T. C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
FELSEFE ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

RUSSELL MANTIKÇILIĞININ (LOGICISM) TEMEL İLKELERİ VE SORUNLARI

Buşra AŞIK BİRLİK
2502160063

Danışman:
Prof. Dr. Uğur EKREN

İSTANBUL 2023

ÖZ

RUSSELL MANTIKÇILIĞININ (LOGICISIM) TEMEL İLKELERİ VE SORUNLARI

BUŞRA AŞIK BİRLİK

Bu tezin amacı Russell'ın mantıkçılık felsefesinin temel ilkeleri ve söz konusu ilkelerin karşılaştığı sorunlar bağlamında Russell'ın çağdaş felsefedeki önemini ortaya koymaktır. Russell'ın mantıkçılığı, matematik ve felsefedeki sorunların mantıksal analiz ile çözülebileceğini öneren bir felsefi akımdır. Russell, mantığın dilin ve düşüncenin temeli olduğunu ve böylelikle doğru bilgiye ulaşılmasında büyük bir etken olduğunu düşünmektedir. Bu doğrultuda, Russell'ın mantıkçılığının tarihsel arka planı, gelişimi, temel kavramları, yöntemleri ve eleştirileri bu tezde ele alınmıştır. Aynı zamanda Russell'ın mantıkçılığa dair düşüncelerinin bilim felsefesi, ontoloji, epistemoloji, mantık ve analitik felsefe gibi alanlarda etkili olması sebebiyle felsefe alanında yapılacak bir çalışma için Russell mantıkçılığının önemli bir referans noktası olduğu vurgulanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Russell, mantık, saf matematik, mantıkçılık, tipler teorisi, tasvirler teorisi, mantıksal analiz, önermesel fonksiyon.

ABSTRACT

THE BASIC PRINCIPLES AND PROBLEMS OF RUSSELL'S LOGICISM

BUŞRA AŞIK BİRLİK

The aim of this thesis is to reveal Russell's importance in contemporary philosophy in the context of the basic principles of Russell's philosophy of logicism and the problems encountered by these principles. Russell's logicism is a philosophical movement that proposes that problems in mathematics and philosophy can be solved by logical analysis. Russell thinks that logic is the foundation of language and thought, and thus it is a major factor in achieving correct knowledge. In this direction, the historical background, development, basic concepts, methods, and criticisms of Russell's logicism are discussed in this thesis. Additionally, it is emphasized that Russell's ideas about logicism are an important reference point for a study in the field of philosophy due to their influential in areas such as philosophy of science, ontology, epistemology, logic, and analytic philosophy.

Keywords: Russell, logic, pure mathematics, logicism, theory of types, theory of descriptions, logical analysis, propositional function.

ÖNSÖZ

Doktora tez konusu olarak belirlemiş olduğum bu çalışma, iki temel nokta doğrultusunda şekillenmiştir. Mantık, insan düşüncesini ve akıl yürütme süreçlerini anlamak için kullanılan bir araçtır. Felsefenin de bir düşünme etkinliği olarak mantıktan ayrı düşünülemeyeceği görüşündeyim. Mantık, özellikle felsefe, matematik, bilim ve hukuk gibi birçok disiplinlerde önemli bir rol oynar. Mantık bilgisi olan bir kişi, çalışma yapacağı alana dair temel kavramları ve disiplinleri anlamakta, farklı argümanlar üretmekte ve bu argümanları doğru bir şekilde ele almakta mantık bilgisi olmayan bir kişiye göre daha başarılıdır. Çünkü mantık, bir insanın düşüncelerini doğru bir akıl yürütme çerçevesinde oluşturmasını ve ele aldığı konuları daha sistematik bir şekilde incelemesini sağlayan gerekli araçları sağlar. Aynı zamanda bir insanın eleştirel düşünme ve problemleri çözme becerisinin gelişmesine katkıda bulunur. Sonuç olarak mantık alanında yapılan bir çalışmanın faydaları oldukça çeşitlidir. Bir kişinin bu alanda çalışması, düşüncelerini daha doğru bir şekilde ifade etmesine ve daha iyi bir analiz sistemi ile daha başarılı olmasına yardımcı olabilir. Öz olarak mantığın herhangi bir bilimsel alanda, özellikle de felsefe alanında yapılacak olan bir çalışma için temel sayılabileceği kanısındayım. Bu gerekçeler ışığında mantık alanında bir çalışma isteğim doğdu. Çalışma konumun şekillenmesindeki ilk nokta işte budur.

20. yüzyılın en önemli filozof ve mantıkçılarından biri olan *Bertrand Russell (1872-1970)*, mantıkçılığa dair düşünceleri ile klasik mantığın yetersizliklerini ortaya koymuş ve modern sembolik mantığın gelişimine katkıda bulunmuştur. Ayrıca Russell'ın mantıkçılık öğretisi, özellikle analitik felsefe ve epistemoloji gibi birçok alanda önemli bir dönüm noktası olmuştur. Dolayısıyla Russell'ın mantıkçılığını ele alan bir tez çalışmasının, felsefe tarihi üzerine yapılan çalışmalarda da önemli bir kılavuz olabileceği söylenebilir. Bu doğrultuda Russell'ın mantıkçılığı üzerine yapılan bir tez çalışması oldukça önemli ve anlamlı olacaktır. Tüm bu sebeplerden dolayı ve sevgili danışman hocamın beni bu noktada aydınlatması çalışma konumun şekillenmesindeki ikinci noktayı oluşturmaktadır. Bu anlamda tezimizde Russell'ın mantıkçılığının felsefe tarihi açısından önemini ve onun mantık alanında yaptığı devrimci yeniliklerini serimlemeyi amaçlıyoruz.

Tezin ortaya çıkış sürecinden sonuna kadar her aşamasında akademik bilgisiyle birlikte hayat tecrübesiyle de yoluma ışık tutan, karşılaştığım her zorluğu kolaylıkla aşmamı sağlayan, engin bilgisini benden eksik etmeyen ve on iki yıldır özverisini, desteğini benden esirgemeyen çok değerli hocam Prof. Dr. Uğur EKREN' e ne kadar teşekkür etsem kifayetsiz kalacaktır. Lisans yıllarımdan beri kendisiyle tanışıyor olmak benim için çok büyük şanstır ve ortaya çıkmış olan bu çalışma onun sayesindedir.

Hayat içerisinde gerek bireysel gerek akademik duruşumun oluşmasında en büyük etken olan, sadece tez yazım sürecinde değil hayatımın her anında her türlü yardımı sağlayan, sevgisiyle beni besleyen, en değerli varlığım annem Ayhan AŞIK'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Varlığıyla bana her zaman güven vermiş olan çok değerli babam Asım AŞIK'a ve varlığı ile hayatımı anlamlandıran biricik kardeşim Burcu AŞIK'a teşekkürü bir borç bilirim.

Belki bu tez çalışmasının bitimine ömrü yetmedi fakat yaşadığı süre boyunca akademik hayata dahil olma sürecimde beni her zaman cesaretlendiren, motive eden, ilgisini ve desteğini hiç esirgemeyen kıymetli dedem Ahmet GÜLBOY'a minnettarlığımı ifade etmek isterim.

Ve tabii ki bu zorlu süreç içerisinde yaşamış olduğum tüm sorunlar karşısında elimden tutan, bir eş olmanın daha da ötesinde yanımda olan, benden desteğini, sabrını ve sevgisini eksik etmeyen eşim Yaman BIRLİK'e ve gönül verdiğim felsefe sebebiyle kendisinden çaldığım tüm zamanlar için canım kızım Neva Zeynep BİRLİK'e teşekkürlerin en büyüğünü sunarım. Sizlere sahip olmak, şahsi hayatımın en değer biçilemez şansıdır.

Buşra AŞIK BİRLİK

İSTANBUL 2023

İÇİNDEKİLER

ÖZ ..... **ii**
ABSTRACT ..... **iii**
ÖNSÖZ ..... **iv**
TABLOLAR LİSTESİ ..... **ix**
KISALTMALAR LİSTESİ ..... **x**
GİRİŞ **1**

BİRİNCİ BÖLÜM
RUSSELL'IN MANTIKÇI TEZİNİN TEMELLERİ

1.1 Mantıkçılığın Oluşumunda Leibniz Etkisi 11
1.1.1 Leibniz Öncesi Evrensel Dil Arayışına Yönelik Girişimler 11
1.1.2. Leibniz'in Evrensel Dil Arayışı: *Characteristica Universalis* 13
1.1.3. Leibniz'ın Evrensel Mantıksal Hesabı: *Specimen Calculi Universalis* 21
1.2. Dedekind Kesimleri ve Mantıkçılık 25
1.2.1. Dedekind'ın Aritmetiği Mantığa İndirgeme Girişimi 26
1.2.2. Dedekind Kesimi 27
1.3. Peano'nun Mantıkçılıkta Öncülük Eden Rolü: Peano Aksiyomları 31
1.4. Cantor'un Mantıkçılığa Katkısı: Kümeler Kuramı ve Sonsuzluk 36

İKİNCİ BÖLÜM
RUSSELL'IN MANTIKÇI TEZİNİN ÖNCÜSÜ FREGE

2.1. Frege'nin Mantıkçı Tezinin Gelişimi 41
2.2. Frege'de Kardinal Sayının Tanımı 43
2.2.1. Frege'de Sayılar Serisinin Oluşumu 50
2.3. Frege'de Psikolojizm Eleştirisi 57
2.4. Frege'de Fonksiyon ve Argüman Kavramları 62
2.5. Frege'de Kavram ve Nesne 69
2.6. Frege'de Niceleme (Yüklemler) Mantığı 73
2.6.1. Frege Notasyonunun Temel İmleri ve Tanıtımı: *Begriffsschrift* 76
2.6.2. Frege'de Genel Önermelerin Gösterimi 80
2.7. Frege'de Anlam ve Gönderim Kavramları 83
2.7.1. Frege'de Önermelerin Gönderimi ve Doğruluk Değerleri 93

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

RUSSELL'IN ERKEN MANTIKÇI TEZLERİ: MATEMATİĞİN TEMEL İLKELERİ

3.1. Russell'da Mantıkçılık Kuramının Saf Matematikteki Yansımaları 99

3.1.1. Saf Matematiğin Tanımı 100

3.1.2. Saf Matematiğin Önemi 104

3.2. Russell'da Kardinal Sayılar 107

3.3. Russell'da Önermesel Fonksiyonlar 116

3.3.1. Önerme ve Önermesel F onksiyon Ayrımı 117

3.3.2. Önermesel Fonksiyonların Analizi 120

3.3.3. Önermesel Fonksiyonlarda Modalite: Zorunluluk, Olanaklılık ve İmkansızlık 123

3.4. Russell'da Sınıflar Kuramı 126

3.4.1. Sınıf Kavramı (Class-Concept) ile Sınıfın Kavramı (Concept of Class) Arasındaki Ayrım 130

3.4.2. Bir-Olarak-Sınıf (Class As One) ve Çok-Olarak-Sınıf (Class As Many) 131

3.5. Russell'da Bağıntılar Kuramı 133

3.5.1. Bağıntıların Etki Alanı, Ters Etki Alanı ve Nispi Çarpımı 136

3.5.2. Russell'da Bağıntı Türleri 138

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

RUSSELL'IN MANTIKÇI TEZİNİN SORUNLARI

4.1. Russell'da Dilin Mantıksal Analizi: Tasvirler Teorisi 144

4.1.1. Russell'ın Meinong ve Frege Eleştirisi 146

4.1.2 Tasvirlerin Mantıksal Sorunu ve Russell'ınÇözümÖnerileri 150

4.2. Tipler Teorisi 162

4.2.1. Tipler Teorisinin İlk Versiyonu: Basit TiplerTeorisi 165

4.2.2. Basit Tipler Teorisinden Dallara Ayrılmış *(Ramified)* Tipler Teorisine Geçiş 168

4.2.3. Paradokslar 169

4.2.4. Kısır Döngü *(Vicious Circle)* İlkesi 172

4.2.5. Tip Kavramının Tanımı ve Tipler Hiyerarşisi 175

4.2.6. Paradoksların Tipler Teorisi ile Çözümü 178

SONUÇ 184
KAYNAKÇA..... 193
ÖZGEÇMİŞ 201

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1: Frege Notasyonunda Mantıksal Bağlaçlar.....79

Tablo 2: Frege'de Genellik İfadelerinin Notasyonu.....81

Tablo 3: "Koşul" (→) Önerme Ekleminin Doğruluk Tablosu 105

KISALTMALAR LİSTESİ

A.g.e.	: Adı Geçen Eser
A.y.	: Yazara Ait Son Zikredilen Yer
Arithmetices Principia	: Arithmetices Principia Nove Methoda Exposita
Aritmetiğin Temelleri	: Aritmetiğin Temelleri-Sayı Kavramı Üzerine Mantıksal Matematiksel İnceleme
Bkz.	: Bakınız
Çev.	: Çevirmen
Ed.	: Editör
Ltd.	: Limited
S.	: Sayfa/ Sayfalar
Yy.	: Yüzyıl

GİRİŞ

Matematik ve felsefe arasındaki ilişki düşünce dünyasında birçok düşünürün zihnini uzun yıllar boyunca meşgul etmiş bir meseledir. Kimi düşünürler matematik ile felsefeyi birbirinden bağımsız alanlar olarak görürken birçok düşünür ise matematik ile felsefe arasındaki etkileşimin önemi üzerine vurgular yapmaktadır. Felsefenin önemli filozoflarından biri olan Platon, rivayete göre akademisinin kapısına "Geometri bilmeyen giremez." ifadesini yazdırmıştır ve bu durum Platon'un matematik ile felsefe arasında pozitif bir ilişki gördüğünün bir ibaresidir. Yine önemli bir filozof olan Leibniz'in "Matematik olmaksızın, felsefenin derinliklerine nüfuz edemeyiz. Felsefe olmaksızın, matematiğin derinliklerine nüfuz edemeyiz. İkisi olmaksızın, hiçbir şeye nüfuz edemeyiz." ifadesinden matematik ve felsefe arasındaki ilişkinin gerekliliğine vermiş olduğu önem anlaşılmaktadır. Modern sembolik mantığın kurucusu sayılan Frege'nin "Geometri ile ilgisi olmayan bir filozof, ancak yarım bir filozoftur; felsefe ile ilgisi bulunmayan bir matematikçi, ancak yarım bir matematikçidir." sözleri, söz konusu iki alan arasında kuvvetli bir bağ olduğunu göstermektedir. Her ne kadar söz konusu ilişki başlarda matematik ve felsefe üzerinden ifade edilse de bu bağlam zamanla daha özelde mantık ve matematik arasındaki ilişki üzerinden devam ettirilmiştir. Mantık ile matematik arasındaki ilişki uzun yıllar boyunca ele alınmış olsa da söz konusu ilişki, matematiğin temellerine dair şüphelerin ortaya çıkması ile doruk noktasına ulaşmıştır.

Matematiğe karşı oluşan genel kanı düz bir temel çizgide pürüzsüz bir şekilde ilerleyen sistematik bir kesinlikler bilimi olmasıdır. Oysa matematik tarihine baktığımız zaman söz konusu bilimin kimi zaman duraklamalar ve kimi zaman bunalımlar yaşadığı görülmektedir. Matematik tarihinde yaşanan bu bunalımlar dört ana başlık altında toplanabilmektedir. İlk bunalım, öğretilerini sayı üzerinden ortaya koyan Pisagorcular okuluna mensup Yunan filozof Hippasus'un $\sqrt{2}$ gibi rasyonel

olmayan sayıları keşfetmesi ile başlamıştır. Pisagorculara göre evrendeki her şey sayılar veya sayıların oranı ile açıklanabilmektedir. Örneğin, üç sayısı düzeni temsil ediyor iken dört sayısı adaleti temsil etmektedir. Bir başka örnek tek sayılar erkekleri temsil ediyor iken çift sayılar kadınları temsil etmektedir. Görüldüğü üzere sayılar ve onların oranı üzerine inşa edilmiş bir öğreti şekli bulunmaktadır. Söz konusu öğreti etkinliliğini bir süre devam ettirdikten sonra iki sayının bölümü olarak belirlenemeyen bir doğru parçasının nasıl ifade edileceği sorusu zihinleri meşgul etmiştir. Mesela kenar ölçüsü bir birim olan karenin köşegeni bu tarz bir doğru parçasıdır ve rasyonel sayı ile ifade edilememektedir. Hippasus, kenar ölçüleri bir birim olan dik üçgenin hipotenüsünü bulmak için Pisagor teoremini uyguladığı zaman karesi 2 olan bir sayma sayısı ya da iki sayma sayısının oranını elde edememektedir. Bu sorunun üzerine çözüm arayışları sonucunda 72 sayısı keşfedilmiş ve rasyonel sayıların dışında da başka türde sayıların olduğu ortaya çıkarılmıştır. Bu keşif, insanların kesin doğru olarak baktıkları öğretilerini derinden sarsmıştır. Aynı şekilde Leibniz ve Newton'un keşfetmiş olduğu sonsuz küçüklerin hesabıyla ilgili yaşanan ikinci bunalım da insanların matematiğe dair zihinlerini bulandırmaya devam etmiştir. Fakat üçüncü bunalım oldukça etkili bir darbe olarak matematik tarihinde yerini almıştır. Bu bunalım, Öklid dışı geometrilerin keşfiydi. Bu zamana kadar sadece bir geometrik sistem vardı ve bu sistem de Öklid'in kurmuş olduğu sistemdi. Söz konusu sistem uzun yıllar boyunca mutlak doğru olarak kabul görmüş ve bilim dünyasında gelişen düşünceler üzerinde oldukça etkili olmuştur. Öklid'in kurduğu sistem 2000 yıldan fazla mutlak doğru gibi görülmesine rağmen modern zamanlarda bu sistemde bazı boşluklar olduğu anlaşılmıştır.[1] Örneğin, Öklid, bir çemberin içindeki bir nokta ile çemberin dışındaki bir noktayı birleştiren bir doğruya sahip olduğumuzu ifade etmektedir. Fakat kendi sistemi içerisinde vermiş olduğu aksiyomlardan ve tanımlardan bu iddianın ortaya çıkarılamayacağının farkına varılmıştır.[2] Böylelikle Öklid'in kurmuş olduğu geometrik sistem dışında da geometrilerin olduğu anlaşılmıştır ve matematik doğrular üzerindeki kesinlik anlayışı iyice yıpranmıştır. Öklid dışı geometrilerin keşfinin sadece matematik üzerinde değil çağlar boyunca,

[1] Bekir Gür, **Matematik Felsefesi**, Ankara, Fol Yayınları, 2019, s.35.
[2] **A.y.**

Öklid geometrisini kendisine temel alarak oluşturulmuş olan düşünceler üzerinde de oldukça yıkıcı bir etkisi olmuştur. Matematiğin, gelişim sürecindeki yaşamış olduğu dördüncü bunalım ise paradokslar bunalımı olarak düşünce tarihinde geçmektedir. Paradokslar bunalımının detayları tezimizin içeriğinde detaylı bir şekilde ele alınacağından dolayı bu noktada sadece kendisinin varlığından söz etmekle yetineceğiz. Çünkü matematiğin yaşadığı söz konusu krizlerden bahsetmedeki amacımız matematiğin temellerine karşı oluşan sarsılmaz güvenin nasıl yıkıldığının kaba bir çerçevesini sunmaktır. Görüldüğü üzere söz konusu krizler matematiğin güvenilirliğini oldukça zedelemiş ve matematik biliminin kesinliği hakkında zihinlerde soru işareti oluşturmaya başlamıştır. Özellikle Öklid dışı geometrilerin ortaya çıkması matematikle birlikte ona güvenen diğer alanlardaki öğretilerin doğruluğuna dair şüphelerin de ortaya çıkmasına neden olmuştur. Çünkü Öklid geometrisine olan inanç oldukça fazlaydı ve mutlak doğru olarak görülüyordu. Öyle ki diğer alanlardaki öğretilerin temellerinde bile Öklid geometrisine yer verilmiştir. Dolayısıyla Öklid geometrisinin tek ve biricik geometri olmadığının ortaya çıkması ile bu öğretilerin doğruluğu tartışma konusu olmuştur. Söz konusu öğretilere felsefenin en etkili isimlerinden biri olan Immanuel Kant'ın (1724-1804) uzay felsefesi örnek olarak gösterilebilir; Öklid dışı geometrilerin keşfi, Kant'ın uzay felsefesini savunulamaz kılmıştır.[3] Çünkü Kant, söz konusu öğretisini Öklid'in kurmuş olduğu sistem üzerine inşa etmiş ve kurmuş olduğu geometrik zemin dışında başka bir geometrinin olanaklı olmasını yadsımıştı. Oysa Öklid geometrisinin dışında başka geometrilerin de olduğunun görülmesi ile Kant'ın söz konusu öğretisi eleştirilere maruz kalmıştır. Görüleceği üzere Öklid dışı geometrilerin ortaya çıkması, yüzyıllar boyunca oluşan düşüncelerin doğruluğunu tehlike düşürmüştür. Yaşanan söz konusu bunalımlar özellikle 19. yüzyılda kendisini belirginleştirmiş ve matematiğe yönelik düşünceler belirsizlikler ve tutarsızlıklar ile baş başa kalmıştır. Bu doğrultuda matematiğin zemininin kaygan bir zemin haline gelmiş olması matematiğin temellerine yönelik çalışmaları yoğunlaştırmıştır. Özellikle 19. yüzyılın sonları ve 20. yüzyılın başlarında matematik için sarsılmaz bir temel arayışı içerisinde olan birçok felsefi çalışma gerçekleşmiştir. Bu çalışmalar içerisinde matematiğe sağlam bir temel

[3] Bekir Gür, **Matematik Felsefesi**, s. 37.

oluşturma yolunda en göz alıcı felsefi girişimin *mantıkçılık* olduğu söylenebilir.[4] Mantıkçılık, matematiğin temellerinin mantık ile sağlamlaşabileceği görüşünü savunan bir kuramdır. Mantığın, belirsizliklerle boğuşan matematiğe, belirli bir çerçeve sunarak hakkındaki şüpheleri ortadan kaldırılacağına inanılmaktadır. Çünkü mantık, doğru düşünmenin kurallarını ele almaktadır. Mantık, nasıl düşünüldüğü ile ilgilenmekten ziyade düşüncenin doğru ve tutarlı olabilmesi için nasıl düşünülmesi gerektiğinin kurallarını ortaya koymaktadır. Bu bağlamda mantık, kavramları anlaşılır ve net bir şekilde kullanma yollarını göstermekte ve bunu göstermekle de birçok yanlış anlaşılmaları ve gereksiz tartışmaları önlemeye yardımcı olmaktadır.[5] Aynı zamanda doğru sonuçlara ulaşmak için akıl yürütme, çıkarım yapma, argüman oluşturma ve değerlendirme gibi becerilerin gelişmesine katkı sağlamaktadır. Böylece mantık, zihni çarpıtılmış ya da yanlış bilgi içeren bilgilerden koruyarak doğru ve yanlışı ayırma yetkinliğini insanlara sunmuş olmaktadır. Mantıkçılığa göre söz konusu özellikleri bağlamında mantık, matematiğe arzu ettiği açık, tutarlı ve kesin bir bilim olma özelliğini sağlayacaktır. Mantığın doğru ve tutarlı düşünme formlarını sunması matematiğin içinde birbiriyle çelişen düşüncelerin ortadan kalkmasını sağlayacaktır. Bu düşünceler ışığında matematiği mantığa indirgeme çalışmaları felsefe dünyasında kendini göstermeye başlamıştır. Matematiği mantıksal temeller üzerine kurma çabası olarak görülen mantıkçılık, Giuseppe Peano (1858-1932) ve Gottlob Frege (1848-1925) ile başlayıp Russell ile doruk noktasına ulaşmıştır.[6] 20. yüzyılın en önemli düşünürlerinden biri olan Russell, matematik, felsefe, siyaset, eğitim gibi birçok alana düşünceleriyle katkıda bulunmuş biridir. Fakat Russell, özellikle felsefe ve mantık alanında yapmış olduğu çalışmalar ve söz konusu alana dair katkıları ile ön plana çıkmaktadır. Russell'ın bu yöndeki katkılarını gün yüzüne çıkarabilmek amacıyla onun mantıkçılığının temellerini ve ilkelerini ele alan bir inceleme oldukça değerli bir çalışma olacaktır. Çünkü mantıkçılık alanında yapmış olduğu çalışmalar onun matematiğe bir temel arayışının ötesinde farklı alanlara ilişkin öğretilerin oluşmasında ve gelişmesinde de etkili olmuştur. Russell, matematiği mantığa indirgeme çalışmaları

[4] Cemal Yıldırım, **Matematiksel Düşünme**, İstanbul, Remzi Kitabevi, 1988, s. 87.
[5] Kutsi Kahveci, **Klasik Mantık**, Ankara, Berikan Yayınevi, 2017, s. 25.
[6] Zekiye Kutlusoy, "Mantık-Matematik İlişkisi Üzerine, **Kaygı Bursa Uludağ Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Felsefe Dergisi**, Cilt: 20, 2013, s. 135.

sırasında Aristoteles mantığının yetersizlikleri, özne-yüklem biçiminin bağıntısal önermeleri ifade edemediğini ve kıyas kuramının yetersiz olduğunu eleştirerek yeni bir mantık anlayışının gerekliliğini ortaya çıkarmış ve böylelikle sembolik mantığın gelişimine katkıda bulunmuştur. Aynı zamanda sembolik mantığa dair yapmış olduğu katkılar ve yine matematiği temellendirme düşüncesi ile çıkmış olduğu yolda geliştirdiği mantıksal atomculuk düşüncesi ile analitik felsefenin doğuşuna zemin hazırlamıştır. Ayrıca yine mantıksal atomculuk düşüncesi ile birlikte kendisinin ortaya koymuş olduğu tasvirler teorisi dil felsefesinin gelişiminde oldukça etkili olmuştur. Görüldüğü üzere Russell'ın mantıkçılığa dair düşünceleri, adeta bir domino etkisi gibi daha birçok öğretinin oluşmasına ve gelişmesine etki etmiştir. Bu bağlam tezimizin konusunu *Russell Mantıkçılığının (Logicism) Temel İlkeleri ve Sorunları* olarak belirlememize vesile olmuştur.

Russell'ın birçok alanı etkilemiş bir filozof olması onun çeşitli akademik çalışmalara konu olmasına imkan vermektedir. Türkçe literatürde Russell'ın düşüncelerine dair yapılan bilimsel çalışmalara bakıldığında genel olarak onun eğitim felsefesi, din felsefesi, bilgi felsefesi ve ahlak felsefesinin konu edildiği ve ayrıca yok denecek kadar az sayıda da mantık anlayışını konu alan çalışmaların bulunduğu gözlemlenmiştir. Bununla birlikte hali hazırda ülkemizde yüksek lisans ve doktora tezi bağlamında doğrudan Russell'ın mantıkçılık anlayışını konu edinen bir çalışmanın olmadığı görülmektedir. Oysa Russell'ın söz konusu alandaki çalışmaları, hem kendisinin diğer alanlara dair çalışmalarına hem de başka düşünürlerin çalışmalarına öncülük etmesi bağlamında oldukça önemli bir yere sahiptir. Dolayısıyla Russell'ın mantıkçılığa dair yapmış olduğu çalışmaları doğrudan ele alan bir incelemenin bulunmayışı Türkçe literatürde büyük bir boşluk oluşturmaktadır. Bu çalışmanın önemi, Russell'ın mantıkçılık kuramına dair düşüncelerini tarihsel arka planıyla birlikte ele alarak oldukça detaylı ve kapsamlı bir çalışma sunuyor olması ve böylelikle söz konusu boşluğu doldurmak istemesindedir. Türkçe literatürde Russell mantığı hakkında yapılan çalışmaların *tasvirler teorisi* ve *tipler teorisi* konularıyla genel olarak sınırlandırıldığı görülmektedir. Çalışmamız içerisinde söz konusu konuların ayrıntılı bir incelemesi yer alacaktır ve bu öğretilerin meydana gelmesinde temel sağlayan Russell'ın saf matematik, kardinal sayılar, önermesel fonksiyonlar, sınıflar ve bağıntılar konusuyla ilgili düşünceleri de içerilecektir. Söz konusu konular, dünya

literatüründe oldukça ilgi görmesine rağmen ne yazık ki ülkemizde hak ettiği ilgiyi görememektedir. Yapmış olduğumuz bu çalışma, bir nebze de olsa Russell'ın ilgili konularına karşı okuyucuda bir merak duygusu uyandırıp üzerine çalışmalar yapma olasılığını taşıması bağlamında önemini tekrar ortaya koymaktadır. Çalışma içerisinde konuyu sabit bir perspektiften ziyade birçok farklı bakış açısı ile sunabilmek amacıyla kaynakça kullanımı oldukça geniş tutulmuştur. Ancak çalışmanın ana konusu olan Russell'ın görüşlerinin incelenmesinde özellikle kendi eseri olan şu üç çalışma yol gösterici olmuştur: *Principles of Mathematics,* Alfred North Whitehead (1861-1947) ile birlikte yazmış olduğu *Principia Mathematica* ve *Introduction to Mathematical Philosophy.* Russell, matematiğin temellerini mantıksal açıdan incelemeye yönelik girişiminin temellerini *Principles of Mathematics* adlı eseriyle atmış ve *Principia Mathematica* adlı eserinde ise bu düşüncelerini geliştirerek söz konusu öğretisinin olgunlaşmış halini sunmuştur. *Introduction to Mathematical Philosophy* adlı eseri de yine aynı temel noktadan hareketle Russell'ın mantığın, matematiğin gençliği olduğu görüşünü ileri sürdüğü bir çalışmadır. Bu çalışmanın diğer iki eserden farkı önsözünde belirtildiği üzere sadece sınırlı matematik bilgisine sahip kişiler için ele alınmış olmasıdır ve bu bağlamda daha anlaşılır olduğu söylenebilir. Hatta yükseköğretim kurumlarında matematik felsefesine giriş derslerinde ders kitabı olarak okutulmaktadır.

Russell, matematiğin temellerini mantığa indirgeme düşüncesiyle ele almış olduğu *Principia Mathematica*'da oldukça karmaşık ve sembolik bir dil kullanmıştır ve bu durum da eserin anlaşılmasını zorlaştırmıştır. Öyle ki eserin anlaşılması zor bir dile sahip olması Russell üzerine çalışmada bulunan çoğu araştırmacının ona yaklaşımında çekingenlik göstermesine neden olmuştur. Fakat biz söz konusu eseri çalışmamızın ana kaynaklarından biri olarak ele alacağız ve bu da çalışmamızı ayrıcalıklı bir konuma oturtmaktadır. Tabii ki Russell gibi bir filozofu ve onun yazmış olduğu eseri tamamıyla ve layıkıyla ele almamız mümkün değildir; sadece elimizden geldiğince ve konumuzun sınırlılığı çerçevesinde bir çaba vererek onun görüşlerini anlamlandırma girişiminde bulunacağız. Bu çaba sırasında yaşadığımız zorlukları okuyucu da yaşamasın diye çalışma içerisinde oldukça sade ve anlaşılır bir dil kullanarak bu özgün çalışmayla felsefe alanına katkıda bulunmayı hedefledik.

Bu doğrultuda tez çalışmamızı dört ana bölümde ele aldık. Çalışmamızın ilk

bölümü *Russell'ın Mantıkçı Tezinin Temelleri* başlığını taşımaktadır. Mevcut başlık altında Russell'ın mantıkçılık tezini oluşturmada etkili olan ve söz konusu öğretinin oluşmasında öncülük eden düşünürlerin görüşlerine yer vereceğiz. Çünkü herhangi bir güncel tartışmayı, arka planını ele almadan kavramaya çalışmak onun tam olarak anlaşılmasının önüne keser. Bir çalışmanın arka planı, gerekli bilgi ve bağlamı sağlayarak konunun kapsamını ortaya koymaktadır. Aynı zamanda, ele alınan konunun nasıl olup da önemli bir mesele haline geldiği sorusunun yanıtını yine onun tarihsel arka planı belirlemektedir. Dolayısıyla yoğun bir incelemeye değer hiçbir konu tarihsel bağlamı göz önünde bulundurulmadan kendi içinde tam olarak anlaşılamayacağından tezimizin ilk bölümünde Russell'ın mantıkçılığının tarihsel arka planını aydınlatmayı uygun bulduk. Fakat bu kadar önemli bir meselenin arka planını tüm ayrıntılarıyla ele almamız çalışmanın sınırlılığı sebebiyle mümkün değildir. Bu sebepten sadece mantıkçılık kuramında ve Russell'ın düşüncelerini oluşturmada ön plana çıkan dört önemli düşünürün öğretilerine yer vereceğiz. Öncelikle mantıkçılık alanında büyük bir yenilikçi ve öncü olan 17. yüzyılın en önemli isimlerinden biri olan Gottfried Wilhelm Leibniz'i (1646-1716) ele alacağız. Leibniz'in mantıkçılık alanında yaptığı en önemli katkılardan biri, *evrensel karakterizm (characteristica universalis)* adı altında geliştirmiş olduğu sembolik mantık dildir. Ona göre gündelik dil ile yapılan akıl yürütmeler yeterince açık ve kesin değildir ve dolayısıyla yeni bir dil arayışı gerekmektedir. Bölüm içerisinde Leibniz'ın söz konusu sistemi nasıl oluşturduğu, ne tarz bağlamlarda ele aldığı ve sistemin temelini hangi bilimi örnek alarak inşa ettiği gibi önemli noktalara değinilecektir. Aynı zamanda söz konusu öğretisi içerisinde yapmış olduğu değişiklikler ele alınacak olup başka bir yenilikçi düşüncesi olan *evrensel mantıksal hesabı (specimen calculi universalis)*nın ayrıntılarına yer verilecektir.

