Nunes and Vagnozzi, 2021; Wang et al., 2022; Yang et al., 2018) gibi problemleri bulunmaktadır. Bu sorunlardan kaçınmak ve gözlemsel sonuçlarla tutarlı olacak şekilde ΛCDM modelinin ötesinde yeni fizik araştırmaları son zamanlarda popüler hale gelmiştir. Bu problemlerin çözümü olarak evrenin karanlık bileşenlerinden olan DE ve CDM nin yerçekimi dışında etkileşimlerin bulunduğu ve birbirleri ile etkileşimi olası kılan modeller önerilmektedir. DE ve DM'in dinamiği, doğası ve birbirleri ile olan etkileşim hakkında henüz detaylı ve kesin bir bilgiye sahip değiliz. Bu nedenle evrenin karanlık sektörünü ve fiziksel özelliklerini tam olarak açıklayan bir teoride bulunmamaktadır. Modifiye kütleçekim modelleri, quintessence, Chaplygin gas, Chameleon, Holographic model, phantom, K-essence, Takyon-Tachyon, ... sayılabilir. Bunun yanısıra DM'ninde teorik ve deneysel adaylarının olduğunu biliyoruz. Bu iki bileşenin birbirleri ile olan etkileşimi ise bir diğer problemdir. Kozmik rastlantı problemine çözüm bulabilmek için bu iki bileşenin etkileşimini ele alan çalışmalar bulunmaktadır. Yapılan bu çalışmalarda dinamik doğaya sahip olduğu düşünülen DE ve DM modelleri, kozmolojide birçok sorunun ele alınmasında yaygın olarak kullanılmıştır. Bu modellerde genel olarak seçilen denklem, Λ modellerinin aksine, zamanla dinamik olarak evrim geçiren bir durum parametresine (*w-EoS*) sahiptir ve bu modeller deneysel

ve gözlemsel olarak henüz tam test edilip kanıtlanmadığı için fenomolojik yaklaşım olarak anılmaktadır. Son zamanlarda, evrenin dinemağini analiz etmek için çeşitli çalışmalar, $q(z)$ ve $w(z)$ parametrizasyonlarının fenomenolojik olarak incelenmesi yoluyla yapılmıştır.. Dinamik evrimin temel özellikleri, hem statik hem de dinamik olarak, sadece Hubble parametresi H ve yavaşlama parametresi q terimleriyle ifade edilebilir. Aslında, bu iki parametre, bize kozmolojik genişlemenin model bağımsız kinematiğini oluşturma olanağı tanır. Genellikle, kinematik yaklaşım, birçok teoriye dayanan özel bir yerçekimi metriği ile tanımlanır. Einstein'in GR teorisi veya Evren'in madde-enerji içeriği gibi model spesifik varsayımlara dayanmayan çalışmalarda bulunmaktadır.

Bu iki karanlık sektörün enerji (ve/veya momentum) değiş tokuşu yapmasına izin veren ve durum parametresi ile yapılan çalışamalarda genel olarak DE ve DM ayrı ayrı korunmamaktadır. Toplam bir karanlık sektörün enerjisi (ve/veya momentumundan) korunumundan bahsedilir. Bu modellere genel olarak etkileşen DE modelleri denir. Bu etkileşim modellerinde, radyasyon ve baryonik madde'nin ayrı ve ayrı korunduğu varsayılır çünkü baryonik madde üzerinde güçlü 'beşinci kuvvet' gözlemlenebilir kısıtlamalar bulunmaktadır ve fotonlarla yeni anlamlı etkileşimler, muhtemelen fotonların bir geodezik yolu takip etmesinden sapmalara neden olacağı düşünülmektedir. Bu nedenle, etkileşen DE modelleri için aşağıdaki korunum denklemlerini kullanırız:

$$\dot{\rho}_{DE} + 3H(1+w_{DE})\rho_{DE} = -Q$$

$$\dot{\rho}_{DM} + 3H(1+w_{DM})\rho_{DM} = Q \tag{2.23}$$

Bu denklemdlerde H, Hubble parametresini; ρ, enerji yoğunluğunu temsil eder. Burada hala basınçsız karanlık madde ($P_{DM} = 0 \rightarrow w_{DM} = 0$) varsayımında bulunulmaktadır. ΛCDM modelinde olduğu gibi baryonik madde $w_{bm} = 0$ ve radyasyon $w_r = 1/3$ ve $Q = 0$ olacak şekilde dikkate alınmaktadır. DE durum denklemi $w_{DE} = 0$, DM durum denklemi $w_{DM} = 0$'dir. Bu yaklaşımlarda DE durum denklemi serbest bir değişken olarak bırakılır, nedeni ise DE ya vakum enerjisi olabilir ($w_{DE} = -1$), ya da quintessence ($-1 < w_{DE} < -1/3$) veya phantom ($w_{DE} < -1$) olabilir. Burada Q, enerjinin (veya momentumun) DE ve DM arasında nasıl transfer edildiğini betimleyen etkileşim parametresidir. Etkileşim parametresinin işareti, enerjinin (veya momentumun) DE'den DM'ye mi mi yoksa tam tersi mi aktarıldığını belirler. Aşağıdaki gibi kategoriye ayırabilir (Bolotin et al., 2015; Wang

et al., 2016):

$$\left.\begin{array}{ll} Q>0 & DE \rightarrow DM \\ Q<0 & DM \rightarrow DE \\ Q=0 & \text{etkileşim yok} \end{array}\right\} \quad \text{Etkileşim parametresi} \tag{2.24}$$

Şimdiye kadar etkileşim parametresi için temel bir teori yapılmağı için Q için genellikle fenomolojik olarak motive edilir ve çoğu çalışmada bağlantı DE ve DM'nin enerji yoğunluğu ile ilintilidir. Yapılan çalışmaların ve Q'nun gözlemlerle test edilmesi gerekir. Genel kapsamda yapılan çalışmalara bakılarak aşağıdaki şekli ile genelleştirebiliriz:

$$Q = \xi_x \rho_{DE} + \xi_y \rho_{DM} + \xi_z \rho_{DE} \rho_{DM} \tag{2.25}$$

$\xi_(x,y,z)$ bozunum parametresi (decay paramater)'dir. İki akışkan arasındaki etkileşim hızını bir başka deyişle birbirlerine dönüşüm hızını temsil eder. $\xi_(y,z) = 0$ durumunda etkileşim parametresi sadece DE yoğunluğuna bağlıdır. $\xi_(x,z) = 0$ durumunda etkileşim parametresi sadece DM yoğunluğuna bağlıdır. $\xi_(x,y) = 0$ durumunda etkileşim parametresi sadece DE ve DM enerji yoğunluğunun çarpımına bağlıdır. $\xi_(z) = 0$ durumunda etkileşim parametresi DE ve DM enerji yoğunluğunun lineer toplamına bağlı olur. $\xi_(x,y,z) = 0$ durumunda ise etkileşim olmayan durumları temsil eder. Son gelişmeler ve gözlemsel kısıtlamaları içeren ve karanlık enerji etkileşimleri üzerine kapsamlı çalışmalar bulunamaktadır (Aydiner, 2022, 2023; Aydıner and Gemici-Deveci, 2021; Chatterjee et al., 2022; Deveci and Aydiner, 2017; Jain, 2021; Jesus et al., 2022; Lucca, 2021; Wang et al., 2024; Zhai et al., 2023).

Fenomenolojik yaklaşılan etkileşim parametresi Q birçok farklı etkileşim fonksiyonunun varlığına sebep olabilir örneğin basit doğrusal veya karmaşık doğrusal olmayan etkileşimler olabilir. Bu genellikle bağlı korunum denklemlerini çözmeye çalışırken zorluklara yol açar. Bu nedenle etkileşimin genel formunun ele alındığı efektif durum denklemi çalışılarak başlanılabilir, sırasıyla DE'nin efektif durum denklemi w_{DE}^{eff} ve DM'in efektif durum denklemi w_{DM}^{eff} olmak üzere (2.23) kullanılarak aşağıdaki gibi betimlenebilir:

$$w_{DE}^{eff} = w_{DE} + \frac{Q}{3H\rho_{DE}}, \qquad w_{DM}^{eff} = \frac{-Q}{3H\rho_{DM}} \tag{2.26}$$

efektif durum denklemleri ile ilgili yapılan çalışmalar incelenirse aşağıdaki gibi özetlenebilir

(Chen et al., 2008; Chimento et al., 2003; Gavela et al., 2009; Nunes et al., 2001; Quartin et al., 2008; Väliviita et al., 2008; van der Westhuizen and Abebe, 2024):

$$\left.\begin{array}{rl} w_{DE}^{eff} > w_{DE} & \text{Karanlık enerjinin daha az ivmeli basıncı var.} \\ w_{DM}^{eff} < 0 & \text{Karanlık madde, } a^{-3}\text{'ten daha yavaş bir şekilde kırmızıya kayar.} \end{array}\right\} \quad \text{Q>0}$$

$$\left.\begin{array}{rl} w_{DE}^{eff} < w_{DE} & \text{Karanlık enerjinin daha fazla ivmeli basıncı var.} \\ w_{DM}^{eff} > 0 & \text{Karanlık madde, } a^{-3}\text{'ten daha hızlı bir şekilde kırmızıya kayar.} \end{array}\right\} \quad \text{Q<0}$$

Bu, w_{DE} olduğunda bile, $Q < 0$ veya $Q > 0$ olduğunda, DE'nin çiftlenimsiz quintessence $w_{DE}^{eff} > -1$ veya çiftlenimsiz phantom $w_{DE}^{eff} < -1$ DE gibi davranabileceği anlamına gelir. Eğer DM ve DE arasında etkileşim yoksa $(Q = 0)$, etkili denklem durumları çiftlenimsiz modele geri döner, böylece $w_{DE}^{eff} = w_{DE}$ ve $w_{DM}^{eff} = w_{DM} = 0$ olur. Bu efektif denklemler, karanlık bir çiftlenimin sonuçları hakkında tahminler yapmamızı sağlar; ve neden karanlık bileşenler arasındaki etkileşimin rastlantı problemine cevap bulmak için başlangıçta tanıtıldığını açıklar.

2.4. ÇEVRİMSEL KOZMOLOJİ TEORİLERİ

Çevrimsel kozmoloji, BB modelinin başlangıç koşulları sorununu önlediği için çekici modeller olarak kabul edilir. Bu modelerde evrenin sonsuz bir döngü içinde genişlediği ve daraldığı bir modeli içerir. Bu tür teoriler, evrenin başlangıcı ve sonu olmayan, sonsuz bir döngü içinde var olduğunu öne sürer. Bu modeller genellikle genel görelilik prensiplerine dayanır ve evrenin bu döngüler boyunca davranışını açıklamak için kuantum fiziği ve string teori kavramlarını içerir. Bu modeller, BB model gibi geleneksel kozmolojik modellere kıyasla evrenin başlangıcı ve nihai kaderi hakkında alternatif bakış açıları sunar. Zamanın, uzayın ve evrenin nihai kaderinin doğasıyla ilgili temel soruları ele almaya çalışırlar. Bu bölümde çevrimsel kozmoloji teorileri ele alınacak olup detaylı olarak incelenecek ve bu teorilerin önerdiği çözümler üzerine durulacaktır.

Evrenin genişlemesi ve evrimi hakkında alternatif bir bakış açısı sunan bir model "Büyük Sıçrama" (*Big Bounce*) modelidir. Bu modelde, evrenin genişlemesi sonsuz değildir, ancak büyük bir patlama ile değil, bir önceki evrenin çöküşü ve ardından yeniden genişlemesi ile sonuçlanır. Daralma evresi sonunda, yoğunlaşma evresi başlar ve bir sonraki Büyük Sıçrama döngüsü başlar. Bu nedenle, evren sürekli olarak "büyük sıçrama"larla dönüşür. Bu yaklaşım, evrenin mevcut haliyle sınırlı olmadığını, ancak daha önceki evrenlerin izlerini taşıdığını ve gelecekteki evrenlerin oluşacağını varsayar. Bu model ilk olarak Lemaître ve George Gamow tarafından öne sürülmüştür. Lemaître, 1927'de evrenin genişleyen bir modelini öne sürdü ve bu, sonradan "Büyük Patlama" olarak adlandırıldı. 1940'larda George Gamow, evrenin genişleme ve sıkışma döngülerinden oluşan bir döngüsel evren modelini öne sürdü. Bu model, daha sonraki yıllarda Büyük Sıçrama modelinin temelini oluşturdu. Ancak, Büyük Sıçrama fikri daha sonra modern kozmoloji teorilerinde daha detaylı bir şekilde geliştirildi ve çeşitli araştırmacılar tarafından incelendi. 2000'lerin başından itibaren, birçok fizikçi ve kozmolog bu model üzerinde çalışmıştır. Bunlar arasında Paul Steinhardt, Neil Turok, Roger Penrose, Anna Ijjas, ve Jean-Luc Lehners gibi isimler yer alır. Paul Steinhardt ve Neil Turok, özellikle Ekpirotik Evren modelini geliştirmişlerdir. Bu model, evrenin bir önceki sıkışma evresinden sonra bir patlama yerine bir sıçrama ile başladığını öne sürer. Steinhardt ve Turok'un bu çalışması, Büyük sıçrama modelinin modern teorik ve matematiksel çerçevesini oluşturmuştur.

Paul Steinhardt ve Neil Turok tarafından önerilen kozmoloji modeli Döngüsel Ekpirotik Evren (*Cyclic Ekpyrotic Universe*) modelidir. Bu model, evrenin kökenini ve dinamiğini açıklamak için çeşitli gözlemler ile uyumlu olabilecek bir alternatif sunar. Modele göre evren önceki döngünün daralma evresinden bir "ekpirotik" çarpışma süreciyle doğar. Her döngü, bir "büyük patlama (*big bang*)" ile başlar ve bir "büyük çöküş (*big crunch*)" ile sona erer, sadece bir kez daha bir büyük patlamada ortaya çıkan sonsuz bir döngü geçirir. Büyük çöküşten büyük patlamaya geçişte, madde ve ışıma oluşturulur ve evren, yeni bir büyük patlama evresi için gereken yüksek yoğunluğa geri döner. Böylece evren bir dizi alternatif çağ geçirir. Bu evren modelinde evren kapalı değil, düzdür. Çağ değişiminde genişlemeden daralmaya geçiş, uzaysal eğrilik yerine negatif potansiyel enerji ile meydana gelir. Çevrimsel davranış, radyasyon ve madde hakimiyet dönemlerinden sonra bir ivmelenmiş genişleme dönemi geçirilmesine bağlı olarak temel bir şekilde değişir. Hızlanmış genişleme dönemi sırasında, evren neredeyse vakum duruma yaklaşır ve daralma evresinden önceki döngüde

mevcut olan çok benzer yerel koşulları yeniden sağlar. Tolman'ın önerdiği gibi, evrenin genelinde toplam entropi döngüden döngüye büyür. Ancak, gerçek bir gözlemci tarafından görülebilen şey yalnızca entropi yoğunluğudur ve bu yoğunluk, her sıçramada oluşturulan entropi yoğunluğunun mükemmel çevrimsel davranışına sahiptir. Sonraki sıçramadan önce ihmal edilebilirdir. Olağan 4 boyutlu GR'de, büyük çöküş, dört boyutlu uzay-zamanın çöküşü ve yok olması olarak yorumlanır. Yoğunluklar ve eğriler dağılır ve bir geçişin mümkün olduğuna dair hiçbir işaret yoktur. Bu modelin temel taşı, kozmik çöküşten büyük patlamaya geçişin güvenli olmasıdır. Einstein denklemleri bu modelde aşağıdaki şekilde önerilir:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\left(\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)\right)$$

$$\frac{\ddot{a}}{\dot{a}} = -\frac{8\pi G}{3}\left(\dot{\phi}^2 - V(\phi)\right) \tag{2.27}$$

Hızlanan genişleme, $V(\phi)$ sıfıra yaklaştığında durur ve skalar alanın kinetik enerjisi potansiyel enerjiyle karşılaştırılabilir hale geldiğinde, 2. Aşama gerçekleşir. Evren genişlemeye devam eder ve potansiyel sıfırın altına düştükçe, skalar alanın kinetik enerjisi kırmızıya kaymaya devam eder.