Söz konusu bölüm içerisinde ele alacağımız bir diğer önemli isim Richard Dedekind (1831-1916) olacaktır. Dedekind, 19. yüzyılın en büyük matematikçilerinden biridir. Çalışmamız içerisinde Dedekind isminin yer almasının sebebi matematiğin temellerini sağlamlaştırmak için yapmış olduğu çalışmalardır. Dedekind, irrasyonel sayıları rasyonel sayılardan türetmek için *Dedekind Kesimi* adı verilen bir yöntem geliştirmiş, sayı kavramını doğal sayılar üzerinden tanımlamış ve kümeler, fonksiyonlar ve nesneler gibi mantığın temel kavramlarını açıklamıştır. Bu

doğrultuda yapmış olduğu çalışmalar mantıkçılığın ana tezi olan matematiği mantıkta temellendirme düşüncesini kuvvetlendirmiştir. Bölüm içerisinde Dedekind'in yapmış olduğu bu çalışmalar ve özellikle konumuzla bağlantılı olan *Dedekind Kesimi*'nin ve sayı kavramını tanımladığı aksiyomlar üzerinde durulacaktır. Dedekind'in oluşturmuş olduğu aksiyomlar daha sonra ünlü matematikçi Peano tarafından geliştirilerek Peano'nun aksiyomlarının mantıkçılığı yönlendirmesinde etkili olmuştur. Peano aksiyomları olarak bilinen bu tanım, matematiğin daha kesin ve tutarlı bir yapıya kavuşmasına yardımcı olmuş ve böylelikle mantıkçılık kuramında ve Russell'ın düşüncelerinde etkili olmuştur. Russell, Paris'te düzenlenen bir kongrede Peano'nun matematiğe dair düşüncelerinden oldukça etkilenmiş ve çalışmalarını bu doğrultuda gerçekleştirmeye başlamıştır. Dolayısıyla oldukça önemli bir isim olan Peano'nun oluşturmuş olduğu aksiyomlar ile mantıkçılığı nasıl yönlendirdiği bölüm içerisinde aydınlatılacaktır.

Bu bölüm içerisinde ele alacağımız son düşünür ise Georg Cantor (1845-1918) olacaktır. Cantor'un kümeler kuramı ve sonsuzluk fikrine dair geliştirmiş olduğu öğretiler, mantıkçılık kuramının tarihini belirlemede önemli dönüm noktalarından biridir. Bu bağlamda Cantor'un küme kavramını nasıl ele aldığı, kümeler kuramını ortaya koyarken kullanmış olduğu bire-bir eşleme yöntemine söz konusu bölüm içerisinde değinilecektir. Aynı zamanda Cantor'un uzun yıllar düşünce dünyasında bulunan tek boyutlu sonsuzluk anlayışını nasıl değiştirdiğinin ayrıntıları ve bu bağlamda ortaya koymuş olduğu *köşegen teorimi* ele alınarak bölüm sonlanacaktır.

Çalışmamızın ikinci bölümü *Russell'ın Mantıkçı Tezinin Öncüsü Frege* başlığı altında ele alınacaktır ve bu bölüm Frege'nin görüşlerinin oldukça kapsamlı ve detaylı bir analizini içerecektir. Çünkü mantıkçılık kuramı Frege'nin öncülüğünde belirgin bir kimlik kazanmaktadır. Frege, kendisinden önce yapılan çalışmaları daha sistematik ve açık bir şekilde ele alarak aritmetiğin mantığa indirgenmesi gerektiğini net olarak dile getirmiştir. Dolayısıyla Frege, mantıkçılığı savunan ilk düşünürdür ve bu bağlamda onu, mantıkçılığın kurucusu olarak nitelendirmemiz yerinde bir tutum olacaktır. Frege'nin aritmetiği mantığa indirgeme düşüncesi doğrultusunda yapmış olduğu çalışmalar ikinci bölümümüzün içeriğini oluşturacaktır. Frege, mantıkçılık olarak atfedilen bu görüşü temellendirmek için öncelikle sayı kavramının tanımına yönelmiştir. Biz de bu bağlamda ilk olarak Frege'de sayı kavramının nasıl

şekillendiğini anlatmaya çalışacağız. Öncelikle kendisinden önce yapılan sayıya dair görüşleri ele alacağız. Çünkü Frege, sayıya dair düşüncelerini söz konusu çalışmalara yönelik eleştirileri üzerine oluşturmaktadır. Bölüm içerisinde Frege'nin eleştirilerinin hangi bağlamlarda olduğuna, sayıyı ele alırken kullanmış olduğu kardinal sayı ile neyi kastetmek istediği, kardinal sayı tanımının küme kavramı ile olan ilişkisi ve sayıları nasıl tanımladığına dair düşünceleri ele alınacaktır. Ayrıca matematiği belirsizliklerden kurtarmak ve kesinliği sağlamak için öznellikten kaçınan Frege'nin psikolojizme karşı yöneltmiş olduğu eleştirileri ele alacağız. Frege'nin aritmetiği mantığa indirgemek istemesinin sebebi mantığın tam bir kesinlik sunacağına inanmasıdır. Fakat Frege, kendisinden önce yapılan mantık kuramlarının hiçbirini söz konusu amaç için yeterli bulmamıştır. Frege, gündelik dilin yetersizliğinden kurtularak aritmetiği sağlam bir biçimde temellendirebileceği bir mantık anlayışını, geliştirmiş olduğu yeni formel dilde bulmuştur. Frege, geliştirmiş olduğu bu formel dil ile sembolik mantığın kurucusu olmuş ve mantıkçılık kuramını güçlendirmiştir. Ayrıca Frege, klasik mantığın dayandığı özne-yüklem ayrımını da yetersiz bularak bu ayrımın yerine fonksiyon-argüman ayrımını getirmiştir. Frege'nin geliştirmiş olduğu formel dilin ayrıntılarını, geleneksel özne-yüklem ayrımının yetersizliğinin gerekçelerini ve bu bağlamda fonksiyon-argüman ve kavram-nesne ayrımları ile söz konusu yetersizliği nasıl gidermeye çalıştığını ele alacağız. Frege, geleneksel mantığı, genelleme bildiren yargıları ifade etmede başarısız bulmuş ve 'bütün' ve 'bazı' gibi niceliklerin ifade edildiği genelleme türünü açıklamak için yeni bir notasyon oluşturmuştur. Bölüm, Frege'nin söz konusu notasyonu nasıl geliştirdiği, notasyona dair temel imlerin neler olduğu, genelleme ifadelerinde kullandığı notasyon ve bu notasyonların modern mantıktaki gösterimlerinin ele alınmasıyla devam edecektir. Son olarak Frege'nin dildeki bazı paradoksları çözmesinde etkili olan anlam ve gönderim ayrımına değinilecektir.

Frege'nin mantıkçılık kuramını başlatan düşüncelerinin ayrıntılarına ve önemine değindikten sonra çalışmamızın ana konusu olan üçüncü bölüm *Russell'ın Erken Mantıkçı Tezleri: Matematiğin Temel ilkeleri* başlığı altında Russell'ın mantıkçılığına giriş yapacağız. Frege, aritmetiği mantığa indirgeme düşüncesi ile mantıkçılık kuramını başlatmış ise de Russell, tüm matematiği mantığa indirgeme düşüncesi ile mantıkçılığı ileri bir seviyeye getirerek doruk noktasına ulaştırmıştır.

Bölüm içerisinde Russell'ın matematiği mantığa indirgeme düşüncesinin oluşum süreci ve onun söz konusu düşünceyi nasıl temellendirdirdiği anlatılacaktır. Russell'ın matematik anlayışı onun saf matematik düşüncesinde belirginleşmektedir. Bu bağlamda Russell'ın saf matematik olarak adlandırdığı kuramın içeriği, önemini ve ayırt edici unsurları tartışılacaktır. Ardından Peano aksiyomlarına ve Frege'nin sayı anlayışına yönelik yorumları ele alınarak Russell'da sayı anlayışının nasıl şekillendiği gösterilecektir. Russell'ın mantıkçılığa sağlamış olduğu katkılarından biri önermesel fonksiyon kavramıdır. Dolayısıyla önermesel fonksiyonların mantıkçılığa ne gibi katkılar sunduğuna değinilecektir. Bu bağlamda yer alan başka bir sorun olan önermesel fonksiyonların olanaklılık, zorunluluk ve imkansızlık çerçevesinde ele alınmasının gerekliliği ve söz konusu gerekliliğin gerekçeleri üzerinde durulacaktır. Russell, sınıflar ve bağıntılar aracılığıyla matematiksel kavramları ve teoremleri mantıksal olarak tanımlamaya ve ispatlamaya çalışmıştır. Böylelikle üçüncü bölümümüz Russell'ın ilk olarak sınıf kavramına yönelik düşünceleri ardından bağıntı ve bağıntı türlerini ele alış biçimine değinerek sonlanacaktır.

Çalışmamızın son ana bölümü *Russell'ınMantıkçı Tezinin Sorunları* başlığını taşımaktadır. Bölüm içerisinde Russell'ın mantıkçılığa yön vermesinde oldukça etkili olan *tasvirler teorisi* ve *tipler teorisi* ele alınacaktır. Bu teoriler sayesinde, mantık daha kesin ve tutarlı bir dil haline gelmiş ve matematiksel temellerinin daha fazla kuvvetlenmesi sağlanmıştır. Öncelikle Russell'ın tasvirler üzerine neden bir çalışma yapma gereği duyduğunun nedenlerinin ardından bu bağlamda Meinong ve Frege'ye dair eleştiriler ve tasvirlerin yanlış analizinden kaynaklanan paradokslar ve Russell'ın bu paradokslara karşı getirdiği çözümler ele alınacaktır. Mantıkçılık kuramı, Russell'ın Frege'nin kümeler sisteminde farkettiği bir sorun ile çıkmaza girmiştir. Söz konusu sorun Russell Paradoksu olarak anılmaktadır. Çalışmamızın son ana bölümünün ikinci yarısı Russell Paradoksu ve Russell'ın bu paradoksu çözmek için ortaya atmış olduğu *tipler teorisi*nin kapsamlı bir incelemesini içerecektir. Bu inceleme esnasında Russell'ın söz konusu teoriyi oluşturmada yaşadığı düşünce değişiklikleri ele alınarak basit tipler teorisi ve dallara ayrılmış tipler teorisi anlatılacaktır. Russell, çözüm yolunda ilerlerken kendi adıyla anılan paradoks ile aynı sorundan kaynaklandığını düşündüğü birtakım paradokslar sunmuştur. Çalışmamız, söz konusu paradoksların nedenlerine ve tipler teorisi ile nasıl çözümlendiğinin

serimlenmesi ile noktalanacaktır.

BİRİNCİ BÖLÜM
RUSSELL'IN MANTIKÇI TEZİNİN TEMELLERİ

1.1. Mantıkçılığın Oluşumunda Leibniz Etkisi

Leibniz, düşünce tarihinde matematik, mantık ve metafizik alanlarında ileri sürdüğü yenilikçi düşünceleriyle kendini göstermektedir. Felsefe tarihinde Leibniz'in metafizik alanına ilişkin görüşleri daha ön planda olmasına rağmen mantık alanına dair düşünceleri de oldukça önem arz etmektedir. Bu bölüm içerisinde Leibniz'in mantıkçı kişiliği ve mantıkçılığa dair getirmiş olduğu yenilikçi düşünceler üzerinde durulacaktır. Leibniz, mantıkçılığa ilişkin çok önemli düşünceler öne sürmüş olmasına rağmen bu düşüncelerinin büyük bölümünü yaşamı boyunca yayımlamama taraftarı oluştur. Bu sebepten çalışmalarının çoğu onun ölümünden sonra çevresi tarafından basıma verilmiştir. Fakat bu çalışmalar dağınık el yazmaları şeklinde olması sebebiyle tam olarak yayımlanmaya hazır olmayan çalışmalardır. Bu durum Leibniz'in görüşlerinin maalesef geç duyurulmasına ve yeterince anlaşılamamasına sebep olmuştur.

1.1.1. Leibniz Öncesi Evrensel Dil Arayışına Yönelik Girişimler

Leibniz'in kendisi tarafından yayımlanan sadece bir eseri bulunmaktadır: Bu çalışma 1666 tarihli *De Arte Combinatoria* adlı eseridir. Leibniz, *De Arte Combinatoria* adındaki eserinde matematiksel bir mantık anlayışı taşımaktadır. Bu anlayışını yazıştığı mektuplardan da çıkarmamız mümkündür. Çünkü o, mektuplarında aritmetik ve geometri gibi gerçek bir gösterici mantık olarak gördüğü kıyas mantığını mükemmelleştirmeye çalıştığından söz etmektedir.[7] Fakat daha sonra mantığı, cebirsel bir calculus olarak değil *evrensel dil* olarak görmeye başlamaktadır.

[7] Louis Couturat, **The Logic of Leibniz,** Trans. Donald Rutherford, R. Timothy Monroe, (Çevrimiçi) http://philosophyfaculty.ucsd.edu/faculty/rutherford/Leibniz/Couturatchapters/Chap1.pdf 19 Mart 2021.

Leibniz'in döneminde bu konuyla ilgili araştırma yapan farklı düşünürlerin çalışmaları da bulunmaktadır. Evrensel bir dil veya yazı geliştirmek için bazı girişimlerde bulunan bu düşünürlerden Leibniz, alıntılamalar yapıp yazılanlar hakkında detaylı incelemelerde bulunmaktadır. Leibniz, bu yapılan evrensel dil oluşturma çalışmalarından her ne kadar memnun olmayıp kendine özgü yöntem geliştirse de bu çalışmalardan etkilendiği gerçeği yadsınmamalıdır. Dolayısıyla bu çalışmaların birkaçından bahsetmemiz yerinde olacaktır. Evrensel bir dil inşa etmeye yönelik çalışmalardan biri bir tıp doktoru olan Joachim Becher (1635-1682) tarafından yapılmıştır. Becher, çalışmasının ismini *Dillerin Evrensel Bilgisi için Yöntem* olarak adlandırmıştır. Becher, çalışmasında tüm Latince kelimeleri alfabetik sıraya göre numaralandırmış ve aynı zamanda diğer diller için de yine alfabetik sıralamayı kullanarak numaralandırma yöntemini uygulayarak sözlükler kurmuştur. Böylelikle farklı dillerin kelime hazinesi arasında belirli kuralları takip ederek bir bağlantı kurmuşur. Dolayısıyla Becher, belirli bir dilde yazılmış herhangi bir metni rakamlarla okuyarak evrensel bir dil oluşturulmuş olduğunu düşünmüştür. Evrensel bir dil için başka bir çalışma da Athanase Kirchers'in (1601-1680) *Polygraphia nova et universalis ex combinatoria arte directa (Kombinasyon sanatından geliştirilen yeni ve evrensel poligrafi)* adlı eseridir. Athanase Kirchers'in bu eserinin ilk bölümü konuyla ilgili önemli bir başlığa sahiptir: *Tüm dilleri bire indirgeme yöntemi.* Aynı zamana Kirchers de Becher gibi alfabetik sıraya göre numaralandırma yöntemini kullanmıştır. Yine aynı dönemde İspanyol isimsiz biri bu konuyla ilgili deneme niteliğinde bir çalışmayı Roma'da yayımlamıştır.[8] Leibniz'in bu çalışmaları incelediğine dair ipuçlarını onun el yazmalarında bulabilmekteyiz.

Leibniz daha önceki evrensel dil yaratma girişimlerini yeterli bulmamış ve *De Arte Combinatoria* adlı eserindeki fikirlerinden hareketle kendine özgü evrensel dil yaratma çalışmalarına yönelmiştir.

> "Leibniz, mantığa vermiş olduğu önem sebebiyle çağdaşları arasında ayrıcalıklı bir konumda bulunmaktadır. Eski Yunanlar ilk defa akıl yürütme

[8] Anton Dumitriu, **History of Logic**, Volume IV, England, Tunbridge Wells, Kent, Abacus Press, 1977, s. 23.

ilkelerini sistematikleştirmeye çalıştığından beri mantık ile retorik sanatı birbiriyle rekabet halinde olmuştur. Dolayısıyla retorik sanatıyla uğraşan kişilerin dil kullanım becerisinin ileri bir seviyede olduklarını anlamaktayız. Diğer taraftan mantıkçılar, akıl yürütmeyi konusundan ve içeriğinden tamamen soyutlamayı ve kavramlar ve kavramlardan oluşan önermeler arasındaki biçimsel ilişkilerle ilgilenmeyi amaçlamışlardır. Tıpkı matematikçilerin herhangi bir sayıyı temsil etmek için x ve y gibi harfleri kullanması gibi, mantıkçılar da kavramlar için aynısını yapmayı öğrendiler. Leibniz'e kadar, mantıksal ilişkilerin kendilerinin sembolik temsiliyle gündelik dilin belirsizliklerinden kaçınmak için çok az şey yapıldı."[9]

1.1.2. Leibniz'in Evrensel Dil Arayışı: *Characteristica Universalis*

Leibniz, kendisinden önce yapılmış olan çalışmaları yetersiz bulması sebebiyle kendisi daha sistemli ve sağlam bir temele dayanan evrensel dil arayışına yönelmiştir. Bu doğrultuda yapmış olduğu çalışmalar Leibniz'i kurmak istediği sistem içerisinde matematiği rol model alma noktasına getirmiştir. Çünkü matematik kesin ve açık doğruları bünyesinde barındırmaktadır ve matematik bu özelliği ile tartışılmaz ve bağımsız bir bilim olarak atfedilmektedir. Oysaki felsefe, gündelik dil ile yapılan akıl yürütmeler ile açık ve kesin doğrulara ulaşmakta zorluk çekmektedir.

"Bu esas üzerine kurulmuş mantığın büyük faydaları arasında Leibniz en çok şu nokta üzerinde durmaktadır: bu mantık, felsefe okulları arasında bitmez tükenmez kavgalara bir son verecektir. Çünkü bu kavgaların sonuç vermemesinin başlıca sebebi, günlük dilimizin kesin ve pekin olmamasından ileri gelmektedir; Öyleki günlük dil ile yürütülmüş usavurmalara, çok kere istemeden, farkın varmadan yanlışlar, yanılmalar katılır, halbuki tek mânalı, iyice tanımlanmış kurallarla insan, bir denklemin çözümünde olduğu gibi, ister istemez doğru sonuca varacaktır. Sonra, bir usavurma içine farkına varılmadan katılmış bir yanlış, hemen hesap yanlışı şeklinde kendini gösterecektir. Başka sözle, usavurma esnasında karakteristik, aklın yerini alacak, onun için de şekilsel mantığın ideali olacaktır; bunda cebir kuralları gibi kurallarla kavramları işlemek, terkip etmek (ars combinatoria) yetecektir."[10]

[9] G. MacDonald Ross, **Leibniz,** Oxford, Oxford University Press, 1984, s. 49.
[10] Nusret Hızır, **Yeni Mantığın Öncüsü Leibniz**, Ankara Üniversitesi, Dil ve Tarih Coğrafya Fakültesi Dergisi, Cilt: III, Sayı:4, Ankara, Ankara Basımevi, 1945, s. 434-435.

Leibniz'e göre matematik biliminde yanlış hesaplamalar yapmadığımız sürece her zaman sistemli bir şekilde aynı doğrulara ulaşılmaktadır. Bir hesaplama sırasında herhangi bir yanılma söz konusu olsa bile bu hesaplamaya geri dönerek yanlışın hangi noktada yapıldığı mekanik bir şekilde incelenerek ortaya çıkarılacak ve doğru sonuca ulaşılacaktır. Dolayısıyla matematik biliminde şüphelerle ve tartışmalı sonuçlarla karşılaşmayız. Leibniz, aynı matematik gibi felsefenin de kesin hakikatlere ulaşmasını ve felsefeyi tartışmalı zemininden uzaklaştırmak istemektedir. Dolayısıyla o, matematik bilimini kuracak olduğu mantığın yöntemi olarak ele almıştır. Bu bağlamda Leibniz, öyle bir sistem kurmalıdır ki matematikteki bir hesap yanlışlığını nasıl buluyor isek felsefedeki düşünce yanlışlığını da aynı şekilde bu sistem bulup ortaya çıkarabilmelidir. Ancak bu şekilde felsefedeki görüş ayrılıklarını ve çelişkileri ortadan kaldırmamız mümkün olacaktır. Bu doğrultuda Leibniz'in kurmuş olduğu sistemin adı *Characteristica Universalis (EvrenselKarakterizm)* dir. Leibniz evrensel karakterizm düşüncesi ile en yalın ilkelerden hareket ederek, tüm kavramları ve düşünceleri matematiksel bir düzene göre elde etmeye çalışmıştır. Böylelikle bir ulusun anlayabileceği bir karakteristik sistem kurmuştur ki, bu kurduğu sistemin amacı tüm felsefi sorunları sayılarla anlatmak, kavramların bilimsel ve kesin bir çözümlemesini yapmaktır.[11]

> "Gerçekten de, uzun bir süredir mükemmel insanlar, çeşitli kavramların ve şeylerin uygun bir düzenle bir araya getirildiği bir tür "evrensel dili" veya "karakteristiği" gün ışığına çıkardılar; onun yardımıyla farklı milletlerden insanların düşüncelerini birbirlerine iletmeleri ve yabancı dillerdeki yazılı işaretleri kendi dillerine çevirmeleri mümkün hale geldi. Ancak kimse şimdiye kadar, hem yeni önermeleri keşfetme tekniğini hem de onların eleştirel incelemesini kucaklayacak bir dil - sayılar için aritmetiğin işaretleri ve genel olarak nicelikler için cebirle aynı rolü oynayacak bir dil-düşüncesine sahip değildi."[12]

Görüldüğü üzere Leibniz aritmetik ve cebiri kendine model olarak alan bir tür

[11] Cemil Sena, **Filozoflar Ansiklopedisi**, Cilt: III, Remzi Kitapevi, İstanbul, 1976, s. 232.
[12] Gottfried Wilhelm Leibniz, **Selections**, Ed. Philip P. Wiener, New York, Charles Scribner's Sons, 1951, s. 18.

evrensel dil arayışındadır. Bu doğrultuda Leibniz tüm dilleri evrensel tek bir dile indirgeyerek yeni bir genel bilim anlayışı elde etme yolunda ilerlemektedir. Leibniz'in ileri sürmüş olduğu bu tarz bir mantık dilini aslında bir nevi insan düşüncesinin alfabesi olarak nitelendirebiliriz.

Leibniz, insan düşüncesinin alfabesini oluştururken düşüncelerimizin aktarımını sağlayan kavramların işaretlerle temsil edilmesi gerektiğinden söz etmektedir. Bu sistem için Leibniz, kavramları basit ve karmaşık kavramlar olmak üzere iki türde sınıflandırmıştır. Basit kavramlar olabilecek en temel ilkeye indirgenmiş olan temel kavramlardır. Karmaşık kavramlar ise birkaç basit terimin bir araya gelmesiyle oluşmaktadır. Basit kavramlar, asal sayılarla temsil edilmektedir ve bu tür sayılar basit kavramların sembolleri olarak ifade edilmektedir. Leibniz'in bu tarz bir uygulamaya başvurması ortaya koymuş olduğu mantığı kurarken yöntem olarak matematiği kendisine örnek alması ile paralel düşüncede olduğunu göstermektedir. Nasıl matematikte asal sayılar kendisinden ve "*1*" sayısından başka bir sayıya bölünemiyorsa basit kavramlar da aynı şekilde indirgenmiş en temel kavram olması sebebiyle yapılarında daha fazla bir ayrıştırma söz konusu olmayacaktır. Karmaşık kavramlar ise kendilerini oluşturan basit kavramlara karşılık gelen asal sayıların çarpımı sonucu asal olmayan sayılarla temsil edilmektedir. Dolayısıyla asal olmayan sayılar da karmaşık kavramların sembolleri olarak ifade edilir. Böylece her kavram bir karakteristik numaraya sahip olmuş olmaktadır. Aynı zamanda asal sayılar dolaylı olarak tüm katların türü haline gelmiş olacaktır. Leibniz şu terminolojiyi sunmaktadır; *2*'nin katları ikilidir, *3*'ün katları üçlüdür vb. Örneğin "İnsan mantıklı bir hayvandır." cümlesini ele alalım. Eğer hayvan kavramını *"2"* sayısıyla ve mantıklı kavramını *"3"* sayısıyla sembolize edersek insan kavramı hayvan ve mantık kavramının çarpımı yani *2* ve *3* sayısının çarpımı sonucu *6* ile temsil edilecektir. Böylece örnek vermiş olduğumuz "İnsan mantıklı bir hayvandır." cümlesinin sayısal denklemi *2x3=6* şeklinde olacaktır. *6* sayısının herhangi bir katı *2* sayısı ve *3* sayısının katı olmuş ve dolayısıyla ikili-üçlü olarak ifade edildiğini görmekteyiz.

Ruth Lydia Saw, Leibniz'in kurmuş olduğu mantıksal hesabının temel noktalarını şu şekilde ifade etmektedir:

"Aşağıdakiler, Leibniz'in hesaplarını yaparken varsaydığı ana fikirlerdir:

1. Tüm kavramlar, sayıların asal çarpanlarını bulmaya benzer bir süreçle basit kavramlara dönüştürülebilir.

2. Tüm karmaşık kavramlar, basitleri düzene almakla oluşturulabilir.

3. Az sayıda basit fikir vardır, ancak bunlar kombinasyon (birleştirici) sanatı sayesinde çok sayıda fikir ortaya çıkarırlar.

4. Basit fikirler, basit işaretlerle ve karmaşık fikirler, karmaşık işaretlerle temsil edilmelidir. Karmaşık işaretler, karmaşık kavramın tanımı olacaktır.

5. Akıl yürütme, basit kavramların birbirlerinin yerini aldığı tüm ilişkileri ortaya çıkarmayı içerir."[13]

Leibniz, kurmuş olduğu bu sistemde elzem niteliğinde iki sorunla karşılaşmaktadır. İlk olarak kavramlar içerisinde basit kavramları ayrıştırmak yani asgari düzeyde indirgenmiş olan basit ya da temel diyebileceğimiz kavramları tanımlama ve bu kavramları sınıflandırma ve numaralandırma sorunu bulunmaktadır. İkinci bir sorun olarak bu basit kavramların kombinasyonları sonucu birleşik kavramları ortaya çıkarmak ve kombinasyonlar ile ilişkilerini ifade etmek için gerekli işaretler ya da karakterler diyebileceğimiz sembollerin keşfinin yapılması sorunu bulunmaktadır. Diğer yandan Louis Couturat[14], Leibniz'in karşılaşmış olduğu bu sorunlara yakın olarak eleştirel bir bakış açısıyla önce Leibniz mantığının temel noktalarını ve daha sonra bu temel noktalardaki eleştirisini dile getirmektedir:

"Couturat'a göre Leibniz mantığının varsayımları iki gruptur: (1) Tüm düşüncelerimiz az sayıdaki basit (temel) düşüncelerimizden oluşmaktadır. (2) Karmaşık düşünceler, bu basit düşüncelerden, aritmetik çarpmaya benzer tekdüze ve sembolik kombinasyonla ortaya

[13] Ruth Lydia Saw, **Leibniz,** U.S. A, Penguin Books, 1954, s. 212-213.

[14] 1868-1914 yılları arasında yaşamış olan Fransız matematikçi, dil bilimci ve filozof. Matematiği mantıkla temellendirme düşüncesine sahip bir düşünürdür. Aynı zamanda sembolik mantığın savunucularından biridir. Russell gibi, Couturat da sembolik mantığı hem matematiği hem de matematik felsefesini ilerletmek için bir araç olarak görmektedir. Couturat, Leibniz'in sonsuzluk kuramını Russell ile aynı zamanda ve aynı bağlamda yorumlamaya girişmiştir. Ayrıca 1901'de çağdaş mantığın temelini irdelediği *"La Logique de Leibniz (Leibniz'in Mantığı)"* ve Leibniz'in notlarından derleyerek yazmış olduğu *"Opucules et fragments inedits de Leibniz (Leibniz 'in Yayımlanmamış Kısa Yazıları ve Derlemeleri)"* adlı eserlerin yazarıdır.

> çıkmaktadır. (1) ile ilgili olarak, basit fikirlerin sayısı Leibniz'in inandığından çok daha fazladır. (2) ile ilgili olarak, kavramların duyarlı olduğu tek işlem mantıksal "çarpma" değildir: mantıksal "toplama" ve "olumsuzlamayı" da dikkate almalıyız. Leibniz, olumsuzlamayı hesaba katmadığı için, hepsi birbiriyle uyumlu olan basit düşüncelerin, kombinasyon yoluyla, karşılıklı olarak çelişkili veya dışlayıcı karmaşık düşünceleri nasıl üretebileceğini açıklayamadı."[15]

Aslında bu iki sorun aynı zamanda iki büyük çalışmanın başarısı anlamına da gelmektedir: İnsan bilgisinin ansiklopedisi ve bu tür bilgileri mantıksal bir işaretler sistemine indirgeyen karakteristiklerdir.

Leibniz "karakterler"i tüm yazılı, çizilmiş ve oyulmuş işaretler olarak adlandırmaktadır. Gerçek karakterler kelimeleri, heceleri veya harfleri temsil etmekten ziyade doğrudan şeyleri ve düşünceleri temsil eden işaretler olarak görülmektedir. Bu doğrultuda gerçek karakterler iki kategoriye ayrılmaktadır: Şeyleri temsil edenler ve mantıklı düşünmeyi temsil edenler. Mısır ve Çin hiyeroglifleri ile astronomi ve kimyadaki semboller birinci kategoriye giren işaretlerdir. Aritmetik figürler ve cebirsel işaretler ise ikinci kategori türünün işaretleridir. Leibniz, Oldenburg'a yazmış olduğu mektubunda da belirttiği gibi evrensel karakteristik modelinin bu ikinci kategori türü olan aritmetik ve cebir olduğuna göstermektedir. Aynı zamanda bu sayede "karakteristikler"e de kısmen ulaşıldığını ifade etmektedir. Mantık çalışmalarının ve yazışmalarının birçok bölümünde cebirin Leibniz için bir model olduğu unutulmamalıdır.

Hiç kuşkusuz Leibniz'in mantık anlayışı, onun karakteristik düşüncesi tarafından belirlenmektedir. Çünkü yukarıda da söz ettiğimiz gibi basit kavramlar, onların işaretleriyle karmaşık kavramlar, bu işaretlerin birleşmesiyle önermeler, işaretler arasındaki ilişkilerle akıl yürütme ve sonuçta bir tür mekanik bir işlem ve son olarak mekanik bir sistem oluşturmaktan ibarettir.[16] Bu doğrultuda Leibniz için önemli olan hakikatler ve onların bağıntılarını ifade etmek için sembolik bir sistemin inşa

[15] Philip E.B. Jourdain, "The Logical Work of Leibniz", **The Monist**, Chıcago, The Open Court Publıshıng Company, 1916, s. 518.
[16] Kutsi Kahveci, **Gottfried Wilhelm Leibniz Felsefesinde Bilgi Teorisi ve Mantık**, Ankara, Berikan Yayınevi, 2012, s. 41.

edilmesidir. Leibniz, bir semboller sisteminin iki ana niteliğe sahip olması gerektiğini düşünmektedir:

> (1) "Düşünce biçimlerini kısaltmak, yoğunlaştırmak için özetleme
> (2) Sembollerin biçimi, bu tür sembollerin temsil ettiği kavramların özelliklerini doğrudan çıkarmamıza izin verecek şekilde olmalıdır.
>
> Böylelikle, karakteristikler Leibniz'in "Calculus ratiocinaor" (Akıl yürütme hesabı) olarak adlandırdığı mantıksal bir cebir oluşturmasına hizmet etmiş olacaktır."[17]

Leibniz'in mantık görüşü, akıl yürütmeyi kolay ve kusursuz hale getirecek bir vasıta olmasının yanında gerçekleri ve aralarındaki bağlantıları göstermek için sembolik bir vasıta sağlamak gibi en önemli görevi olduğu yönündedir. Aslında akıl yürütme gerçekler arasındaki bağlantıları göstermenin yollarından biridir, yani öyle ki bir sembolizm bu işlevleri yerine getirmedikçe istenilen sonucun elde edilmesi mümkün olmayacaktır.