Steinhardt ve Turok'un önerisiyle ortaya atılan modelde evren sürekli genişleme ve daralma döngüler yaşar. Evrenin döngüsel doğası, zar (brane) teorisi ve uzay-zamanın ekstra boyutlarına dayanır. Bu evren modeli, "ekpirotik evren" modeline dayanmaktadır. Bu modelde, evrenimiz dört boyutlu uzay-zaman boyunca yayılmış olan bir "brane" (zar) olarak kabul edilir. Gözlemlenebilir evrenin, bir ek boyutta bir boşlukla ayrılmış bir zar üzerinde bulunduğu M-teorisi tarafından önerilen bir görüntüye dayanmaktadır. Her patlamanın sıcak madde ve ışıma yarattığını ve genişleme, soğuma ve yapı oluşumu dönemini tetiklediğini öne sürer. Model, zarları bir araya çeken bir kuvvet olduğunu ve zarların uzak olduğunda potansiyel enerjisinin DE gibi davrandığını önerir. Zarlar, parçacıkların ve kuvvetlerin evrenimizdeki farklı özelliklerini belirleyen yerel özelliklerle ilişkilidir. Evrenin genişleme döngüsünün bir parçası olarak her döngüde ek boyutun büzülmesi, iki zarın birbirine çarpması, büyük patlama ve evrenin genişlemesinin tetiklenmesi başlar ardından, evren zamanla genişler, soğur, son bulur ve sonunda bir sonraki çarpışma ve daralma

döngüsüne hazırlanır. Steinhardt modelin homojenlik, izotropi ve düzlük problemlerini çözme ve neredeyse ölçeksiz bir dalgalanma spektrumu üretme konusunda yeni bir yaklaşım sunacağını söyler. Tüm bu modellerde ortak olan temel yenilik, büyük patlamadan önce ultra-yavaş büzülme dönemi olan ekpirotik fazdır.

Bu model BB modeline alternatif bir yaklaşım sunsa da, bazı eksik yönler ve eleştirilere maruz kalmıştır:

- *Enerji Korunumu Sorunu*: Bu modelde, evrenin her döngüsünde toplam enerjinin korunduğu kabul edilir. Ancak, bazı araştırmacılar bu iddiayı sorgulayarak, enerjinin döngüler arasında nasıl korunduğu konusunda açıklamaların yetersiz olduğunu belirtirler.
- *Geçmişin İzleri*: Çevrimsel Ekpirotik Evren modeline göre, her döngüde evrenin önceki durumu tamamen sıfırlanır. Ancak, evrenin geçmişine ait izlerin gözlemlenmesi veya bu izlerin yokluğunu açıklamak zor olabilir.
- *CMB Radyasyonu*: Evrenin ilk anlarında gerçekleşen olaylar hakkında bilgi sağlayan kozmik mikrodalga arka plan radyasyonu gibi gözlemler, bu modelin bazı varsayımlarıyla uyumsuz olabilir.
- *Kuantum Teorisi ve GR Uyumu*: Bazı çalışmalar, bu modelin kuantum teorisiyle GR arasındaki uyumu sağlayamayacağını ve bu iki teorinin çelişkili olduğunu savunurlar.
- *Gözlem ve Deneysel Destek*: Şu ana kadar bu modelin deneysel olarak doğrulanmış bir kanıtı bulunmamaktadır. Dolayısıyla, çoğu bilim insanı bu modelin spekülatif olduğunu ve henüz sağlam bir deneysel dayanağa sahip olmadığını düşünmektedir.
- *Zarlar ve Ek Boyutlar*: Modelin ilk formülasyonları, M-teorisi ve ek boyutlarla bağlantılıdır. Ancak, ek boyutlar ve braneler gibi teorik yapıların varlığına dair somut kanıtlar bulunmamaktadır. Bu nedenle, modelin bu temel önermesi, bazı fizikçiler tarafından eleştirilmektedir.
- *Döngünün Tetikleyicisi*: Model, her döngünün bir öncekini başlatan bir mekanizmayı açıklamada eksiktir. Branelar arasındaki çarpışmaların neyin tetiklediği ve döngüsel sürecin nasıl başladığı hala net değildir.

- *DE analizi*: Model, DE'yi açıklamak için zarlar arasındaki potansiyel enerjiyi kullanır. Ancak, bahsi geçen potansiyel enerjinin doğası ve dinamiği hakkında net bir açıklama yapılmamıştır.
- *Başlangıç Sorunu*: Model, evrenin başlangıcını açıklamak için kendi içinde bir başlangıç gerektirir. Ancak, bu başlangıç durumunun nasıl oluştuğu ve evrenin bu başlangıç durumuna nasıl geçtiği tam olarak açıklanmamıştır.

Bu eksik yönler ve belirsizlikler, çevrimsel ekpirotik evren modelinin bilimsel geçerliliğini sınırlar ve modelin daha fazla araştırma ve deneysel kanıtlarla desteklenmesini gerektirir. Bu nedenle, bilimsel topluluk içinde hala tartışmalı bir konudur.

Bir diğer alternatif evren modeli ise "Konformal Çevrimsel Kozmoloji" (*Conformal Cyclic Cosmology-(CCC)*)'dir. Bu model Roger Penrose tarafından önerilen evrenin içeriğinin çok uzak gelecekte ne olabileceği konusunu ele alan bir evren modelidir. Evrenin sonsuz bir şekilde döngüsel olduğunu ve her döngünün sonunda bir "konformal dönüşüm" ile başka bir evrenin ortaya çıktığını öne sürer. Bu modele göre, evren sürekli olarak genişler ve sonunda ısı ve enerji kaybı nedeniyle sonsuz sıcaklık ve yoğunlukta bir "ısıl ölüm" durumuna gelir. Ancak, bu ısıl ölüm evresinden sonra, evrenin sonu gelmez, bir şekilde genişlemeye ve soğumaya devam eder. Sonunda, evrenin bu genişleme süreci, zaman ve uzayın birbirine bağlılığını değiştiren bir konformal dönüşümle sona erer. Bu dönüşüm, sonsuz uzay-zamanın bir noktasını sonsuz zaman ve uzayla eşleştirir, böylece yeni bir evrenin başlangıcını oluşturur. CCC modelinde, evrenin başlangıcı ve sonu olmadığı, bunun yerine sonsuz bir dizi döngüsünün olduğu öne sürülür. Evrenin başlangıç aşamalarındaki sonsuz hacim, beyaz delikler veya çağlarla uzlaştırılabilir. Evrenin son aşamaları süper kütleli kara deliklerle doluysa, o zaman Hawking radyasyonu yayar ve kara delik buharlaşarak ve Penrose'un önerdiği gibi Hawking noktaları haline geleceklerdir. Hawking noktaları, CCC modelinin varlığını kanıtlamak için önde gelen adaylardan sayılır. Bu modelin arkaplanında kara deliğin iç hacmi, daha yüksek boyutlara uzandığı varsayılır. Bu, Planck yarıçapındaki beyaz delik iç hacminin böyle büyük hacimlere ulaşmak için sonsuz uzunluğa sahip olabileceği anlamına gelir. Bir diğer deyişle evren, son aşamalarında bu yüksek boyutları açığa çıkaracaktır. Genişleme nedeniyle, bu boyutlardaki daha yüksek hacimler ortaya çıkacaktır. Penrose, evrenin son aşamalarındaki bu yüksek hacimleri, beyaz deliklerin iç hacimleri gibi, başlangıç aşamalarına konformal olarak eşlemeyi önerir. Büyük hacim, beyaz deliklerin iç kısımları

gibi, çağın başlangıç aşamalarına gömülebileceğini öne sürer. Konformal çevrimsel model, kozmolojik sabit ile formüle edilmiştir. Benzer şekilde, aynı türde bir ideolojiye dayanarak, konformal çevrimsel kozmoloji üzerine DE veya phantom enerjisi tanıtılabileceğini vurgular. Bu uygulamalar, büyük kopma sonrasında bile evrenin phantom DE hakim konformal evrimini anlamamıza yol açacacağını söyler.

Bu model, evrenin sıcak Büyük Patlama'dan sonra nasıl devam ettiği ve sonsuz bir dizi evrenden oluştuğu konusunda alternatif bir açıklama sunar. CCC modeli, evrenin GR ve kuantum mekaniği ile uyumlu olduğunu iddia eder. Roger Penrose'un Conformal Cyclic Cosmology (CCC) modeli, evrenin sonsuz bir dizi döngüsel genişleme ve daralma evresinden oluştuğunu öne sürer. Ancak, bu modelin bazı eleştirileri ve eksik yönleri bulunmaktadır:

- *Enerji-Kütle Korunumu Sorunu*: CCC modelinde, evrenin her döngüsünde enerji-kütle korunumu sağlanması gerekmektedir. Ancak, bu konuda CCC modeli detaylı bir mekanizma sunmaz ve enerjinin döngüler arasında nasıl korunduğu net bir şekilde açıklanmaz.
- *Gözlenebilir Kanıtlar*: CCC modeli henüz deneysel olarak doğrulanmış bir model değildir. Bu nedenle, evrenin döngüsel doğasını destekleyecek güçlü gözlemsel kanıtlar bulunmamaktadır.
- *Kuantum Teorisi ve GR Uyumu*: CCC modeli, kuantum teorisi ile GR arasındaki uyumsuzluğu çözme iddiasında bulunur. Ancak, bu uyumun sağlanması ve iki teorinin birleştirilmesi hala birçok zorluklarla karşı karşıyadır.
- *Sonsuzluk Problemi*: CCC modelindeki döngülerin sonsuz döngüler olduğu öne sürülür. Ancak, bu sonsuzluk, bazılarının evrenin temel özelliklerine ilişkin mantıksal çelişkilere yol açabilir.
- *Bilimsel Kabul Edilebilirliği*: CCC modeli, bilimsel topluluk içinde henüz geniş bir kabul görmedi. Bazı fizikçiler, modelin spekülatif doğası ve temel sorunlarının çözülmemesi nedeniyle şüpheci yaklaşımlar sergilemektedir.

Bu ve benzeri eleştiriler, Conformal Cyclic Cosmology (CCC) modelinin eksikliklerini ve tartışmalı yönlerini vurgulamaktadır. Ancak, CCC modeli, evrenin doğası hakkında ilginç

bir alternatif perspektif sunar ve araştırma alanı olarak ilgi çekmeye devam etmektedir.

2.5. KAOTİK EVREN TEORİSİ

Alternatif modellerden biri olan Kaotik Evren Modeli (*Chaotic universe model*) 2018 yılında Aydıner tarafından önerilmiştir. Bu modelde DM ve DE gibi bileşenler arasında Lotka-Volterra benzeri denklemlere dayalı yeni bir etkileşim düzeni önerdi. Modelde karanlık bileşenlerin etkileşim dinamiklerinin üzerinde durularak bu etkileşimlerin kaotik olduğu gösterildi. Model evrenin kozmik zaman-çizgisinde kaotik bir şekilde evrildiğini önermektedir. Bu yeni kozmolojik modelin, BB modelin tekillikler, kozmik tesadüfler, galaksilerin ortaya çıkışı, evrenin mikro ve makro ölçekte fraktal oluşumu, ve evrenin geleceği ve sonu gibi komplikasyonlarına çözüm öneren yaklaşımlara sahip olduğu vurgulanır. DM ve DE etkileşimlerine dayanarak, madde-baskın dönemden DE-baskın bir döneme geçişin açıklanması yapılır. Bu geçişin kozmik zaman-çizgisinde yaklaşık olarak 9.8-10 Gyear civarında gerçekleştiği gösterilmiştir.

Çalışma, evrenin madde baskın dönemden DE baskın döneme geçişin ikisini de kapsayan bir hibrit ölçek faktörü bulmak amacı ile FLRW metriği yardımıyla karanlık bileşenlerden DE ve DM etkileşimine karşılık gelen iki skaler alanın etkileşimli bir Lagranjiyenini incelemektedir. İlk olarak, evrenin bileşenleri arasındaki non-lineer etkileşimler ilk kez etkileşim parametrelerinin değerlerine bağlı olarak kaotik çözümler verebileceği düşünülen Lotka-Volterra tipi denklemlerle bu yeni modelde verilmiştir. Lotka-Volterra denklemi ve çeşitleri, biyolojik türler arasındaki rekabeti modellemek için önerilen matematiksel modellerdir. Modelde, etkileşim (2.23)'de olduğu gibi alınmış ve etkileşim parametresi de her iki bileşenin enerji yoğunluğunun çarpımı ($Q = \mp\gamma\rho_{DE}\rho_{DM}$) formunda alınmıştır.

$$\dot{\rho}_{DE} + 3H(\rho_{DE} + P_{DE}) = -\gamma\rho_{DE}\rho_{DM}$$

$$\dot{\rho}_{DM} + 3H(\rho_{DM} + P_{DM}) = \gamma\rho_{DE}\rho_{DM} \tag{2.28}$$

$r_1 = -3H(1 + w_{DE})$ ve $r_2 = 3H(1 + w_{DM})$ kabulu ile (2.28) çözümleri yeniden düzenlenmiştir:

$$\dot{x_1} = r_1 x_1 (1 - x_2)$$

$$\dot{x_2} = r_2 x_2 (x_2 - 1) \tag{2.29}$$

burada boyutsuz DM yoğunluğu x_1 ve DE yoğunluğu x_2 alınmıştır. Etkileşim teriminin seçimi ile denklem Lotka Volterra tipi denklemlere dönüşür ve rekabet eden av ve avcı türleri yerine karanlık enerji ve karanlık madde arasındaki etkileşim denklemleri kullanılmıştır. Çalışmanın devamında denklemler karanlık enerji, karanlık madde ve madde etkileşim denklemlerine ve ardından karanlık enerji, karanlık madde, madde ve radyasyon etkileşim denklemlerine genelleştirilmiştir. Bu genelleştirilmiş denklemlerden ilki:

$$\frac{dx_i}{dt} = x_i \sum_{j=1}^{3} \alpha_{ij}(1 - x_j) \tag{2.30}$$

burada $\alpha_{ij} = r_i \eta_{ij}$ ve EoS parametreleri $0 > w_{de} > -1, w_{dm} \geq 0$ ve $w_m \geq 0$. α_{ij} parametreleri ise aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$\alpha_{ij} = \begin{bmatrix} -0.5 & -0.1 & 0.1 \\ 0.5 & 0.5 & 0.1 \\ \mu & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix} \tag{2.31}$$

Karanlık enerji, karanlık madde, madde ve radyasyon için genelleştirilmiş denklem:

$$\frac{dx_i}{dt} = x_i \sum_{j=1}^{4} \alpha_{ij}(1 - x_j) \tag{2.32}$$

burada $\alpha_{ij} = r_i \eta_{ij}$ ve EoS parametreleri $0 > w_{de} > -1, w_{dm} \geq 0, w_m \geq 0$ ve $w_r \geq 0$. α_{ij} parametreleri ise aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$\alpha_{ij} = \begin{pmatrix} -0.5 & -0.1 & 0.1 & 0.1 \\ -0.5 & 0.5 & 0.1 & 0.2 \\ 0.3 & 0.1 & 0.1 & -0.3 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{pmatrix} \tag{2.33}$$

Bu denklemler farklı başlangıç ve veri kümeleri için çözülmüş ve kaotik davranış bulunmuştur. Bu model önemli kozmoloji sorunlarına çözüm getirme potansiyeline sahiptir. Modelde evren, kendini tekrar etmeksizin, zamanda kaotik bir dinamikle salınır. Bu evren modelinde, tekillik, büyük çöküş veya büyük yırtılma yoktur. Evren, bileşenler arasındaki rekabetle evrim geçirir. Bu senaryoda, örneğin; DE yoğunluğu arttığında, evren kritik bir karanlık enerji yoğunluğuna kadar genişlemeye başlar. Ancak, karanlık enerji DM veya maddeye dönüşmeye başladığında, kütle çekimi kuvveti baskın hale gelir ve evren tekrar kütle çekimi nedeniyle daralır. Bu kaotik döngü tekrarlanmadan devam eder. Bu model ile kozmik rastlantı problemi çözüm bulur ve ufuk problemi açıklanabilir. Relativistik fizik teorilerine göre, hiçbir bilgi ışık hızından daha hızlı seyahat edemez. Bu varsayım, nedensellik sorununa yol açar. Kaotik evren modelinde evrenin bağlantısız bölgeleri, bileşenler arasındaki yerel etkileşimler sayesinde benzer yapılara ve madde dağılımlarına sahip olabilir. Güçlü yerel etkileşimler, bağımsız bölgelerde galaksi oluşumunu sağlar. Bu model, evren dinamikleri ve evrimi için yeni bir bakış açısı sunmaktadır. (Aydiner, 2018)

2.6. KAOSUN TANIMI DOĞUŞU VE TEMEL KAVRAMLARI

Kaos teorisinin doğuşu Henri Poincare'ye kadar gider. Poincare gezegenlerin yörüngelerini analiz ederek, bu yörüngelerin ne kadar kararlı olduğunu ortaya koymaya çalışmıştır. Poincare yaptığı analizler sonucunda yörüngelerin tam bir kesinlikle kararlı olmayıp başlangıç koşullarına duyarlı olduğu sonucuna vardı. Bu sonuç üç cisim probemlemi olarak olarak bilinmektedir. Esasında problemi ilk olarak inceleyen Newton olmuştur. Newton Ay, Dünya ve Güneş'in yörüngelerini birlikte ele almıştır. Yani bu gök cisimlerinin yörüngelerini klasik mekanik formalizmi içerisinde çözmeye çalışarak yörüngelerini elde etmeye çalışmıştır. Fakat böyle bir problemin kesin bir çözümü olmayacağını Poincare kanıtlamıştır. Bu kaos teorisinin doğuşuna neden olmuştur.