Leibniz'in akıl yürütmeyi sembolik ifadelerle sağlaması sonucu onun mantıktaki çıkarımları önermelerin muhtevalarından bağımsız olması düşüncesine taşımıştır. Çünkü önermelerin muhtevaları düşünüşü tehdit eden yanılsamaya düşme ve yanlış sonuçlar çıkarma riski taşımaktadır. Öyle ki sembolik ifade kullanılırken önermelerin muhtevaları üzerinde düşünülmeye hiç gerek kalınmamalı ve akıl yürütme kuralları birer hesap kuralı gibi oluşturulmalıdır.[18]

Leibniz mantığının en önemli yanlarından biri de özne-yüklem formunda olmasıdır. Bu formdaki cümlelerde, özne bir özü tanımlar ve yüklem ona belirli bir özellik atfeder.[19] Ona göre herhangi bir kavram temsil edildiği sayının tüm bölenlerini yüklem olarak içerir. Bu doğrultuda Leibniz, herhangi bir önermenin doğruluğunu ya

[17] Dumitriu, **History of Logic**, s. 24.
[18] Hızır, **Yeni Mantığın Öncüsü Leibniz**, s. 434.
[19] Ross, **Leibniz**, s. 54.

da yanlışlığını anlamak için dört kural belirlemektedir:

> (1) "Eğer özne yüklemi içeriyorsa yani eğer yüklemin sayısı özneyi temsil eden sayının bölen sayısı ise tümel olumlu önerme doğrudur.
> (2) Tümel olumlu önerme doğru olmadığında (çelişki yasasını takiben) tikel olumsuz önerme doğrudur. Bu durum özne, yüklem tarafından bölünemediği takdirde gerçekleşir.
> (3) Yüklem, öznenin türlerinden herhangi birini içerdiğinde tikel olumlu önerme doğru olmaktadır.
> (4) Eğer tikel olumlu önerme doğru değilse yani yüklem öznenin herhangi bir türünde yer almadığı durumda tümel olumsuz önerme doğru olmaktadır."[20]

Leibniz, özneyi temsil eden sayının yüklemi temsil eden sayıya bölünebileceğini göstermek için bu tarz bir işlemin sonucunun bir tam sayı olması gerektiğinden söz etmektedir. Böylelikle eğer özne "S" ve yüklem "P" ile sembolize edildiğini varsaydığımızda öznenin yükleme bölünebilirliği gerçeği şu şekilde ifade edilir: $\frac{S}{P}$ = y başka bir şekilde ise S = Py olarak gösterimi mevcuttur. "y" sembolü burada bir tam sayıyı temsil etmektedir. Bu ifade tarzı önerme formunda ise "Tüm S'ler bazı P'dir" şeklindedir. Anlam olarak ise S, P'nin bir türüyle özdeştir anlamına gelmektedir.

Tikel olumlu önerme söz konusu olduğunda ise "bazı S" yani S'nin türleri ifade edilerek gösterilmektedir. Yukarıdakine benzer şekilde bu durum "Sx" sembolü ile temsil edilmektedir. Aynı zamanda bu P'nin bir türüne eşit olmaktadır ve şu şekilde formülize edilir: $\frac{S}{P} = \frac{y}{x}$ ya da bir başka ifadeyle Sx =Py Bu eşitlik şu yargıyı ifade etmektedir: " S'nin bazı türleri P'nin bazı türlerine eşittir."

Görüldüğü üzere tümel olumlu önerme x = 1 için tikel olumlu önermeden çıkartılabilmektedir. Şöyle ki $\frac{x}{y}$ kesiri indirgenemez hale gelene kadar indirgenir; eğer

[20] Dumitriu**, History of Logic**, s. 25.

x, 1'e indirgenebiliyorsa tümel olumlu önerme olduğunu anlarız aksi takdirde tikel olumlu bir önermedir.

Leibniz, tümel olumsuz ve tikel olumsuz önermeleri ise aynı sembolik tarzda ifade etmektedir ve bu önermeler için "≠" eşitsizlik işaretini tercih etmektedir. Çünkü bunlar belirli bir olumlamanın olumsuzlanmasıdır.[21]

Tümel olumsuz önermenin ifade ediliş biçimi şu şekildedir: Sx = Py

Tikel olumsuz önermenin ifade ediliş biçimi şu şekildedir: S = Py

Fakat Leibniz daha sonra bu yöntemi elverişsiz bularak vazgeçmek zorunda kalmıştır.

1.1.3. Leibniz'ın Evrensel Mantıksal Hesabı: *Specimen Calculi Universalis*

Leibniz tarafından mantıksal hesaplamada en önemli girişim Specimen Calculi Universalis[22] adlı çalışması ve bu çalışmanın ekinde yer almaktadır. Bu yeni girişimlerde Leibniz artık karakteristik sayılarla gösterimi bir kenara bırakarak harfi semboller anlayışını benimsemiştir. Leibniz bu noktaya kadar mantıksal hesaplamayı aritmetiğe göre tanımlamaya çalışmıştı fakat şimdi mantıksal hesabını cebire dayandırmaya karar verdiğini görmekteyiz. Bu yeni yöntemde kavramlar a,b,c... vb. gibi küçük harflerle temsil edilmektedir. Ayrıca bu küçük harflerle gösterim arasındaki bağıntı ise "(dır)" kopulası ile sağlanmaktadır. Bu doğrultuda "Tüm a'lar b'dir." şeklindeki herhangi bir tümel önermenin gösterimi şu şekilde olacaktır: "a, b'dir." Leibniz bu mantıksal hesaplama yönteminde iki kural öne sürmektedir: Komütatif (Yer değiştirme) kuralı ve Totoloji (Yineleme) kuralı. Aynı zamanda Leibniz, üç de ilke benimsemektedir:

[21] **A.g.e**, s. 26.
[22] Leibniz'in bu çalışması ölümünden sonra Erdman ve Gerhard tarafından yarım bir şekilde yani tamamı olmamak üzere eksik bir şekilde yayımlanmıştır. Fakat Leibniz'in bu çalışmasının incelemesi daha sonra Couturat tarafından layıkıyla tam olarak yerine getirilmiştir.

"Kendi başına doğru olan önermelerin mantık ilkeleri şu şekildedir:
1- Özdeşlik İlkesi: a, a'dır.
2- Basitleştirme İlkesi: ab, a'dır veya ab, b'dir
(Herhangi akıllı bir hayvan, hayvandır.)
3- Kıyaslama İlkesi: Leibniz'in "sonuç kendi başına doğrudur" olarak adlandırdığı ilke türüdür.
Eğer a, b ise ve eğer b, c ise a, c'dir."[23]

İki terimin özdeşliği veya mantıksal eşitliği Leibniz tarafından "hakikati değiştirmeden birini diğerinin yerine koyma olasılığı" olarak tanımlanmaktadır.[24]

Leibniz, özdeşlik ve dahil olma arasındaki ilişkiyi şu şekilde ifade etmektedir: Eğer a, b ve b, a ise o zaman a ve b özdeştir. Bu demek oluyor ki bu birçok durumda ve sadece bu durumda a ve b'nin birbirleri için herhangi bir kısıtlama olmaksızın yer değiştirebileceği anlamına gelmektedir. Leibniz, bununla birlikte birkaç yüklemi tek bir öznede birleştirilebileceğinden söz etmektedir. Örneğin; eğer a, b ve a, c ise a, bc'dir şeklinde yazılabilir ve bu kullanım daha kısadır. Bu durumun tam aksi durumu da mümkündür; bileşik olan yüklem, bileşen yüklemlerine ayrıştırılabilir. Örneğin; a, bc'dir ifadesini a, b'dir ve a, c'dir şekline dönüştürme imkanımız da bulunmaktadır.

Leibniz tarafından sadece özet olarak araştırılan ancak yine de mantık alanına dair önemli ölçüde ışık tuttuğu, büyük önem taşıyan konu matematiksel akıl yürütmedir. Leibniz'in tanıtlama kavramı mantık tarihçileri tarafından çok fazla ilgi görmemesine rağmen Leibniz'in bu konudaki düşünceleri Couturat tarafından oldukça dikkate alınmıştır.

Leibniz, mantığın iki ana temel parçaya sahip olduğunu ifade etmektedir. Bu parçalardan ilkini "hakikatin ebedi unsurları" olarak nitelemektedir. Bu unsurların işlevi hali hazırda keşfedilmiş olan hakikati göstermek ve şüpheli veya tartışmalı olan

[23] Dumitriu, **History of Logic**, s. 26.
[24] Leibniz, bu noktada oldukça dikkatli davranmaktadır. Çünkü oldukça geniş olan bu tarz bir yerine koymanın getireceği risklerin de farkındaydı. Aslında, antik çağda kabul edilen ve iyi bilinen tanımlama kuralı, tanımlanmış olanın onu tanımlayan terimle yer değiştirebileceğini aksi durumda başka türlü olamayacağını belirlemektedir.

önermeleri incelemektir. Diğer parça ise güvenli ve yanılmaz bir sistem aracılığıyla ilerici ve sistematik düzen izleyen yeni hakikatleri keşfetmeyi amaçlayan bölümdür. Bu doğrultuda ilk bölümün gerileyici ve analitik bir karaktere sahip iken ikinci bölümün ilerici ve sentetik bir karaktere sahip olduğunu söyleyebiliriz. Sonuç olarak Leibniz, mantıkta iki mantıksal yöntem olduğunu düşünmektedir: Analitik ve sentetik yöntem. Bu bağlamda onun anlayışına göre tek geçerli bölümü de analiz ve sentez oluşturmaktadır.[25]

Analitik yöntem, sonuç bulunana kadar belirli bir problemi basit kavramlara indirgemek ve bu basit kavramlara giderek belirli bir problemi adım adım çözerek uygulanan bir yöntemdir. Bu yöntem için problemin temel ilkeleri ayrıştırılarak sonuca ulaşılabileceği söylenebilir. Sentetik yöntem ise hedeflediğimiz sonuca ulaşana kadar basit kavramlardan hareketle birleşik kavramlara ilerlediğimiz yöntemdir. Bu yöntem için de bilinen sonuçlardan bilinmeyen sonuçlara doğru hareket edildiği söylenebilir.

Analitik yöntem yani analiz hem kavramlara hem de önermelere uygulanabilen bir yöntem türüdür. Kavramların analizini sağlayan unsur tanımlardır yani tanımlar aracılığıyla kavramların analizi yapılmaktadır. Önermelerin analizi ise tanıtlama yoluyla yapılmaktadır. Leibniz'e göre tanım olmadan hiçbir kavram kabul görmemeli ve tanıtlama olmadan da hiçbir önerme kabul edilmemelidir.[26] Ancak Leibniz, tanıtlamada tanıtlama yapılacak olan önermenin terimlerinin analiz kısmı ile ilgilenmiş ve önermelerin doğruluğunun analizini, birleşen kavramların araştırılmasına indirgemiştir. Sonuç olarak bu durum tanıtlamanın da tanımlara indirgenmesi anlamına gelmektedir. Leibniz, her zaman tanıtlamanın bir tanımlar zincirinden başka bir şey olmadığını veya bazı tanımların ışığında halihazırda gösterilmiş veya doğru olarak kabul edilmiş diğer tanımlarla yapıldığını düşünmektedir.[27] Ancak analiz, kesin olanı tanıma veya önermeyi tanıtlamaya indirgemekten başka bir şey değildir. Leibniz aslında herhangi bir tanıtlamanın her terimin unsurlarına parçalanmasıyla yani tanımın yerine geçmesiyle birlikte

[25] Dumitriu, **History of Logic**, s. 31.
[26] **A.g.e**, s. 32.
[27] **A.g.e**, s. 32.

gerçekleşeceğini ifade etmektedir. Bu bağlamda tanıtlama sanatı iki şeye dayanmaktadır; analiz olan tanımlama sanatı ve sentez olan tanımları birleştirme sanatı.

Leibniz tanıtlamanın bir tanımlar zinciri olduğunu takip eden bu düşüncesini geliştirmek için yeterli zamana sahip olamamış ancak konuya dair temel çizgileri belirleyebilmesi açısından oldukça önemli bir görevi yerine getirmiştir. Dolayısıyla Leibniz'in belirlemiş olduğu bu temel ilkeler sonraki araştırmalar için bir ışık kaynağı olmaktadır.

Leibniz'in, mantık alanına dair yapmış olduğu katkı azımsanamayacak kadar çok olmasına rağmen biz konumuzun sınırlılığı bağlamında onun kurmaya çalışmış olduğu mantığın belli başlı özelliklerine değinmek zorunda kaldık. Leibniz'in, kurmayı planladığı mantığı tam anlamıyla yerine getirebildiği söylenemez. Bu konuda Leibniz'e yönelik eleştiriler ve yorumlar da bulunmaktadır:

> "Leibniz'in tam bir sistem oluşturamamasının bir nedeni beyni öyle üretken ki, ona her türlü olasılığı önerdi ve o da olasılıkların hangisinin en iyi olacağını ciddi bir şekilde düşünemedi. Örneğin; özellik ve kavramları ifade etmek için alfabenin harflerini kullanarak uzun süre çalıştı ve kavramların oluşumunu ifade etmek için harflerin çarpımını kullandı. Daha sonra düşündü ki sayılar bu durum için belki daha iyi olacaktı. Her iki durumda da aynı temel düşünceye sahip oldu."[28]

> "İşte onun içindir ki, önce genel mantığı kurup matematiği sistemin içine yerleştireceği yerde, aritmetiğe uyan bir mantık kurmakla uğraşmış, bu işi başaramadığını görünce de hem cebire, hem yüklem mantığına uyan bir sistem kurmağa çalışmış, bunda da muvaffak olamamıştır. Denemelerinin öteki önemli kusurları, bundan ileri gelmektedir. Bir kere, kavrarnlar (kavramlar) üzerinde yapılacak ameliye (işlem) yalnız mantık çarpımı değildir. Bir de veya ile ifade olunan mantık toplamı vardır ki Leibniz'in hemen hemen daima gözünden kaçmıştır. Hemen hemen diyoruz, çünkü, bir kere Un calcul alternatif başlıklı bitmemiş bir parçada, bugünkü mantığın veya sını çarpım ile ifade etmeğe uğraşmıştır; fakat tam işte çarpımı kullanmakladır ki bu düşünceyi verimsiz kılmıştır,

[28] Saw, **Leibniz**, s. 209-210.

> çünkü bu yüzden ve ile veya arasındaki esaslı ayrılık ortadan kalkmış oluyor. Onun içindir ki bir kere ve yi aritmetiğin toplamı ile paralelleştirmek istemiş, fakat veya yı aritmetik toplamı ile paralelleştirmeyi bir türlü düşünememiştir. Bize bugün apaçık görünen bu düşünceye Leibnizin varamamış olması dikkate değer bir noktadır."[29]

Hızır, yapmış olduğu bu eleştiriyle birlikte Leibniz'in evrensel karakteristik fikriyle, sembolik mantık düşüncesiyle, yeni mantığın büyük bir öncüsü sayılabileceğini de ifade etmektedir.[30] Gerçekten de Leibniz'in bu yolda ilerlerken yapmış olduğu çalışmalar özellikle sembolik mantık açısından oldukça ufuk açıcı düşüncelerdir. Fakat Leibniz'in mantık alanındaki başarılarının bir sonraki dönemlere aktarılamaması, yeterince yayılamaması, sadece küçük bir topluluk tarafından bilinmesi vb. nedenlerden dolayı gizli kalmıştır. Dolayısıyla kendisinden sonraki mantıkçılar ilk sistemlerini kurarlarken Leibniz'in düşüncelerinden habersiz bir şekilde çalışmışlar ve onun yapmış olduğu keşifleri tekrar yapmak zorunda kalmışlardır.[31] Tüm bunlar Leibniz'in, mantık tarihinde göz ardı edilemeyecek kadar önemli bir isim olduğu gerçeğini değiştirmemektedir. Hans Reichenbach'ın mantıkla ilgilenen ilk büyük matematikçi olarak gördüğü Leibniz'le ilgili şu sözleri de bu düşünceyi desteklemektedir:

> "Mantıkla ilgilenen ilk büyük matematikçi Leibniz olmuştur. Ulaştığı sonuçlar devrimsel nitelikte idi ve eğer oluşturmağa koyulduğu sembolik notasyon programını diferansiyel hesapları geliştirmede açığa vurduğu büyük enerji ve kafa gücüyle sonuna dek götürüp gerçekleştirseydi, simgesel mantığın gelişmesi 150 yıllık bir zaman kazanmış olurdu. Ne var ki, bu yoldaki çalışması dağınık kaldı ve yaşadığı dönemde kimsenin ilgisini çekemedi. "[32]

[29] Hızır, **Yeni Mantığın Öncüsü Leibniz**, s. 440.
[30] **A.g.e**. s. 440.
[31] Saw, **Leibniz**, s. 209.
[32] Hans Reicherbanch, **Bilimsel Felsefenin Doğuşu**, Çev. Cemal Yıldırım, İstanbul, Remzi Kitapevi, 1981, s. 148.

1.2. Dedekind Kesimleri ve Mantıkçılık

Richard Dedekind (1831–1916), sayılar teorisine, soyut cebire ve aritmetiğin aksiyomatik temellerine önemli katkılarda bulunan on dokuzuncu yüzyılın en büyük matematikçilerinden biridir. Aynı zamanda modern küme teorisinin ve mantıkçılık ekolünün geliştirilmesinde önemli katkıları olan bir düşünürdür. Çalışmamızın konusu gereği Dedekind'in matematik alanındaki yenilikçi düşüncelerini derinlemesine incelemekten ziyade bu düşüncelerin etkilemiş olduğu felsefi katkıları ele alacağız. Diğer bir deyişle Dedekind'in mantıkçılığa dair katkılarını göstermeye çalışacağız.

1.2.1. Dedekind'in Aritmetiği Mantığa İndirgeme Girişimi

Dedekind mantığının en açık biçimde ifade edildiği iki metin 1872 yılında yazdığı *Stetigkeit und irrationale Zahlen (Süreklilik ve İrrasyonel Sayılar)* ve 1888 yılında yazdığı *Was sind und was sollen die Zahlen (Sayılar Nedir ve Ne Olmalıdır?)* adlı eserleridir. Her iki metinde de doğal sayılar teorisinden geleneksel cebire ve daha yüksek analize kadar geniş anlamda anlaşılan aritmetiğin temelleri ile ilgili konular ele alınmaktadır. Dedekind, aritmetiğin "mantığın bir parçası" olduğu görüşünü taşımaktadır ve bu bağlamda "uzay ve zaman sezgilerimize" olan herhangi bir bağımlılığı reddederek yalnızca "düşünce yasalarına" güvenmemiz gerektiğinden bahsetmektedir.[33] Çünkü aritmetiksel işlemlerde kullanılacak olan ve sezgilerimize dayalı kanıtlamalar bizi bilimsellikten ve dolayısıyla açık ve kesin bir bilim olma anlayışından uzaklaştıracaktır. Dedekind'in uzay ve zamana başvurmayı reddetmesinin temelinde yatan nedenlerden biri de matematikseldir. Çünkü ona göre uzay ve zamanı anlamak için öncelikle sayı biliminin inşa edilmesi gerekmektedir.

> "Uzay ve zaman kavramlarımızı doğru bir şekilde araştırmaya hazır olmamız, yalnızca sayı bilimini inşa etmenin salt mantıksal süreci ve böylece sürekli sayı alanını elde etme yoluyladır."[34]

[33] Erich H. Reck, "The Logic in Dedekind's Logicism", **Logic from Kant to Russell**, Routledge, 2018, s. 172.
[34] Richard Dedekind, **Essays on the Theory of Numbers**, Translated W.W. Beman, New York, Dover, 1901, s. 31-32.

Dedekind, uzay ve zamanı doğru bir şekilde anlamak için gerçel sayıların önceden hesaplanması gerektiğini yani sayıların oluşumunda uzay ve zamanın önceliğinin bulunmadığını belirtmektedir. Dedekind, sayı bilimini inşa etmenin salt mantıksal sürecindeki en önemli ve en yenilikçi adımı 1872 yılında yazmış olduğu *Süreklilik ve İrrasyonel Sayılar* adlı denemesinde sunmuştur. Bu adım, *kesim* kavramı aracılığıyla rasyonel sayılardan gerçek sayılara geçişteki eksik bağlantıyı sağladığından oldukça önemlidir. Bu doğrultuda Dedekind, denemeye sezgisel olarak verilen geometrik çizgiyi, sıralı bir alan olarak tasarlanan rasyonel sayılar sistemiyle karşılaştırarak başlamaktadır. O andan itibaren geometrik sezgileri bir kenara bırakarak, rasyonellerin yoğun bir şekilde sıralanmasının ne anlama geldiğini tanımlamaktadır. Ayrıca, bu tür bir yoğunluğu, bir kesim (bugün *Dedekind Kesimi* olarak adlandırdığımız şey) kavramıyla açıkça süreklilikten (çizgi bütünlüğünden) ayırır ve rasyonel sistemin sürekli olmadığına, yani içindeki her kesimin bir rasyonel sayı tarafından belirlenmediğine işaret eder.[35]

1.2.2. Dedekind Kesimi

Dedekind'in meşhur *Dedekind Kesimi* olarak adlandırılan sistemini yakından inceleyelim. Bu kesim ile rasyonel sayılar iki kümeye ayrılmaktadır ve birinci kümedeki her sayı ikinci kümedeki her sayıdan küçüktür. Rasyonel sayıları bu tarz bir kesimle ayırmamız sonucunda bizi üç sonuç beklemektedir: İlk durumda birinci kümede o kümenin tüm sayılarından büyük bir sayı bulanabilir. İkinci durumda ise ikinci kümede o kümenin tüm sayılarından küçük bir sayı bulanabilir. Üçüncü durum ise önceki iki durumdan herhangi birine uymayan bir rasyonel sayının olmasıdır. İşte bu üçüncü durum bizi rasyonel olmayan yani irrasyonel bir sayının varlığına götürmektedir. Dedekind bu düşüncesini 1872 yılında *Stetigkeit und İrrationale Zahlen (Süreklilik ve İrrasyonel Sayılar)* adlı çalışmasında yer vermiştir. Dedekind'in

[35] Erich Reck & Pierre Keller, **From Dedekind to Cassirer: Logicism and the Kantian Heritage,** University of California at Riverside, 2018, s. 2.

bu çalışmasına kadar kimse rasyonel olmayan sayıların a priori bir şekilde doğru kabul edilen özelliklerinin kanıtlanmasıyla ilgili herhangi bir çabaya girmemişti.[36] Rasyonel olmayan sayılar hakkında sadece ondalık yakınsamalar olarak söz ediliyordu.[37] Dedekind ise uzun yıllar süren bir geleneği bozarak alışılmışın dışında rasyonel olmayan sayıları *Dedekind Kesimi'*yle tanımlayarak matematikteki ilk 'modernist' olmuştur.[38]

> "Dedekind kesimi kısaca şöyle açıklanabilir. Öncelikle eğer a>b ve b>c ise a>c olur. İkinci olarak eğer a≠c ise a ile c arasında sonsuz oransal sayı bulunur. Üçüncü olarak herhangi bir a sayısı gerçek sayı kümesini A1 ve A2 şeklinde iki kısma ayırır. A1'de a'dan küçük sayılar, A2'de a'dan büyük sayılar bulunur. a sayısı bu iki kısımdan birine bağlanır. A1 'deki sayıların hepsi A2'deki sayılardan daha küçük olur. Örneğin √5sayısı oransal olmayan bir sayıdır ve tam olarak bir kesir şeklinde yazılamasa da, oransal sayılara istenildiği kadar yaklaşabilir. Bu sayının konumunu belirleyebilmek için Dedekind kesimini uygulayalım. $\sqrt{5}$ sayısı oransal sayılar kümesini, √5'den küçük ve büyük olmak üzere iki parçaya ayırır. Fakat bunu yaparken √5'i de kullanmış olduk. Yani varlığını henüz göstermediğimiz bir sayıyı. Bu noktada √5'i kullanma problemini nasıl çözebiliriz? Dedekind'in yaklaşımıyla düşünelim. √5'den büyük sayılar kesinlikle pozitiftir, çünkü kareleri 5'den büyüktür. Diğer tüm oransal sayılar da √5'den küçüktür. √5'i kullanmadan açık bir şekilde iki oransal sayı kümesini tanımlamış olduk. Böylece √5'in konumunu onu kullanmadan tespit edebildik."[39]

Böylelikle Dedekind, bu kesim aracılığıyla yeni bir irrasyonel sayının varlığını ortaya koymaktadır. Anlaşılacağı üzere Dedekind irrasyonel sayıları, kümeler teorisi aracılığıyla rasyonel sayılardan türetir.[40] Dedekind, bu durumda irrasyonel sayılara

[36] Ian Stewart, **Matematiğin Kısa Tarihi**, Çev. Sibel Sevinç, İstanbul, Alfa Yayınları, 2017, s. 272.
[37] Örneğin en iyi bilinen rasyonel olmayan sayılardan biri olan pi (π) sayısı, 707 basamağına yakınsanarak kabul edilmekteydi.
[38] Ayşe Kökçü, "Sayının Doğası ve Anlamı Üzerine", **Beytulhikme Felsefe Dergisi**, Cilt 9, Sayı 1, 2019, s. 66.
[39] **A.g.e** s. 66-67.
[40]Özgüç Güven**, "**Dedekind'de Sayının Temellendirilmesi", **Kutadgubilig Felsefe-Bilim Araştırmaları**, Sayı:29, 2016, s. 26.

ulaşmada önem arz eden rasyonel sayıların nasıl kurulduğu sorusuyla karşı karşıya kalmaktadır. Dedekind, rasyonel sayıların oluşumunu yine kümeler teorisi yardımıyla doğal sayılardan türetilebileceğini söylemektedir ve böylece sayı bilimini temellendirme girişimleri doğal sayılara kadar gelmiş olmaktadır. Bu doğrultuda Dedekind, 1880 yılında *Sayılar Nedir ve Nasıl Olmalıdır?* adlı makalesinde doğal sayılar üzerinde derin analizler yapmış ve doğal sayıların oluşumuna yönelik elverişli aksiyomlar belirlemeye çalışmıştır. Bu aksiyomları şu şekilde ifade edebiliriz:

- "Doğal sayılar, bir sistem veya adına **N** diyebileceğimiz bir kümedir ve bu kümedeki elemanlar, birbirini takip eden bir sıra veya dizge biçiminde bulunur.
- Bu dizgede her elemandan sonra, bu elemanın ardılı diyebileceğimiz başka bir eleman bulunmaktadır.
- Bu dizgede hiçbir eleman iki farklı elemana ardıllık yapmaz. (Bu dizgenin hiçbir basamağında aynı anda iki eleman bir arada bulunmaz.)
- Bu dizgede hiçbir elemanın ardılı olmayan bir eleman vardır."[41]

Doğal sayıları bu aksiyomlara dayandırarak inşa eden Dedekind, bir sıralı dizge oluşturan üyelerden meydana gelmiş bir kümeyi de belirtmektedir. Nitekim aksiyomlarda anılan 'her elemanın sadece bir ardıla sahip olma özelliği' sayesinde ise bu kümeye sonsuz niteliği de atfedilmektedir. Ayrıca 'hiçbir elemanın ardılı olmayan bir elemanın bulunması' bu dizgeye bir başlangıç noktası tayin etmesi ve hiçbir elemanın iki farklı elemana ardıllık yapamaması da sıralı sonsuz bir dizge oluşmasına sebep vermektedir. Dolayısıyla bu kümenin sonsuz elemanlardan oluştuğunu rahatlıkla söyleyebiliriz. Peki, bu aksiyomlar sadece doğal sayılar kümesi için mi geçerlidir? Dedekind bu soruya yanıt olarak ortaya koymuş olduğu aksiyomların sadece doğal sayılar için değil, doğal sayılar dışındaki herhangi bir küme için de geçerliliği olduğunu söylemektedir. Bu noktada Dedekind'ın akıl yürütmesi şu biçimdedir:

[41] Potter, Michael, **Set Theory and Its Philosophy**, New York, Oxford University Press, 2004, s. 89-90.

N, doğal sayılar kümesini olduğu gibi kapsayan ve ayrıca hem N kümesinin ardılı olup, hem de kendi ardılı yine kendisi olan bir "**Ω**" öğesinin bulunduğu yeni bir kümenin olduğunu varsayalım. Bu genişletilmiş kümenin yapısı temel olarak şu biçimde modellenebilir[42]:

0→ A→ 1→ A→ 2→ A→ 3 → A→ ….. → **Ω** → A→ **Ω**

Dedekind'in akıl yürütmesine dikkatli bir şekilde baktığımız zaman kendisinin söz ettiği gibi aksiyomlarla uyumlu olduğunu söylememiz pek mümkün gözükmemektedir. Çünkü doğal sayıların inşasında kullanmış olduğu aksiyomlarda 'hiçbir eleman kendi kendisinin ardılı olamaz' önermesi bu yeni oluşturulan küme için geçerli olmamaktadır. Bu oluşturulan yeni kümedeki **Ω** elemanının kendi kendisinin ardılı olarak doğal sayıları karakterize eden aksiyomlar ile uyumlu olmadığını görmekteyiz. Dedekind, karşılaştığı bu sorunun üstesinden gelebilmek için aksiyomlarına yeni bir ilke eklemeye karar vermiştir ve bu ilke matematik teoremlerinde daha önceden de kullanılmış olan 'tümevarım ilkesi' olarak adlandırılmaktadır. Eklenen bu ilke ile aksiyomların sayısı beşe çıkmıştır ve artık bu beş aksiyom ile oluşturulabilecek her küme, doğal sayılar kümesi ile aynı yapıda olup aynı doğruları taşıyabilecektir.[43]

Dedekind'in düşüncelerine baktığımız zaman, genel olarak aritmetiği deneysel temelli bir anlayıştan ve uzay ve zaman sezgilerinden uzak tutarak ona mantıksal bir temel sağlamaya çalıştığını görmekteyiz. Bu doğrultuda onun aritmetiği mantığın bir parçası olarak gördüğü de açıktır. Dedekind'in mantığa ilişkin yapmış olduğu bu vurgulamalar, Frege ve Russell'ın mantıkçılık düşünceleri ile yakından ilişkili olması bağlamında da önemlidir. Frege'nin mantığa dair düşüncelerine ve çalışmamızın ana konusu olan Russell mantıkçılığına çalışmamızın ilerleyen bölümlerinde detaylı bir şekilde yer verilecektir. Dolayısıyla burada sadece Dedekind'in düşüncelerinin bu iki filozofun mantıkçılık çizgisine yakın olduğunu söylemekle yetinmekteyiz. Aynı zamanda Dedekind'in kurmuş olduğu beş aksiyom kendisinden sonra ünlü

[42] Ali Bilge Öztürk, "**Kurt Gödel'in Eksiklik Teoremleri ve Platonculuğu Üzerine Felsefi Bir İnceleme"**, Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Yüksek Lisans Tezi Felsefe Anabilim Dalı, Denizli, 2011, s. 36.
[43] **A.g.e.,** s. 38

matematikçi Peano tarafından incelenerek mantıksal bir düzen içerisinde yeniden biçimlendirilmiştir. Aksiyomların bu yeni hali daha sonra aritmetiksel teorilerin temelini oluşturacak olması bakımından oldukça önemlidir. Bu aksiyomlar düşünce tarihinde genelde *Peano aksiyomları* olarak adlandırılsa da bazı kaynaklarda Dedekind'in aksiyomlarını temel alması sebebiyle *Dedekind-Peano aksiyomları* olarak da adlandırılmaktadır. *Peano aksiyomlarının* nasıl oluşturulduğu ve düşünce dünyasında ne tarz bir öneme sahip olduğuna yakından bakalım.