Kaos, genel itibariyle doğrusal olmayan, deterministik, dinamik sistemler olarak tanımlanabilir. Bu dinamik sistemler başlangıç durumlarındaki değişikliklere duyarlı sistemlerdir.

2.6.1. Kaosun Tarihçesi

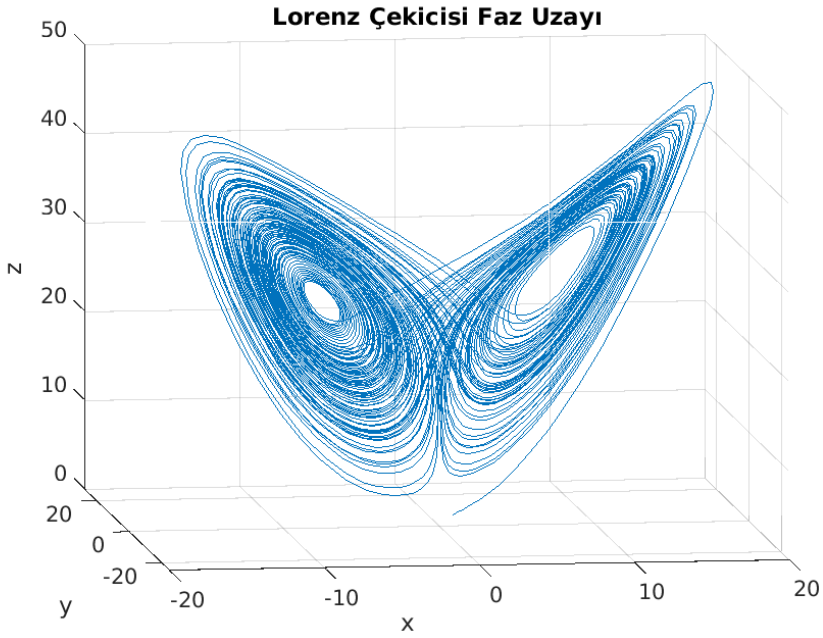
Genellikle karışık bir problemle karşılaşıldığında sebebi de karmaşıktır diye düşünülür. 1960'larda Edward Lorenz de hava durumu için bunu düşünmüştü. Lorenz, bir meteorologdu. Hava durumlarını araştırıyor ve ilkel bilgisayarıyla hava durumlarını modellemeye çalışıyordu. Çalışmaları sırasında, hava durumu desenlerinde var olan karmaşıklıklar arasında belirli bir düzen olabileceğini farketmişti. Daha uzun veri setlerini incelerken bilgisayarına girdiği verilerde ondalık kısmın son rakamlarını kısaltmıştı ve yaklaşık olarak benzer sonuçlar alacağını düşünüyordu. Bu küçük değişiklik, modelin, kısa sürede önceki sonuçlardan tamamen farklı sonuçlar üretmesine neden olmuştur. Genellikle, belirli bir başlangıç noktasından sonraki hava durumu tahminlerinin öncekilerle aynı olması beklenirken, Lorenz'in deneyimleri, ufak girdi değişikliklerinin hava durumu tahminlerinde beklenmedik ve önemli farklılıklar oluşturabileceğini ortaya koymuştur. Lorenz'in bulguları, zamanla "Kelebek Etkisi" olarak tanımlanacaktı. (Gleick, 2014) (Lorenz, 2013)

Basit deterministik sistemlerde bile karmaşıklığın ortaya çıkabildiğini farkeden Lorenz bir süre sonra hava durumunu bir kenara bırakarak gördüğü karmaşıklığı açıklayabilecek daha basit yollar aradı. Ve bu çalışmalar sonucunda üç değişkenli üç denklemden oluşan bir sistem oluşturdu (Lorenz, 1963). Bu denklem sistem:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -\sigma x + \sigma y \\ \frac{dy}{dt} &= -xz + rx - y \\ \frac{dz}{dt} &= xy - bz \end{aligned} \tag{2.34}$$

şeklinde verilir. Burada katsayılar σ Prandtl sayısı, r Rayleigh sayısı, b ise sistemin fiziksel boyutlarına bağlı olan bir orandır.

Bu denklemler doğrusal olmayan denklemlerdir. Sistem, kelebeğe benzer üç boyutlu çift sarmaldır ve hiçbir zaman kendini tekrar etmediğinden karmaşık görünür. Ama ortada bir örüntü de var, karmaşıklığın içinde bir düzen ya da düzenin içinde bir karmaşıklık.



Şekil 2.2: Lorenz çekicisinin üç boyutlu gösterimi. Katsayılar σ = 10, r = 28, b=8/3

Aslında başlangıç koşullarına hassas bağlılık ve öngörülemezlik konusu Lorenz'den önce bir bilim insanının daha ilgisini çekmişti. Henri Poincare 1908 yılında yayınlanan Science and Methods adlı kitabında şunları söyler: "Başlangıç koşullarındaki ufak farklılıklar nihai olguda çok büyük farklılıklara yol açabilir. İlkinde yapılacak ufak bir hata ikincisinde muazzam bir hata doğuracaktır.". Poincare'den sonra ise bu konu bir süre tamamen unutuldu. (Poincare, 1914)

Kafasını kaos ile meşgul eden diğer bilim insanlarından biri de James Yorke idi. Lorenz'in makalesinden yaklaşık on sene sonra makaleyi farketti ve ilgisini çekeceğini düşündüğü bir matematikçiye makaleyi postaladı. Steve Smale, Lorenz'in makalesini okuduğunda imkansız olduğunu düşündüğü kaosu kendisinden on sene önce bir meteoroloğun keşfettiğini gördü. Ve Smale de Lorenz'in makalesini çoğaltıp çevresine yaydı. Bundan birkaç sene sonra ise Yorke, öğrencisi ile beraber "Period Three Implies Chaos" adlı makaleyi yayınladı, Lorenz'le beraber gelişen fenomene kaos terimini vermiş oldu. (Li and Yorke, 1975)

Aynı zamanlarda Avustralyalı kuramsal fizikçi ve biyolojiye de ilgili olan Robert May, birbirleriyle yarış halinde olan türlerin birlikte nasıl yaşadığını anlatan matematiksel açıklamalarla ilgileniyordu. Bir süre lojistik denklem üzerine çalıştı. Lojistik denklemdeki $x_{n+1} = rx(1-x)$, r parametre değerini değiştirerek nüfusun seyrini izliyordu. Parametreyi yükselttikçe nüfus da yükseliyordu, parametre 3 değerine geldiğinde ise nüfus artık tek

bir değere yükselmemiş; iki nokta arasında salınım yapmaya başlamıştı. Parametreyi yükseltmeye devam edince salınım yine ikiye ayrılmış ve nüfus 4 yıllık bir döngüye yerleşmişti. Parametre yükseldikçe salınım sayısı da ikiye katlanıyordu. Periyottaki bu ikiye katlanma dallanma -bifurkasyondu. Bu modeli inceleyebilmek için May'deki bilgisayar yeterli değildi ve New York Üniversitesinde Hoppensteadt ile beraber daha güçlü bir bilgisayarda dallanma diyagramını daha zengin bir şekilde çıkardılar. Gördükleri ise daha yüksek parametre değerlerinde periyotlar yerini kaosa bırakıyordu sonra yeniden periyotlar oluşuyor ve model tekrardan kaosa dönüşüyordu. May ile beraber biyologlar da artık kaosla daha yakından ilgileniyorladı.

Doğanın kaosuna geometrik olan bakan bir bilim insanı vardı: Benoit Mandelbrot. Pamuk fiyatlarını, nehir taşkınlarını incelerken sistemlerdeki örüntüyü farkedip buradaki örüntüleri daha iyi tanımlayabilmek için fraktal kelimesini icat etmişti. Fraktal kendine benzeyen, özbenzeşim demektir. Mandelbrot'un fraktal çalışmalarından bir süre sonra biyologlar vücutta fraktal örüntüler bulmaya başladılar. Kardiyologlar, kalp ritmini anlamak için fraktal üzerine çalıştılar. (Goldberger, 1987) (Goldberger et al., 1985)

Kaosun adı daha çok yirminci yüzyıl ve sonrasında anılır. Bunun sebebi kaos veren denklemlerde değişikliği görebilmek için analitik hesap yapılmasının çok zor olmasıdır. Bilgisayarların gelişimiyle beraber artık kaotik sistemler çok daha rahat incelenebiliyor.

2.6.2. Bazı Anahtar Başlıklar

2.6.2.1. Deterministik, Doğrusal Olmayan Sistemler

Kaos veren dinamik sistemler, matematiksel modellerle ifade edilir. Bu kaosun deterministik olduğunu belirtir. Aynı zamanda bu dinamik sistemlerin uzun süreli davranışı öngörülemezdir; bu da kaotik sistemleri doğrusal olmayan sistemler olarak karşımıza çıkartır. Çoğu doğrusal olmayan sistemin, analitik olarak çözülmesi çok zordur. Bu sistemler, doğrusal olmayan etkileşimlerin karmaşıklığı nedeniyle doğrusal sistemlerden daha zor analiz edilir. Doğrusal sistemler genellikle parçalara ayrılabilir ve bu parçalar ayrı ayrı çözülüp sonunda birleştirilebilir. Bu, karmaşık problemlerin basitleştirilmesine olanak tanır. Ancak, gerçek dünyadaki birçok sistem doğrusal değildir.

2.6.2.2. Başlangıç Koşullarına Hassas Bağlılık

Edward Lorenz "The Essence of Chaos" adlı kitabında kaotik bir sistemi başlangıç koşullarına hassas bağımlı bir sistem olarak tanımlar. Deterministik bir sistemin başlangıç koşulları biliniyorsa, sistemin geleceği de bilinir ve başlangıç durumundaki küçük değişiklikler sistemin davranışını da küçük etkileyecektir. Kaotik bir sistemin başlangıç koşullarındaki ufak bir değişim sistemin geleceğinde öngörülemeyecek değişikliklere sebep olur. (Lorenz, 1995)

2.6.2.3. Faz Uzayı

Fiziksel bir sistemin zaman içindeki evrimini incelemek için, model oluşturmak ve sistemi tanıtan gerekli parametreleri listelemek gerekir. Sistemin bütün olası durumlarının temsil edildiği ve bu durumların benzersiz bir noktaya karşılık geldiği soyut uzaya faz uzayı denir. (Oestreicher, 2007) Gerçek dünya verileriyle çalışırken, genellikle sistemin tüm değişkenlerine doğrudan erişim olmaz. Örneğin, bir mekanik sistemde sadece bazı pozisyonlar ölçülebilir. Ancak, sistemin bütün dinamik yapısını anlamak için daha fazla bilgiye ihtiyaç duyulur.

Bu eksik bilgiyi tamamlamak için, eldeki sınırlı verilerden yola çıkarak sistemin tam faz uzayı yeniden oluşturulabilir. Bu, sistemin gerçek dinamiklerinin daha iyi anlaşılmasını sağlar ve kaos gibi karmaşık davranışları tespit etme olanağı verir.

2.6.2.4. Faz Uzayının Yeniden Yapılandırılması

Dinamik sistemlerin faz uzayını yeniden yapılandırırken Takens Teoremine bir bakmak gerekebilir. Takens Teoremi, dinamik bir sistemin tek bir zaman serisi gözleminden faz uzayında yeniden oluşturulabileceğini belirtir (dinamik özelliklerinin kaybolmaması şartıyla). Takens teoremi, Floris Takens'in 1981 gecikme gömme (delay embedding) teoremidir. Takens teoremi genellikle gürültü kirliliği olan deneysel verilerden garip çekicileri yeniden oluşturmak için kullanılır. Bu nedenle, gecikme süresinin seçimi önemli hale gelir. Gürültüsüz veriler için herhangi bir gecikme seçimi geçerliyken, gürültülü verilerde kötü seçilen gecikmeler için çekici, gürültü tarafından yok edilebilir. Ölçümlerdeki gürültü veya eksik veri nedeniyle, doğrudan gözlemlenen faz uzayı eksik veya hatalı olabilir. Faz uzayını yeniden yapılandırmak, bu tür hataları ve eksiklikleri düzeltmeye yardımcı

olabilir. Örneğin, zaman serisi verilerinde kayıp noktalar veya ölçüm hataları varsa, yeniden yapılandırılmış faz uzayı bu hataları en aza indirebilir.