1.3. Peano'nun Mantıkçılıkta Öncülük Eden Rolü: Peano Aksiyomları

İtalyan mantıkçı ve matematikçi olan Peano, matematiksel mantığın gelişiminde ve aritmetiğin temellendirilmesinde belirleyici çalışmaları olan bir düşünürdür. Peano'nun matematik başta olmak üzere mantıkçılığa olan katkısı göz ardı edilemeyecek kadar önemlidir. Peano'nun bu konudaki çalışmalarının daha yakından incelenmesinde ve temel fikirlerinin benimsenmesinde Russell oldukça önem taşımaktadır. Russell, Paris'te düzenlenen 1900 Matematikçiler Kongresi'nde Peano ve öğrencileri tarafından yapılan sunumdan oldukça etkilendiğini dile getirmiştir. Bu sunumda daha önce görülmemiş sembolik bir araç kullanan Peano'nun düşünceleri, Russell'ın sözleri ile daha yaygın hale gelmeye başlamıştır. Bu çalışmada Russell'ın Peano'dan etkilenmiş olduğu düşünceleri yani aslında mantıkçılığa yapmış olduğu katkılar bağlamında Peano ele alınacaktır.

Peano, matematiğin sezgiden ve sağduyudan bağımsız olarak, teoremlerinin geçerliliğinde herhangi bir şüpheye yer bırakmadan kesin doğrulanabilecek bir sistem olması gerektiği görüşünü taşımaktadır. Bu doğrultuda Peano, öncelikle matematikten sezgi ve sağduyuyu çıkarmak için gündelik dil anlayışından vazgeçti. Çünkü kullanmış olduğumuz gündelik dil çoğu zaman yeterli ve kesin değildi. Matematikte kullanmış olduğumuz bu dil, bizi bazen yanılgılara ve çok anlamlılığa götürmesi sebebiyle hatalara düşürmektedir. Dolayısıyla Peano, bu dil yerine tamamen nötr sembollerden oluşan yeni bir matematiksel sembolizm dili gündeme getirmiştir. Onun görüşüne göre matematiğin sembolik-mantıksal bir dilde yeniden yazılması

gerekmektedir, bu aslında matematiğin "yeniden düşünülmesi" anlamına da gelmektedir.[44]

Bu doğrultuda Peano'nun ilk önemli eseri *Arithmetices Principia Nove Methoda Exposita*[45] *(Yeni Bir Yöntemle Sunulan Aritmetik İlkeleri)* adlı eseridir. Bu çalışma 1889 yılında Turin'de (İtalya) basımı yapılmış olup Latince dilinde yazılmıştır. Matematiğin temelleri sorunu Peano'nun döneminde şu aşamadaydı: klasik matematik doğal sayılar teorisine indirgenmişti ve sonuç olarak hala yapılması gereken, doğal sayılar teorisinin bir *aksiyomatizasyonu* idi. Bu, matematiği doğrulamak isteyen kişinin, tüm aritmetiğin kurulabileceği ilkel mantıksal ve aritmetik kavramları ve önermeleri kurarak aritmetiği doğrulaması gerektiği anlamına geliyordu. Peano'nun yapmayı üstlendiği şey buydu.

Peano'nun *Arithmetices Principia* çalışması iki ana bölümü ayrılmıştır. İlki, mantıksal fikirlerin sezgisel bir şekilde sembolik olarak sunulduğu bölümdür ve bu bölüm *logicae notasyonları* olarak adlandırılmaktadır. Diğer ikinci bölüm ise daha önce hiç ele alınmamış bir konu olan doğal sayılar sisteminin aksiyomatik teorisini sunmaktadır ve bu bölüm de *aritmetik prensip* olarak adlandırılmaktadır.[46] *Arithmetices Principia'*da ortaya konan sayıların aksiyomatik teorisi, daha sonra belirli noktalara ve gösterimlere göre değişiklik göstermiştir. Bu aksiyomatizasyonun matematiksel, mantıksal gelişimini burada takip etmeyeceğiz, çünkü bu, çalışmamızın saf mantıksal alanından ayrılmak anlamına gelecektir. *Arithmetices Principia'*nın tamamen mantıksal kısmı, doğal sayılar sisteminin aksiyomatik yapısının özel mantıksal sunumundan oluşmaktadır. Peano'nun aksiyomatizasyonun özünü üç ilkel fikir ve beş temel önerme oluşturmaktadır. Peano'nun oluşturmuş olduğu bu sistem hem matematik hem de felsefi düşünce dünyasında oldukça önemli bir yere sahiptir. Özellikle Bertrand Russell, Peano'nun aksiyomatizasyonun öneminin altına çizerek eserlerinde bahsetmektedir.[47]

---

[44] Anton Dumitriu, **History of Logic Vol IV**, s. 62.
[45] Bu eser, çalışma boyunca "*Arithmetices Principia"* olarak anılacaktır.
[46] Anton Dumitriu, **History of Logic Vol IV,** s. 66.
[47]Bkz.. Bertrand Russell, **Introduction to Mathematical Philosophy**, London, Originally published by George Allen & Unwin, Ltd., 1919, Chapter I.

Peano'nun kendi inşa etmiş olduğu doğal sayılar sisteminin aksiyomatik yapısını daha yakından inceleyelim. Öncelikle üç ilkel ya da tanımlanmamış fikrini ele alacak olursak şu şekildedir:

a) Sıfır (0)
b) Sayı
c) Ardıl Sayısı (a+)

Bu üç fikir tanımlanmamıştır sadece sezgisel olarak varlıkları kabul edilmiştir. Bir başka deyişle "sıfır"ın ya da "ardıl"ın ne olduğunun bilindiği kabul edilmektedir. Peano, sayı ile doğal sayılar sınıfını anlar ve "2 bir sayıdır" demek, "2'nin doğal sayılar sınıfına ait olduğu" anlamına gelir. "Ardıl" ile belirli bir sayının hemen ardından gelen sayıyı belirtmektedir. Örneğin 1, 0'ın ardılıdır ve 2, 1'in ardılıdır vb.

Peano'nun ünlü beş aksiyomu ise şu şekildedir;

1. Sıfır (0) doğal bir sayıdır.
2. Herhangi bir doğal sayının ardılı bir doğal sayıdır.
3. Herhangi iki sayı aynı ardıla sahip olamaz.
4. Sıfır (0), hiçbir sayının ardılı değildir.
5. Sıfır'ın (0) herhangi bir özelliği ve bu özelliğe sahip herhangi bir sayının ardılının herhangi bir özelliği tüm sayılar için ortaktır.

Bu üç ilkel fikir ve beş aksiyomla Peano, doğal sayıların aritmetiğini ve daha sonra tüm aritmetiği yeniden kurmayı başarmaktadır. Aksiyomatik yöntemi kullanarak matematiksel teoriyi daha net, daha kesin ve öğrenmesi daha kolay hale getirmeyi amaçlamıştır.[48] Peano, böylelikle matematiksel mantığın bu amaca katkıda bulunduğunu görmüş olmaktadır.

Peano'nun aksiyomlarındaki modifikasyonlar nedeniyle formları zamanla değişmiş olsa da bu aksiyomların sayısı aynı şekilde kalmıştır. 1889 ve 1891'de doğal sayılar dizisi sıfır (0) ile değil de bir (1) sayısı ile başlatılmıştı. Fakat Peano, 1898

[48] Hubert C. Kennedy, "Peano's Concept of Number", **Twelve Articles on Giuseppe Peano**, San Francisco, Peremptory Publications, 2002, s. 39.

yılında bunu değiştirerek diziyi sıfır (0) ile başlatmanın daha uygun olduğuna karar vermiştir.[49] Peano'nun aksiyomatizasyonu, aritmetik alanındaki en iyi mantıksal başarılardan biri olmasına rağmen, yine de B. Russell tarafından işaret edilen bir dezavantajdan muzdariptir.[50] Russell, Peano'nun ilkel fikirlerinin, yani sıfır (0), sayı, ardıl ve beş aksiyom tarafından belirlenen koşulları sağlayan sonsuz sayıda farklı yorumlara açık olabileceğini belirtmektedir. Örneğin sıfırın (0), yüz (100) anlamına geldiğini ve "sayı" ifadesinin doğal sayı dizisinde yüz (100) ile başlayan tüm sayıları temsil ettiğini varsayalım. Bu varsayımlar altında Peano'nun sunmuş olduğu aksiyomlar yine yerine getirilmektedir. Mesela dördüncü aksiyom sanki yerine getirilemiyormuş gibi gözükebilir. Çünkü günümüzde kabul ettiğimiz sayı dizisine göre yüz (100) sayısı doksan dokuz (99) sayısının ardılı olarak karşımıza çıkmaktadır. Fakat dördüncü aksiyoma göre sıfırın yerine koymuş olduğumuz yüz (100) sayısının ardılı olamayacağı yazmaktadır. Oysaki şu an varsaydığımız koşullarda zaten doksan dokuz (99) bir sayı olarak nitelendirilmemektedir. Çünkü hatırlayalım ki sayı dizimizi yüz (100) sayısı ile başlatmıştık. Dolayısıyla yapmış olduğumuz varsayımlar altında oluşturduğumuz sistem Peano'nun beş aksiyomu ile uyum sağlamaktadır. Russell, başka bir örneğinde sıfırı (0) her zamanki anlamında bırakarak "sayı" kavramı ile çift sayılarla kastettiğimiz şeyi ele almamızı istemektedir. Bu koşullarda herhangi bir sayıya "2" sayısını eklediğimiz takdirde ardıla ulaşmış olacağız. Bu durumda doğal sayılar dizisi sıfır, iki, dört, altı, sekiz vb. şeklinde olacaktır. Görüleceği üzere bu tarz sonsuz sayıda örnek verilebilir ve bu doğrultuda çeşitli sayı dizileri oluşturabileceğimiz bir zemin karşımıza çıkmaktadır. Russell'e göre Peano'nun sunmuş olduğu ilkel fikirlerin çeşitli yorumlarının bulunması onun sisteminde bir açık olduğunu göstermektedir. Bu durum Russell'da kardinal sayıların oluşumunu ele aldığımız bölümde daha detaylı incelenecek ve Peano aksiyomlarının Russell'da yaratmış olduğu etkisi gösterilecektir.

Diğer yandan Peano'nun en büyük başarılarından biri hem matematiğin dilini hem de matematiksel argüman mantığını biçimselleştirmiş olmasıdır.[51] Böylelikle

[49] **A.g.e**., s. 40.
[50]Anton Dumitriu, **History of Logic Vol IV,** s. 67.
[51] Mark Scheffer, **The Theory of the Foundations of Mathematics- 1870 to 1940**, Computing Science Study at the Eindhoven University of Technology, 2002, s. 72.

Peano, ilk önce sembolik mantığın bölümlerini geliştiren ve aynı zamanda yüklemler hesabı ve önermeleri biçimselleştiren isim olmuştur.[52] Peano'nun bir nevi Leibniz'in ortaya koymuş olduğu soruna yani sembollerle tamamen mantıksal kavramları ve önermeleri tanımlamak sorununa çözüm getirdiğini söyleyebiliriz. Bununla ilgili olarak L.Couturat, düşüncelerini şu şekilde dile getirmektedir;

> "Peano ve meslektaşları matematik alanında Leibniz'in muhteşem projesini kısmen başarmışlardır, yani Leibniz'in *Evrensel Karakterizm* (*Characteristica Universalis)* olarak adlandırdığı bir ideografik gösterim yoluyla tüm insan bilgisinin sistematik bir özeti olan bir *Ansiklopedi (Encycolopaedia)* oluşturmuşlardır."[53]

Görüleceği üzere Peano da Leibniz gibi "evrensel dil" problemiyle ilgilenmiştir. Bu anlamda aslında Peano'nun çalışmaları bir nevi Frege'nin bu konuya dair çalışmalarının sembolize edilmiş yeniden bir formülasyonu olarak görülebilir. Peano, *Notations de Logique Mathematique* adlı çalışmasında bir ideografinin yaratılması üzerine fikirlerini sunmuştur ve bu çalışma Frege'nin aritmetiği sembolleştirmesine benzer bir süreci anımsatmaktadır. İlk adım olarak Peano, belirli bir teorinin cümlelerinin mantıksal biçimini çıkarmayı ve bunu mantıksal semboller kullanarak ifade etmeyi önermektedir. Daha sonra teorinin ilkel terimlerinin bulunabileceği ve diğer terimlerle bağlantılarının keşfedilebileceği bir teori terimlerinin analizini önermektedir.[54] Bu noktada belirtmemiz gereken bir husus; Frege, matematiksel teorilerin sembolleştirtmesine yönelik yaklaşımını ilk kez 1879 gibi erken bir tarihte geliştirdiğinden, Peano'nun matematiksel mantığı kullanarak sembolleştirme kavramını etkileyip etkilemediği konusudur. Peano'nun ilk sembolleştirmesi süreci 1889'da yayımlanan *Arithmetices Principia*'da başlamışken,

---

[52] Fakat bu gelişme ilkel bir düzeyde kalmıştır ve daha sonra ünlü matematikçiler Russell ve Whitehead tarafından *Principia Mathematica* da ayrıntılı olarak çalışılmıştır. Peano'nun çalışmaları ne kadar temel düzeyde olsa da kendinden sonraki gelişmelere yön vermesi açısından oldukça önem arz ettiği unutulmamalıdır.

[53] L.Couturat, *La Logiue Mathématique de M.Peano*'dan alıntılayan Anton Dumitriu, **History of Logic,** Vol IV, s. 65.

[54] Joan Bertran-San Millan, **Frege, Peano and the Interplay between Logic and Mathematics, Philosophia Scientiae** 25: 15-34, 2021, s. 31 (çevrimiçi) https://journals.openedition.org/philosophiascientiae/2831?lang=en#tocto2n5 19 Nisan 2021.

Peano, 1891'den önce matematiksel teorileri sembolize ettiği başka makaleler yayımlamıştı. Daha da önemlisi, Frege kavram-yazının mantığa tam olarak uygulanmasını 1880-1881 yıllarında açıklamaktadır; ancak, üç kez denemesine rağmen bu makaleyi yayımlayamadı. Bu yüzden muhtemelen Peano'nun ona hiçbir zaman erişimi olamadı. Frege ve Peano arasındaki mevcut yazışmaların 1891'de başladığı bilinmektedir çünkü daha önceki tarihlere ait herhangi bir mektuba ait hiçbir iz bulunamamıştır. Dolayısıyla Peano'nun, çalışmalarını Frege'den bağımsız bir şekilde gerçekleştirmiş olduğunu görmekteyiz. İki ünlü düşünür de birbirinden habersiz bir şekilde birbirlerine paralel düşünceler gerçekleştirmiştir.

1.4. Cantor'un Mantıkçılığa Katkısı: Kümeler Kuramı ve Sonsuzluk

Matematiksel bir nesne olan sayılarda özellikle sonsuzluk önemli bir konu olarak karşımıza çıkmaktadır. Cantor, kendisine değin yapılmış olan sonsuzluk görüşlerine ve o dönemin sonsuzluk anlayışına yeni bir boyut kazandırmıştır. Cantor'un sonsuzluk anlayışı onun kümeler kuramı ile yakından ilişkilidir. Dolayısıyla Cantor'da kümenin ne olduğu ve kümeler üzerinden nasıl bir sonsuzluk anlayışı geliştirdiğine bakalım. Cantor'a göre *küme (Menge)* "kümenin öğeleri olarak adlandırılan, algımızın veya düşüncemizin belirli, farklı nesnelerinin bir bütün içinde toplanmasıdır." Bir kümenin, elemanlarını (veya üyelerini) içerdiği söylenir ve sırayla ona ait oldukları söylenir. Belirli bir S kümesinin bir alt kümesi, öğelerinin tümü S'nin öğeleri olan bir kümedir. Bununla birlikte bunun, elemanlardan farklı olarak, S'nin bir parçası olduğu söylenebilir.[55] Bu durumda A ve B olmak üzere iki küme düşünelim. Bu iki küme arasında eğer bir denklik yani tam bir eşleşme olduğunu iddia ediyorsak o zaman A kümesinin her elemanı B kümesinin bir ve sadece bir elemanıyla ve her biri ile bağlantılı olacak şekilde bir ilişki durumu söz konusu ise eş değer oldukları söylenebilir. Diğer bir deyişle B kümesinin bir elemanı, A kümesinin bir ve sadece bir elemanına sahiptir ve yalnız onunla bağıntı yoluyla bağıntılıdır. Bu kümeleri somutlaştırarak konunun daha iyi anlaşılmasını sağlayalım. A kümesini bir çuval

[55] William Kneale & Martha Kneale, **The Development of Logic**, New York, Oxford University Press, 1962, s. 439.

dolusu patates kümesi olarak B kümesini ise bir çuval dolusu soğan kümesi olarak varsayalım. Bizim patates ve soğan çuvallarının eş değer olduklarını söyleyebilmemiz için her iki çuvalı da teker teker saymamıza gerek yoktur. Patates çuvalının içindeki her patates ile soğan çuvalındaki her bir soğan birbiri ile eşleşebiliyorsa ve bu eşleşme sonucunda her iki çuvaldan da herhangi bir öğe dışarıda kalmıyorsa bu durum, patates ve soğan kümelerinin birbirine eş olduklarını gösterir.

Bu doğrultuda bir *kümenin gücü (Machtigkeit)* veya *kardinal sayısı*, tüm eşdeğer kümelerle ortak olan ancak diğerleriyle ortak olmayan olarak tanıtılabilir. Cantor'a göre bu, "aktif zekâmızın yardımıyla bir kümeden onun çeşitli öğelerinin doğasından ve bize verili olan düzenlerinden soyutladığımızda, o kümede ortaya çıkan genel kavramdır" ve iki yatay çizginin çift soyutlamayı gösterdiği $\bar{\bar{S}}$ göstergesi ile temsil edilmektedir.[56] Cantor, bu kuramı aynı zamanda bir kümenin gücünün doğal sayı olmama durumundaki sonsuz kümelere de uygulayarak yeni bir boyuta geçiş yapmıştır.

Cantor'un kümelerle ilgili zihnini kurcalayan oldukça önemli bir soru bulunuyordu: "Tüm sonsuz kümelerin eleman sayıları eşit midir?" Hatırlanacağı üzere Cantor'un kuramı *bire bir eşleşme* kavramına dayanmaktadır ve dolayısıyla iki küme arasında elemanları birbiriyle eşleşebiliyor ve iki kümeden herhangi bir eleman açıkta kalmıyorsa biz iki kümenin eleman sayılarının eşit olduğundan söz edebiliriz. Bir kümenin sonsuz olduğunu ise ancak ve ancak uygun bir alt kümeyle (yani kümenin kendisiyle aynı olmayan bir alt kümeyle) bire bir eşleşmeye tabi tutulabiliyorsa, *sonsuz*dur diyoruz.[57]

Örnek1: Pozitif tam sayılar kümesi: 1, 2, 3, 4, …

Pozitif tam sayıların karelerinin kümesi: 1, 4, 9, 16, …

Örnek2: Doğal sayılar kümesi: 0, 1, 2, 3, …

Çift sayılar kümesi: 2, 4, 6, 8, …

[56] **A.g.e,** s. 439-440.
[57] **A.g.e.** s. 440.

İlk örneğe baktığımız zaman pozitif tam sayıların kareleri, pozitif tam sayıların içinde sadece bazıları olmasına rağmen bu iki kümenin birbiriyle tam eşleşmeye girebildiğini görmekteyiz. Aynı şekilde çift sayılar, doğal sayıların içinde bazıları olmasına rağmen bu iki küme de tam eşleşmeye girebilmektedir. Cantor'un bu kuramı düşünce tarihinde oldukça önemlidir fakat Cantor, kuramı bu noktada bırakmamış daha da ileri götürmüştür. Yukarıda bahsetmiş olduğumuz gibi Cantor'un zihnini, hep "sonsuz kümelerin eleman sayılarının eş olup olmadığı yani tek bir sonsuzluk anlayışının mı yoksa birden fazla bir sonsuzluk türünün bulunduğu" sorusu meşgul etmiştir. Bu doğrultuda çalışmalarını sürdürmüş ve çalışmaları nihayetinde reel sayılar kümesi ile doğal sayılar kümesinin birbirine eş olmadığı sonucuna ulaşmıştır. Başka bir deyişle Cantor, yeni bir sonsuzluk türünün tanınması gerekliliğini ortaya koymuştur. Bunu da meşhur *köşegen (diagonal) teoremi* ile gözler önüne sermiştir. Köşegen teoremi ile reel sayılar kümesinin doğal sayılar kümesi ile bire bir eşlenemeyeceği yani nitekim reel sayılar kümesinin kardinalitesinin doğal sayılar kümesinin kardinalitesinden daha büyük olduğu gösterilmiştir. Cantor bu gösterim için daha açık ve anlaşılır olması bağlamında 0'dan 1'e kadar bir ardıllık içinde yer alan reel sayıları ele almıştır. Bu kanıt öncelikle bu reel sayıların doğal sayılar ile eş olduğunu varsayar ve sonrasında bu varsayımın mümkün olmadığının gösterimine dayanmaktadır.

0 → 0.25687493194…
1 → 0.59648231728…
2 → 0.84613254643…
3 → 0.15647923286…
4 → 0.67932546187…

. → ……..

. → ……..

Bu şekilde her bir doğal sayı 0 ile 1 arasındaki sadece bir reel sayı ile eşleşmiş gibi gözükmektedir. Fakat bu dizilişi tamamen dışında yeni bir reel sayı oluşturmamız

çok mümkün gözükmektedir. Bu sayıya *"T"* sayısı diyelim. Oluşturacağımız bu yeni *T* reel sayısının ilk basamağını yukarıdaki sayı dizisinin ilk sırasındaki sayının birinci basamağındaki rakamdan farklı bir rakam yazarak oluşturalım. Daha sonra *T* sayısının ikinci basamağını ise sayı dizisindeki ikinci sayının ikinci basamağındaki rakamdan farklı bir rakam seçerek oluşturalım. *T* sayısının üçüncü, dördüncü ve diğer basamaklarını da yine aynı şekilde oluşturmaya devam edelim. Böylelikle ortaya çıkan yeni reel sayının ilk basamağı 2 rakamından, ikinci basamağı 9 rakamından, üçüncü basamağı 6 rakamından farklı olacaktır ve diğer basamakları için de aynı durum geçerli olacaktır. Sonuç olarak artık elimizde doğal sayılar ile birebir eşleşmeye soktuğumuz 0 ile 1 arasındaki reel sayılar dizisinin dışında yeni bir sayı elde etmiş olduk. Oysaki verilen örnekte biz doğal sayıların her birini reel sayıların her biri ile eşleştirmiş ve dışarıda herhangi bir sayı bırakmadığımızı varsaymıştık. Fakat bu durumda elde etmiş olduğumuz *T* reel sayısını karşılayacak herhangi bir doğal sayı bulunmamaktadır. İşte Cantor'un köşegen yöntemi bu varsayımın mümkün olmadığını çok açık bir şekilde gözler önüne sermiştir. Böylelikle reel sayılar kümesinin elemanlarının doğal sayılar kümesinin elemanlarından daha fazla olduğu sonucu da ortaya çıkmaktadır. Diğer bir deyişle reel sayılar kümesinin kardinalitesi doğal sayılar kümesinin kardinalitesinden daha büyüktür. Cantor'un bu kuramının en önemli sonucu ise farklı bir sonsuzluk türü olduğunu ortaya koymuş olmasıdır. Görüleceği üzere 0 ile 1 arasındaki reel sayılar kümesi sayılabilir bir sonsuzluk değildir. Doğal sayılara denk gelen sonsuz kümeler ise sayılabilir sonsuz küme olarak adlandırılmaktadır. Cantor ile birlikte sonsuzluk artık tek boyutlu olmaktan çıkmış ve *sayılabilir sonsuz* ve *sayılamaz sonsuz* olmak üzere iki boyuta bölünmüştür.

Cantor'un kümeler kuramı gerek matematik tarihinde gerek felsefe tarihinde yankılar uyandırmıştır; kimi düşünürler tarafından eleştirilmiş kimi düşünürler tarafından desteklenmiştir. Bu düşünürlerden biri olan Frege, Cantor'un düşüncelerine tam anlamıyla katılım sağlamasa da onun bazı düşüncelerini destekleyen ve aynı düşünceyi paylaşan bir düşünür olmuştur. Ayrıca Frege'nin sayı kavramının inşasında Cantor'un *birebir eşleşme* kavramını kullanmış olması Cantor'un önemini yinelemektedir.

"Sonsuz sayılar, G. Cantor'un dikkate değer bir çalışmasında (Grundlagen einer allgemeinen Mannichfaltigkeitslehre, 1883) ancak son zamanlarda tanıtıldı. Prensipte yalnızca sonlu Sayıların gerçek olarak kabul edilmesi gerektiği görüşüne yönelik küçümsemesini yürekten paylaşıyorum. Bunlar duyularla algılanabilir değildirler ve uzamsal değildirler - kesirler, negatif sayılar veya irrasyonel veya karmaşık sayılar gibi; ve fiili olanı, duyularımıza etki eden veya en azından yakın veya uzak sonuçlar olarak duyu-algılarına neden olabilecek etkiler üreten şeylerle sınırlandırırsak, doğal olarak bu türlerin hiçbiri fiili değildir. Ama aynı zamanda, teoremlerimizi ispatlarken bu tür duyu algılarına başvurmaya hiç ihtiyacımız olmadığı da doğrudur. . . . Bu konuda, inandığım gibi, Cantor'a katılıyorum, ancak terminolojim onunkinden bir ölçüde farklı. Benim Numaram, bir "güç" olarak adlandırırken, Sayı kavramının bir düzende düzenlemeye göndermesi vardır. . . . Bizim için, Sayı kavramımız en başından beri sonsuz sayıları da kapsadığından, anlamını genişletmeye hiç gerek yok."

"… bu söylediklerimde, onların meşruluğunu ve verimliliğini sorgulamayı da kesinlikle istemiyorum. Tam aksine, Cantor'un araştırmalarını, bilimi genişlettikleri için selamlıyorum, çünkü bu çalışmalar sayesinde daha yüksek dereceli sonsuz büyük sayal sayılara (sonluötesi sayal sayılara) giden saf aritmetiksel bir yol açılmıştır. Doğurganlıklarını sorgulamak amaçlanmamıştır."[58]

[58] Frege, **a.g.e**., s. 179.

İKİNCİ BÖLÜM
RUSSELL'IN MANTIKÇI TEZİNİN ÖNCÜSÜ FREGE

2.1. Frege'nin Mantıkçı Tezinin Gelişimi

Gottlob Frege, 19.yy'ın ünlü matematik düşünürlerinden biridir. Matematikte yapmış olduğu çalışmalar, kendisinin felsefe alanına doğru yönlenmesinde oldukça önemli katkılar sağlamıştır. Frege'nin amacı matematiği belirsizliklerden kurtarmak ve çelişkilerden arındırmaktır. Bu doğrultuda öncelikle matematiği, gündelik dilin etkisinden uzaklaştırarak yeni bir dil anlayışı ortaya koymaya çalışmıştır. Çünkü kullanmış olduğumuz gündelik dil, yanlış anlaşılmalara izin vermeye oldukça yatkın bir yapıya sahiptir. Dolayısıyla gündelik dil ile herhangi bir bilim yapılması sağlıklı olmayacaktır. Fakat bu, Frege'nin gündelik dili gereksiz bulduğu ve onu tamamen yadsıdığı anlamına da gelmemelidir. Onun yalnızca vurgulamak istediği şey, matematiğin ulaşmak istediği noktada yani açık, seçik ve kesin bir bilim olma yolunda gündelik dilin kullanımının uygun olmadığıdır. Frege, bu konuya dair göz ile mikroskop ilişkisini örnek olarak sunmaktadır. Her ne kadar göz kullanım açısından daha yaygın ve çeşitliliğe olanak tanısa da mikroskop gibi daha kesin sonuçlar vermekten uzaktır. Örneğin gözümüz, çay bardağına konan çay kaşığını kırık olarak görmektedir. Halbuki çay kaşığı kırık değildir sadece bazı fiziksel yansımalardan dolayı gözümüz onu o an o şekilde algılamaktadır. Nitekim mikroskop ile yaptığımız gözlemlerde herhangi bir yanılgı söz konusu değildir. Aynı gözümüzün yanılma olasılığı olduğu gibi gündelik dilde de bu etki bulunmaktadır. Dolayısıyla Frege, mikroskop gibi bilimsel araştırmalar için daha uygun olan yeni bir dil arayışına yönelmiştir. Bu yeni dil arayışı, bütün çelişki ve yanılsamalardan uzak olacak bir formel dil arayışıdır. Bu arayış Frege'yi mantığın kapısına getirmiştir. Çünkü Frege, mantığın tam bir kesinlik sunduğuna inanıyor ve aritmetiği mantık üzerine inşa edebilirse, bütün matematiği bu yolla mantık gibi sağlam temeller üzerine kurabileceğine inanmaktadır.[59]

[59] Bekir S. Gür, "Matematik Felsefesine Giriş", **Matematik Felsefesi**, Ankara, Kadim Yayınları, 2. Baskı, 2004, s. 40.

> "Matematik ile başladım. Bu bilimde daha iyi temeller inşa etme gereksinimi bana çok acil göründü… Mantıksal açıdan dilin yetkin olmayışı bu çeşit araştırmalar için ciddi bir engel oluşturmaktadır. … Böylece, matematikten mantığa geçtim."[60]

Frege'nin bu bağlamda ulaşmak istediği sonuç, gündelik dildeki anlam belirsizliklerinden kurtularak aritmetiğin temellerini salt mantıksal zeminde ele alabilmektir. Bu bağlamda mantığa yeni bir formel dil anlayışı getirmiştir. Geliştirdiği formel dil aracılığıyla aritmetik önermeleri mantıksal önermelere indirgeme düşüncesi mantıkçılık ekolünü başlatmıştır. Bu doğrultuda Frege, *Kavram Yazısı (Begriffsschrift)* adlı eserini yazmıştır. Frege söz konusu eser ile dildeki mantıksal yetersizliklere çare bulduğunu ifade etmektedir. Frege, bu eserinde geliştirmiş olduğu formel dil sayesinde aritmetiği mantığa indirgemiş yani bir nevi aritmetiğin mantıksallaşması gerektiğini ortaya koymuştur. Frege, mantık alanında kendisine kadar yapılmış olan çalışmalardan çok daha özgün bir anlayış geliştirmiştir. Çünkü o, klasik formüllerle sınırlandırılmış bir mantık oluşturmaktan ziyade kendisinin oluşturmuş olduğu notasyonlarla kavramsal içeriği kesin bir şekilde ortaya koymayı amaçlamıştır. Böylelikle ya sadece formel dilden oluşan ya da sadece içerikten oluşan klasik bir mantık anlayışı ortaya koymaktan çok ikisini de yani hem formu hem de içeriği bünyesinde barındıran bir mantık anlayışı geliştirmiş olmaktadır. Frege, kavramsal içeriği ortaya koymak için kelimelerden ziyade sembolleri tercih etmiştir. Frege'nin konuya dair sözleri Gözkan'nın aktarımı ve vurgusuyla şöyledir:

> "Amacım formüllerle dökülmüş soyut bir mantık ortaya koymak değil, ama sözcüklerle yapılandan çok daha kesin ve açık bir şekilde *içeriği* [it. benim] simgeler aracılığıyla dile getirmek."[61]

[60]Gottlob Frege, **Posthumous Writings.** Çev. Peter Long ve Roger White, Blackwell, 1979, s. 273.
[61] Frege, **Aritmetiğin Temelleri-Sayı Kavramı Üzerine Mantıksal Matematiksel İnceleme**, Çev. Bülent Gözkan, İstanbul, Yapı Kredi Yayınları, 2020, s. 20.

Sembollerden oluşan bu yeni mantık dilini Frege'den başkası kullanamadı. Çünkü oluşturmuş olduğu notasyon dili diğer düşünürlerce oldukça karışık ve zor gelmesi sebebiyle eleştirilmiştir. Dolayısıyla Frege'nin bu eserinde ortaya koymaya çalıştığı düşüncelerin anlaşılması uzun bir zaman almıştır.

2.2. Frege'de Kardinal Sayının Tanımı

Frege, *Kavram Yazısı* adlı eserinden sonra 1884 yılında hem kendisine yapılan eleştirilere cevap niteliğinde hem de aritmetiği mantığa indirgeme düşüncesini daha açık bir şekilde ortaya koyma amacıyla ünlü *Aritmetiğin Temelleri* adlı eserini kaleme almıştır. Frege, eserinde aritmetiğin temellerini mantıksal zeminde ele alabilmek için önce aritmetiğin nesnesi olan sayının tanımının yapılması gerektiğinden söz etmektedir. Frege, sayının tanımının "her şeyin üzerinde" olduğunu şu sözleriyle ifade etmektedir: *"kardinal (sayal) sayının* tanımlanması gerektiği mi yoksa tanımlanmamış olarak mı kabul edileceği sorunu her şeyin üzerindedir."[62] Görüldüğü üzere Frege, aritmetiğin temel nesneleri olan sayıların kardinal sayılar aracılığıyla temellendirileceğinden söz etmektedir. Frege'nin "sayı" diye söz ettiği aslında "kardinal sayı"dan başkası değildir. Frege, metinlerinde genel *sayı* kavramı için *Zahl* terimini kullanırken *kardinal sayı* için ise *Anzahl* terimini kullanmaktadır. Peki, bu kardinal sayı nedir? Kardinal sayı *"kaç tane?"* sorusuna verilen cevabın kendisidir. Yani bir kümenin elemanlarının toplam sayısını veren sayıdır diyebiliriz. Frege'nin sayı kavramını nasıl temellendirdiğini anlamak için öncelikle kendisinden önce geliştirilmiş olan sayı kavramına dair görüşleri ele almak fayda sağlayacaktır. Çünkü Frege, kendinden önce oluşturulmuş olan sayı tanımlarını yetersiz bulmakta ve bu tanımlara ilişkin eleştiriler yöneltmektedir. Frege'nin kendisine özgü mantıksal sayı kuramı, yapmış olduğu bu eleştiriler bağlamında ortaya çıkmaktadır.

Frege, aritmetiğin nesnel bir zemin üzerinde inşa edilmesi gerektiği düşüncesine paralel olarak aritmetiğin temel nesnesi olan sayıların da nesnel bir

[62] Frege, **Aritmetiğin Temelleri**, s. 90.

zeminde ele alınması gerektiğinden söz etmektedir. Dolayısıyla sayı nesneleri her türlü sezgisel, duyusal ve metafizik unsurlardan uzaklaştırılmış olmalı ki öznellik çerçevesinde kısıtlı kalmayarak nesnel bir sayı nesnesi oluşturulabilsin. Bu durumda sayı nesneleri ne insan zihnine ait ne de fizik dünyaya aittir. Frege'ye göre onlar "dış dünyanın nesnelerinden bağımsız olarak üçüncü bir dünyada" var olmaktadır.[63] Frege'nin hem iç hem de dış dünyadan daha başka üçüncü dünya diye söz ettiği alan, *düşünceler alemi*dir.

> "4 sayısı nerededir? Ne içimizdedir ne dışımızda. Bu sözcükleri uzamsal anlamda aldığımızda bu doğrudur. 4 sayısının uzamsal yerini belirlemenin hiçbir anlamı yoktur; ama bundan çıkacak tek sonuç 4'ün uzamsal bir nesne olmadığıdır, hiçbir şekilde bir nesne olmadığı değil."[64]

Görüleceği üzere Frege'nin karşı çıktığı noktalardan biri, sayıları uzamsal bir anlamda ele almaktadır. Bu düşüncesi ile Kant'ın aritmetik önermelerin *sentetik a priori* olması görüşüne karşı bir duruş sergilemiş olmaktadır. Çünkü az önce bahsettiğimiz gibi Frege'ye göre sayı nesneleri düşünceler dünyasına ait nesnelerdir. Dolayısıyla onları uzamda yer kaplayan fiziksel bir nesne olarak ele almamız mümkün değildir. Oysaki Kant, aritmetik önermelerin *sentetik a priori* olduğunu söyleyerek aynı zamanda analitik yargıların nihai bilgi zemini olarak saf görüyü öne sürmüş olmaktadır.[65] Kant, bu konuda 7+5=12 örneğini vererek zaman görüsünün aritmetik önermelerin temeli olduğunu açıklamaktadır. Fakat Frege, Kant'ın bu örneğine karşılık bu tarz küçük sayılarda parmakların ya da noktaların görüsüne başvurulabiliyor iken daha büyük sayılarda mesela 215.634+784.520'nun sonucuna ulaşmak için hangi görüye ne şekilde başvurabileceğimizi sorgulamaktadır. Bu tarz büyük sayılarda saf görüden ziyade deneyime başvurmamız gerekecektir ki bu da Kant'ın kendi görüşü ile ters düşmektedir. Dolayısıyla Frege, aritmetik önermelerin

[63] Gottlob Frege, "The Thought: A Logical Inquiry", **Mind**, New Series, Vol. 65, U.K, Oxford University Press, 1956, ss. 289-311, s. 302.
[64] Frege, **Aritmetiğin Temelleri,** s. 155.
[65] Frege, **a.g.e**, s. 103.

analitik a priori olduğunu iddia etmektedir. Aksi takdirde aritmetiğin nesnelliği zedelenmiş olurdu ve aritmetik kesin bir bilim olarak görülemezdi. Frege, Kant'ın analitik ve sentetik doğruları ayırt etme biçimini eleştirmesine ve onun aritmetik açıklamasını reddetmesine rağmen, Kant'ın yapmış olduğu devrim niteliğindeki düşüncelerini asla göz ard etmemiş ve *Grundlagen*'in sonlarına doğru şöyle yazmıştır:

> "Hepimizin minnetle bakmamız gereken bir dehayla küçük münakaşalar yapmakla suçlanmak gibi bir niyetim yok; Bu nedenle, onunla herhangi bir anlaşmazlığı çok aşan anlaşmamın boyutuna da dikkat çekmek zorunda hissediyorum. Yalnızca doğrudan ilgili olana değinmek gerekirse, Kant'ın sentetik ve analitik yargılar arasındaki ayrımı çizmede büyük hizmet ettiğini düşünüyorum. Geometrinin gerçeklerini sentetik ve a priori olarak adlandırarak, onların gerçek doğasını ortaya çıkardı. Ve bu hala tekrarlanmaya değer, çünkü bugün bile çoğu zaman tanınmamaktadır. Eğer Kant aritmetik konusunda yanılmışsa, bu, bence, çalışmasının değerinden ciddi bir şekilde eksiltmez. Demek istediği, apriori sentetik yargılar gibi şeyler olduğuydu; sadece geometride mi yoksa aritmetikte mi bulunacakları daha az önemlidir"[66]

Frege, aritmetiğin nesnelliğine karşı yapmış olduğu bu vurgu bağlamında sayı nesnelerini öznel tasarımlar olarak gören Schloemilch gibi düşünürlerin de görüşlerini eleştirmektedir. Schloemilch'e göre "nesnelerin bir dizi içindeki konumlarının tasarımı bize sayıları vermektedir."[67] Sayıları öznel birer tasarım olarak varsaydığımız zaman herkesin tasarımı birbirinden farklı olacağından farklı sayı nesneleri ortaya çıkacak ve herkes için geçerli bir sayı nesnesi olamayacaktır. Frege, sayı nesnelerinin öznel şeyler değil de kendilerinde nesneler olduğunu söylemektedir:

> "Nasıl ki gökbilim, gezegenlerin öznel tasarımlarıyla değil, gezegenlerin kendileriyle uğraşıyorsa, aynı şekilde aritmetiğin nesneleri de öznel tasarım değildir. Eğer iki sayısı bir öznel tasarım olsaydı, yalnızca bana özel bir şey olurdu. Başka bir insanın öznel tasarımı da, işte bundan dolayı,

[66] William Kneale & Martha Kneale, **The Development of Logic**, s. 446.
[67] Ezgi Diler Tarhan, **"Husserl ve Frege'de Anlam Sorunu",** İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Felsefe Anabilim Dalı Doktora Tezi, İstanbul, 2019, s. 192.

> başka bir tasarım olacaktır. Eğer böyle olsaydı, elimizde milyonlarca iki olması gerekirdi."[68]

Frege'nin sayılara dair görüşlerini eleştirdiği bir başka düşünür de J.S. Mill'dir. Mill, sayıları *dışsal şeylerin bir özelliği* olarak görmektedir. Dolayısıyla her bir sayı nesnesini elde edebilmemiz için gözlemleyebildiğimiz bir olgu gerekmektedir. Bu durum küçük sayılarda gözlemlenebilir iken büyük sayılar söz konusu olduğunda pek mümkün olmayacaktır. Mesela 1.000.000=999.999+1 örneğine baktığımız zaman bir insan tam olarak bu olayda ortaya çıkan bir milyon şeyden oluşan koleksiyon gözlemledi ise ancak bu sonuca ulaşabilecektir. Fakat bu mümkün olması oldukça zor bir durumdur, hatta daha da büyük sayılara geçtiğimiz zaman ise gözlemleme olasılığımız imkansız hale gelecektir. Diğer yandan *0 (sıfır)* sayısını ele aldığımız zaman gözlemleyebildiğimiz herhangi bir olgu olmaması da bu görüşü çürütmektedir. Sonuçta *0 (sıfır)* sayısının taşıyıcısı herhangi bir nesne bulunmayacaktır.

Mill'in Cantor ve Schröder ile birlikte sayıların nesnelerden soyutlama yoluyla elde edilebileceği düşüncesi Frege tarafından kabul görmeyen diğer başka bir hususdur. Frege'ye göre sayılar dışsal nesnelere uygulanmasına rağmen nesneler sayesinde varlıklarını ortaya koymazlar. Eğer saylar nesnelerden soyutlanarak elde ediliyor olsaydı sayılar da renkler ve şekiller gibi niteliklerle eş değer sayılırdı. Oysaki sayılar doğrudan bir dışsal nesnenin özelliği olduğu takdirde herhangi bir nesnenin belirleyici özelliği olan ortak bir sayıdan bahsedilmesi söz konusu değildir.

> "Eğer bir nesneyi haklı olarak kırmızı ve yeşil diye niteleyebiliyorsam, bu, bu nesnenin yeşilin asıl taşıyıcısı olmadığının kesin işaretidir. Bunun için yalnızca yeşil olan bir yüzeyin olması gerekir. Aynı şekilde, farklı sayılar yükleme hakkına sahip olduğum bir nesne de, bir sayının asıl taşıyıcısı değildir."[69]

[68] Frege, **Aritmetiğin Temelleri**, s. 121.
[69] Frege, **a.g.e**, s. 134.

Görüleceği üzere sayılar, nesnelerden soyutlama yoluyla elde edilen nitelikler olduğu takdirde sayıların nesnelliği tehlikeye düşecektir ve dolayısıyla aritmetik önermeler de öznellik zemininde temellendirilmek zorunda kalınacaktır. Aritmetiği kesin bir bilim olarak gören Frege için bu kabul edilemez bir durumdur. Dolayısıyla Frege için sayılar, nesnelerin birer niteliği olmaktan ziyade sayma birimlerinin birer niteliğidir. Yani, sayılar, birimleri nitelemekte ve bu birimler de kavram olarak karşımıza çıkmaktadır. Bir örnekle daha ayrıntılı kılarsak "*bir kitabın sayfasına*" 200 sayısını yükleyemeyiz fakat "*bir kitabın sayfalarının sayısı*" kavramına 200 sayısını yükleyebiliriz.

Frege yine aynı doğrultuda sayıların nesnelliğine gölge düşürecek olan Berkeley, Locke ve Leibniz gibi düşünürlerin *"idea olarak sayı"* düşüncesine de karşı çıkmaktadır. Çünkü idea olarak sayı düşüncesinde zihinlerimizin ideaları bir araya getirme sürecinde birbirinden farklı tasarımlar söz konusu olacağından farklı sayılara ulaşılacak ve ortak bir sayı anlayışı ortadan kalkmış olacaktır. Nitekim Frege'ye göre sayılar, öznel bir tasarım değildir ve onların nesnellik zemininde yer alması gerekmektedir. Ancak bu sayede yani kavramsal bir düzlemde ele alarak sayıların mantıksal nesnelliklerini sağlayabiliriz.

Frege'nin sayılar üzerinde dile getirdiği diğer bir eleştiri ise "sayıların birimlerin toplamı" olduğu düşüncesidir. Locke ve Schröder gibi düşünürler sayıların birimlerin toplamı olduğu düşüncesini taşımaktadır. Frege, bu düşüncenin sayı nesneleri dizisinin devamlılığını engellediğini yani sayıların çoğalmasına izin vermemesi sebebiyle karşı çıkmaktadır.

> "Eğer 'birim', 'sayı verilecek (sayılacak) nesne'ye gönderme yapıyorsa, bu durumda sayı birim olarak tanımlanamaz. Ama eğer 'birim' ile, altında bir sayısından başka hiçbir şeyi toplamayan bir kavramı anlıyorsak, bu durumda çoğulun bir anlamı yoktur… tıpkı altın ve altın ve altın'ın altından başka bir şey olmayışı gibi, 1 ve 1 ve 1 de 3 değil, ama 1'dir."[70]

[70] Frege, **a.g.e**, s. 134.

Sayıların birimlerin özelliği olarak görüldüğü takdirde, sıfatlar gibi isimlere atıfta bulunuyor olması gerekecektir. Fakat Frege'ye göre sayıların isimlere yüklenebiliyor olması mümkün değildir. Sayı nesneleri kavramların kavramı[71] olması sebebiyle sıfatlar gibi isimleri niteleyemez ve yüklem olarak iş görmeleri söz konusu değildir. Örneğin "Satürn gezegendir." derken "gezegen" sıfatı "Satürn" ismine atıfta bulunabiliyor ve yüklem olarak kullanılabiliyor iken "Satürn dörttür." gibi bir ifade anlamsız olmakta ve bu tarz bir ifadenin kullanımı sağlıklı olmamaktadır. Dolayısıyla sayıların, sıfatlara benzer şekilde yüklem olarak kullanılamayacağı anlaşılmış olmaktadır.

Frege'nin kardinal sayı hakkında yapmış olduğu eleştirilerden yola çıkarak onun için kardinal sayının ne ifade etmediğini kısaca özetleyecek olursak;

1-Sayılar, birimlerin toplamı değildir.

2-Sayılar, dışsal şeylerin bir özelliği değildir.

3-Sayılar, birer öznel tasarım değildir.

4-Sayılar, nesnelerden soyutlama yoluyla elde edilmiş değildir.

5-Sayıların sıfatlar gibi şeyleri niteleyen özellikleri yoktur.

6-Sayılar, yüklem olarak kullanılamaz.

7-Sayılar, herhangi bir uzamda yer kaplamazlar.

8- Sayılar, fiziksel birer nesne değildir.

Bu bağlamları vurguladıktan sonra Frege için kardinal sayının tanımına geçiş yapabiliriz. Frege, kardinal sayının "genel kavramına ulaşmak için öncelikle şeylerin uzam-zaman içindeki tüm ayırt edici özelliklerini arındırarak aynılık ile ayırt edilebilirliği bir araya getirmekte ve daha sonrasında 'sıralı dizi' kavramını geliştirerek genel sayı kavramlarının kaplamları arasındaki eşdeğerlik bağıntısı üzerinden kardinal

[71] Frege'ye göre kavramlar birinci düzey kavramlar ve ikinci düzey kavramlar olmak üzere iki tarza ayrılmaktadır. "Kavramların kavramı" ifadesi de ikinci düzey bir kavrama gönderim yapmaktadır. Dolayısıyla Frege sayıları ikinci düzey kavram türü olan kavramların kavramı olarak ele almaktadır. Bu konu çalışmanın ilerleyen bölümlerinde daha detaylı bir şekilde ele alınacaktır.

sayının genel kavramına ulaşmaktadır. Yani Frege'ye göre eşdeğer kaplamlara sahip kavramların kümesinin kümesi, bizi kardinal sayının mantıksal tanımına ulaştırmaktadır."[72] Böylelikle Frege'nin kardinal sayı tanımı "F kavramına ait olan kardinal sayı, 'F kavramıyla eş sayılı' kavramının kaplamıdır"[73] şeklinde karşımıza çıkmaktadır.

Frege'nin aritmetiği mantığa indirgemesi sebebiyle mantığın da nesnesi olarak görülen sayı kavramını, kardinal sayı kavramı bağlamında ele aldığı görülmektedir. Kardinal sayı, aynı zamanda bir kümenin varlığını gerektirmektedir. Çünkü kardinal sayı, bir kümenin öğelerinin toplam sayısını veren yani kümeye yöneltilen "*kaç tane*" sorusuna verilen yanıttır. Frege'ye göre küme kavramı mantık alanına dahildir ve bu bağlamda sayıların temellendirilmesinde küme kavramı dayanak olarak alındığında aritmetiğin temelleri kesin bir şekilde ortaya konulabilir.[74]

Frege'ye göre sayı kavramını elde edebilmek için bir sayısal eşitlikten söz etmemiz gerekmektedir.[75] Bu sayısal eşitliği elde edebilmek için herhangi bir kavramın sayısal değerini bilmemiz zorunlu değildir. Eğer herhangi bir kavramın, B kavramı diyelim, altına düşen nesneler ile diğer başka bir kavramın, buna da Y kavramı diyelim, altına düşen nesneleri bire bir eşleştirebiliyorsak B kavramı ile Y kavramının aynı sayısal eşitliğe sahip olduğundan söz edebiliriz. "B kavramına ait olan sayı ile Y kavramına ait olan sayı aynıdır." ifadesi aslında B kavramı ile Y kavramının bire bir eşlenebilmesi demektir. Hatırlanacağı üzere *birebir eşleşme* kavramını Cantor'da da görmüştük ve Frege, bu konuda Cantor'un düşüncelerine paralel bir şekilde kuramını oluşturmaktadır. Frege'nin *birebir eşleşme* kavramına yönelik vermiş olduğu örnek oldukça aydınlatıcıdır:

> "Eğer bir garson bir masada bulunan tabakların sayısı kadar bıçağı masaya yerleştirdiğinden emin olmak istiyorsa, ne bıçakları ne de tabakları saymasına gerek vardır; bütün yapacağı, bıçakların, tabakların hep sağ tarafına konulmasına özen göstererek her bir tabağın yanına bir bıçak

[72] Tarhan, **Husserl ve Frege'de Anlam Sorunu,** s. 194.
[73] Frege, **Aritmetiğin Temelleri**, s. 162.
[74] Michael Dummett, **Frege, Philosoph of Mathematics**, London: Duckworth, 1991, s. 12.
[75] Frege, **Aritmetiğin Temelleri**, s. 155.

> bırakmaktır. Böylece tabaklar ve bıçaklar bire-bir eşleme içinde ve aynı uzamsal ilişkide olurlar."[76]

Örnekte de görüleceği üzere *birebir eşleşme* yöntemi ile kavramların eş sayılı olduğunu bulabilmekteyiz. Fakat kavramların sayılarına ulaşamamaktayız. Yani tabak ve bıçakların eş sayılı olduğu söylenebilir iken bu tabak ve bıçakların sayılarına dair herhangi bir bilgiye ulaşılmamaktadır. Eş sayılı bu kavramların her biri bir küme olarak ifade edilecek olursa, Frege için sayı, bu *kümelerin kümesi* olarak tanımlanmaktadır. Nitekim sayı, eş sayılı kavramların altına düşen nesnelerden türetilmiş değildir. Frege'nin sözleriyle ifade edecek olursak "F kavramına ait olan kardinal sayı 'F kavramıyla eşsayılı' kavramının kaplamıdır."[77] Böylelikle Frege kardinal sayının tanımını bize vermiş olmaktadır.

2.2.1. Frege'de Sayılar Serisinin Oluşumu

Frege, kardinal sayının tanımını verdikten sonra tekil sayıların tanımlanmasına ve öncelikli olarak temel iki sayı olan *sıfır (0)* ve *bir (1)* sayısının tanımlarını vermeye geçiş yapmıştır.

> 'Kendisiyle aynı olmayan' kavramının altına hiçbir şey düşmediğinden, sıfır sayısını şöyle tanımlıyorum: 0, "kendisiyle aynı olmayan" kavramına ait olan sayal sayıdır."[78]

Frege *bir (1)* sayısına ulaşmak için öncelikle *sıfır (0)* sayısının tanımını vermektedir. Sıfır sayısı, altına hiçbir nesnenin düşmediği kavramların kümesidir. Frege, sıfır sayısını şu şekilde izah etmektedir:

[76] Frege, **a.g.e.**, s. 164.
[77] Frege, **a.g.e.**, s. 162.
[78] Frege, **a.g.e.,** s. 168.

> " '0'la aynı olan' kavramını-ya da istersek buna yüklemini diyelim- ele alalım. Bunun altına 0 sayısı düşmektedir. Ancak '0'la aynı, ama 0'la aynı değil' kavramının altına hiçbir nesne düşmüyor, böylece 0, bu kavrama ait olan sayal sayı[79] oluyor. Yani elimizde '0'la aynı olan' kavramı ve onun altına düşen bir nesne, yani 0 var.
>
> …
>
> "0'la aynı olan, ama 0'la aynı olmayan" kavramına ait olan sayı 0'dır. Yani, "0'la aynı olan" kavramına ait olan kardinal sayı, doğal sayılar serisinde doğrudan sıfırı izlemektedir."[80]

Frege, *bir* sayısını ise doğal sayılar serisinde doğrudan *sıfır*ı izleyen sayı olarak tanımlamaktadır. Diğer sayılar da aynı şekilde *ardıl*[81] kavramı bağlamında tanımlanır. Çünkü Frege'ye göre sıfır sayısı dışındaki her bir kardinal sayı başka bir kardinal sayıyı izlemektedir. Bu bağlamda tüm sayılar kolaylıkla tanımlanabilmektedir. Frege okuyuculara kolaylık olması bakımından konuya dair bir özetleme sunmaktadır:

> " 1. Eğer *a* doğal sayılar serisinde doğrudan 0'ı izliyorsa, *a*= 1'dir.
>
> 2. Eğer 1, bir kavrama ait olan sayal sayı ise, bu kavramın altına düşen bir nesne vardır.
>
> 3. Eğer 1, F kavramına ait olan sayal sayı ise, bu durumda eğer *x* nesnesi F kavramının altına düşüyorsa ve *y* nesnesi F kavramının altına düşüyorsa, *x*=*y*'dir; yani *x* ve *y*;'nin kendisiyle aynıdır.
>
> 4. Eğer F kavramının altına bir nesne düşüyorsa ve *x*'in F kavramının altına düşmesinden ve *y*'nin de F kavramının altına düşmesinden, genel olarak *x*=*y* çıkarsanabiliyorsa, bu drumda 1, F kavramına ait olan sayal sayıdır.
>
> 5. *m* ile *n* arasında,

[79] Alıntı yapılmış olan eserde sayal sayı olarak çevrilen kavram, çalışma içerisinde kardinal sayı olarak çevrilmiştir.
[80] Frege, **a.g.e**., s. 172.
[81] Frege'nin kullanmış olduğu "ardıllık" kavramı bize Peano'nun ardıllığını çağrıştırmaktadır. Konuyla ilgili detaylı bilgi için bkz. çalışmanın 1.3. Bölümü.

> "*n*, doğal sayılar serisinde doğrudan *m*'yi izlemektedir" tümcesiyle ortaya konan bağıntı, bire-bir bağıntıdır.
>
> Şimdiye kadar söylenenlerde, doğal sayılar serisinde her bir sayal sayı için onu doğrudan izleyen ya da onun doğrudan izlediği başka bir sayal sayı olduğunu öne süren hiçbir şey yok.
>
> 6. Doğal sayılar serisinde, 0 dışındaki her bir sayal sayı başka bir sayıyı doğrudan izlemektedir."[82]

Frege'nin sayılara dair yapmış olduğu tanımları örneklerle somutlaştıracak olursak "Ankara şehrinin *sıfır (0)* denizi vardır." ifadesini kurduğumuzda anlarız ki *Ankara'nın denizi* kavramının altına düşen herhangi bir deniz nesnesi bulunmamaktadır. Burada dikkat edilmesi gereken nokta atfetmiş olduğumuz sıfır sayısını *"Ankara'nın denizi"*ne değil *"Ankara'nın deniz sayısı"* kavramına atfetmekte olduğumuzdur. Yine aynı şekilde "Dünyanın *bir (1)* uydusu vardır." ifadesini kullandığında dünyanın uydusu kavramının altına düşen sadece bir adet uydunun (yani Ay) olduğu anlaşılır. *"Dünyanın uydu sayısı"* kavramına *bir (1)* sayısı atfetmiş olunmaktadır.

Verilen örneklerden ve Frege'nin yapmış olduğu tanımlardan sayının bir başka özelliğini daha keşfetmekteyiz. Sayılar, nesnelere yüklenen bir özellik değil, kavramlara atfedilen bir özelliktir.[83] Diğer bir deyişle sayılar, kavramların altına düşen nesneleri değil, kavramların altına düşen kavramları nitelemektedir. Frege, bu noktadaki kafa karışıklığına sebep vermemesi açısından nesnelere yüklenen özelikleri '*Eigenschaft' (nitelik),* kavramlara yüklenen özelliklere ise *'Merkmal' (vasıf)* olarak nitelemiştir. Frege, daha önce vurgulandığı gibi bu bağlamda kavramlar arasında birinci düzey kavramlar ve ikinci düzey kavramlar olmak üzere başka bir ayrım daha yapmaktadır. Frege, altına nesne düşen kavramları birinci düzey kavramlar olarak ve altına kavram düşen kavramları ise ikinci düzey kavramlar olarak adlandırmıştır. Örneğin 'Ayfer'in çocukları uzun boyludur' ifadesindeki 'uzun boylu' kavramı bir

[82] Frege, **Aritmetiğin Temelleri**, s. 172-173.
[83] Frege, **a.g.e.**, s. 62.

*Eigenschaft*tır yani özneyi temsil eden bir *niteliktir*. Fakat "Ayfer'in çocuklarının sayısı üçtür.' ifadesinde ise üç kavramı öznenin bir niteliği değil, 'Ayfer'in çocukların sayısı' kavramının *Merkmal*sıdır yani kavramın bir *vasfına* işaret etmektedir. Nitekim üç sayısı 'Ayfer'in çocuklarına' değil, 'Ayfer'in çocuklarının sayısına' atıfta bulunmaktadır. Görüldüğü üzere '3' sayısı 'Ayfer'in çocuklarının sayısı' olan birincil düzey kavramı niteleyen ikinci düzey bir kavram olmaktadır. Bu durumda Frege'ye göre kardinal sayının genel kavramı, aslında birinci düzey kavramların altına düşen ikinci düzey bir kavramdır.[84] 'Dört pasta' denildiğinde dört sayısı tek tek pastaları değil doğrudan 'pasta' genel kavramını ifade etmektedir. Yani dört sayısı 'pasta' kavramının altına düşen nesnelere (çikolatalı pasta, çilekli pasta, meyveli pasta, muzlu pasta) yüklenmemektedir. Eğer öyle olsaydı pasta kavramı altına düşen nesnelerinin her birine ayrı ayrı dört sayısının yüklenmesi gerekirdi. Hatırlanacağı üzere Frege'ye göre sayılar, nesnelere yüklenen bir özellik değil, kavramlara yüklenen bir özelliktir. Dolayısıyla dört sayısı genel 'pasta' kavramının bir vasfı ve ikinci düzey bir kavram olmaktadır.

Frege'nin aritmetiği mantığa indirgemeye dair yapmış olduğu çalışmalarda sayıları, kavramların kaplamı yani kümeler bağlamında ele aldığını görmekteyiz. Fakat Frege'nin bu düşüncesi önemli bir sorunla karşı karşıya kalmıştır ve bu sorun, Russell tarafından tespit edilmesi nedeniyle düşünce tarihinde *Russell Paradoksu* adıyla anılmaktadır. Frege, aritmetiği, sağlam temellere dayanan bir kümeler kuramına indirgeme düşüncesi ile kaleme almış olduğu *Aritmetiğin Temelleri* adlı eserinin ikinci basımına çok az bir süre kala Russell'dan bir mektup alır. Bu mektupta Russell, Frege'nin *Aritmetiğin Temelleri* adlı eserinin birinci cildini okuduğunu ve çok memnun kaldığını ve ikinci cildini sabırsızlıkla beklediği dile getirmiştir. Fakat mektubun ilerleyen kısımlarında bu eserde yer alan bir çelişkiden yani paradokstan söz etmektedir. Frege, bu mektup karşısında oldukça hayal kırıklığına uğramıştır. Çünkü eseri tam basım aşamasındadır ve eserde köklü bir değişiklik yapacak bir zamanı kalmamıştır. Çok emek ve zaman sarf ederek yazmış olduğu eserinin bu denli

[84] Frege, **a.g.e.**, s. 62.

bir darbe alması Frege'yi derinden etkilemiştir. Frege, Russell'ın mektubuna vermiş olduğu yanıtta bu üzüntüsünden de söz etmektedir:

> "16 Haziran tarihli ilginç mektubunuz için çok teşekkürler, birçok noktada benimle aynı fikirde olmanız ve çalışmalarımı bütün yönleriyle ele alma isteğiniz beni memnun etti. Bulduğunuz çelişki bende çok büyük şaşkınlığa sebep oldu, daha doğrusu aritmetiği inşa etmeye çalıştığım temeli sarstığı için derin üzüntüye uğrattı. Bana öyle geliyor ki […] beşinci kuralım yanlış (20. Bölüm, sayfa 36), 31.bölümde sundum açıklamalar [yeterli değil]. Bu daha ciddi bir durum ortaya çıkarıyor ki, V. kuralın yanlışlığı ile birlikte, sadece bu temel sarsılmakla kalmıyor aynı zamanda aritmetiğin sağlam bir temele dayandırılabilmesi mümkün görünmüyor.
> ....
> Her durumda keşfiniz oldukça hayranlık verici ve –şimdilik bir müjde niteliği barındırmasa da – belki de ilerde mantıkta büyük ilerlemelere yol açacaktır."[85]

Frege, eserin basımına az bir süre kalması sebebi ile eserinin sonuna sadece Russell'ın tespit ettiği sorunu ve ona yaşattığı yıkımı anlatan bir not eklemekle yetinmek zorunda kalmıştır.

> "Bilimsel bir yazar için, kurduğu yapıtın temellerinden birinin, yapı bittikten sonra çökmesi ölçüsünde şanssızlık olamaz. Yapıtın bitimine yakın Russell'ın mektubunu alınca böyle bir duruma düştüm. V. aksiyomla ilgili sorunun öbür aksiyomlar türünden apaçık olmadığını ve bir mantık yasası sayılamayacağını görmezlikten gelmiş değilim. Bu güçsüz noktayı I. cildin önsözünde de belirtmiştim. Yerine bir başkasını bulsaydım, sevinçle vazgeçerdim ondan. Şimdi bile, bir kavramdan, o kavramın uzanımına geçmeden, aritmetiğin bilimsel olarak nasıl kurulacağını ve sayıların, mantıksal nesneler olarak nasıl kavranıp gözden geçirileceğini bilmiyorum."[86]

[85] Gottlob Frege (1902), "Letter to Russell", Jean Van Heijenoort, **From Frege to Gödel**, Cambridge, Harvard University Press, 1967, s. 126.
[86] Bertrand Russell, **Batı Felsefesi Tarihi**, Çev. Muammer Sencer, İstanbul, Say Yayınları, 7. Basım, 2000, s. 41.