2.6.2.5. Garip Çekici

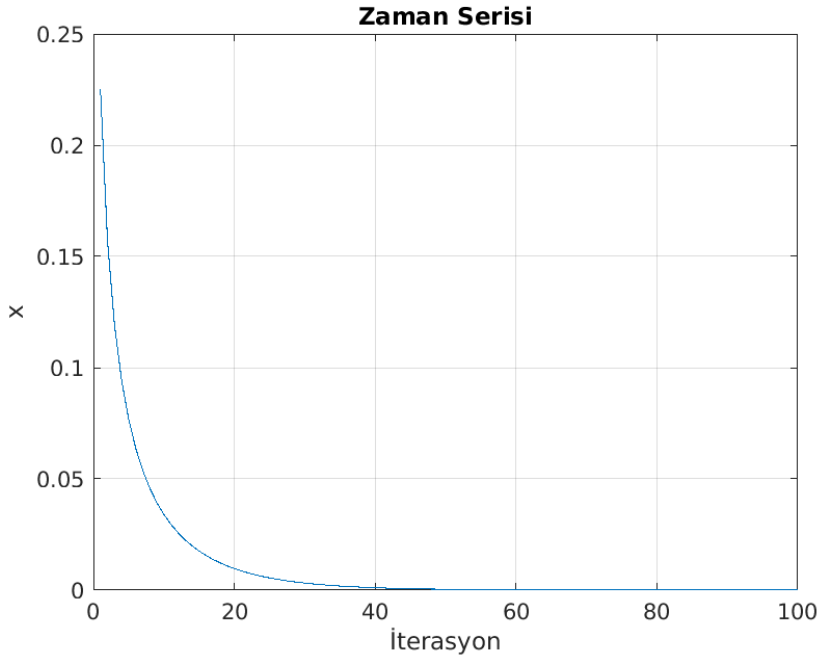
Lorenz, 1963 yılındaki çalışmasındaki denklemlerin çözümlerinin düzensiz salınımları vardı. Hiçbir zaman tam olarak tekrarlanmıyor ama faz uzayının sınırını da geçmiyorlardı. Üç boyutlu çizdiği yörüngelerde farklı bir çekici (attractor) bulmuştu. Bu çekiciye, daha sonra David Ruelle "garip çekici" adını verdi. Garip çekicinin olduğu bir sistemde, faz uzayında oluşan yörüngeler hiçbir zaman birbirini kesmez ama merkezi bir noktanın çevresinde döngüler oluştururlar. Bu döngüler başka bir çekici olan limit döngülerinden farklı olarak kesirli bir boyuta sahip fraktaldır. Garip çekiciler aynı zamanda başlangıç koşullarına hassas bağımlılık sergileyen çekici olarak da tanımlanır ve kaotik sistemlerin faz uzayındaki davranışını temsil eder. (Oestreicher, 2007) (Ruelle and Takens, 1971)

2.6.3. Lojistik Harita

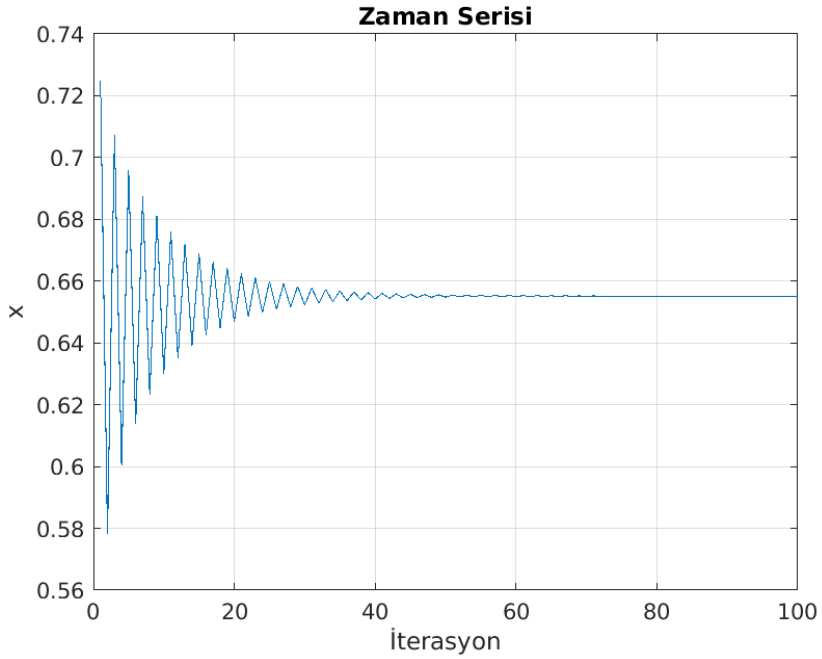
Lojistik harita kaos dinamiklerine sahip basit bir modeldir ve bu aşamada incelemek için idealdir. Lojistik harita (logistic map), 19. yüzyılda Fransız matematikçi Verhulst tarafından nüfus dinamiklerini modellemek için kullanılmıştı. 20. yüzyılda bilgisayarların gelişmesiyle bu denklemin kaotik davranış gösterebileceği ve daha karmaşık dinamikleri modelleyebileceği anlaşıldı. Logistic map:

$$x_{n+1} = rx(1-x) \tag{2.35}$$

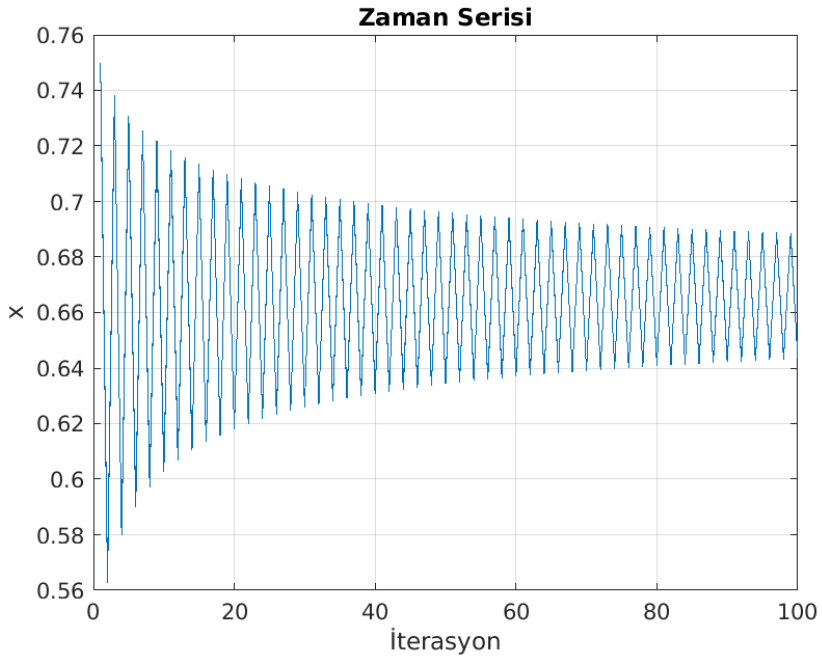
şeklinde verilir. x, nüfusun şu anki popülasyon yoğunluğunu, x_{n+1} bir sonraki popülasyon yoğunluğunu verir. r değeri popülasyonun büyüme hızını veren parametredir. Popülasyonun büyüme hızı, taşıma kapasitesine yaklaştıkça azalır. Taşıma kapasitesi, bir sistemin maksimum popülasyon büyüklüğünü ifade eder. x değeri de taşıma kapasitesine göre normalize edilmiş olup değeri 0 ile 1 arasındadır. r değeri genellikle 0 ile 4 arasında bir aralıkta değişir. Bu aralık, logistic map'in farklı dinamiklerini ve kaotik geçişlerini incelemek için seçilmiştir. r'nin farklı değerleri için zaman serisi grafikleri **Şekil 2.3:** - **Şekil 2.6:** arasında verilmiştir.



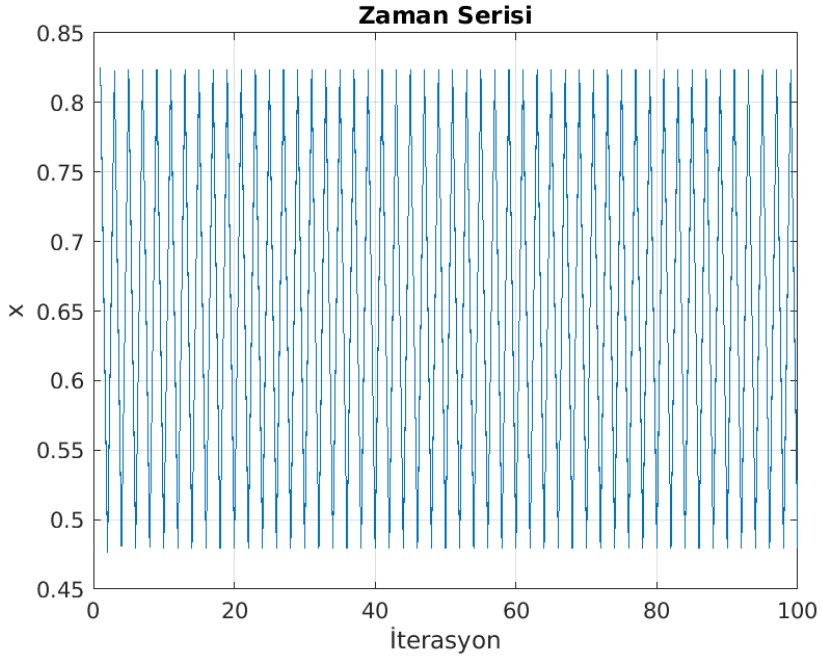
Şekil 2.3: x=0.5, r=0.9. $r < 1$ iken, popülasyon zamanla sıfıra düşer.



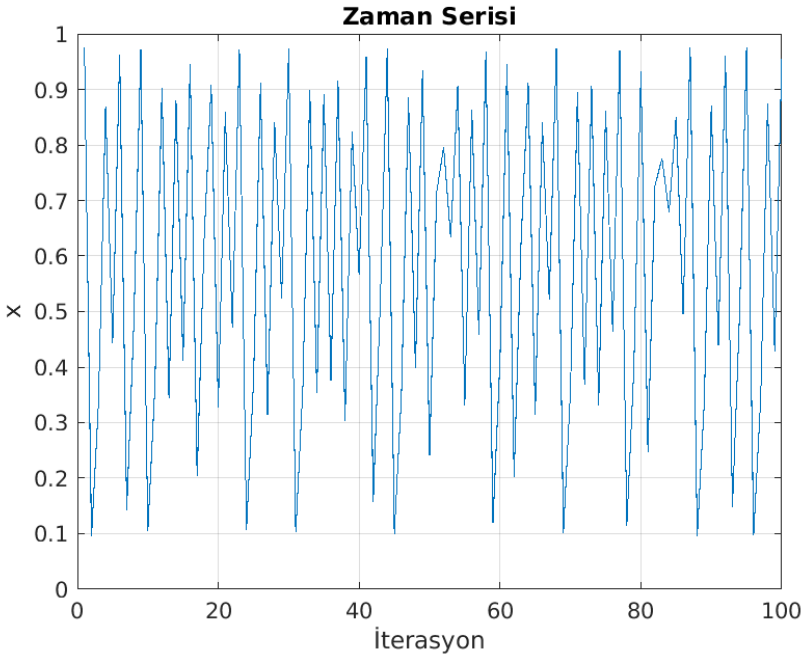
Şekil 2.4: x=0.5, r=2.9. $1 < r < 3$; r değeri 1'den büyük olduğunda, sabit nokta $x = 1 - \frac{1}{r}$ ile hesaplanır. Popülasyon, bu değere yakınsar ve bu değer kararlı bir sabit nokta haline gelir.



Şekil 2.5: x=0.5, r=3.0. 3<r<3.5; r değeri 3'ü geçtiğinde, popülasyon büyüklüğü periyotlara ayrılmaya başlar.



Şekil 2.6: x=0.5, r=3.3. 3<r<3.5; Başlangıçta basit periyotlar görülürken, r arttıkça bu döngülerin periyodu ikiye katlanarak artar



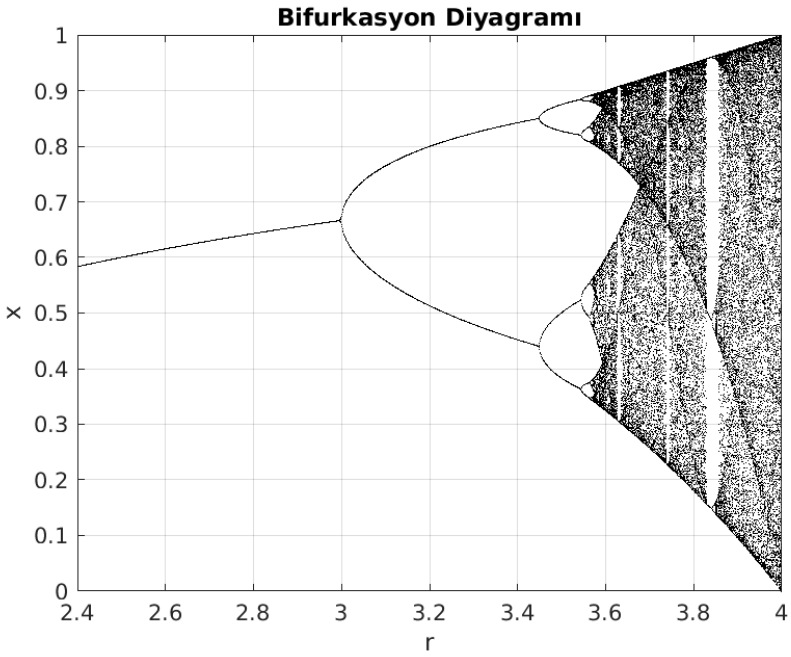
Şekil 2.7: x=0.5, r=3.9. 3.5<r<4; Sistem bu aralıkta kaotik davranışlar sergilemeye başlar. Popülasyon büyüklüğü tahmin edilemez ve düzensiz bir şekilde değişir. Bu kaotik bölge, küçük başlangıç koşullarındaki değişikliklerin büyük sonuçlar doğurduğu hassas bağımlılığı gösterir.

2.6.3.1. Bifurkasyon

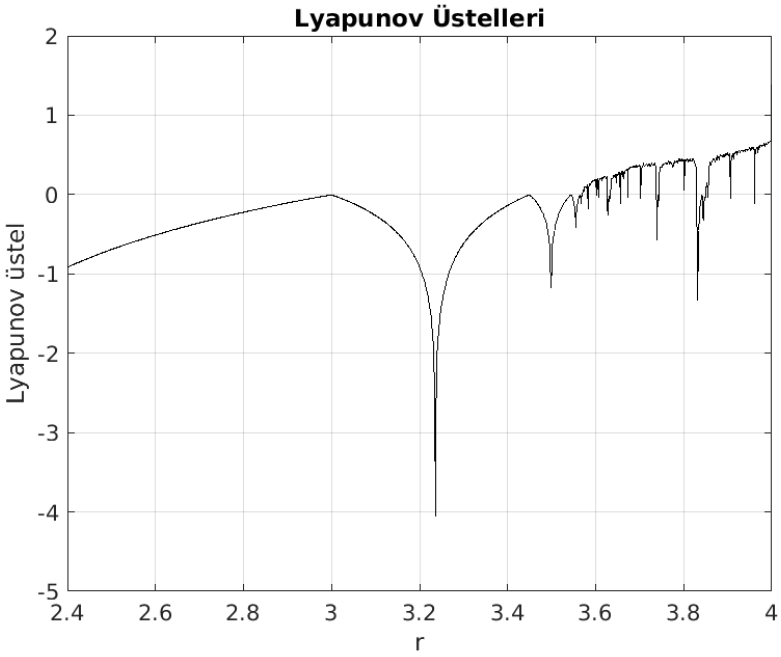
Sistem parametrelerinin belirli bir değerinde, sistemin uzun vadeli davranışında bir dallanma (çatallanma) meydana gelir. Bifurkasyonlar, sabit noktaların kararlılığının değiştiği, yeni çekicilerin (attractors) oluştuğu veya var olan çekicilerin yok olduğu yerlerde ortaya çıkar. Ardışık periyot çatallanmalarının arasındaki mesafenin, bir sonraki ardışık çatallanma ile arasındaki mesafeye oranı sabittir. Bu sabite Feigenbaum sabiti denir ve değeri yaklaşık 4.669'dur. Bütün bifurkasyonlar için geçerli olan evrensel bir sabittir.

2.6.3.2. Lyapunov

Lyapunov üsleri, dinamik bir sistemdeki yörüngelerin zamanla üssel olarak nasıl ayrıldığını veya birbirine yaklaştığını gösteren bir kavramdır. Bir dinamik sistemin başlangıç koşullarına yakın noktalardan başlayan iki yörüngenin zaman içinde nasıl evrildiğini inceleyerek Lyapunov üsleri hesaplanır. Eğer yörüngeler birbirinden uzaklaşıyorsa, yani lyapunov üssü pozitif ise bu durum sistemde kaotik bir davranışın varlığına işaret edebilir.



Şekil 2.8: İlk çatallanma r değerinin 3'ten büyük olduğu durumda ortaya çıkar



Şekil 2.9: Lyapunov üssünün pozitif değeri yani kaotik dinamik bifurkasyon diyagramında da gösterildiği gibi 3.5 < r değerinde ortaya çıkar.

3. MALZEME VE YÖNTEM

Aydıner, "Chaotic interaction between dark matter and dark energy" adlı çalışmasında DM ve DE'yi termodinamik sistemler olarak ele aldı. $\delta Q \neq 0$, $\delta N \neq 0$, $\delta V = 0$ koşulları altında etkileşimi inceledi ve bunların arasındaki etkileşimlerin kaotik olduğunu gösteren yeni bir etkileşim sistemi önerdi. Bu makaledeki Teorem 1'e göre: Dengede olmayan iki eşleşmiş sistem arasındaki etkileşimler, istatistiksel termodinamiğin enerji korunumu yasasından elde edilebilir ve şu şekilde verilir:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= \Gamma_1 x_2 - x_1 \\ \frac{dx_2}{dt} &= \Gamma_2 x_1 - x_2 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Burada x_1 ve x_2 enerji akışlarını, $\Gamma_{1,2}$ enerji transfer hızı anlamına gelen non-holonomik değişkenleri ifade eder. Etkileşim şemasını tam olarak tanımlayabilmek için non-holonomik vektörel değişkenler $\Gamma_{1,2}$ ve öz etkileşim döngülerinin rolü verilir. Teorem 2'ye göre: Holonomik olmayan zamana bağlı enerji transfer hızı parametreleri $\Gamma_{1,2}$, gizli vektör alanlarından elde edilebilir ve x_1 ve x_2 akımları cinsinden şu şekilde verilir:

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma_1}{dt} &= 1 - x_1 x_2 \\ \frac{d\Gamma_2}{dt} &= 1 - x_1 x_2 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Bu teoremlerden elde edilen bağlaşık denklem sistemi

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= x_2x_3 - x_1\\ \frac{dx_2}{dt} &= (x_3 - q)x_1 - x_2\\ \frac{dx_3}{dt} &= 1 - x_1x_2\end{aligned} \tag{3.3}$$

şeklindedir. Burada q kontrol parametresidir ve $q = \Gamma_1 - \Gamma_2$ olarak tanımlanır.

Aydıner, bu sonuçları termodinamik sistemlere genelleyerek yeni bir fizik yasası önermiştir: Bu yasa önerisi *Tüm eşleşmiş etkileşimli termodinamik sistemlerin dinamikleri kaotiktir* şeklindedir.(Aydiner, 2023)

Öte yandan, önerilen yasa tüm etkileşimli termodinamik sistemler için geçerli olmalıdır. "Chaotic Interaction between Thermodynamic Systems" adlı makalesinde farklı koşullar altında etkileşen iki termodinamik sistemi ele alır ve bu sistemlerin de kaotik etkileşim dinamiklerine sahip olduğunu gösterir. (Aydiner, 2024) $\delta Q \neq 0$, $\delta N = 0$, $\delta V = 0$ durumu için karşılıklı etkileşim denklemi şu şekildedir:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= \Gamma_1 x_2\\ \frac{dx_2}{dt} &= \Gamma_2 x_1\end{aligned} \tag{3.4}$$

(3.2)'da verilen iki eşleşmiş termodinamik sistemin öz etkileşim (self-interacions) denklemleri ve (3.4) denklemi kullanılarak eşleşmiş ve karşılıklı etkileşen iki termodinamik sistem için şu etkileşim denklemi elde edilir:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= x_2x_3\\ \frac{dx_2}{dt} &= (x_3 - q)x_1\\ \frac{dx_3}{dt} &= 1 - x_1x_2\end{aligned} \tag{3.5}$$

Burada q, kontrol parametresidir ($q = \Gamma_2 - \Gamma_1$). Buradaki denklemler yalnızca ısı transferi ile etkileşimli sistemlerin dinamiklerini tanımlayan doğrusal olmayan denklemlerdir.

İkinci durum ise $\delta Q \neq 0$, $\delta N \neq 0$, $\delta V \neq 0$. Bu durumda, hacim değişimleri de ele alınır. Etkileşimin bir sonucu olarak, sistemlerin hacimleri değişebilir ve bu, sistem üzerinde iş yapılmasını engeller. Bu durumda, denklemler aşağıdaki biçimde yazılabilir:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 x_3 - x_1 - \int_0^{\tau} x_1(t)\,dt \\ \frac{dx_2}{dt} &= (x_3 - q)x_1 - x_2 - \int_0^{\tau} x_2(t)\,dt \\ \frac{dx_3}{dt} &= 1 - x_1 x_2 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Denklemlerdeki integral terimleri, sistemin enerji depolama kapasitesini temsil eder ve sayısal çözüme sabit katkılardır. Çözümü basitleştirmek için $\delta_1 = \int_0^{\tau} x_1(t)\,dt$ ve $\delta_2 = \int_0^{\tau} x_2(t)\,dt$ olarak alınır ve $\delta_{1,2}$, sistemin enerji depolama kapasitesini ölçen kontrol parametreleri olarak değerlendirilir. (Aydiner, 2024)

Bu tezde, (3.5) denklemleri ele alınıp $\delta Q \neq 0$, $\delta N = 0$, $\delta V = 0$ durumu için modifiye edilecektir. Yeni sistemin kaotik dinamikleri araştırılacaktır. Denklemler sabit bir q değerinde numerik olarak çözülecek, sabit noktalarının kararlılıklarına bakılacaktır. Zaman serileri çizilecek ve faz uzayları elde edilecektir. Lyapunov hesapları yapılıp, sistemin kaotik doğası incelenecektir.

4. BULGULAR

4.1. MODİFİYE ETKİLEŞİM DENKLEMİ

Bu çalışmada (3.5) denklemini modifiye edeceğiz. Bu yeni modifiye denklem sistemi

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= (\sin^2 x_3)x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= (\sin^2 x_3 - q)x_1 \\ \frac{dx_3}{dt} &= x_1 x_2\end{aligned} \tag{4.1}$$

şeklindedir. Buradaki motivasyonumuz x_3 akışkanının trigonometrik formda seçilmesidir. Bu seçim x_3 'ün periyodik değiştiği anlamına gelir.

4.2. DENKLEMİN KÖKLERİ VE KARARLILIK ANALİZİ

Kararlılık analizinin yapılabilmesi için ilk önce sistemin sabit noktalarını belirlememiz gerekir. Sistem başlangıçta sabit noktası etrafında tedirgenmelere uğrayıp sonradan orijinal konumuna geri dönüyor ve orada kalabiliyorsa bu sabit noktanın kararlı olduğu söylenir. Aksi durumda sabit nokta kararsızdır. Bir sistemin sabit noktalarının kararlılığını anlamak için, sabit noktanın çevresindeki davranışları incelenir. Bunu yaparken, sabit noktada Jacobian matrisi hesaplanır. Jacobian matrisi, çok değişkenli bir fonksiyonun türevlerini içeren ve bu fonksiyonun değişim oranlarını ve yönlerini incelememize olanak tanıyan bir matristir. Jacobian matrisi

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} \tag{4.2}$$

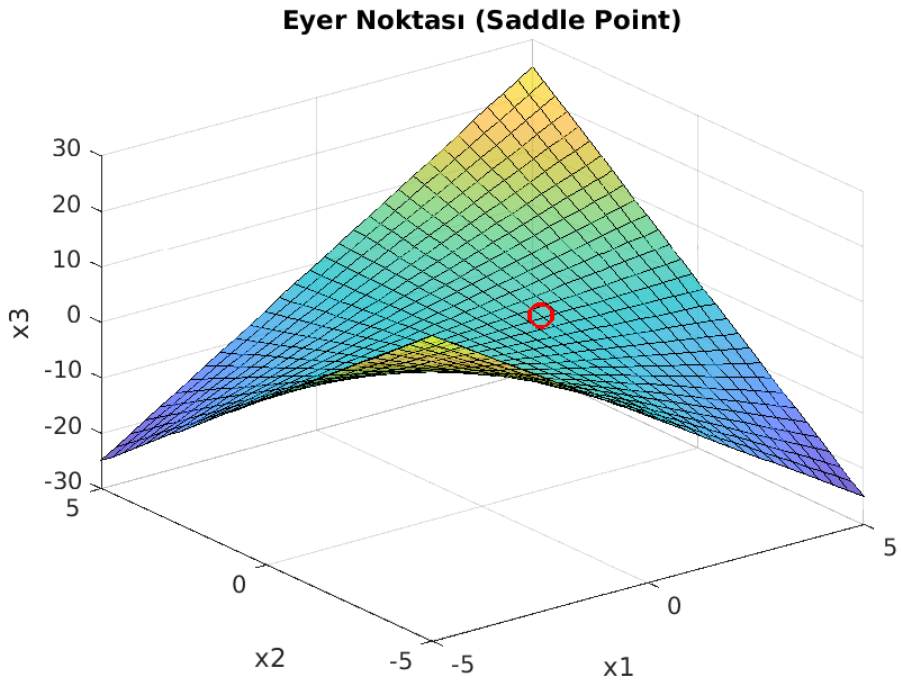
şeklinde ifade edilir. 4.1 denkleminin $q = 1.0$ değeri için sabit noktası (1.3385, 0, 1.5671)'dir. Bu sabit noktada Jacobian matrisini hesaplayarak, bu matrisin özdeğerlerini buluruz. Özdeğerler sabit noktanın kararlılığını belirlemize yardımcı olur. Bu noktanın Jacobian

matrisi

$$J = \begin{bmatrix} 0 & \sin^2 x_3 & 2\cos x_3 \sin x_3 x_2 \\ \sin^2 x_3 - q & 0 & 2\cos x_3 \sin x_3 x_1 \\ x_2 & x_1 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

$$J = \begin{bmatrix} 0 & -0.7770 & -1.0516 \\ -0.4806 & 0 & 1 \\ -0.5533 & 1.5918 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

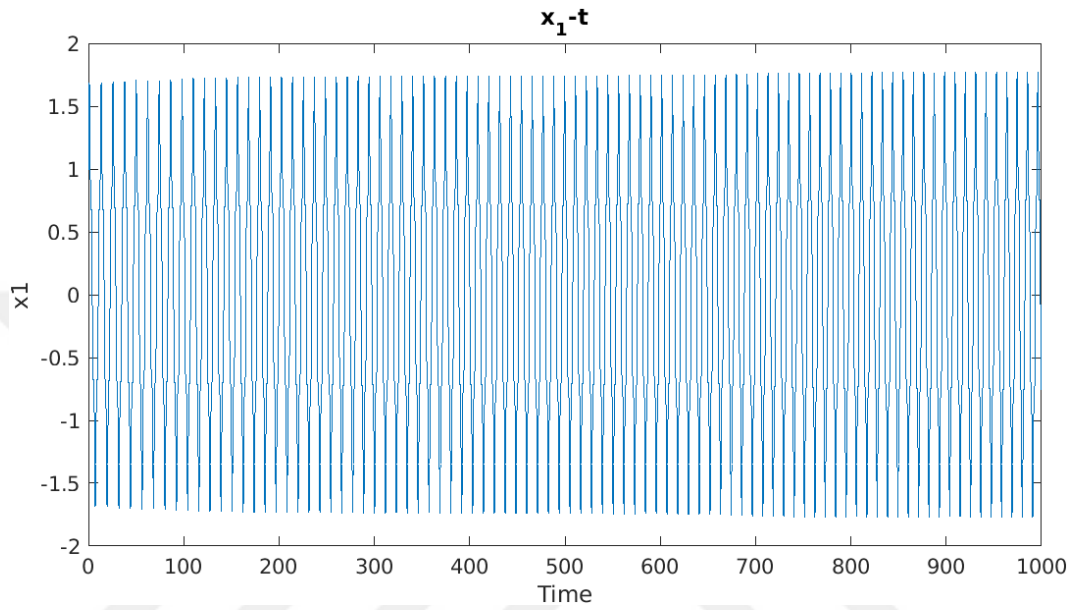
şeklinde yazılır. Numerik hesaplar sonucu çözülen matrisin öz değerleri: $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = -0.1150$, $\lambda_3 = 0.1150$ olarak bulunmuştur. Sistemin özdeğer kümesi hem pozitif hem de negatif özdeğerlere sahiptir. Bu sonuç sabit noktanın bir eyer noktası (saddle point) olduğu anlamına gelir. Eyer noktası, bazı yörüngeler için çekici, diğerleri için itici olarak davranan kararsız bir noktadır. Sistemimiz için eyer noktasının bir görüntüsü **Şekil 4.1:**'de verilmiştir



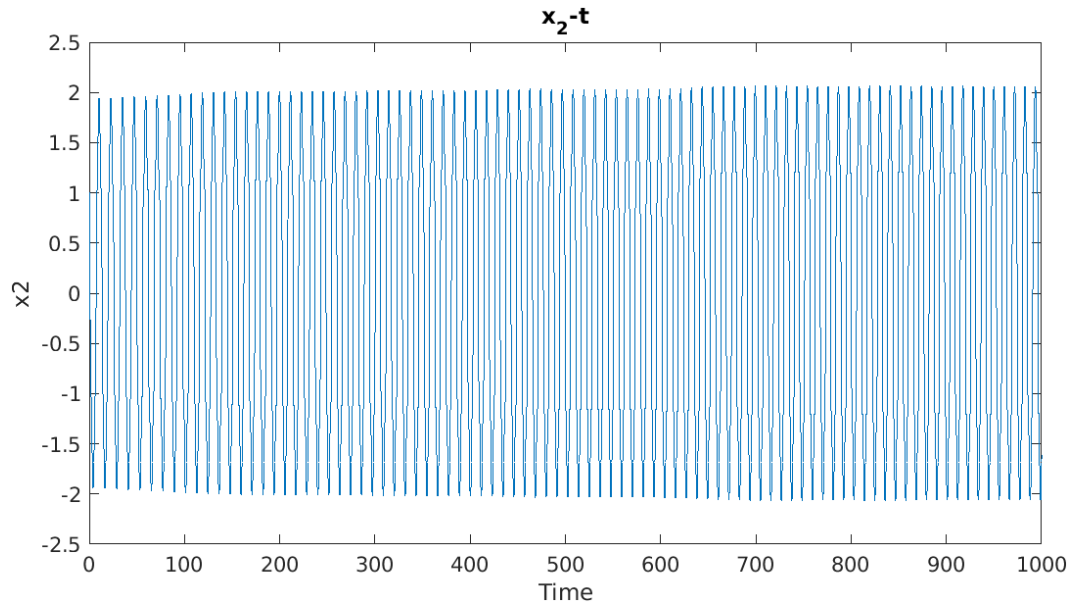
Şekil 4.1: Denklem 4.1'in numerik çözülmesi ile bulunan sabit noktanın görselleştirilmesi. ($q = 1.0$)

4.3. SİSTEMİN ZAMAN SERİLERİ VE FAZ UZAYI GRAFİKLERİ

4.1 denkleminde x_1, x_2 ve x_3 akışkanlarının zamana göre aldıkları değerler **Şekil 4.2:**, **Şekil 4.3:** ve **Şekil 4.4:**'te verilmiştir. Sistem numerik olarak çözüldüğünde elde edilen faz uzayları ise **Şekil 4.5:**, **Şekil 4.6:**, **Şekil 4.7:** ve **Şekil 4.8:** gibidir

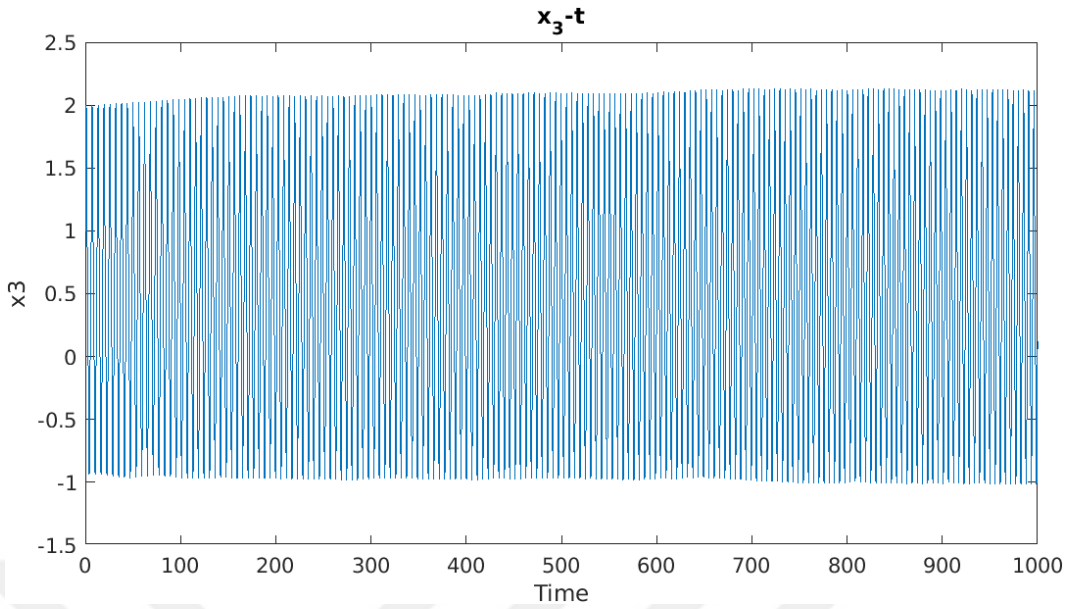


Şekil 4.2: Denklem 4.1'in numerik çözülmesi ile elde edilen x_1 zaman serisi.($q = 1.0$)



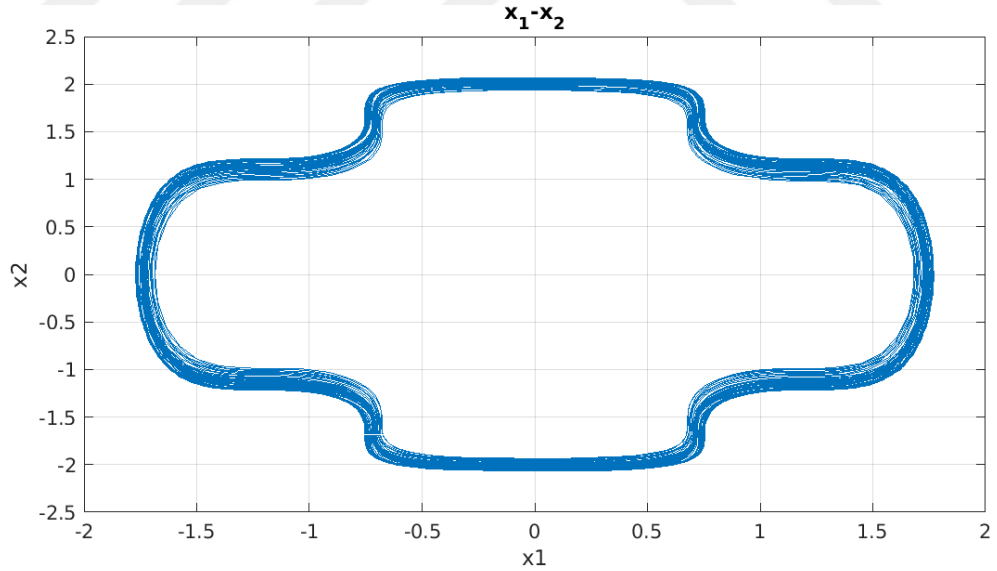
Şekil 4.3: Denklem 4.1'in numerik çözülmesi ile elde edilen x_2 zaman serisi.($q = 1.0$).