Peki, Russell tarafından dile getirilen bu paradoks tam olarak nasıl bir çelişkiyi ifade etmektedir? Bu paradoksu bir soru ile ifade edecek olursak: *kendi kendisinin elemanı olmayan tüm kümelerin kümesi kendi kendisinin bir elemanı mıdır?* şeklinde yorumlanabilir. Russell'ın Frege'nin aritmetiği mantığa indirgeme girişiminde dayanak olarak almış olduğu kümeler öğretisine karşı eleştiri getirdiğini söyleyebiliriz. Frege, bu eleştiriyi şu şekilde dile getirmiştir:

> "Hiç kimse bir insanlar kümesinin bir insan olduğunu iddia etmek istemeyecektir. Burada kendisinin elemanı olmayan bir kümeye sahibiz. Kümenin kaplamı olan bir kavramın kapsamına giren bir şeyin, o kümeye ait olduğunu söylüyorum. Şimdi şu kavramı dikkate alalım: kendi elemanı olmayan küme. Bu kavramın kaplamı (eğer onun kaplamından bahsedilebilirsek) kendilerinin elemanı olmayan kümelerin kümesidir. Kısaca bu kümeye K diyelim. Şimdi bu K kümesinin kendi elemanı olup olmadığını soralım. İlk olarak kendisinin bir elemanı olduğunu varsayalım. Eğer herhangi bir şey bir kümeye aitse kaplamı o küme olan bir kavramın altına düşer. Böylelikle eğer bizim kümemiz kendisinin bir elemanı ise kendisinin elemanı olmayan bir kümedir. İlk varsayımımızla böylece kendi kendisiyle çelişmiş olacaktır. İkinci olarak, K kümesinin kendisinin bir elemanı olmadığını varsayalım; o zaman da o kaplamında olduğu kavramın altına düşer ve böylece kendisinin elemanı olacaktır. Burada yine aynı şekilde bir çelişkiyi elde ederiz!"[87]

Bu alıntıdan anlaşılacağı üzere kümeler, kendi kendisinin elemanı olan kümeler ve kendi kendisinin elemanı olmayan kümeler olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Kendi kendisinin elemanı olan kümeye *tüm kümelerin kümesi*ni örnek olarak gösterebiliriz. Bu kümeyi '*T*' olarak adlandıralım. *T* kümesi evrendeki bütün kümeleri içermektedir. Gerek doğal sayılar kümesi olsun gerek çift doğal sayılar kümesi olsun, evrenden aldığımız herhangi bir küme de bu *T* kümesinin elemanı olacaktır. Aynı zamanda *T* kümesinin kendisinin de bir küme oluşturması bağlamında kendi kendisinin elemanı olan küme niteliği taşıyacaktır. Diğer yandan çift doğal sayılar kümesini ele aldığımız zaman kendi kendisinin elemanı olmayan bir küme niteliği taşıdığını göreceğiz. Çünkü çift doğal sayılar kümesinin elemanları çift doğal

[87] Gottlob Frege, **Philosophical Writings**, 2. bs. , New York, Basil Blackwell, 1960, s. 235.

sayılardan oluşurken çift doğal sayılar kümesi bir çift doğal sayı değildir. Böylelikle kendi kendisinin elemanı olmaya bir küme olmaktadır. Peki, *kendi kendisinin elemanı olmayan tüm kümelerin kümesi kendi kendisinin bir elemanı mıdır?* sorusu ile karşılaştığımız zaman yanıt ne olacaktır? Russell'ın paradoksu bu noktada kendini göstermektedir. Kendi kendisinin elemanı olmayan tüm kümelerin kümesini 'x' olarak adlandıralım. Sorumuz artık *x kümesi, x kümesinin üyesi midir?* şeklini almış bulunmaktadır. Öncelikle x'in kendi kendisini bir elemanı yani 'x∈ x' olduğunu doğru varsayalım. Bu durumda eğer x, x'in bir elemanı ise o zaman x, x'in bir elemanı olamaz. Çünkü x kümesi, kendisinin elemanı olmayan kümeleri içermektedir ve dolayısıyla kendisinin elemanı olan kümeleri içeremez. Diğer olasılığı değerlendirecek olursak yani x'in kendi kendisinin elemanı olmadığını (x ∉ x) doğru varsaydığımız zaman x kümesinin tanımı gereği x, x'in bir elemanı olmalıdır. Ancak bu durumda da yine aynı tarz bir çelişkiyle karşı karşıya kalmaktayız. İşte Russell, Frege'ye mektubundan bu çelişkiden söz etmiştir. Fakat Russell, mektubunda bu paradokstan söz ederken küme kavramını kullanmadan önce yüklem kavramını kullanmıştır:

> "...Diyelim ki *w,* kendi kendisine yüklemlenemeyecek olan yüklem olsun. Bu durumda *w* kendisine yüklemlenebilir mi? Verilecek her yanıt karşıtıyla sonuçlanıyor. Bunu kısaca şu şekilde ifade edelim: *w,* 'kendi kendisine yüklenemeyen kavram' olsun. (bunu, 'kendi kendisinin üyesi olmayan kavram' kavramı olarak kümeler kuramı diliyle de ifade edebiliriz: 'x ∉ x'); bu durumda *w,* kendi kendisine yüklenemeyen tüm kavramları kaplamı olarak altında barındıracaktır; başka bir deyişle x kavramının, *w*'nun altında yer almasının koşulu 'x ∉ x' olacaktır." Bunu genelleyerek şu ifadeyi elde ediyoruz:
>
> ∀x ((x ∉ x) ↔ (x ∈ w)); bu ifade tüm x'ler için geçerli olduğu için x'in yerine *w* koyduğumuzda (tümel özelleme yaptığımızda), ((w∉w) ↔ (w∈w)) gibi bir çelişkiyle karşılaşıyoruz."[88]

Russell'ın kullandığı *yüklemlenebilir* kavramı yukarıda sözü etmiş olduğumuz *kendi kendisini elemanı olan küme* kavramına ve *yüklemlenemez* kavramı ise *kendi kendisinin elemanı olmayan küme* kavramına eş değer bir kavramdır. Russell,

[88] Frege, **Aritmetiğin Temelleri,** s. 66.

kümesini tanımlarken *w* sembolünü kendi kendisine yüklemlenmeyecek olan yüklem olarak belirtmiştir.

Frege'nin yapıtının Russell'ın paradoksu ile temelden bir sarsıntıya uğradığını ve bu yönde aritmetiği mantığa indirgeme girişiminin başarısızlığa uğradığını görmekteyiz. Fakat Frege'nin bu girişim esnasında ortaya koymuş olduğu düşüncelerin ve buluşların kendisinden sonra bu alanda yapılan çalışmalara ışık kaynağı olması bakımından oldukça önemli olduğu da unutulmamalıdır.

Dolayısıyla aritmetiğin mantığa indirgenmesi girişimi başarısızlığa uğramış olsa da, geliştirdiği yaklaşım ve doğal dilden hareketle dilin mantıksal yapısının incelenmesinde izlediği yol, doğal dilin mantıksal yapısının arka planını açığa çıkarma girişimi, kendinden sonraki çalışmalarda derin izler bırakmış, kendisinden sonra analitik felsefenin ortaya çıkmasını sağlayacak felsefi bir yönteme dönüşmüştür.[89]

2.3. Frege'de Psikolojizm Eleştirisi

Mantık ile psikoloji arasındaki ilişkiye dair tartışmalar düşünce tarihinde varlığını sürdüren önemli tartışmalardan biridir. Bu tartışmaların temelinde mantığın psikolojinin bir alt dalı olup olmadığı düşüncesi yatmaktadır. Mantığı psikolojinin bir alt dalı olarak ele alan düşünürlerin görüşü "psikolojizm" adı altında değerlendirilmiştir. Tartışmanın diğer tarafında ise mantığın psikolojinin bir alt dalı olmadığı görüşünü savunanlar bulunmaktadır. Psikolojizm karşıtı bu düşünürler arasında Frege oldukça önemli bir konuma sahiptir. Frege, yazmış olduğu birçok eserinde psikoloji ile mantık arasında bir ayrımın bulunması gerektiğini vurgulamıştır. Psikolojizm düşüncesine göre mantığın yasaları insan düşünmesinin deneysel genellemeleri olarak görülmekte ve bu bağlamda da mantık yasaları insanın akıl yürütme biçimlerine temelden bağımlı olarak ele alınmaktadır.[90] Peki, eğer insan gerçek akıl yürütme biçimlerinden farklı bir şekilde akıl yürütmüş olsaydı ne olacaktı? Bu varsayım sonucu mantığın yasaları sürekli bir değişkenlik gösterecek ve evrensel

[89] Frege, **a.g.e.,** s. 69.
[90] Joseph Salerno, **Frege'ye Dair**, Çev. Ayhan Dereko, Ankara, Birleşik Yayınevi, 2011, s. 111.

bir mantık yasalarına sahip olunamayacaktır. Mantığın evrenselliğini savunan Frege bu noktada psikolojizme karşı çıkmaktadır:

> ‘‘Eğer mantık bu psikolojik yasalarla ilgili olsaydı psikolojinin bir parçası olurdu; gerçekten ona tam da bu şekilde bakılmıştır. Böyle bir durumda, düşüncenin bu yasalarına, ‘insanda iyi sindirim nasıl meydana gelir’, veya ‘kişi dilbilgisine uygun nasıl konuşur’, veya ‘kişi modaya uygun nasıl giyinir’ gibi konularla ilgili deyişlere benzer şekilde, bir ortalama düzey sunmaları anlamında, kılavuz ilkeler gözüyle bakılabilirdi. Bu durumda kişi sadece şunu söyleyebilir: insanların bir şeyi doğru kabul etmeleri, bu zamana ait ve insanlara dair bilgimize bağlı olan bu yasalara ortalamada uyar; bu yüzden eğer bir kişi ortalamayı tutturmak istiyorsa bunlara uymalıdır. Ama giyimde bu moda olanın yakın gelecekte moda olmaktan çıkması gibi ve şu anda Çinliler arasında moda olmaması gibi, düşüncenin bu psikolojik yasaları da ancak onları buyuran otoriteye getirdiği sınırlamalarla tatbik edebilir. Eğer mantık bir şeyin doğru olması ile değil, doğru sayılması/ kabul edilmesi ile ilgili olacaksa! Ve işte bunlar psikolojik mantıkçıların kafalarının karıştığı hususlardır.’’[91]

Frege’nin yukarıdaki sözlerinden de anlaşılacağı üzere psikolojizm bize, ancak belli bir zamanda, belli bir topluluğun, belirli bir konu üzerinde anlaşması sonucu mantık yasalarının geçerliliğinden söz etmemize imkan vermektedir. Bu durumda söz edilen değişkenlerden herhangi biri değiştiğinde mantık yasaları da aynı doğrultuda değişikliğe uğrayacaktır. Kişinin bir toplumda trafikte can güvenliğini sağlaması için uyması gereken trafik kuralları ve işaretleri bulunurken başka bir toplumda ise trafikteki can güvenliğinin sağlanması için başka bir trafik kuralları ve işaretleri bulunmaktadır. Toplumu aşan ve onun ötesinde bir trafik kuralı bulunmamaktadır. Dolayısıyla trafik kuralları her toplum için farklıdır. Eğer psikolojizm doğru ise nasıl trafik kuralları öznel yapıda ise mantık yasaları da öyle olacaktır. Frege bu görüşe mantık yasalarının evrenselliğini zedelemesi sebebiyle karşı çıkmaktadır. Nitekim psikolojizmin savunduğu düşünceye göre kişiden kişiye bile mantık yasaları farklılık gösterecektir. Çünkü bir insanın zihninde yer alan düşünce ile başka bir insanın

[91] **A.y.**

zihninde yer alan düşüncenin aynı olduğundan söz etmemize imkan yoktur. Düşünceler arasında benzerlikler olduğunu varsaydığımızda bile eş olduklarından bahsedemeyiz. Çünkü bizde düşünceleri karşılaştırma yetisi bulunmamaktadır. Bunun için öncelikle tüm zihinleri içine alacak bir ortak bilinç olması gerekmektedir ve bu tarz bir bilinç de bizde bulunmamaktadır. Dolayısıyla bir insanın diğer başka bir insandan farklı düşüncelere sahip olması sebebiyle mantığın yasalarını da ortak bir yapıda birleştiremeyiz. Bu koşullarda mantığın yasaları, düşünecek olan insanın nasıl düşünmesi gerektiğini bize evrensel olarak sunamamaktadır, bunun yerine sadece belirli bir zamanda belirli bir toplumun ortalama bir üyesi gibi düşünmek istediğinde ancak bize nasıl düşünmesi gerektiğini sunabilmektedir.[92] Oysaki Frege, eserlerinde mantık için her zaman mevcut olan öznelciliğe kayma tehlikesine ilişkin uyarıcı notlarda bulunmaktadır. *Aritmetiğin Temelleri* adlı eserinde düşüncelerini açıklarken bağlı kalmayı planladığı ilkelerden biri olarak *psikolojik olanı mantıksal olandan, öznel olanı nesnel olandan kesin bir biçimde ayırmak*[93] olduğunu belirtmektedir. Yine aynı adlı eserinde matematik ile psikoloji arasındaki ilişkiye dair bir eleştiri getirmektedir:

> "Bu iki bilim [matematik ve felsefe] arasındaki işbirliği, her iki taraftan yapılan girişimlere karşın, istenildiği ve beklenildiği kadar verimli olmamıştır. Bana göre bunun sebebi, psikolojik inceleme yöntemlerinin felsefedeki egemenliğidir; hatta bu durum mantık alanına bile sıçramıştır. Bu psikolojik eğilim matematikte hoş karşılanan bir şey değildir… "[94]

Frege'ye göre matematiğin ve dolayısıyla mantığın yasalarının öznellik zemininde ele alınması onun doğasına aykırı bir durumdur. Çünkü mantığın yasaları evrenseldir ve kişiden kişiye, durumdan duruma değişiklik göstermemektedir. Frege'ye göre mantığa ait doğru bir önerme tüm insanlar için geçerli olmalıdır. Bu durumda Frege, mantığın yasalarını insan zihninden soyutlamış olmaktadır. Eğer onlar, insan zihninin birer parçası olarak varsayılırsa her bir insan zihnine tekabül

[92] Salerno, **Frege'ye Dair**, s. 111-112.
[93] Frege, **Aritmetiğin Temelleri**, s. 85
[94] Frege, **a.g.e.,** s. 81.

gelen farklı mantık yasalarının varlığının da kabul edilmesi gerekecektir. Frege'nin psikolojizme karşı çıkış noktalarından biri de psikojizmin bu olanağı sağlıyor oluşudur. Frege, bu tarz bir tehlikeden korunmak için mantık yasalarını zihinsel süreçleri barındıran öznel alandan dışladığı gibi uzay ve zaman altında deneyimlediğimiz nesnel alandan da uzaklaştırmaktadır. Frege, mantık yasalarının bu iki alan dışında kalan, daha önce sözünü de etmiş olduğumuz sayı nesnelerini de içinde barındıran bir üçüncü alanda yani *düşünceler alemi*nde olduğunu belirtmektedir. Böylelikle Frege, mantık nesnelerini onları kavrayan zihinden soyutlamış fakat deneyimsel gerçeklikler gibi zihinden de tamamen ayırmamış olmaktadır. Frege yorumcularından biri olan Hans Sluga bu durumu şu şekilde aktarmaktadır:

> "Frege'ye göre düşünceler, kuşun elde olması gibi zihinde değildir, düşünceler kemik ve kasın elde olması gibi zihindedir. Nesnel olan, zihne yabancı ya da dışsal olan birşey değildir, ancak zihnin oluşturucusu olarak onun en özellikli sahiplenimidir."[95]

Frege, aritmetiği mantığa indirgeme amacı doğrultusunda bu konuya paralel düşüncelerini de şu şekilde ifade etmektedir:

> "Aklın asıl nesnesi [*der eigentliche Gegenstand der Vernunft*] aklın kendisidir. Aritmetikte duyular aracılığıyla dıştan yabancı akla verilen ve aklın en kendine özgü sahiplenimleri olarak tüm saydamlıklarıyla görülebilecek nesnelerle ilgileniriz.
> Yine de, ya da tam olarak bu sebeple bu nesneler hiçbir şekilde öznel hayal ürünleri değildir. Aritmetiğin yasalarından daha nesnel bir şey yoktur."[96]

Frege, bu pasajda her ne kadar aritmetiğin nesnelliğinden söz ediyor olsa da aritmetiği mantığa indirgeme amacı taşıyan bu düşünürün bu sözleri mantık için de geçerlidir. Mantık nesnelerini ele alan düşünce öznel bir düşünceden ziyade nesnel bir düşünce olmalıdır. Dolayısıyla insanların nesnel düşünceleri psikolojik hallerinden bağımsız olmalı ki mantık bilimi evrenselliğini koruyabilsin.

---

[95] Hans Sluga, **Gottlob Frege**, London, Routledge and Kegan Paul, 1980, s. 121.
[96] Frege, **Aritmetiğin Temelleri,** s. 195.

Frege'nin psikolojizme karşı duruşunun bir başka nedeni ise gündelik dilin psikolojik yaklaşımlar barındırmasıdır. Frege'ye göre hatırlanacağı üzere gündelik dil, zengin içeriğinden kaynaklanan çok anlamlığa olanak tanıyan ve yanılsamalara yol açan yapısı sebebiyle mantık için uygun görülmemektedir. Bu bağlamda psikolojizm de yanılsamalara ve çok çeşitli anlamlara olanak tanımaktadır. Böylece psikolojizm, bünyesinde öznel tasarımlara yer vermiş olacaktır. Frege, "öznel tasarım" terimini bir insanın zihninde oluşan imgeler ve çağrışımlar olarak tanımlamaktadır. Fakat Frege daha sonra öznel tasarım ile nesnel tasarım arasındaki kafa karışıklığını önlemek için "tasarım" sözcüğünü sadece öznel anlamında kullanma kararı almıştır:

> "Öznel anlamda bir tasarım, psikolojik çağrışım yasalarını ilgilendiren bir şeydir; duyusal, resimsel bir yapısı vardır. Nesnel anlamda tasarım, mantığa aittir ve ilkece duyusal değildir; her ne kadar nesnel tasarıma gönderen [bedeutet] sözcüğe, genellikle öznel bir tasarım eşlik ediyor olsa da, bu onun gönderimi değildir. Öznel tasarımlar, çoğu zaman gösterilebilir ki, farklı insanlarda birbirlerinden farklıdır; nesnel tasarımlar ise tüm insanlarda aynıdır. Nesnel tasarımlar nesnelere ve kavramlara ayrılabilir. Karışıklığı önlemek için, ben 'tasarım' sözcüğünü yalnızca öznel anlamında kullandım. Kant, bu sözcüğe her iki anlamı da *[Bedeutung]* verdiği için, öznel, idealist bir yan taşıdığı varsayılmış ve bu, gerçek görüşünün anlaşılmasını zorlaştırmıştır. Burada göz önünde tutulan ayrım, psikoloji ile mantık arasında yapılan ayrım kadar haklı bir ayrımdır. Bunları her zaman keskin bir şekilde birbirinden ayırmak gerekir."[97]

Frege, yeni bir formel dil inşa etmesiyle hem gündelik dilin yetersizliğinden kurtulmakta hem de dilin mantıksal formunu psikolojik olandan ayırmış olmaktadır. Frege, mantıksal bir dil inşa etme amacında ilerlerken klasik mantığın gündelik dilin yapısına paralel olarak yapmış olduğu özne-yüklem ayrımına yeni bir boyut kazandırmıştır. Çünkü ona göre özne-yüklem ayrımı gündelik dilin yanıltıcı yapısının bir parçasıdır. Dolayısıyla özne-yüklem ayrımının ortadan kalkması gerekmektedir. Frege, geleneksel özne-yüklem ayrımı yerine fonksiyon-argüman ayrımını ortaya

[97] Frege, **a.g.e**, s. 121.

atmıştır. İmdi, Frege'nin fonksiyon ve argüman nosyonlarına yüklediği anlama yakından bakalım.

2.4. Frege'de Fonksiyon ve Argüman Kavramları

Frege, özne-yüklem ayrımını, yargı içerisinde kullanımının yanlış yönlendirmelere sebep vermesi bağlamında reddetmektedir. Daha önce de bahsettiğimiz gibi Frege, gündelik dili, kurmak istediği nesnel mantık anlayışına ters düşen yapısı ve yetersizliği yüzünden kendi düşünce sisteminin dışında tutmaktadır. Dolayısıyla gündelik dilin ayrımlarından biri olan özne-yüklem ayrımını da herhangi bir yargının analizinde işlevsel bir unsur olarak görmemektedir. Frege, 'özne'yi yargının esas olarak ele aldığı, konusu olan kavram ve sözcük diziliminde dinleyicinin dikkatinin özellikle yönlendirilmek istendiği mükemmel yer olarak tasvir etmektedir:

> "Buna göre, sadece konuşmacı ve dinleyicinin arasındaki, örneğin konuşmacının, dinleyicinin beklentileri göz önünde bulundurması ve bunları önermesini henüz dile getirmeden önce, doğru yol sokmaya çalışması gibi karşılıklı etkileşiminden doğan dildeki tüm oluşumların, benim dilimde hiçbir yeri yoktur, çünkü yargıda sade ve sadece olası çıkarımlara etki edebilecek şey önemlidir."[98]

Frege, özne-yüklem ayrımının konuşmacı ve dinleyicilerin öznel tutumlarına dayandığını ve dolayısıyla özne ve yüklemin nesnel mantıksal nitelikler olmadığını vurgulamaktadır. Bu bağlamda kendisi de her ne kadar başlarda özne ve yüklem ayrımının yanlış yönlendirmelerine maruz kalmış olsa da kendi sistemi için bu ayrımın uygunsuzluğunu erkenden fark ettiğini dile getirir:

> "Bir denklem dilinin ilk taslağında, yargıları özne ve yüklemi oluşturma bağlamından, dil örneğinden yola çıkarak yanıldım. Fakat kısa bir süre sonra,

[98] Gottlob Frege, **Kavram Yazısı**, Çev. Mustafa Özdemir, İstanbul, Külliyat Yayınları, 2019, s. 32.

> bunun özel hedefim açısından bana engel oluşturduğunu ve kullanışsız ayrıntılara yol açtığını gördüm."[99]

Görüldüğü üzere Frege, bu düşünceler doğrultusunda yargılara ilişkin geleneksel özne ve yüklem ayrımının mantıkta yeri olmadığı kanısına ulaşmış ve ardından bu ayrımın yerine fonksiyon ve argüman ayrımını getirmiştir. Frege, geleneksel özne ve yüklem ayrımının yerine getirmiş olduğu fonksiyon ve argüman ayrımının yargıların nesnel mantıksal ilişkilerini daha iyi ifade ettiğini düşünmektedir. Peki 'Fonksiyon ve argüman ayrımı bunu nasıl sağlamaktadır?' ve Frege için 'Fonksiyon ve argüman kavramları tam olarak ne ifade etmektedir?' Bu soruların yanıtlarına göz atalım.

Frege, fonksiyon-argüman ayrımına dair düşüncelerinin geneline *Fonksiyon ve Kavram* adlı makalesinde yer vermektedir. Makalesinin başında konuya matematikte yer alan *fonksiyon* kavramı ile başladığını ifade etmektedir ve ardından fonksiyon kavramı ile matematikte ilk olarak neyin ifade edildiğini anlayabilmemiz için daha yüksek bir analize başvurmamız gerektiğini belirtmektedir. Fakat Frege, bir matematikçiye fonksiyonun ne anlama geldiğini sorarsanız, muhtemelen tatmin edici olmayan bir yanıt alınacağını söylemektedir. Bu yanıt şu şekildedir: "x'in bir fonksiyonunun x'i içeren bir yaklaşımı, yani x harfini içeren bir formüldür" Bu yanıt doğrultusunda örneğin $2.x^3+x$, x'in bir fonksiyonu ve 2.2^3+2 ise 2'nin bir fonksiyonu olacaktır. Frege, bu yanıtın yeterli olmadığını söyler çünkü bu tarz bir durumda biçim ile içerik, gösterge ile gösterilen birbirine karıştırılmış olmaktadır. Frege, bu kafa karışıklığının matematiksel çalışmalarda hatta ünlü yazarların eserlerinde bile sıklıkla karşılaşılan bir hata olduğundan söz etmektedir.[100] Frege için önemli olan ifade ediliş biçimi değil, içerik veya anlamdır.[101] Örneğin 2.2^2+2'nin ifadesi değil de içeriğin kendisi önemlidir. Peki, bu içerik nedir? Bu sorunun yanıtı '2x5' veya '10' ile gösterilen ile aynıdır. $2.2^2+2=10$ denkleminde, sağ taraftaki sembollerin birleşimi ile sol taraftaki sembollerinin aynı anlama sahip olduğu anlamına gelmektedir.

---

[99] Frege, **a.g.e**, s. 32-33.
[100] Gottlob Frege, **Fonksiyon ve Kavram**, Çev. Mustafa Özdemir, İstanbul, Külliyat Yayınları, 2019, s. 22.
[101] Anthony Kenny, **Frege: An Introduction to the Founder of Modern Analytic Philosophy**, Malden, Massachusetts, USA, Blackwell Publishers, 2000, s. 102.

Gerçek bir denklemin farklı taraflarında görülen farklı ifadeler farklı kavramlar olabiliyor iken farklı nesneler olamamaktadır. Frege'nin anlamış olduğu şekliyle bir fonksiyon, bir ifade ya da bir ifadenin herhangi bir parçası değildir. O zaman biz örneğin 2+5 ve 3+4'ün aynı fakat bir o kadar aynı olmadığından söz edebilir miyiz? Frege bu görüşe itiraz eder ve bu görüşün temelinde en başta sözünü etmiş olduğu biçim ile içerik, gösteren ile gösterilen arasındaki karışıklığın olduğunu dile getirir. Bu durumu da birinin, isimleri kulağa değişik geldiğinden, hoş kokulu menekşeyi, *viola odorata*[102]'dan farklı göstermek istemesine benzetmektedir.[103] Sonuç olarak sadece gösterende bulunan farklılık, gösterilendeki farklılığı açıklamak için yeterli olmamaktadır. Bu durumda sayı imlerinin (rakamların), gönderimleri ayrılmak zorunda kalınırsa, aynı zamanda '2', '1+1', '3-1', '6:3', ifadelerine de aynı gönderimi yüklemek gerekecektir çünkü farkın neye dayanması gerektiği belli değildir.[104] Dolayısıyla farklı ifadeler farklı görüşlere ve taraflara karşılık gelmesine rağmen aynı şeyin karşılığı olarak karşımıza çıkmaktadır. Frege, bu durumun tersi olduğu koşulda karşılaşabileceğimiz durumu şu şekilde ifade etmektedir:

> "Aksi halde, $x^2 = 4$ denklemi sadece 2 ve -2 şeklindeki iki kökü değil, aynı zamanda birbirinden farklı, ancak yine de belli açılardan birbirine benzer (1+1) ve sayısız başka kökleri barındırırdı. Sadece iki reel kök kabul edilerek, eşitlik iminin tam bir birleşme değil, sadece kısmi bir örtüşme olduğu görüşü çürütülür. Eğer bu duruma bağlı kalacak olursak, şu ifadelerin: "2.1^3+1",
> "2.2^3+2",
> "2.4^3+4",
> bir bakıma 3,18,132 gibi sayılar anlamına geldiğini görürüz." [105]

Eğer sözü edilen bu koşullarda bir fonksiyonu sadece bir işlemin ifadesi anlamında ele aldığımızda o zaman karşımıza sadece bir sayı çıkacaktır. Yani bir

[102] Kokulu menekşenin bilim literatüründeki ismi.
[103] Frege, **Fonksiyon ve Kavram**, s. 23.
[104] Frege, **a.g.e**., s. 24.
[105] Frege, **a.g.e**., s. 24.

fonksiyon yalnızca matematiksel bir ifadenin ifade ettiği şey olsaydı, sadece bir sayı olurdu ve böylece, Frege'nin dediği gibi, fonksiyonların tanıtılmasıyla 'aritmetik için yeni hiçbir şey kazanılamazdı.' '$2.x^2+x$' tarzında bir ifade daha çok insanların bir fonksiyon düşündüklerinde akıllarına gelen türden bir ifade olduğu düşüncesi yaygındır; çünkü bir sayının sadece x sembolü ile gösterimi olduğu varsayılmaktadır. Oysaki bu ifade belirlenmiş bir fonksiyonu belirtmemektedir. Frege'ye göre bu ifade bir sayının sadece x sembolü ile belirsiz bir şekilde gösteriminde olduğu gibi belirsiz olarak bir sayıyı ifade etmektedir. Nitekim x yerine başka bir sembol de kullanabiliriz ya da '$2.(\ )^2+(\ )$' şeklinde bir ifade ediş tarzı da tercih edebiliriz. Dolayısıyla '$2.x^2+x$' tarzında bir fonksiyonda x, fonksiyona dahil bir parça olarak düşünülmemelidir. Bu noktada önemli olan, ortak içeriği sembolleştirmeden ziyade fonksiyonun özünün ne olduğudur. Frege, fonksiyonda gerek x ile belirtmiş olduğumuz gerek başka bir sembol ile belirtmiş olduğumuz bölümü, ifade ediliş tarzı fark etmeksizin argüman olarak adlandırmaktadır.

'2.1^2+1'

'2.4^2+4'

'2.5^2+5'

İfadelerini baktığımız zaman aynı fonksiyonun birden fazla kez ortaya çıktığını görmekteyiz ve aynı fonksiyon tekrar tekrar ortaya çıktığında farklı bir argüman ile yani 1,4 ve 5 ile kendini göstermektedir. Görüldüğü üzere bir fonksiyon, farklı argümanlar ile ifade edilebilmektedir ve asıl mesele fonksiyonun kendisidir. Bu doğrultuda x'leri dışarıda bırakırsak '$2.x^2+x$'den geriye kalanlarla yani '$2.(\ )^2+(\ )$' şeklinde de fonksiyon temsil edilebilir.[106] Frege, tüm bu bağlamda fonksiyon ve argümana dair genel düşüncesini şu şekilde ifade etmektedir:

> "Şayet içeriğin yargılanmasına gerek duyulmayan bir ifadede, bir ya da daha fazla noktada basit ya da birleşik bir im görünürse ve bunu hepsinde ya da yerlerin bazılarında ve yine hepsinde, yerine başka birini koyarak bunun karşılanabileceğini düşünürsek, o zaman ifadenin buradaki değiştirilemez

[106] Kenny, **Frege: An Introduction to the Founder of Modern Analytic Philosophy,** s. 103.

> gibi görünen bölümünü fonksiyon, değiştirilebilen bölümünü de argüman olarak adlandırırız."[107]

Frege için önemli olan başka bir konu ise argümanın fonksiyonun bir parçası olduğu yanılgısına düşülmemesidir. Çünkü argüman, fonksiyona ait değildir. Argüman, boşluklu yapıya sahip olan fonksiyonu tamamlamak yani fonksiyonla bir bütün oluşturma işlevine sahiptir. Çünkü Frege'ye göre "fonksiyon, eksik, tamamlanması gereken veya doymamış olarak tanımlanmalıdır."[108] Frege'nin daha önce de üzerinde durmuş olduğu fonksiyonların sayılardan farklı olduğu düşüncesi kendisini bu noktada daha da belirginleştirmektedir. Fonksiyonun eksik ve tamamlanmamış yapısı nedeniyle ifadelerin farklı sayılar ortaya koymasına rağmen '2.1^3+1' ve '2.2^3+2' de aynı fonksiyonu dile getirirken eşit sayısal değerlere sahip olan '2.1^3+1' ve '4-1'de aynı fonksiyonun karşımıza neden çıkmadığını açıklayabiliyoruz.

Frege'ye göre fonksiyon, her ne kadar boşluklu, doymamış ve tamamlanmaya ihtiyaç duyan bir yapıya sahip ise argüman da tam tersi boşluksuz, doymuş ve tamamlanmış bir yapıya sahiptir. Argümanın fonksiyon ile olan ilişkisi argümanın fonksiyonun boşluklu yapısını tamamlamasına dayanmaktadır. Frege'nin bu konuda örnek vermiş olduğu 'Sezar, Galya'yı fethetti.' önermesini ele alalım. Bu önermeyi 'Sezar' ve 'Galya'yı fethetti' şeklinde iki kısma bölebiliriz. Bu önermede Sezar, doymuş bir ifade olması sebebiyle argüman olarak değerlendirilirken "… Galya'yı fethetti" ise tamamlanmaya gereksinimi olan boş yapısı sebebiyle fonksiyon olarak değerlendirilmektedir. Galya'yı fethetti. Peki kim, ne vb. fethetti? İşte bu fonksiyon (… Galya'yı fethetti.) argüman (Sezar) ile doldurulduğu zaman tam anlamına ulaşmaktadır. Frege, fonksiyonun argümanıyla tamamlandığı bu durumu, bu argümana yönelik fonksiyon değeri olarak adlandırır.[109] Aynı zamanda bu fonksiyon değeri bir argümanla tamamlanan her bir fonksiyonda doğru ya da yanlış olmak üzere doğruluk değeri olarak da karşımıza çıkmaktadır. Sözünü etmiş olduğumuz örnekte Sezar yerine başka bir argüman ile fonksiyonu doldurduğumuz zaman fonksiyon, yanlış bir doğruluk değerine sahip olacaktır. Yani önerme 'Sezar, Galya'yı fethetti.'

[107] Frege, **Kavram Yazısı,** s. 48.
[108] Frege, **Fonksiyon ve Kavram**, s. 25.
[109] Frege, **a.g.e.,** s. 26.