Faz uzayı grafikleri, verilen sistemin **Şekil 4.5:**'te $x_1 - x_2$ düzleminde, **Şekil 4.6:**'te $x_1 - x_3$ düzleminde ve **Şekil 4.7:**'da $x_2 - x_3$ düzleminde yörüngelerinin birbirlerini kesmediği, periyodik olmadığı görülmektedir. **Şekil 4.8:**'de $x_1 - x_2 - x_3$ düzleminde açıkça görülüyor ki

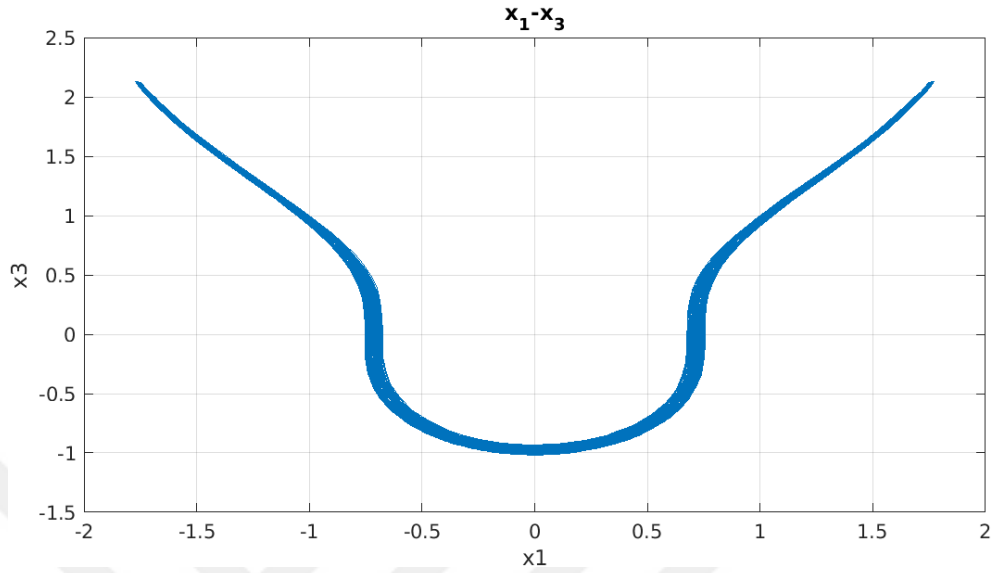


Şekil 4.4: Denklem 4.1'in numerik çözülmesi ile elde edilen x_3 zaman serisi.($q = 1.0$)

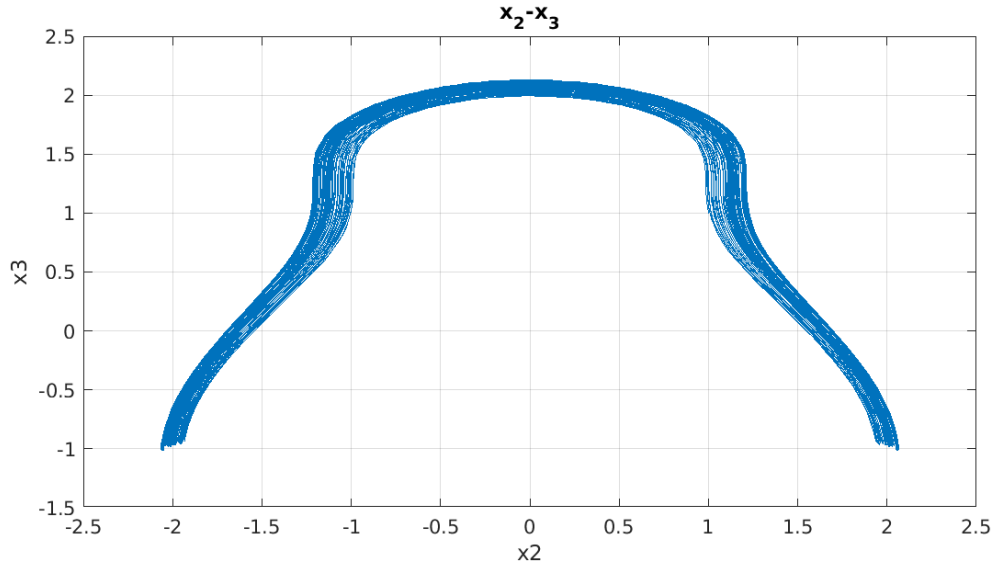
sistem birbirini tekrar etmeyen ve x_2 yönünde ilerleyen yörüngelere sahiptir. Grafikler, kaotik bir sistemin tipik özelliklerini taşımaktadır. Yörüngeler düzensizdir ve belirli bir desen takip etmezler.



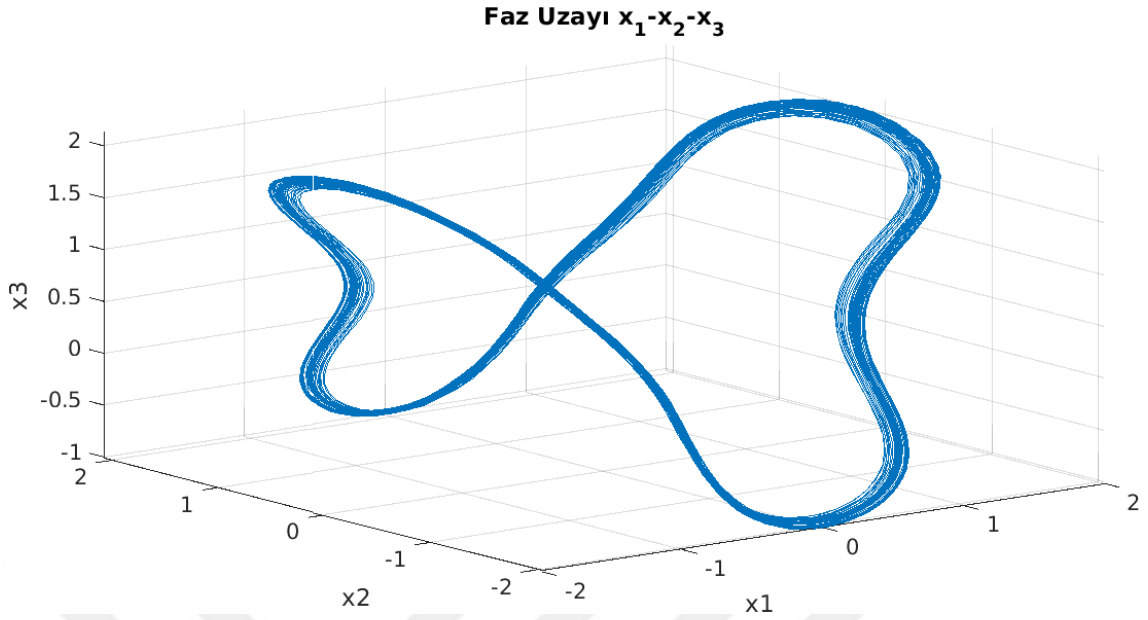
Şekil 4.5: Denklem 4.1'in numerik çözülmesi ile elde edilen x_1 ve x_2 zaman serilerinin faz uzayı görüntüsü.($q = 1.0$).



Şekil 4.6: Denklem 4.1'in numerik çözülmesi ile elde edilen x_1 ve x_3 zaman serilerinin faz uzayı görüntüsü.($q = 1.0$).



Şekil 4.7: Denklem 4.1'in numerik çözülmesi ile elde edilen x_2 ve x_3 zaman serilerinin faz uzayı görüntüsü.($q = 1.0$).



Şekil 4.8: Denklem 4.1'in numerik çözülmesi ile elde edilen x_1, x_2 ve x_3 zaman serilerinin faz uzayı görüntüsü.($q = 1.0$).

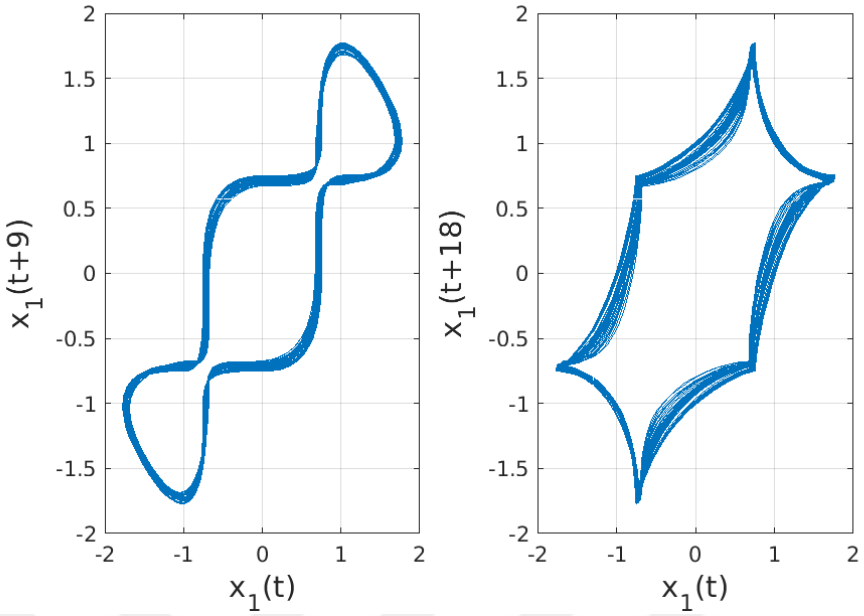
4.4. FAZ UZAYININ YENİDEN İNŞASI

Takens Teoremi, x(t) olarak bilinen m boyutlu bir dinamik sistemin durum vektörünün, yeterince büyük bir m boyutlu uzayda yeniden yapılandırılabileceğini belirtir. Bu, gecikmeli koordinatlar yöntemi ile gerçekleştirilir:

$$y(t) = [x(t), x(t+\tau), x(t+2\tau), ..., x(t+(m-1)\tau)]$$

Burada m, gömme boyutudur. Gömme boyutu, faz uzayını yeniden inşa etmek için gereken minimum boyut sayısıdır. τ ise gecikme zamanıdır. Gecikme zamanı, faz uzayını yeniden yapılandırmak için kullanılan zaman adımıdır. Uygun bir gecikme zamanı, yeniden yapılandırılan faz uzayında bağımsız ve anlamlı veri noktaları elde edilmesini sağlar. Gömme boyutu ve gecikme zamanının doğru seçilmesi sistemin dinamiklerinin doğru bir şekilde temsil edilmesi için önemlidir. Burada x_1, x_2 ve x_3 için ayrı ayrı gecikme zamanı ve gömme boyutu hesaplanmış ve elde edilen verilerle faz uzayı yeniden inşa edilmiştir.

Denklem 4.1'de $q = 1.0$ alınarak yapılan numerik çözümde x_1 zaman serisi için gecikme zamanı $\tau = 9$ ve gömme boyutu $m = 3$ hesaplanmıştır. (bu kısmın grafikleri **Şekil 4.9:** ile verildi.) Denklem 4.1'de $q = 1.0$ alınarak yapılan numerik çözümde x_2 zaman serisi için gecikme zamanı $\tau = 10$ ve gömme boyutu $m = 3$ hesaplanmıştır. (bu kısmın grafikleri **Şekil 4.10:** ile verildi.) Denklem 4.1'de $q = 1.0$ alınarak yapılan numerik çözümde x_3



Şekil 4.9: Denklem 4.1'in numerik çözülmesi ile elde edilen x_1 zaman serisinin faz uzayında yeniden yapılandırılması. ($\tau = 10$) ve ($m = 3$).

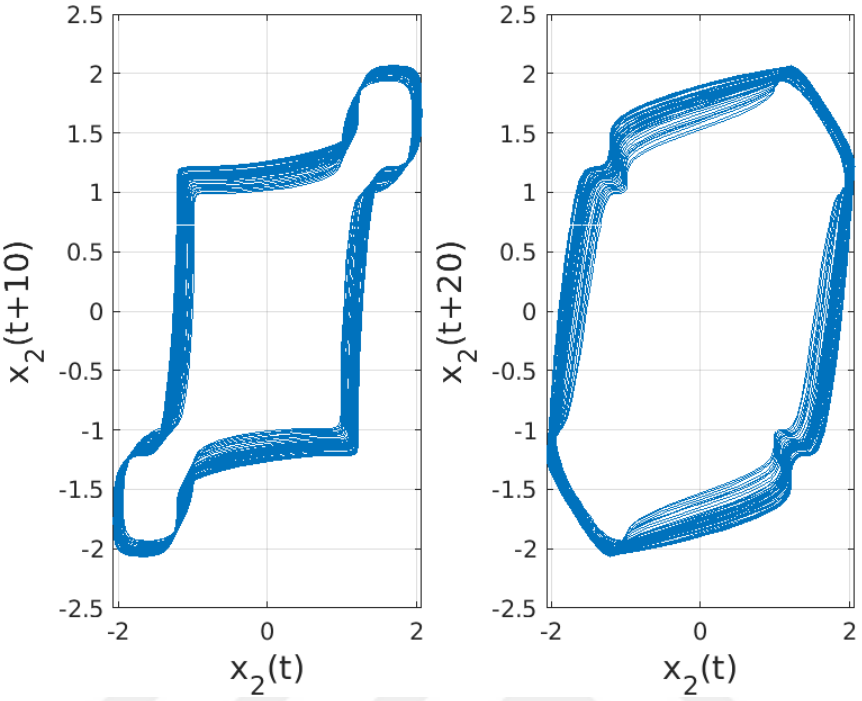
zaman serisi için gecikme zamanı $\tau = 2$ ve gömme boyutu $m = 3$ hesaplanmıştır.(bu kısmın grafikleri **Şekil 4.11:** ile verildi.)

4.5. LYAPUNOV ÜSTELLERİ

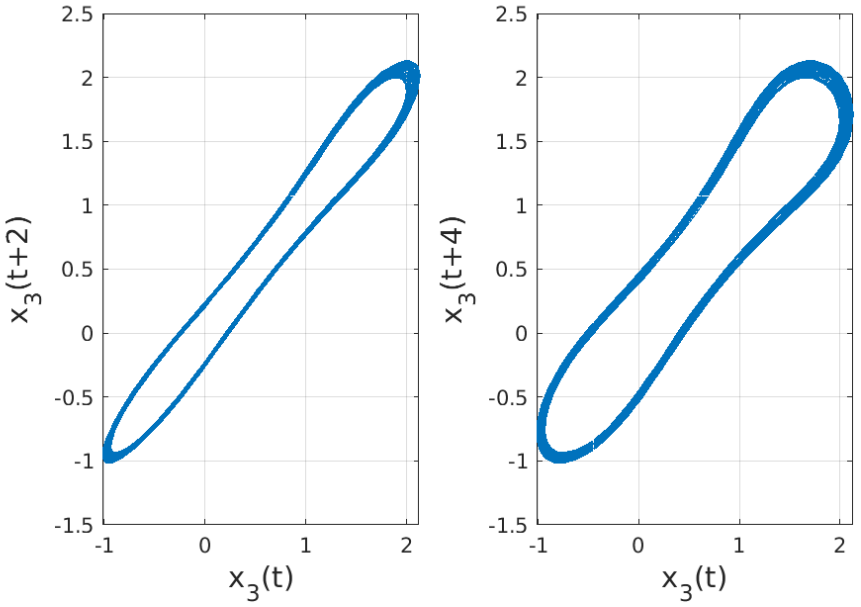
3 boyutlu bir sistem için (bizim sistemimizde x_1, x_2, x_3) 3 tane lyapunov üsteli elde ederiz. Lyapunov üstellerinin logaritma grafiklerinin eğimi maksimum lyapunov üstelini verir. Numerik hesaplamalar sonucu x_1 için maksimum lyapunov üsteli 0.170401, x_2 için maksimum lyapunov üsteli 0.135739, x_3 için maksimum lyapunov üsteli 0.232248 olarak bulunur. Sistemin pozitif değerli bir Lyapunov üsteline sahip olması, sistemin bu değerlerde kaotik dinamiklere sahip olduğunu gösterir. x_1, x_2, x_3 zaman serileri için hesaplanan en büyük lyapunov üstel grafikleri sırasıyla **Şekil 4.12:**, **Şekil 4.13:**, **Şekil 4.14:** grafiklerinde verilmiştir. Lyapunov üsteli için formül şu şekildedir:

$$\lambda = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \ln\left(\frac{dx_{n+1}}{dx_n}\right)$$

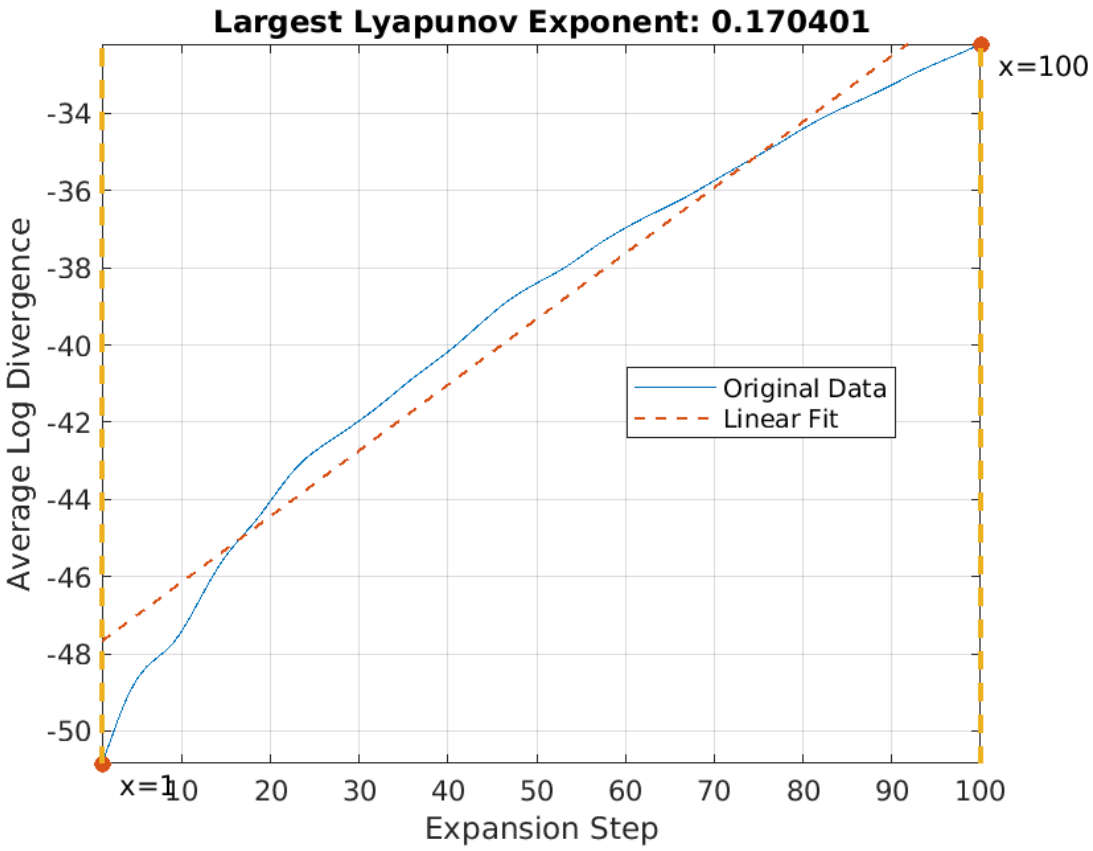
Şekil 4.15: grafiğinde farklı q değerlerine karşılık gelen lyapunov üsleri gösterilmiştir. λ_1 ve λ_2'nin pozitif değerlere sahip olduğu görülmektedir.



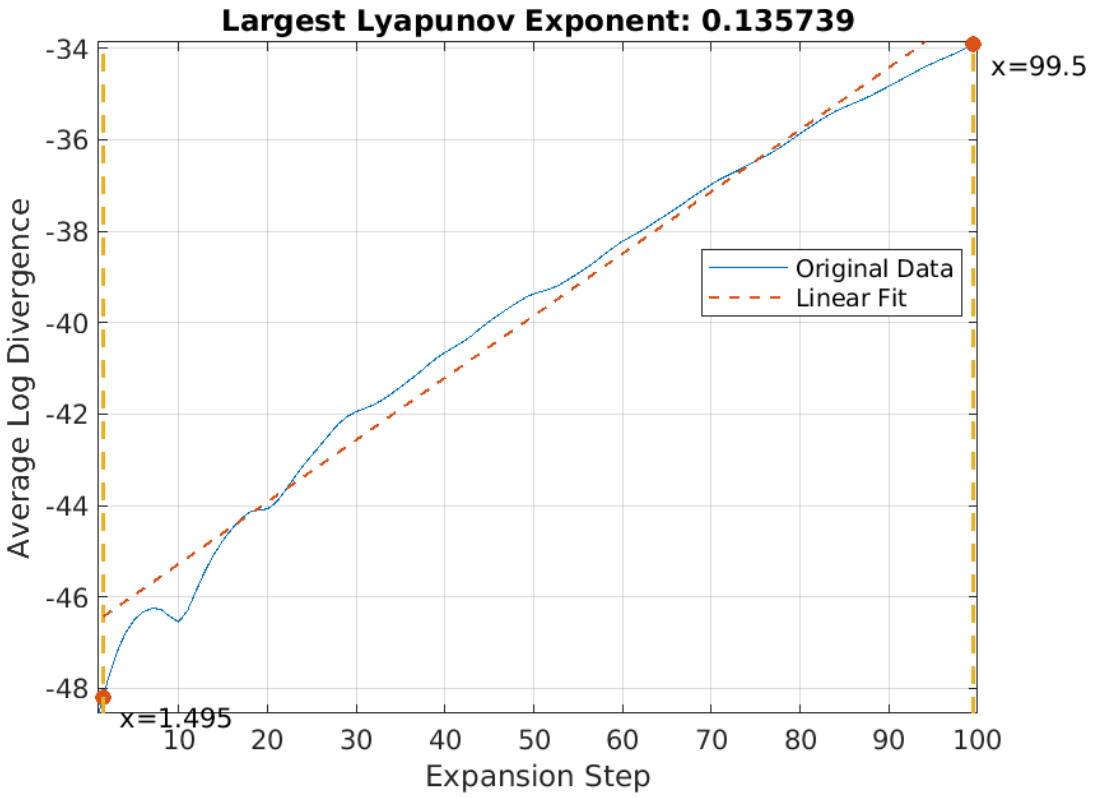
Şekil 4.10: Denklem 4.1'in numerik çözülmesi ile elde edilen x_2 zaman serisinin faz uzayında yeniden yapılandırılması. ($\tau = 8$) ve ($m = 3$).



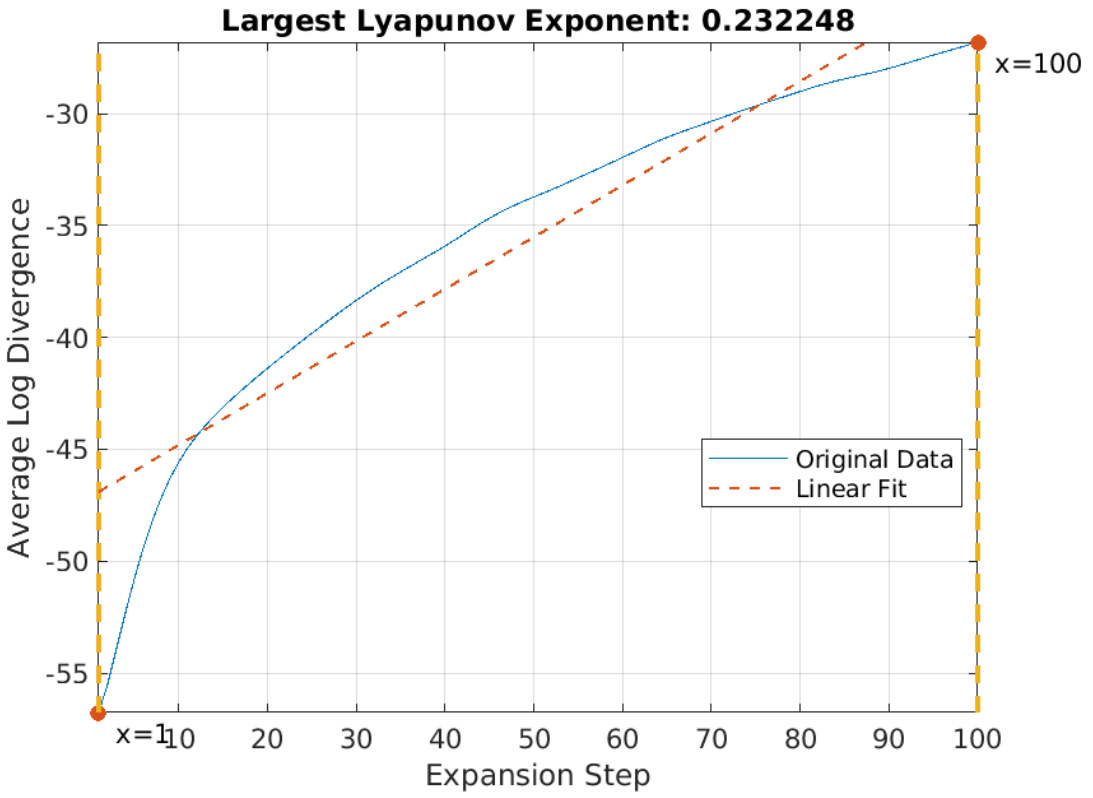
Şekil 4.11: Denklem 4.1'in numerik çözülmesi ile elde edilen x_3 zaman serisinin faz uzayında yeniden yapılandırılması. ($\tau = 2$) ve ($m = 3$).



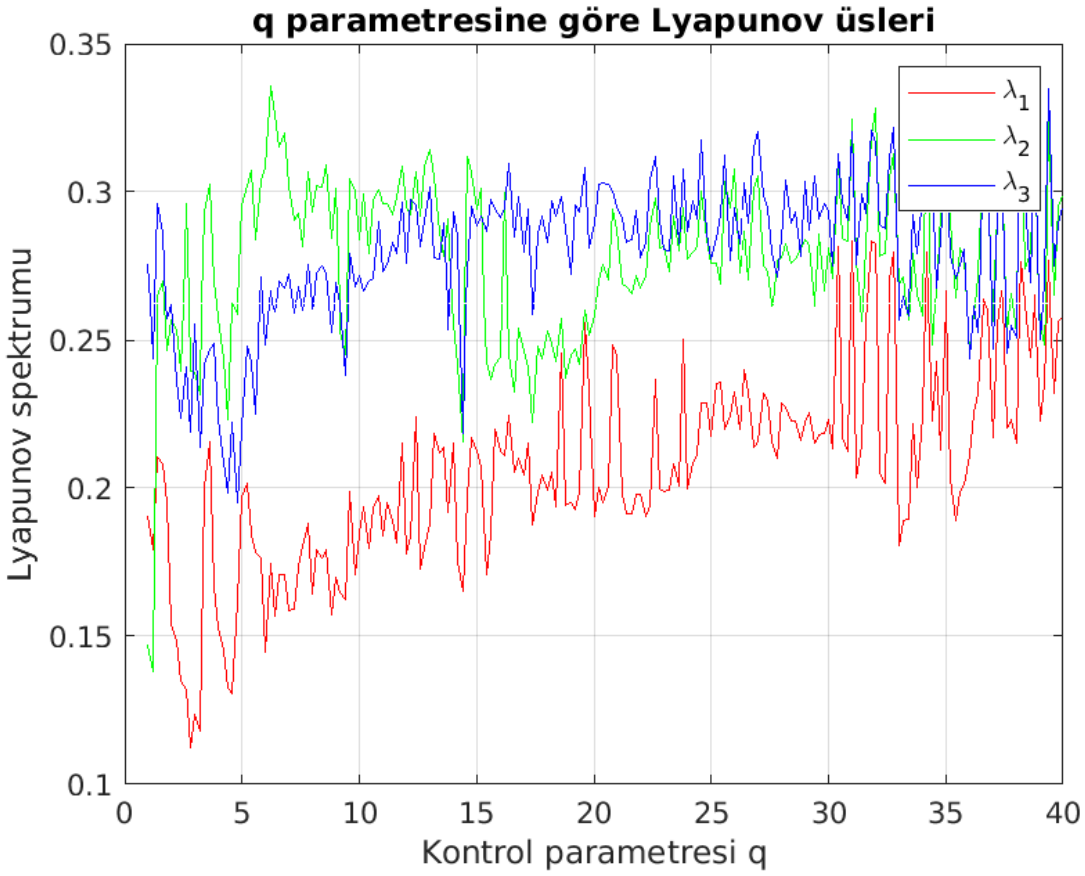
Şekil 4.12: x_1 Zaman serisine ait en büyük Lyapunov üstel grafiği.



Şekil 4.13: x_2 Zaman serisine ait en büyük Lyapunov üstel grafiği.



Şekil 4.14: x_3 Zaman serisine ait en büyük Lyapunov üstel grafiği.



Şekil 4.15: Lyapunov üstellerinin q kontrol parametresine göre çizimi.

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Önceki çalışmalarında Aydıner tarafından karanlık madde (DM-dark matter) ve karanlık enerji (DE-dark energy) iki eşleşmiş ve etkileşen termodinamik sistem olarak ele alınmış ve bu sistemlerin etkileşimleri için yeni bir şema önerilmiştir. DM ve DE arasındaki etkileşim iki şekilde düşünülmüştür: birbirleriyle olan karşılıklı etkileşim ve kendi içlerindeki etkileşim.