şeklinde iken doğruluk değeri doğru iken, 'İskender, Galya'yı fethetti.' şeklinde iken doğruluk değeri yanlış olacaktır.

Fonksiyon değeri konusuna geri dönecek olursak $2.x^2+x$ fonksiyonunu ele aldığımızda 1 argümanı için fonksiyonun değeri 3 olacaktır. Çünkü fonksiyonu 1 argümanı ile tamamladığımızda $2.1^2+1= 3$ sonucuna ulaşmaktayız. Aynı fonksiyonda eğer argümanı 2 olarak değiştirirsek fonksiyonun değeri bu defa $2.2^2+2= 10$ olarak karşımıza çıkacaktır. Görüleceği üzere bir fonksiyon, farklı argümanlar alması ile o fonksiyona yönelik fonksiyon değer aralığı bulunmuş olunmaktadır. Frege, bir fonksiyonun değer aralığını görselleştirmemize imkan sağlayan araç olarak analitik geometri yöntemini öne sürmektedir:

> "Analitik geometri yöntemi, şimdilerde bize, farklı argümanlar için bir fonksiyonun değerlerini görselleştirmeye yönelik bir araç/olanak sunmaktadır. Özellikle bu argümanı, bir apsisin* ve buraya dahil olan fonksiyonun değerini, bir noktanın ordinatının* sayısal değeri olarak ele aldığımızda, alışıldık durumlardaki bakış açısına dayalı olarak bir eğriyi oluşturan noktalar kümesi elde ederiz. Her bir eğri noktası, ilgili fonksiyon değerine sahip bir argümana karşılık gelir.
>
> Böylece örneğin;
>
> $y= x^2- 4x$
>
> bir parabol verir; bu esnada 'y' tıpkı 'x'in apsisin argümanıyla sayısal değerini gösterdiği gibi, fonksiyonun değeri ile ordinatın sayısal değerini gösterir."[110]

Bu doğrultuda eğer $x^2- 2x$ ve $x.(x-2)$ fonksiyonlarını ele alıp ve aynı argümanı uygularsak bu iki fonksiyon aynı fonksiyon değerine sahip olacaklardır. x için öncelikle 4 argümanını ele alalım. Bu argümanı fonksiyonlara uyguladığımız zaman;

$$4^2- 2.4= 8 \text{ ve } 4.(4-2)=8$$

Aynı fonksiyon değerine 8'e ulaşmaktayız.

Daha sonra argümanı 5 olarak ele alalım.

$$5^2- 2.5= 15 \text{ ve } 5.(5-2)=15$$

[110] Frege, **a.g.e.,** s. 27.

Argümanı değiştirmemize rağmen bu iki fonksiyonun değeri (15) birbirine eşit çıkmaktadır. Dolayısıyla biz x için hangi sayıyı ele alırsak alalım x^2- 2x= x.(x-2) sonucuna varacağız. Bu bağlamda

y= x^2- 2x'den elde ettiğimiz eğri

y=x.(x-2)'den ortaya çıkan sonuç ile aynı olmaktadır.

Frege bizi bir noktada uyarmaktadır. x^2- 2x= x.(x-2) ifadesini yazdığımız zaman bu iki fonksiyonu birbirine eşitlemiş olmamaktayız. Bizim bahsettiğimiz eşitlik bu iki fonksiyonun sadece değerleri arasındaki eşitliktir. 'Eğer bu denklemin, x için kullanılabilecek her argümanı için geçerli olduğunu varsayarsak, bununla, bir denklemin genelliğini ifade etmiş oluruz.'[111] Dolayısıyla x^2- 2x fonksiyonun değer eğrisi ile x.(x-2) fonksiyonunun değer eğrisi birbirine eşit olduğundan fonksiyonların eşitliğine değil fonksiyonların sadece değer eğrileri arasındaki eşitliğe sahip oluruz. Ayrıca Frege, genel olarak fonksiyonların değerleri arasında geçerli olan bir denklemi, değer aralıkları arasında bir özdeşlik olarak görme olasılığının kanıtlanamaz olduğundan ve bunun, temel bir mantık yasası olarak ele alınması gerektiğinden söz etmektedir.

Frege, bir fonksiyonun değerleri arasındaki denklemin genelleştirilmesinden iki değer aralığının özdeşliğini ayırt etmek için Yunan harflerini içeren yeni bir notasyon sunmaktadır.[112] Frege, modern gösteriminde x^2-4x olan fonksiyonun değer eğrisini kendi notasyonunda ἑ($ε^2$- 4ε) şeklinde ifade etmektedir. Yine örneğin Frege'nin notasyonunda ά(α.[α-4]) ifadesi modern gösterimde x.(x-4) fonksiyonunun değer eğrisine eş değerdir. Frege, nasıl modern gösterimde x^2-4x'in anlamını değiştirmeksizin y^2-4y olarak da yazabileceğimizi ifade ettiği gibi aynı şekilde oluşturmuş olduğu notasyonda da ἑ ($ε^2$- 4ε) ifadesini de ά ($α^2$-4α) olarak da yazabileceğimizi belirtmektedir.[113] Çünkü 'y' harfi de 'x' harfi gibi belirsiz biçimde bir sayıyı temsil ediyorsa Yunan harflerinde de aynı durum söz konusudur. Fakat eğer iki denklemin eşitliğinden söz edeceksek bu durum geçerli olmayacaktır. Eğer iki denklemi tek bir denklemde birleştireceksek o zaman bu iki denklem için aynı sembolü tercih etmemiz gerekecektir.

---

[111] Frege, **a.g.e.,** s. 28.
[112] Kenny, **Frege: An Introduction to the Founder of Modern Analytic Philosophy,** s. 106.
[113] Frege, **Fonksiyon ve Kavram**, s. 29.

Frege'ye göre bir x değişkeni bir sayıyı belirsiz şekilde ifade edebildiği gibi bir fonksiyonu da belirsiz bir şekilde sembollerle ifade edebiliriz.[114] Bunun için genellikle '*f*' veya 'F' harfinin kullanımı yaygın olarak görülmektedir. Argümanı belirtmek için de 'x' sembolünün yaygın olarak kullanıldığını düşündüğümüz zaman '*f*(x)' ya da 'F(x)' ifadeleri karşımıza sıklıkla çıkmaktadır. Ancak fonksiyonu gerçekten gösteren ve doymamış doğasını ifade eden şey, '*f*' ya da 'F' gibi bir harfin yanında bir boşluk içeren bir çift parantez taşımasıdır. Örneğin; "ἑ*f*(ε)" bir fonksiyonun, belirsiz bırakılmış değer eğrisini temsil etmektedir.

Frege, bilimin ilerlemesiyle beraber fonksiyon kavramının gönderiminin genişlediğini ve bu genişlemenin de iki yönde olduğunu belirtmektedir. Frege'nin kendi sözleriyle bu genişlemenin nasıl olduğuna bakalım:

> "İlk önce, özellikle bir fonksiyonun oluşumuna katkıda bulunan matematiksel işlem türlerinin alanı genişletildi. Toplama, çarpma, üstleme ve bunların tersinlemelerine, her zaman, bir şekilde üstlenilen ve temelde yeni olanın açık bir şekilde algılanmadığı, çeşitli tipleri eklenmiştir.
> …
> İkincisi, karmaşık sayılar üstlenilerek bir argüman ve fonksiyon değeri olarak karşılaşılabilecek şeyin alanı genişletildi. Bununla aynı zamanda, 'toplam', 'çarpım' terimlerinin ve benzerlerinin anlamı belirlenmeliydi."[115]

Frege, bu iki genişletilme yoluna yeni bir katkı daha yaparak üçüncü bir genişletme yolunu açmıştır. Frege'nin kendi 'fonksiyon' kullanım biçimi, kavramın daha ileri ve çok temel bir genişletmesini içermektedir. Matematikte fonksiyonel ifadeler oluşturmaya yarayan '+', '–' gibi sembollerin yanı sıra 'öldürüldü' veya 'daha hafif' gibi fiillere de izin vererek *Kavram Yazısı* adlı makalesinde zaten bir genişletme yapmıştı. Daha sonra Frege, *Fonksiyon ve Kavram* adlı makalesinde bu sembollere =, >,< gibi sembolleri de ekleyerek bir genişletme daha sağlamıştır. Bu eklenen sembollerle birlikte Frege, matematiksel sembol olan fiillerden başlayarak matematiksel kullanımdan evrensel kullanıma oldukça yumuşak bir geçiş yapmış olmaktadır.[116]

---

[114] Frege, **a.g.e.**, s. 30.
[115] Frege, **a.g.e.,** s. 30-31.
[116] Kenny, **Frege: An Introduction to the Founder of Modern Analytic Philosophy,** s. 107.

2.5. Frege'de Kavram ve Nesne

Frege'nin yargıyı özne ve yüklem bağlamından uzaklaştırarak onun yerine fonksiyon ve argüman ayrımını getirdiğini ve bu ayrıma ilişkin görüşlerini belirtmiş bulunmaktayız. Fakat Frege'de bahsetmemiz gereken önemli bir ayrım daha söz konusudur. Bu ayrım fonksiyon ve argüman ayrımına paralel olan kavram ve nesne ayrımıdır. Bir başka deyişle fonksiyon ve argümanın dildeki karşılığı olarak fonksiyonun *kavram,* argümanın ise *nesne* olduğunu söyleyebiliriz. Frege, kavram ve nesne hakkındaki düşüncelerine aynı adı taşıyan *Kavram ve Nesne Üzerine* adlı makalesinde yer vermektedir. Frege, konuya dair düşüncelerini belirtmesine rağmen kavram ve nesne sözcüklerinin tam olarak tanımını yapmamaktadır. Kavram konusunda bir eleştiriye cevap verirken 'her şeyden önce açıklamamın, asıl tanım olarak ifade edilmediğine dikkat çekmek isterim'[117] ifadesini kullanarak kavrama dair bir tanım yapmadığını vurgulamaktadır. Bir tanım vermemesinin sebebi olarak ise ayrıştırılamayacak kadar basit olan bir şeyin tanımının verilmesini gereksiz bulmasıdır. Frege'ye göre mantıksal olarak basit olan bir ismin kullanımına yönelik bir tanımlama yapmak mümkün değildir. Kavram da yargı için en temel birleşendir ve ayrıştırılamayacak kadar basit bir şey olması sebebi ile tanımı verilemez.

Frege, her ne kadar kavramın tanımına dair herhangi bir şey söylememiş olsa da eserlerinde bahsetmiş olduğu düşüncelerden kavramın doğasına ve özelliklerine ilişkin bilgilere ulaşabilmekteyiz. Mesela *Aritmetiğin Temelleri* adlı eserinde kavramın doğasına ilişkin şu ifadesi bulunmaktadır:

> "Öyle görünüyor ki, kavramların, tıpkı yaprakların bir ağaçta filizlenmesi gibi bireylerin ruhunda da öyle ortaya çıktığını varsayıyoruz ve kavramların doğalarını, onların doğuşunu inceleyerek bulabileceğimizi düşünüyoruz ve kavramları, insan ruhunun doğasından yola çıkarak psikolojik olarak tanımlayabilmeye çalışıyoruz. Ancak bu yaklaşım her şeyi öznel kılmaktadır ve bu yaklaşımı sonuna kadar izlersek, gerçeği kaybederiz. Kavramların

[117] Frege, "Kavram ve Nesne Üzerine", **Fonksiyon ve Kavram**, Çev. Mustafa Özdemir, İstanbul, Külliyat Yayınları, 2019, s. 84.

tarihi olarak adlandırılanlar ya kavramların bilgisi hakkında bir tarihtir ya da sözcüklerin gönderimleri hakkında."[118]

Görüldüğü üzere Frege, kavramların nasıl oluştuğu ile ilgilenmemektedir. Ona göre kavramlar bize verilmiştir ve dilde ortaya çıktıkları şekliyle onları ele almamız gerekmektedir. Frege'de kavram, dilde ortaya çıkan bir işlevdir. Dolayısıyla kavramlar, zihnimizde ortaya çıkan şeyler değillerdir ve bu bağlamda onlar öznel bir nitelik taşımazlar. Ayrıca Frege, kavramları tarihsellik bağlamında da ele alamayacağımızdan söz etmektedir. Çünkü biz kavramların tarihselliğini ele aldığımız zaman onların doğalarına ilişkin bir bilgiye ulaşmaktan ziyade tarih içerisinde kavramın öznel kullanımlarının birikimine ulaşmaktayız. Bu doğrultuda Frege'ye göre kavramların öznel bir niteliğe sahip olmadığını, nesnel bir nitelikte olduğunu görmekteyiz.

Frege'nin kavrama dair belirtmiş olduğu diğer bir husus, kavramın yüklemsel oluşudur. Frege, herhangi bir yanlış anlaşılmaya olanak vermemek amacıyla kavramın yüklemsel yapısını analiz ederek "–dır" kopulasının farklı kullanımlarına açıklık getirmektedir. Özne ve yüklem arasındaki etkileşimi sağlayan unsur olan "–dır" kopulasının iki farklı kullanımı bulunmaktadır. Bu kullanımlardan biri eşitlik belirtirken diğerinde ise bir özelliği belirtmektedir. Örneğin 'Ay, Dünya'nın doğal uydusudur.' ve 'Ay, doğal uydudur.' yargılarını ele aldığımız zaman kopulanın iki farklı kullanımını görebiliriz. İlk yargımızda kopula bir eşitliği dile getirirken ikinci yargıda bir özelliği belirtmektedir. Çünkü ilk yargıyı Ay= Dünya'nın doğal uydusu şeklinde ifade edebilmekteyiz. Bu noktadaki kopula aritmetikte kullandığımız '=' sembolü olan 'eşittir' gibi bir eşitliğe denk gelmektedir. İkinci yargıda ise kopula bir özelliği belirtmektedir yani yüklemlemenin yalnızca bir fiile ait oluşunu ifade etmektedir; bu bağlamda kavramın altına düşen nesneleri bize göstermektedir. Dolayısıyla ikinci yargıyı 'x, doğal uydudur' şeklinde yazarak doğal uydu kavramı altına düşen nesneleri belirleyebiliriz.

Frege, kopulanın bu iki farklı kullanımı arasında dikkat etmemiz gereken bir noktaya dikkat çekmektedir. Bir yargıda eşitlik bildiren kopula kullanımında yargıyı

[118] Frege, **Aritmetiğin Temelleri**, s. 83.

tersine çevirme olanağımız bulunmaktadır. Fakat aynı şeyi kopulanın bir özelliği belirttiği durumlar için söylememiz mümkün değildir. Çünkü kopulanın bir özelliği ifade ederken bir kavramın altına düşen nesneleri belirlediğini ifade etmiştik ve bu durum ters çevrilemez bir ilişki durumudur. Frege'nin verdiği örneğe bakarsak "Sabah Yıldızı, Venüs'tür." yargısındaki '-tür' eki sadece bir kopula değil, aynı zamanda içerik olarak yüklemin önemli bir parçasını oluşturmaktadır. Bu durumda *Venüs* sözcüğü yüklemin parçası olmakla birlikte tüm yüklemi bünyesinde barındıramaz. Dolayısıyla tek başına bir yüklem olamayan *Venüs* sözcüğünün gönderimi bir kavram değil, sadece bir nesne olarak karşımıza çıkmaktadır.[119] Frege, bu noktada kavram ile nesne arasındaki farklardan birini ortaya koymuş olmaktadır. Kavramlar yüklemsel nitelikte iken bir nesne her ne kadar yüklemin bir parçası olabilse de tamamen yüklemsel olma özelliğinden uzaktır. Frege, *Fonksiyon ve Kavram* adlı eserinde nesneye dair şu açıklamada bulunur: "Nesne, bir bakıma dile getirildiğinde, boş bir yer barındırmayan, fonksiyon olmayan her şeydir."[120] Bu bağlamda Frege'nin nesneleri, fonksiyonların argümanları ve değerleri olarak gördüğü açıktır. Kavram ve nesneyi, fonksiyon ve argüman ayrımı ile aynı bağlamda ele alan Frege için nesne, argümana karşılık gelirken kavram da fonksiyon üzerinden ilişkilendirilir. Dolayısıyla argümanın kendi içinde tamamlanmış ve doymuşluk özelliği nesne için geçerli olur iken fonksiyonun boşluklu ve argüman ile tamamlanmayı bekleyen yapısına paralel olarak kavram da doymamış ve nesne ile tamamlanmayı bekleyen bir yapıya sahip olmaktadır.

> "Altına düşecek tekil bir şeye gereksinim duyması bakımından kavram, doymamıştır. Dolayısıyla kavram, kendi başına var olamaz. Kavram altına düşen, hakkında yargı verilebilir içeriktir; böylelikle kavram bir yüklem olarak ortaya çıkar ve her zaman yüklemseldir. Bu durumda nerede özne tekil bir şeyse, özne-yüklem ilişkisi, ikisine eklenen üçüncü bir şeye değil, yüklemin içeriğine aittir; bu içerik yüklemi doymamış yapandır."[121]

[119] Frege, **Kavram ve Nesne Üzerine**, s. 86.
[120] Frege, **Fonksiyon ve Kavram**, s. 35.
[121] Michael, Beaney, "Letter to Marty", **The Frege Reader**, Cambridge, Mass Blackwell, 1997, s. 81.

Frege'nin vermiş olduğu "2, asal sayıdır." örneğini ele aldığımız zaman kavram ve nesne arasındaki doymuşluk-doymamışlık ilişkisini daha net anlayabiliriz. İlk olarak '2' ve 'asal sayıdır' terimlerinin yüklemsellik bakımından birbirinden farklı olduğunu gösterelim. '2' teriminin yüklem olduğu 'x, ikidir.' yargısında 'x' yerine gelebilecek uygun bir öğe bulunmamaktadır. Bu da onun doymuş olduğunu ve yüklem olarak kullanılmayacağını göstermektedir. Buna karşılık 'Asal sayıdır.' teriminin yüklem olduğu 'x, asal sayıdır.' yargısında 'x' yerine gelebilecek uygun öğeler bulanabilmektedir. Bu da onun doymamış ve tamamlanmayı bekleyen yapısını ortada koymaktadır. Aynı zamanda yüklemsellik niteliğine sahip olduğunu bize göstermektedir. Frege, tüm bu bağlamda '2' terimini nesne, 'asal sayıdır' terimini ise bir kavram olarak nitelemektedir.[122]

Frege, bir yargının analizini özne-yüklem ilişkisi üzerinden tespit etmenin yetersiz olduğunu belirtmiş ve bu sebepten özne-yüklem ilişkisi yerine fonksiyon-argüman ayrımını getirmiştir. Ayrıca yargının çözümlenmesini fonksiyon ve argüman ilişkisine paralel olarak *kavram* ve *nesne* ilişkisi üzerinden de gerçekleştirdiğini belirtmiş bulunmaktayız. Kavram ve nesne konusu daha sonrasında bazı tartışmaları da beraberinde getirmiş olsa da biz çalışmamızın sınırlılığı bağlamında önemli noktalarına değinerek konuyu sonlandırıyoruz. Geleneksel özne-yüklem ayrımının yetersiz olduğu bir başka husus da genellik bildiren yargıların analizinde yer almaktadır. Genellik ve çoklu genellik bildiren yargıları ifade etmede geleneksel mantık başarılı olamamakta ve bu noktada sıkıntılar yaşamaktadır. Bu doğrultuda Frege, bu sorunun üstesinden gelmek amacıyla *bütün, bazı, hepsi* gibi nicelik bildiren sözcüklerin genellik türünü açıklamada yeterli olabilecek yeni bir notasyon oluşturma yoluna girmiştir. Bu notasyon, mantık tarihinde yeni bir dönemi ve modern mantığın habercisi olan *niceleme mantığını (yüklemler mantığı)* ortaya çıkarmaktadır. Frege'nin ortaya koymuş olduğu bu niceleme mantığı daha sonra Russell'ın *tasvirler teorisi* ve Russell'ın Alfred North Whitehead ile birlikte kaleme aldığı *Principia Mathematica* adlı eser için son derece temel bir unsur olacaktır.

[122] Frege, **Kavram ve Nesne Üzerine**, s. 99.

2.6. Frege'de Niceleme (Yüklemler) Mantığı

Frege'nin fonksiyon ve argüman ayrımını mantıksal olarak özne ve yüklem ayrımına göre daha elverişli bulduğundan önceki bölümde söz etmiştik. Bu bölümde fonksiyon ve argümanın daha uygun olmasının bir başka sebebini ve bunun sonucunda Frege'nin oluşturmuş olduğu niceleme mantığını inceleyeceğiz. Frege'ye göre fonksiyon ve argüman ayrımı mantıksal olarak yargılar arasındaki benzerlikleri ortaya çıkarmanın daha esnek bir yöntem olanağını bize sunmaktadır. Geleneksel özne-yüklem ayrımı yargılar arasındaki bazı benzerlikleri göstermede yeterli olsa da bazı yargılar arasındaki benzerlikleri ayırt etmede yetersiz kalmaktadır. Örneğin, "Sezar, Galya'yı fethetti" ve "Sezar, Pompey'i bozguna uğrattı" yargıları arasındaki benzerliği kolaycaifade edebilmektedir. Fakat "Sezar, Galya'yı fethetti" ve "Pompey, Galya'dan kurtuldu" yargıları arasındaki benzerliği göstermede yetersiz kalmaktadır. Ayrıca "Sezar", "Galya" gibi özel isimlerin yerine, "Bütün Romalılar veya "bazı eyaletler" ifadelerinde olduğu gibi *bütün, bazı* gibi sözcükleri içeren ifadelerin bulunduğu yargıları ele aldığımızda karşımıza önemli bir mantıksal sorun çıkmaktadır. *Bütün* ve *bazı* gibi niceleme sözcüklerinin yer aldığı yargıları ele aldığımız zaman fonksiyon ve argüman ayrımı, kavramsal içerikle ilişkili hale gelmeye başlayacaktır.[123]

Frege, *Kavram Yazısı* adlı çalışmasında yargıların kavramsal içerikle ilişkili olma durumunu kullanmış olduğumuz gündelik dil kullanımı sonucunda karşılaşacağımız bir aldanma olarak nitelemektedir ve bizim de bu aldanma karşısında dikkatli olmamız gerektiğini vurgulamaktadır. Bu uyarıyı da vermiş olduğu iki yargı üzerinden açıklamaktadır:[124] "20 sayısı, dört kare sayının toplamı olarak tanımlanabilir." ve "Her pozitif tam sayı dört kare sayının toplamı olarak tanımlanabilir." Bu iki yargıyı karşılaştırdığımız zaman "dört kare sayının toplamı olarak tanımlanabilir olma" fonksiyonu, ilk önermede "20 sayısı" argümanı ve ikinci önermede "her pozitif tam sayı" argümanı olmak üzere iki argümanla tamamlanan bir fonksiyon olarak karşımıza çıkıyor gibi gözükmektedir. Oysa Frege, bunun sadece gündelik dilin kullanımından kaynaklanan bir yanılsama olduğunu söylemektedir. Çünkü dikkatli bir şekilde bakıldığında "20 sayısı" ile " her pozitif tam sayı"

[123] Kenny, **Frege: An Introduction to the Founder of Modern Analytic Philosophy,** s. 18.
[124] Frege, **Kavram Yazısı**, s. 49.

kavramlarının aynı düzeyde kavramlar olmadıklarını görebilmekteyiz. "20 sayısı" kendi başına bağımsız bir düşünce oluşturabiliyor iken "her pozitif tam sayı" ifadesi oluşturamamaktadır. "Her pozitif tam sayı" ifadesinin sadece bir yargı bağlamında bir anlamı vardır ve onun dışında kendi başına bir anlamı bulunmaz. Aynı zamanda bu ikinci ifadenin bir niceleme barındırdığı da dikkate alınmalıdır.

Frege'ye göre fonksiyon ve argüman yargıda açık bir şekilde belli olduğu sürece yani yargıyı fonksiyon ve argüman ayrımına göre çözümleyebildiğimiz sürece, herhangi bir sıkıntı ortaya çıkmamakta ve bu çözümlemenin kavramsal içerikle bir ilişkisi olmamaktadır. Frege'de fonksiyon ve argüman ayrımında yargının kavramsal içerikle ilişkisiz olma durumu önemlidir. Fakat yargının argümanı az önceki örnekte olduğu gibi "her pozitif tam sayı" gibi belirsiz bir argüman ise yargı kavramsal içerik ile ilişkili hale gelecektir. Çünkü 'Her pozitif tam sayı dört kare sayısının toplamı olarak tanımlanabilir.' yargısını fonksiyon-argüman ayrımı bağlamında çözümlediğimizde herhangi bir pozitif tamsayıyı '… dört kare sayısının toplamı olarak tanımlanabilir' fonksiyonu için argüman olarak aldığımızda, bu yargı her zaman doğru olacaktır. Böylelikle de Frege'ye göre bir yargıdaki fonksiyon ile argümanın ayrıştırılması kavramsal içerikle ilişkili olmuş olacaktır.[125]

Frege'den önceki yüzyıllarda geleneksel mantık anlayışında *bütün*, *hiçbir* ve *bazı* gibi niceleme sözcükleriyle ile başlayan yargılar içeren çıkarımların geçerliliğinin incelenmesi önemli bir meseleydi. Örneğin, şu iki çıkarıma bir göz atalım:

(1) Bütün Yunanlar Avrupalıdır.
Bazı Yunanlar, erkektir.
O halde bazı Avrupalılar erkektir.

(2) Bütün inekler memelidir.
Bazı memeliler dört ayaklıdır.
O halde bütün inekler dört ayaklıdır.

[125] Frege, **a.g.e**. s. 49.

Bu iki çıkarıma baktığımız zaman, onların birbirleriyle pek çok ortak noktası olduğunu görebiliyoruz. Her iki çıkarımda iki öncül ve bu öncüllerden çıkarılan bir sonuç bulunmaktadır. Her bir çıkarımda sonucun öznesi yerinde bulunan bir anahtar kelime öncüllerden birinde görünürken ve yine sonucun yüklemi yerinde bulunan bir anahtar kelime diğer öncülde görünmektedir. Bu tür çıkarımlar, mantıkçılar tarafından 'kıyas' olarak adlandırılmaktadır. Ayrıca Aristoteles tarafından başlatılan bu tür çıkarımların geçerliliğini denetleyen mantık alanı da 'kıyas mantığı' olarak adlandırılmaktadır. Bir çıkarımın geçerli olduğunu söyleyebilmemiz için, onun doğru öncüllerden yanlış bir sonuca götürmeyecek bir formun çıkarımı olması gerekmektedir. Yukarıda örneklemiş olduğumuz iki çıkarımdan birincisi geçerli iken ikincisi geçersizdir. Oysaki her iki çıkarımın öncüllerine ve sonucuna baktığımız zaman doğru olduklarını görmekteyiz. İkinci çıkarımın geçersiz olmasının sebebi sonucunun 'o halde' ifadesi ile ortaya konmuş olmasıdır. Sonuç her ne kadar doğru olsa bile belirtilen öncüllerden zorunlu olarak çıkarılan bir sonuç olmaması sebebiyle geçersiz bir çıkarım olmaktadır.

Mantığı tanımlamanın yollarından biri, geçerli çıkarımları geçersiz çıkarımlardan ayırt etmektir. Geleneksel kıyas mantığı, geçerli çıkarımlardan geçersiz çıkarımları ayırt etmek için bir dizi karmaşık kurallar barındırmasına rağmen *bütün, bazı* (ya da *her, herhangi bir)* gibi sözcüklerin öznede değil de yüklemde yer aldığı çıkarımları açıklamada yetersiz kalmıştır.[126] Dolayısıyla geleneksel kıyas mantığındaki kurallar, "her okul öğrencisi bazı günleri bilir" ya da "bazı insanlar bütün çiçeklerden nefret eder" gibi çoklu niceleme önermeleri söz konusu olduğunda çıkarımların geçerliğini denetlemekte zayıf kalmaktadır. Bu tarz niceleyicilerin önermelerin yüklem konumunda kullanıldığı durumlarda kıyas mantığı yetersiz kalmaktadır.

2.6.1. Frege Notasyonunun Temel İmleri ve Tanıtımı: *Begriffsschrift*

Frege, geleneksel özne-yüklem ayrımını yetersiz bulmasıyla birlikte söz konusu soruna çözüm getirebilecek çalışmalar için harekete geçmiş ve bu doğrultuda *Begriffsschrift* (*Kavram Yazısı)* adlı makalesinde sorunu ele almıştır. Frege'nin bu

[126] Kenny, **Frege: An Introduction to the Founder of Modern Analytic Philosophy** s. 20.

çözüme yönelik ilk girişimi *bazı*, *hepsi* gibi niceliklerin yargının neresinde olursa olsun ifade ettiği genellik türünü ve karmaşık ifadeleri (olumsuz ve koşullu ifadeler vb.) açıklayıcı kılmak için yeni bir notasyon oluşturmak olmuştur. Frege'nin kurmuş olduğu yeni notasyonu ele almadan önce bu notasyonun temel imlerini incelemek oldukça faydalı olacaktır:

İçerik İmi "—" : Yargının içeriğini oluşturan tasarımların bir aradalığını ifade etmektedir. Bu ifadenin tek başına kullanıldığı durumlarda yargının doğruluğu henüz onaylanmamıştır, sadece düşüncenin doğruluğunun sağlamasını yapmak amacıyla ifadeyi ortaya koymaktadır. Başka bir deyişle bu ifade, kullanıldığı yargının doğruluğunun kabul edilip edilmediği ifade etmediği sadece yargıyı bir düşünce bağıntısına dönüştürmektedir.[127]

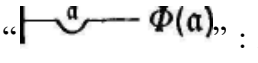
Yargı imi "⊢" : Bir bütünde birleştirilen imlerin olumlanmasını ifade etmek için kullanılmaktadır. İçerik imi ile birleştirilerek mantıksal olarak bir yargıyı ifade eden imi ortaya çıkarmaktadır: "⊢" Frege'nin verdiği örnek ile durumu daha anlaşılır kılalım: "⊢A" ifadesi 'karşıt manyetik kutuplar birbirini çeker' anlamına geldiğinde tek başına yargı imi kullanılmadan içerik imi ile kullanıldığında yani "—A" ifadesi bir yargıyı ifade etmeyecektir. Frege'ye göre "—A" ifadesi okuyucuya 'karşıt manyetik kutuplar birbirini çeker' fikrini ortaya çıkarmak için kullanılır.[128] Yargı imi "⊢" bu fikri olumlamaya, bir yargıya dönüştürmektedir.

Olumsuzluk İmi "⊤" : İçerik iminin alt kısmına küçük bir dikey çizgi eklenmesiyle birlikte içeriğin gerçekleşmediğini ifade etmek için kullanılmaktadır.

Koşulluk İmi "⊢" : İlk önermenin (yani alt dalda belirtilmiş olan) doğru ikinci önermenin yanlış olduğu durumlarda yanlış ve diğer tüm durumlarda doğru olan ifade biçimi için kullanılmaktadır. Şöyle ki A ve B yargılanabilirlikleri, içeriği ifade ettiği takdirde dört olasılık ortaya çıkmaktadır:[129]

[127] Frege, **Kavram Yazısı**, s. 30.
[128] Frege, **a.g.e**., s. 30.
[129] Frege, **a.g.e**., s. 34.

1) A olumlanır ve B olumlanır.
2) A olumlanır ve B değillenir.
3) A değillenir ve B olumlanır.
4) A değillenir ve B değillenir.