Bu tezde, bu şema çerçevesinde kalınarak Aydıner'in kurduğu etkileşim denklemleri modifiye edildi. Modifiye edilen denklemde motivasyonumuz x_3 akışkanı trigonometrik bir formda iken sistemin kaotik dinamiklerini incelemekti. Etkileşim denklemleri numerik olarak çözüldü. Sistemin kaotikliğini araştırmak için sabit noktaların kararlılıkları araştırıldı ve sabit noktaların kararsız olduğu; yani sistemin tedirgenmelerle denge noktasının değişebileceği bulundu.

Sistemin zaman serileri çizdirildi ve faz uzayı diyagramları farklı faz düzlemlerinde incelendi. Sistemin zaman içindeki evriminin izlediği yolun birbiriyle kesişmediği, periyodik yörüngelerinin olmadığı gözlemlendi. Kontrol parametresi q sabit alınarak lyapunov üstelleri hesaplandı ve pozitif üsteller elde edildi. Ayrıca farklı q değerlerine karşılık gelen lyapunov üstellerine bakıldığında yine pozitif değerler olduğu anlaşıldı. Kullandığımız koşullar altında modifiye sistemimizin, yani iki eşleşmiş ve etkileşimli termodinamik sistem olarak ele aldığımız karanlık maddenin ve karanlık enerjinin etkileşimlerinin kaotik olduğu tespit edildi.

Bulgular, karanlık bileşenlerin kozmolojik modeller üzerindeki etkilerini ve evrenin kaotik dinamiklere sahip olabileceğini gösterir. Ayrıca karanlık enerji ve karanlık maddeyi eşleşmiş ve etkileşen iki termodinamik sistem olarak ele alıp bu analizi yaptığımız için elde ettiğimiz sonuçlar varsaydığımız koşullar altında bulunan tüm eşleşmiş, etkileşen termodinamik sistemler için geçerlidir. Yapılan çalışma evrende kaotik dinamiklere sahip diğer sistemler için uyarlanabilir. Farklı kontrol parametresi değerleri ve sınır koşullarıyla değerlendirilebilir.

Bu tez, karanlık madde ve karanlık enerji etkileşimlerinin anlaşılmasına önemli katkılar sağlamakta ve bu alandaki mevcut bilgi birikimini genişletmektedir. Bu çalışma, kozmolojik modellerin daha kapsamlı bir şekilde geliştirilmesine yardımcı olabilir ve gelecekteki araştırmalara yeni yönler kazandırabilir. Karanlık madde ve karanlık enerji etkileşimlerinin kaotik doğasının anlaşılması, evrenin genişleme süreci ve nihai kaderi hakkında daha derin bir kavrayış sunabilir.

KAYNAKLAR

Aghanim, N., Akrami, Y., Ashdown, M., Aumont, J., Baccigalupi, C., Ballardini, M., Banday, A. J., Barreiro, R., Bartolo, N., Basak, S. et al. (2020), 'Planck 2018 results-vi. cosmological parameters', *Astronomy & Astrophysics* **641**, A6.

Albrecht, A. and Steinhardt, P. J. (1982), 'Cosmology for grand unified theories with radiatively induced symmetry breaking', *Physical Review Letters* **48**(17), 1220.

Aydiner, E. (2018), 'Chaotic universe model', *Scientific Reports* **8**.

Aydiner, E. (2022), Matter, dark matter, dark energy interactions and new physics, *in* 'International Conference on Frontiers of Fundamental Physics', Springer, pp. 25–39.

Aydiner, E. (2023), 'Chaotic interactions between dark matter and dark energy', *arXiv preprint arXiv:2304.06614* .

Aydiner, E. (2024), 'Chaotic interaction between thermodynamic systems', *Preprints* .

Aydıner, E. and Gemici-Deveci, D. (2021), 'Holographic dark energy and dark matter interaction in anisotropic bianchi type-v universe'.

Ballardini, M., Aghanim, N. and Akram, Y. (2020), 'Planck 2018 results viii. gravitational lensing'.

Bolotin, Y. L., Kostenko, A., Lemets, O. A. and Yerokhin, D. A. (2015), 'Cosmological evolution with interaction between dark energy and dark matter', *International Journal of Modern Physics D* **24**(03), 1530007.

Chatterjee, A., Jana, B. and Bandyopadhyay, A. (2022), 'Modified scaling in k-essence model in interacting dark energy–dark matter scenario', *The European Physical Journal Plus* **137**(11), 1–14.

Chen, S., Wang, B. and Jing, J. (2008), 'Dynamics of an interacting dark energy model in einstein and loop quantum cosmology', *Physical Review D* **78**(12), 123503.

Chimento, L. P., Jakubi, A. S., Pavon, D. and Zimdahl, W. (2003), 'Interacting quintessence solution to the coincidence problem', *Physical Review D* **67**(8), 083513.

Collaboration, P., Ade, P., Aghanim, N., Armitage-Caplan, C., Arnaud, M., Ashdown, M., Atrio-Barandela, F., Aumont, J., Baccigalupi, C., Banday, A. et al. (2014), 'Planck 2013 results. xvi. cosmological parameters', *A&A* **571**, A16.

Cyr-Racine, F.-Y. (2021), 'Cosmic expansion: A mini review of the hubble-lemaitre tension', *arXiv preprint arXiv:2105.09409* .

De Sitter, W. (1916), 'Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences', *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 76, p. 699-728* **76**, 699–728.

Del Campo, S., Herrera, R. and Pavón, D. (2009), 'Interacting models may be key to solve the cosmic coincidence problem', *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2009**(01), 020.

Deveci, D. G. and Aydiner, E. (2017), 'Quadratic interaction effect on the dark energy density in the universe', *Chinese Physics B* **26**(10), 109501.

Di Valentino, E., Mena, O., Pan, S., Visinelli, L., Yang, W., Melchiorri, A., Mota, D. F., Riess, A. G. and Silk, J. (2021), 'In the realm of the hubble tension—a review of solutions', *Classical and Quantum Gravity* **38**(15), 153001.

Dimopoulos, K. (2020), *Introduction to cosmic inflation and dark energy*, CRC Press.

"Einstein", A. (1917), 'Kosmologische betrachtungen zur allgemeinen relativitätstheorie', *Sitzungsberichte der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin* pp. 142 – 152.

Einstein, A. et al. (1916), 'The foundation of the general theory of relativity', *Annalen Phys* **49**(7), 769–822.

Ellis, G. F., Maartens, R. and MacCallum, M. A. (2012), *Relativistic cosmology*, Cambridge University Press.

Friedman, A. (1999), 'On the curvature of space', *General Relativity and Gravitation* **31**(12), 1991–2000.

Gariazzo, S., Di Valentino, E., Mena, O. and Nunes, R. C. (2022), 'Late-time interacting cosmologies and the hubble constant tension', *Physical Review D* **106**(2), 023530.

Gavela, M. B., Hernandez, D., Honorez, L. L., Mena, O. and Rigolin, S. (2009), 'Dark coupling', *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2009**(07), 034.

Gleick, J. (2014), *Kaos*, ALFA.

Goldberger, A. L. (1987), Nonlinear dynamics, fractals, cardiac physiology and sudden death, *in* 'Temporal Disorder in Human Oscillatory Systems', Springer Berlin Heidelberg, pp. 118–125.

Goldberger, A. L., Bhargava, V., West, B. J. and Mandell, A. J. (1985), 'On a mechanism of cardiac electrical stability. the fractal hypothesis', *Biophysical Journal* **48**(3), 525–528.

Guth, A. H. (1981), 'Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems', *Physical Review D* **23**(2), 347.

Guth, A. H. (1987), 'Inflationary universe: a possible solution to the horizon and flatness problems', *Quantum Cosmology* **3**, 139.

Hubble, E. (1929), 'A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae', *Proceedings of the national academy of sciences* **15**(3), 168–173.

Hubble, E. (1988), 'A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae', *The Early Universe: Reprints* p. 9.

Huey, G. and Wandelt, B. D. (2006), 'Interacting quintessence, the coincidence problem, and cosmic acceleration', *Physical Review D* **74**(2), 023519.

Huterer, D. and Turner, M. S. (1999*a*), 'Prospects for probing the dark energy via supernova distance measurements', *Physical Review D* **60**(8).

Huterer, D. and Turner, M. S. (1999*b*), 'Prospects for probing the dark energy via supernova distance measurements', *Physical Review D* **60**(8), 081301.

Jain, N. I. (2021), 'Dark energy–dark matter interactive model with time-varying lambda in kaluza–klein metric', *Indian Journal of Physics* **95**(5), 1015–1020.

Jesus, J., Escobal, A., Benndorf, D. and Pereira, S. (2022), 'Can dark matter–dark energy interaction alleviate the cosmic coincidence problem?', *The European Physical Journal C* **82**(3), 273.

Lemaître, G. (1927), 'Un univers homogène de masse constante et de rayon croissant rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extra-galactiques', *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles, A47, p. 49-59* **47**, 49–59.

Li, T.-Y. and Yorke, J. A. (1975), 'Period three implies chaos', *The American Mathematical Monthly* **82**(10), 985–992.

Linde, A. D. (1987), A new inflationary universe scenario: a possible solution of the horizon, flatness, homogeneity, isotropy and primordial monopole problems, *in* 'Quantum Gravity', Springer, pp. 185–195.

Lorenz, E. N. (1963), 'Deterministic nonperiodic flow', *journal of Atmospheric Sciences* **20**(2), 130 – 141.

Lorenz, E. N. (1995), *The Essence Of Chaos*, Jessie and John Danz lectures, Taylor & Francis.

Lorenz, E. N. (2013), Predictability: Does the flap of a butterfly's wings in brazil set off a tornado in texas?, *in* 'Semantic Scholar'.

Lucca, M. (2021), 'Dark energy–dark matter interactions as a solution to the s8 tension', *Physics of the Dark Universe* **34**, 100899.

Mukhanov, V. F. (2005), *Physical foundations of cosmology*, Cambridge university press.

Nunes, A., Mimoso, J. P. and Charters, T. C. (2001), 'Scaling solutions from interacting fluids', *Physical Review D* **63**(8), 083506.

Nunes, R. C. and Vagnozzi, S. (2021), 'Arbitrating the s 8 discrepancy with growth rate measurements from redshift-space distortions', *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **505**(4), 5427–5437.

Oestreicher, C. (2007), 'A history of chaos theory', *Dialogues in Clinical Neuroscience* **9**(3), 279–289.

Penzias, A. A. and Wilson, R. W. (1979), A measurement of excess antenna temperature at 4080 mhz, *in* 'A Source Book in Astronomy and Astrophysics, 1900–1975', Harvard University Press, pp. 873–876.

Perlmutter, S. e. a. (1999), 'Measurements of ω and λ from 42 high-redshift supernova', *The Astrophysical Journal* **517**(2), 565–586.

Planck Collobration (2014), 'Planck 2013 results. i. overview of products and scientific results', *Astronomy & Astrophysics* **571**, A1.

Poincare, H. (1914), *Science and Method*, Dover Publications, Mineola, N.Y.

Quartin, M., Calvao, M. O., Joras, S. E., Reis, R. R. and Waga, I. (2008), 'Dark interactions and cosmological fine-tuning', *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2008**(05), 007.

Ratra, B. and Peebles, P. J. (1988), 'Cosmological consequences of a rolling homogeneous scalar field', *Physical Review D* **37**(12), 3406.

Riess, A. G., Casertano, S., Yuan, W., Bowers, J. B., Macri, L., Zinn, J. C. and Scolnic, D. (2021), 'Cosmic distances calibrated to 1% precision with gaia edr3 parallaxes and hubble space telescope photometry of 75 milky way cepheids confirm tension with λcdm', *The Astrophysical Journal Letters* **908**(1), L6.

Riess, A. G., Casertano, S., Yuan, W., Macri, L. M. and Scolnic, D. (2019), 'Large magellanic cloud cepheid standards provide a 1% foundation for the determination of the hubble constant and stronger evidence for physics beyond λcdm', *The Astrophysical Journal* **876**(1), 85.

Riess, A. G., Filippenko, A. V., Challis, P. et al. (1998), 'Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant', *The Astronomical Journal* **116**(3), 1009–1038.

Robertson, H. P. (1936), 'Kinematics and world-structure ii.', *Astrophysical Journal, vol. 83, p. 187* **83**, 187.

Rubin, V. C. and Ford Jr, W. K. (1970), 'Rotation of the andromeda nebula from a spectroscopic survey of emission regions', *Astrophysical Journal, vol. 159, p. 379* **159**, 379.

Ruelle, D. and Takens, F. (1971), 'On the nature of turbulence', *Les rencontres physiciens-mathématiciens de Strasbourg-RCP25* **12**, 1–44.

Schwarzschild, K. (1999), 'On the gravitational field of a sphere of incompressible fluid according to einstein's theory', *arXiv preprint physics/9912033* .

Slipher, V. (1914), 'The radial velocity of the andromeda nebula', *Popular Astronomy, vol. 22, pp. 19-21* **22**, 19–21.

Spergel, D. N., Bean, R., Doré, O., Nolta, M., Bennett, C., Dunkley, J., Hinshaw, G., Jarosik, N. e., Komatsu, E., Page, L. et al. (2007), 'Three-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: implications for cosmology', *The astrophysical journal supplement series* **170**(2), 377.

Tredcr, I.-J. (1975), ‘Cw misner, ks thorne, ja wheeler: Gravitation. wh freeman and company limited, reading (england) 1973—xxvi+ 1279 seiten, preis£ 19.20 (clothbound);£ 8.60 (paperbound)’.

Väliviita, J., Majerotto, E. and Maartens, R. (2008), ‘Large-scale instability in interacting dark energy and dark matter fluids’, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2008**(07), 020.

van der Westhuizen, M. A. and Abebe, A. (2024), ‘Interacting dark energy: clarifying the cosmological implications and viability conditions’, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2024**(01), 048.

Velten, H. E., Vom Marttens, R. and Zimdahl, W. (2014), ‘Aspects of the cosmological “coincidence problem”’, *The European Physical Journal C* **74**, 1–8.

Wald Robert, M. (1984), ‘General relativity (chicago univ. pr.)’.

Walker, A. (1944), ‘Completely symmetric spaces’, *The Journal of The London Mathematical Society* **19**(76_Part_4), 219–226.

Walker, A. G. (1937), ‘On milne’s theory of world-structure’, *Proceedings of the London Mathematical Society* **2**(1), 90–127.

Wang, B., Abdalla, E., Atrio-Barandela, F. and Pavon, D. (2016), ‘Dark matter and dark energy interactions: theoretical challenges, cosmological implications and observational signatures’, *Reports on Progress in Physics* **79**(9), 096901.

Wang, B., Abdalla, E., Atrio-Barandela, F. and Pavon, D. (2024), ‘Further understanding the interaction between dark energy and dark matter: current status and future directions’, *Reports on Progress in Physics* .

Wang, L.-F., Zhang, J.-H., He, D.-Z., Zhang, J.-F. and Zhang, X. (2022), ‘Constraints on interacting dark energy models from time-delay cosmography with seven lensed quasars’, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **514**(1), 1433–1440.

Yang, W., Pan, S., Di Valentino, E., Nunes, R. C., Vagnozzi, S. and Mota, D. F. (2018), ‘Tale of stable interacting dark energy, observational signatures, and the h0 tension’, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2018**(09), 019.

Zhai, Y., Giarè, W., van de Bruck, C., Di Valentino, E., Mena, O. and Nunes, R. C. (2023), ‘A consistent view of interacting dark energy from multiple cmb probes’, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2023**(07), 032.

Zwicky, F. (1933), ‘Die rotverschiebung von extragalaktischen nebeln’, *Helvetica Physica Acta* **6**, 110–127.

ÖZGEÇMİŞ



Kişisel Bilgiler	
Adı Soyadı	Sâkiye ÖNDER
Uyruğu	[X] T.C. [ ] Diğer:

Eğitim Bilgileri	
Lisans	
Üniversite	İstanbul Üniversitesi
Fakülte	Fen Fakültesi
Bölümü	Fizik
Mezuniyet Yılı	2021

Yüksek Lisans	
Üniversite	İstanbul Üniversitesi
Enstitü Adı	Fen Bilimleri
Anabilim Dalı	Fizik Anabilim Dalı
Programı	Yüksek Enerji ve Plazma Fiziği Programı
Mezuniyet Tarihi	2024