Genellik İmi "" : Argüman olarak birinci düzey fonksiyonu ele alan ikinci düzey bir fonksiyonun hangi argümanı alırsa alsın doğruluk değerini veren ifade şeklini temsil etmektedir. Başka bir deyişle bu im ile ifade edilen yargı, bu fonksiyonun argüman olarak da kabul edilebilecek bir doğru olduğu anlamına gelmektedir. Φ gibi bir foksiyon imi, $\Phi(A)$'da kullanılan bir harf olarak bizzat bir fonksiyonun argümanı şeklinde algılanabilmektedir.[130]

Bahsetmiş olduğumuz bu imler Frege'nin oluşturmuş olduğu notasyonun temel yapı taşlarıdır. Bu temel imlerin nasıl kullanıldığını anlamanın en iyi yolu ifade biçimlerindeki kullanımına bakmaktır. Biz de bu doğrultuda genellik ifadelerine ve bazı özel ifade biçimlerine örnekler sunarak konuya açıklık getirmeye çalışacağız. Fakat onun öncesinde genellik imini açıklarken kullandığımız ikinci düzey fonksiyon ile Frege'nin ne demek istediğine değinelim. Frege'nin *Kavram Yazısı*'nda vermiş olduğu bu tarz bir önermeyi hatırlayalım: 'Her pozitif tam sayı dört kare sayısının toplamı olarak tanımlanabilir.' Eğer biz Φ'nin, 'dört kare sayısının toplamı olarak tanımlanabilir' fonksiyonunun kısaltılmış halini sembolize ettiğini düşünürsek, Frege'nin '(*x*) Φ (*x*)' formülü, 'her pozitif tam sayı dört kare sayısının toplamı olarak tanımlanabilir' yargısına eş değer gelecektir. Bu formülü fonksiyon-argüman ayrımına göre analiz ettiğimizde ilk '*x*' işaretini bir argüman olarak değil de bir genellik işareti olarak ele almamız gerekmektedir. İkinci kullanılan 'x' işareti ise argümanın gösterildiği yeri işaret eden bir sembol olarak kullanılmaktadır. Peki, bu gösterimde argüman nerededir? Verilen gösterimde argüman olarak ele alabileceğimiz tek sembol, fonksiyonu ifade eden 'Φ' sembolüdür. Dolayısıyla yargının tamamı, argümanı olarak

[130] Frege, **a.g.e**., s. 52.

'Φ' alınan '(*x*) (...*x*)' fonksiyonun değeri olmuş olmaktadır. Böylelikle bir fonksiyonu kendi argümanı olarak ele alan bir fonksiyon yani fonksiyonun fonksiyonu ortaya çıkmaktadır. Frege bu fonksiyon türünü ikinci düzey bir fonksiyon olarak adlandırmaktadır.[131] '…. ölümlüdür.' fonksiyonuna baktığımız zaman doymamış, eksik bir fonksiyondur. Bu fonksiyonu 'Sokrates' argümanı ile tamamladığımız zaman bu fonksiyon birinci düzey bir fonksiyona örnek teşkil edecektir. Eğer 'herkes' gibi bir niceleyici ile tamamlarsak fonksiyon türü ikinci düzey bir fonksiyon olacaktır.[132] Bu bağlamda Frege'nin mantık notasyonunda tümel (*hepsi*, *tüm* vb. niceleyicileri içeren) ve tikel (*bazı* gibi niceleri içeren) önermelerin ikinci düzey fonksiyon olarak nitelendiğini görmekteyiz.

Frege'nin mantık notasyonuna geri dönelim. Frege'nin kurmuş olduğu yeni notasyonun temel imlerinin daha iyi anlaşılması bakımından bazı özel ifadelerde ve genellik ifadelerindeki kullanım tarzına bakmak oldukça önemlidir. Bu doğrultuda bazı özel ve genellik ifade örneklerini ve bunların Frege'nin notasyonunda nasıl sembolize edildiğini gösteren tablolar sunacağız. Fakat Frege'nin ifadelerdeki değişkenler için kullandığı özel notasyon günümüz mantıkçıları tarafından kullanılmamaktadır. Dolayısıyla biz konunun kolay anlaşılabilmesi adına Frege'nin kendi notasyonu ile birlikte modern gösterimine de yer vereceğiz.

Tablo 1: Frege Notasyonunda Mantıksal Bağlaçlar

Örnek Önerme[133]	**Frege'nin Notasyonu**	**Modern Notasyon**
Jale mutludur.	$-H(j)$	H_j
Jale'nin mutlu olduğu doğru değildir.	$\vdash H(j)$	$\sim H_j$

[131] Kenny, **Frege: An Introduction to the Founder of Modern Analytic Philosophy** s. 26.
[132]Kenny, **a.g.e**. s. 27.
[133] Tabloda örnek olarak verilen önermelerde 'Jale' öznesi için 'j'; 'mutlu' yüklemi için 'H'; 'güneş' öznesi için 's'; 'parlamak' yüklemi için 'S' değişkeni tercih edilerek önermelerin notasyonu oluşturulmuştur. Niceleme mantığında bir önermenin öznesi x,y,j,s… gibi küçük harflerle temsil edilirken, önermenin yüklemi ise A, B, H, S… gibi büyük harflerle temsil edilmektedir.

Güneş parlıyor ise Jale mutludur.	$\begin{matrix} H(j) \\ S(s) \end{matrix}$	$S_s \rightarrow H_j$
Güneş parlıyor ve Jale mutlu.	$\begin{matrix} H(j) \\ S(s) \end{matrix}$	$S_s \wedge H_j$
Ya güneş parlıyor ya da Jale mutlu.	$\begin{matrix} H(j) \\ S(s) \end{matrix}$	$S_s \vee H_j$
Güneş parlar ancak ve ancak Jale mutluysa.	$-S(s) = H(j)$	$S_s \equiv H_j$

Tablo 1' de Frege'nin mantığında 'değil', 'ise', 've', 'ya-ya da' ve 'ancak ve ancak' gibi doğruluk fonksiyon bağlaçlarının nasıl ifade edildiğini göstermeye çalıştık. Modern niceleme mantığında bulunan bazı bağlaçlar Frege'nin mantığında tamamen aynı şekilde kullanılmamıştır. Fakat Frege, onların yerine her zaman olumsuzlamalar ve koşullar açısından tanımlanan kanonik eşdeğer formları kullanmıştır. Tablonun ikinci sıradaki önerme örneğine dikkat edelim. Geleneksel özne-yüklem ayrımında bir olumlu önermenin değillenmesi yüklemi üzerinden gerçekleşir. Frege ise bu geleneksel mantık ayrımını doğru bulmadığından dolayı bir olumlu önermenin değillenmesinin de yüklem üzerinden yapılmasını doğru bulmamaktadır. Bunun yerine eğer bir olumlu önermenin değillenmesi yapılacak ise önermenin tamamının içeriği üzerinden yapılmasının uygun olduğunu söylemektedir. Dolayısıyla tablonun ikinci sırasında verilen bir olumlu önermenin değillenmesi yüklemi üzerinden yapılmamıştır. Frege'nin mantığına göre değillenme önermenin tamamının içeriğine uygulanarak verilmiştir. Görüleceği üzere Frege'nin mantığında 'Jale, mutludur.' olumlu önermesini değillenmesi 'Jale, mutlu değildir.' önermesi olmayıp 'Jale'nin mutlu olduğu doğru değildir.' önermesine denk gelmektedir. Bu sefer tablonun son satırındaki önerme örneğine dikkat edelim. Frege, iki koşulun eşdeğer olduğunu iddia etmek istediğinde, özdeşlik işaretini kullandığını görmekteyiz. Çünkü bu onların aynı doğruluk değerini ifade ettiğini söyler. Fakat modern cümlesel kalkülüsde, iki koşullu bir eşdeğer mümkündür. Şöyle ki ϕ ve ψ önermeleri her ikisi de doğru veya her ikisi de yanlış olduğunda ϕ≡ψ biçimindeki bir ifadeyi doğru saymaktadır yani ϕ ve ψ önermelerini denk saymaktadır. Dolayısıyla tek farkın, modern notasyonda ϕ ve ψ

önermelerini doğruluk değerlerini ifade eden terimler olarak değil, doğruluk koşullarına sahip önermeler olarak yorumlanması olduğunu söyleyebiliriz.

2.6.2. Frege'de Genel Önermelerin Gösterimi

Frege'nin mantığında bazı özel ifadelerin gösterimine yer vermiş bulunmaktayız. Frege'nin geleneksel mantığın niceleyici içeren önermelerin geçerliliğini denetlemede yetersiz kaldığını düşündüğünü ifade etmiştik. Frege, bu soruna yönelik çözümü, genelleme ifadelerinin gösterimi için yeni bir notasyon oluşturarak bulmuştur. Frege'nin oluşturmuş olduğu notasyonu yine bir tablo yardımıyla ifade etmeye çalışalım.

Tablo 2: Frege'de Genelleme İfadelerinin Notasyonu[134]

Örnek Önerme	Frege'nin Notasyonu	Modern Notasyon
Her şey ölümlüdür.	$\overset{\mathfrak{a}}{\smile} M(\mathfrak{a})$	∀xMx
Bir şey ölümlüdür.	$\neg\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\neg M(\mathfrak{a})$	∃xMx
Hiçbir şey ölümlü değildir.	$\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\neg M(\mathfrak{a})$	~∃xMx
Her insan ölümlüdür.	$\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\begin{matrix} M(\mathfrak{a}) \\ \vdash P(\mathfrak{a}) \end{matrix}$	∀x(Px→Mx)
Bazı insanlar ölümlüdür.	$\neg\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\begin{matrix} M(\mathfrak{a}) \\ \vdash P(\mathfrak{a}) \end{matrix}$	∃x(PxΛMx)
Hiçbir insan ölümlü değildir.	$\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\begin{matrix} M(\mathfrak{a}) \\ \vdash P(\mathfrak{a}) \end{matrix}$	∀x(Px→~Mx)

[134] Krş. Edward N. Zalta, **"Frege's Logic and Philosophy of Mathematics**", Stanford Encyclopedia of Philosophy**,** https://plato.stanford.edu/entries/frege/ (Çevrimiçi) 21 Eylül 2021.

Ancak ve ancak insanlar ölümlüdür.	$\smile^{\mathfrak{a}} P(\mathfrak{a}) = M(\mathfrak{a})$	∀x(Px≡Mx)

Hatırlanacağı üzere Frege, bir olumlu önermenin değillemesini alırken değillemeyi, sadece yükleme değil yargının tüm içeriğine uygulamaktadır. Frege aynı yöntemi tikel önermelerin[135] gösterimi sırasında da uygulamıştır. Yukarıdaki tablodan da anlaşılacağı üzere Frege, tikel niceleyicilere doğrudan notasyonunda yer vermemiştir. Frege'nin mantığında *bazı* gibi niceleme sözcükleri içeren tikel önermelerin sembolize edilişi değilleme ve genelleme ifadeleri üzerinden yapılmaktadır. Bu durumda modern ifade şekli 'Bazı insanlar ölümlüdür.' olan ifade, Frege'nin kavramsal notasyonunda 'Hiçbir insanın ölümlü olmadığı doğru değildir.' ifadesine denk gelmektedir.

Frege'nin genelleme anlayışıyla birleşen niceleme mantığı, onu Aristotelesçi mantığın temelini oluşturan özne ve yüklem ayrımının sınırlamalarından kurtarmıştır. Ayrıca tümel ve tikel niceleyici içeren çıkarımların denetlenmesinin daha sağlıklı olmasına imkan sağlamıştır. Geleneksel Aristoteles mantığında, bir önermenin öznesi ve bir yüklemin doğrudan nesnesi mantıksal olarak eşit değildir. Bu bağlamda özne terimleri farklı olup ancak birbiriyle ilişkili olan önermeler arasındaki çıkarımları yöneten kurallar ile yüklem tamamlayıcıları farklı olup ancak birbiriyle ilişkili olan önermeler arasındaki çıkarımları yöneten kurallar birbirinden farklıdır.[136] Örneğin, Aristotelesçi mantıkta, "Ahmet, Ayşe'yi seviyor" öncül önermesinden "Bir şey Ayşe'yi seviyor." sonuç önermesine geçişte geçerli bir çıkarıma izin veren kural, "Ahmet, Ayşe'yi seviyor." öncül önermesinden "Ahmet bir şeyi seviyor" sonuç önermesine geçişte geçerli bir çıkarıma izin veren kuraldan farklıdır. İlk çıkarımı yöneten kural, yalnızca özne terimlerine uygulanan bir kuraldır; ikinci çıkarımı yöneten kural ise yüklem içindeki akıl yürütmeyi yönetmektedir ve bu nedenle yalnızca geçişli yüklem tamamlayıcılarına yani doğrudan nesnelere uygulanmaktadır.

[135] Belirli bir sınıftaki tüm özneleri kapsamayan fakat en az bir özneyi kapsayan önerme türüdür.
[136] Edward N. Zalta, **"Frege's Logic and Philosophy of Mathematics**", s. 3.

Aristoteles mantığında bu çıkarımların ortak hiçbir yanı bulunmamaktadır. Ancak Frege'nin mantığında, hem "Ahmet, Ayşe'yi seviyor" önermesinden "Bir şey Ayşe'yi seviyor" önermesinin çıkarsanmasını hem de "Ahmet, Ayşe'yi seviyor." önermesinden "Ahmet bir şeyi seviyor" önermesinin çıkarsanmasını tek bir kural yönetmektedir. Çünkü Frege, hem 'Ahmet' öznesini hem de 'Ayşe' doğrudan nesnesini 'seviyor' fonksiyonunun argümanı olarak kabul etmekte ve bu bağlamda ikisinin mantıksal olarak eşit olduğunu düşünmektedir. Başka bir deyişle Frege'ye göre 'Ahmet' öznesi ile 'Ayşe' doğrudan nesnesi arasında mantıksal bir farklılık bulunmamaktadır. Mantıksal olarak önemli olan şey, 'seviyor' fonksiyonunun 'Ahmet' ve 'Ayşe' argümanlarının fonksiyonunu ifade ediyor olmasıdır. Yani 'bir şey' nicel ifadesinin özne olarak mı ('Bir şey Ayşe'yi seviyor') yoksa bir yüklem olarak mı ('Ahmet bir şeyi seviyor') göründüğü önemli olmamakta, sonuç olarak Frege'nin sisteminde her ikisi de aynı şekilde analiz edilmektedir. Frege, bu nicel ifadeleri değişken bağlayıcı işleçler olarak değerlendirmiştir.[137] Değişken bağlayıcı işleçler "Bazı x öyle ki" önermesindeki 'x' değişkenini ve "Ahmet x'i seviyor" önermesindeki 'x' değişkenini bağlayabilmektedir. Bu durumda Frege'nin sistemine göre yukarıdaki çıkarımları şu şekilde analiz edebilmekteyiz:

> Ahmet, Ayşe'yi seviyor. Bu nedenle, bazı x öyledir ki, x Ayşe'yi sever.
> Ahmet, Ayşe'yi seviyor. Bu nedenle, bazı x öyledir ki, Ahmet x'i sever.

Geleneksel mantıkta sadece öznenin nicel bir ifadeyle temsil edilebildiğinden bahsetmiştik. Frege'nin kurmuş olduğu mantık sistemi ile bu soruna çözüm getirdiğini görmekteyiz. Frege'nin notasyonuna göre nicellik ifadesi ister özne ister yüklemde yer alsın yani nicellik ifadesi önermenin hangi noktasında olursa olsun gösterimi sağlanabilmektedir. Frege sayesinde modern mantık bir önermenin içyapısını klasik mantığa göre çok daha uygun bir notasyon aracılığıyla ifade etme olanağı bulmuştur. Böylelikle oluşturulan formel dil, daha çok bilgi aktarımı sağlayarak yargılarımızın iç yapısını daha ayrıntılı bir şekilde sunmuştur. Frege, kurmuş olduğu bu sistem aracılığıyla eski mantığı, sınırlılıklarından kurtararak modern simgesel mantığın kurucusu olmuştur. Frege, modern matematiksel mantığı inşa ederek aritmetik

[137] **A.g.e.**

önermelerin mantıksal önermelere indirgenebileceği düşüncesini temel alan mantıkçılık ekolü için önemli bir isim haline gelmiştir. Aynı zamanda Frege, mantıkçılık ve özellikle dil felsefesinde oldukça önemli katkıları olan anlam ve gönderim ayrımını ortaya çıkarmıştır. Dolayısıyla Frege'nin mantığa getirmiş olduğu bu anlam ve gönderim konusunu ele almak çalışmamız açısından önemlidir.

2.7. Frege'de Anlam ve Gönderim Kavramları

Frege, anlam ve gönderim ayrımına ilişkin açıklamalarına ilk kez *Fonksiyon ve Kavram* adlı makalesinde yer vermektedir. Frege, bu makalede, dildeki bir işaretin anlamı ve gönderimi arasındaki ayrımı bizlere matematiksel denklemler üzerinden sunmaktadır. Frege'nin zamanında, matematikçiler arasında "=" işaretinin nasıl anlaşılması gerektiği konusunda yaygın bir tartışma bulunmaktaydı. '4x2=11-3' gibi bir denklemi ele aldığımız zaman Frege çağdaşlarından bazıları çeşitli nedenlerden dolayı bu ifadeyi uygun bir özdeşliğin ifadesi olarak yani '4x2' ve '11-3' ifadelerinin bir ve aynı şey olduğu düşüncesini savunma konusunda çekimser davranıyorlardı. Bunun yerine, '4x2' ve '11-3' sayılarının aynı şeyi oluşturmadan sayı olarak veya büyüklük olarak eşit olduğunu ifade edecek olan daha zayıf bir *eşitlik* biçimini öne sürdüler.[138] Bu tür düşünürler "=" işaretinin özdeşliği ifade ettiği görüşünün aksine '4x2' ve '11-3' ifadelerinin her şekilde aynı olarak düşünülemeyeceğine ifade etmektedirler. Çünkü onlara göre ilk ifade bir çarpımı ikinci ifade ise bir farkı ortaya koyduğundan dolayı bu iki ifade bir ve aynı şey olamazlar. Frege, bu görüşe oldukça karşıt bir muhalif ve o, '=' işaretinin bir özdeşliğin uygun bir ifadesi olarak görülmesini savunmaktadır. Bu durumda Frege'ye göre '4x2' ve '11-3' ifadeleri bir ve aynı şeyi yani '8' sayısını ifade etmektedir. Frege, *Fonksiyon ve Kavram* adlı makalesinde buna benzer bir şekilde '2^4' ve '4^2' ifadelerini örnek göstererek bu iki ifadenin bir ve aynı sayının yani '16' sayısının yerini tuttuklarını belirtmektedir. Fakat Frege, her ne kadar bu iki ifadenin aynı sayıyı ifade ettiğini belirtmiş olsa da aynı zamanda bunların farklı düşünce içeriklerine sahip olduğunu ve dolayısıyla farklı

[138] Kevin C.Klement, **Frege and the Logic of Sense and Reference**, New York & London, Routledge, 2002, s. 8.

anlamları olduğunu da söylemektedir.[139] Diğer bir deyişle tek bir ifadenin (16) iki farklı ifade (‘4x2’ ve ’11-3’) tarafından farklı bir şekilde ortaya konulabileceğini öne sürmektedir. Böylelikle Frege, matematiksel bir ifadenin temsil ettiği gerçek sayı ile bu sayının sunum ya da tanımlama biçimleri arasında bir ayrım yapmış olmaktadır. Frege, bir sayının sunum ya da tanımlama biçimlerini *anlam (Sinn)*[140] olarak nitelerken matematiksel bir ifadenin yerini tutan gerçek sayıyı ise o ifadenin *gönderimi (Bedeutung)*[141] olarak nitelemektedir.[142]

Frege, anlam ve gönderim ayrımına ilişkin daha ayrıntılı ve açıklayıcı düşüncelerine 1892 yılında kaleme aldığı *Anlam ve Gönderim Üzerine*[143] adlı makalesinde yer vermektedir. Frege, daha önceki makalesinde anlam ve gönderim ayrımını sadece matematiksel ifadeler üzerinden ele alırken *Anlam ve Gönderim* adlı makalesinde bu ayrımı aynı zamanda bütün dilsel ifadeler üzerinden ele almaktadır. Frege, adı geçen makalesine ‘Özdeşlik, bir bağıntı mıdır? Eğer bir bağıntı ise nesneler arasında ya da nesnelere verilen isimler ya da işaretler arasındaki bir bağıntı mıdır?’ soruları ile başlamaktadır.[144] Frege’nin özdeşlik hakkındaki düşünceleri daha önceleri farklı olmasına rağmen *Anlam ve Gönderim* adlı makalesinde konuya dair nihai düşüncesini ortaya koymaktadır. Ona göre özdeşlik, doğrudan nesnelerin sembolleri arası bir eşitlikten ziyade nesnelerin gönderimleri arasındaki eşitliği ifade etmektedir. Bu durumun tersi söz konusu olduğunda yani ‘a=a’ türündeki eşitlikte olduğu gibi özdeşliğin semboller arasında olduğu durumda bize herhangi yeni bir bilgi

---

[139] Frege, **Fonksiyon ve Kavram**, s. 32.

[140] Almancası *Sinn*; İngilizcesi *Sense* olan bu kelimenin Türkçe dilimizde farklı çevirileri olmakla beraber biz çalışmamız boyunca bu farklı çeviriler arasından *anlam* kelimesini kullanmayı tercih ettik.

[141] Almancası *Bedeutung* ve İngilizcesi *Reference* olan bu kelimenin Türkçe dilimizde farklı çevirileri olmakla beraber biz çalışmamız boyunca bu farklı çeviriler arasından *gönderim* kelimesini kullanmayı tercih ettik.

[142] Klement, **Frege and the Logic of Sense and Reference,** s. 8-9.

[143] Frege’nin kullanmış olduğu ‘Sinn’ ve ‘Bedeutung’ sözcüklerinin dilimizde farklı çevirileri olması sebebiyle yazmış olduğu adı geçen makalenin başlığı üzerine de farklı çeviriler bulunmaktadır. Dolayısıyla daha önce de belirttiğimiz gibi biz bu sözcükleri ‘anlam’ ve ‘gönderim’ olarak kullanmayı tercih etmemiz sebebiyle makalesini de ‘Anlam ve Gönderim Üzerine’ diye çevirmeyi tercih ettik. Fakat bu makaleye dair alıntılama yapılacak olup Türkçe kaynak ‘Duyum ve Gönderim Üzerine’ başlığını taşımakta ve kaynak içerisinde ‘anlam’ yerine ‘duyum’ çevirisi tercih edilmiştir. Bu bağlamda alıntılama yapılan kaynak dipnotta ifade edilirken ‘Duyum ve Gönderim Üzerine’ olarak belirtilecektir. Fakat söz konusu kaynaktan yapılan alıntılamalar içerisinde ‘duyum’ sözcüğü yerine ‘anlam’ sözcüğü kullanılmaya devam edilecektir.

[144] Frege, “Duyum ve Gönderim Üzerine”, **Fonksiyon ve Kavram,** Çev. Mustafa Özdemir, İstanbul, Külliyat Yayınları, 2019, s. 51.

sunulmamış olur ve ifade sadece kendini tekrar etmiş olurdu. Frege, yalnızca semboller ya da adlar arasındaki farklılığın, işaret edilen veya gösterilen şeyin ifade ediliş tarzındaki farklılığa denk geliyor ise bir özdeşlik ifadesinin yeni bir bilgi barındıracağını dile getirmektedir.[145] Bu bağlamda kendisinin vermiş olduğu örneğe baktığımız zaman Frege, 'a=a' ve 'a=b' tarzındaki iki eşitliğin tür olarak farklı olduklarını ve birbirinden farklı bilişsel değerlere sahip olduğunu bize göstermektedir. Frege, bu farklılığı ortaya koyabilmek için de ifadelerin anlam ve gönderimleri arasında bir ayrım yapılması gerektiğini vurgulamaktadır. Bir ifadenin dildeki karşılığı olarak kullanılan sembolleri o ifadenin *anlam*ı olarak nitelerken bu semboller ile işaret edilen nesnenin kendisini ise onların *gönderim*i olarak adlandırmaktadır. Frege, anlam ve gönderim ayrımını özel adlar ve tümceler olmak üzere farklı iki düzlemde ele almaktadır. İlk olarak Frege'nin özel adların anlam ve gönderim ayrımını nasıl ifade ettiğine bakalım. Fakat özel adlardaki bu ayrımı ele almadan önce Frege felsefesinde 'özel ad'ın neye karşılık geldiğine kendi sözleri eşliğinde ele alalım:

> "Burada, 'im' ve 'isim' altında, bir ismi temsil eden, bir bakıma gönderimi belirli bir nesne olan (ki bu sözcük en geniş kapsamıyla ele alınmıştır.), ancak bir kavram ve bağıntı olmayan, fakat başka bir makalede daha yakından tartışılacak olan herhangi bir tanımlamayı anladığım öne çıkmaktadır. Tek bir nesnenin tanımlanması, birkaç sözcükten ya da başka imlerden oluşabilir. Kısa olması açısından, bu türden her tanımlama özel isim olarak adlandırılabilir."[146]

Frege, özel adların anlam ve gönderimini ifade etmek için *Sabah Yıldızı* ve *Akşam Yıldızı* örneğini vermektedir. Bu iki özel adın ifade ediliş şekilleri farklı olması sebebiyle anlamları birbirinden farklı olmaktadır. Fakat bu farklılıklarına rağmen her iki özel adda aynı nesneye yani Venüs gezegenine atıfta bulunması sebebiyle gönderimleri aynıdır. Böylece Frege, bu iki özel adın, aynı gönderime sahip olmakla birlikte farklı anlamlara sahip olduğunu iddia etmiş olmaktadır. Bir özel adın gönderimi ona karşılık gelen asıl nesneyi temsil etmektedir. Bunu *Sabah Yıldızı* ile

[145] Frege, **a.g.e,** s. 52.
[146] Frege, **a.g.e**., s. 53.

Akşam Yıldızı örneklerine uyguladığımız zaman bu iki özel adın gönderimi *Venüs* gezegeninin kendisi olmaktadır. Bununla birlikte bir özel adın anlamı ise gönderimin seçildiği ifadeyle ilişkili sunum kipi veya bilişsel içeriği ifade etmektedir.[147] Başka bir deyişle bir ifadenin anlamı, gönderime işaret eden içerik olarak görülmektedir. Örnekle daha açıklayıcı kılacak olursak 'Platon' adının işaret ettiği nesne Platon'un kendisi olup *gönderimi*ni ifade eder iken 'Platon' adı ise dilsel ifadedeki karşılığı olup *anlamı* ortaya koymaktadır.

Frege'ye göre bir *gönderim*in birden fazla ifade ediliş şekli bulunabilir ve dolayısıyla birden fazla *anlama* sahip olabilmektedir. Buna rağmen tek bir *anlamın* birden fazla *gönderim*i bulunmamaktadır. 'Platon' örneğine dönecek olursak bu ifadeyi 'Sokrates'in öğrenci' ya da 'Aristoteles'in öğretmeni' gibi ifadeler ile temsil edebilmekteyiz. Fakat bu ifadeler ile tanımladığımız nesne yani *gönderim*i sadece 'Platon'un kendisini ifade etmektedir. Dolayısıyla farklı *anlam*larla aynı *gönderim*e ulaşabilmekte iken tek bir *anlam* ile birden fazla *gönderim*e ulaşamayız. Aynı zamanda Frege'ye göre her bir *gönderim*, bir *anlam*ı da beraberinde zorunlu kılmaktadır. Buna rağmen her bir *anlam* ise bir *gönderim*in varlığını zorunlu olarak gerektirmemektedir.[148] Frege'nin vermiş olduğu örneğe bakacak olursak 'Yeryüzünün en uzak gök cismi' ifadesinin bir *anlam*ı bulunmasına rağmen bir *gönderim*i olup olmadığı şüphelidir. Çünkü yeryüzünün en uzak gök cisminin işaret ettiği nesne tam olarak belli değildir. Yine aynı şekilde 'En yakınsak dizi' ifadesinin bir *anlam*ı olmakla beraber bir *gönderim*i bulunmamaktadır. Çünkü her yakınsak diziye, daha az yakınsak, ama yine de yakınsak bir dizi bulunabilmektedir ve bu şekilde devam ederek en yakınsak diziye ulaşamayız. Frege, belli bir *anlam*ı olup herhangi bir *gönderim*i olmayan özel adları 'sahte özel adlar' olarak nitelemektedir. Sahte özel adlara, 'Zeus', 'Pegasus' ve 'Deniz Kızı' gibi ifadeleri örnek olarak gösterebiliriz. Çünkü bu tür ifadeler, *anlam*ı olmakla birlikte gerçek bir nesneye atıfta bulunmayarak bir *gönderim*e sahip olamamaktadırlar. Frege, bu sebepten dolayı sahte özel adları bilimsel alanın dışında tutmuş ve bu tür ifadelerin genelde edebiyat ve sanat gibi alanlarda yer aldığını iddia etmiştir. Edebiyat ve sanat gibi alanlarda önemli olan şey insanın ortaya çıkan

[147] Klement, **Frege and the Logic of Sense and Reference**, s. 9-10.
[148] Frege, **Duyum ve Gönderim Üzerine**, s. 54.

eserden zevk ve haz almasıdır. Bu tür alanlarda biz doğruluğun peşinde olmayız. Dolayısıyla edebiyat ve sanatta yaratıcılık ve bu bağlamda kullanılan ifadelerin *gönderim*i değil *anlam*ı önem kazanmaktadır. Örneğin, bir şiiri dinlerken ifadelerin doğruluğunu sorgulamaktan ziyade kullanılan ifadelerin *anlam*ı ve onların uyandırmış olduğu düşünce ve duygular bizi etkilemektedir. Fakat zevk almayı bırakıp, doğrunun ne olduğu konusunda ilgilenmeye başladığımız zaman sadece *anlam* yeterli olmayacaktır; aynı zamanda ifadelerin *gönderim*i de değer kazanacaktır. Bilimsel alanlarda biz kesin bir bilgi arayışında olmamız yani doğrunun peşinde olmamız sebebiyle *gönderim* her zaman önemini korumaktadır. Frege, işte bu bağlamda sahte özel adların ve bu adların kullanıldığı ifadelerin[149] herhangi bir gönderimi olmaması sebebiyle bilimsel alanın dışında tutulması gerektiğini savunmaktadır.

Frege, anlam ve gönderimin ne olduğuna ilişkin yapmış olduğu açıklamalarda özellikle vurguladığı bir ayrım daha söz konusudur. Bu ayrımda anlam ve gönderim kavramları ile *tasarım (Vorstellung)* [150] arasındaki ayrımdır. *Anlam ve Gönderim Üzerine* adlı makalesinde bu ayrımın gerekliliğinden şu şekilde bahsetmektedir: "Bir imin gönderimi ve anlamı ile onunla bağıntılı düşünce/ide (tasarım)[151] arasında ayrım yapılmalıdır."[152] Bu iki kavram ile *tasarım* arasındaki ayrımda bahsetmemiz gereken ilk konu anlam ve gönderimin nesnel nitelikte olmasına rağmen tasarımın öznel bir nitelikte olmasıdır. Frege'ye göre bir anlam, birçok kişinin ortak özelliği olabilme sebebiyle bireysel bir zihnin parçası ya da ifade ediliş biçimi değildir. Dolayısıyla Frege'de anlam nesnel bir yapıya sahiptir. Aynı şekilde Frege, bir sembolün gönderimini duyusal olarak algılanabilir bir nesne yani atıfta bulunduğu nesnenin kendisi olarak tanımlayarak gönderimin de nesnel bir yapıya sahip olduğunu

[149] Frege'de sahte özel adları içeren ifadelerin (tümcelerin) anlam ve gönderimi arasındaki ayrım konusu ilerleyen bölümlerde daha ayrıntılı bir şekilde ele alınacak olup burada sadece sahte özel adlarda olduğu gibi sahte özel adları içeren ifadelerin de herhangi bir gönderimi olmaması sebebiyle doğruluk değeri taşımadığını belirtmekle yetinmekteyiz.

[150] Bu kelime, Frege'nin kendi eserlerinde Almanca olarak 'Vorstellung' olarak geçmektedir. Türkçe kaynaklarda 'zihinsel imge', 'düşünce', 'ide' ve 'tasarım' gibi farklı şekillerde çevirilerine yer verilmektedir. Biz bu çevirilerden 'tasarım' kelimesinin kullanımını daha uygun gördüğümüz için çalışma boyunca Frege'nin *Vorstellung* olarak sözünü ettiği kavramı *tasarım* çevirisi üzerinden açıklamalarına yer vereceğiz.

[151] Alıntılama yapılan kaynak eserde *Vorstellung* kavramının çevirisi *düşünce/ide* olarak geçmektedir. Fakat çalışmamızda konu bütünlüğünün bozulmaması için parantez içinde *tasarım* kavramına da yer verilmiştir.

[152] Frege, **Duyum ve Gönderim Üzerine**, s. 55.

söylemektedir. Fakat tasarımı, 'sahip olduğum izlenimlerimin ve benim içsel ve dışsal faaliyetlerimin anılarının uyandırdığı bir içsel imge'[153] olarak tanımlamaktadır ve bu bağlamda tasarımı öznel bir düzlemde ele almış olmaktadır. Bu bağlamda anlam ve gönderimin özneden bağımsız olduğunu fakat tasarımın özne ile bağıntılı olduğunu söyleyebiliriz. Özne ile bağıntılı olması sebebiyle tasarım, özneden özneye, yani kişiden kişiye farklılık göstermektedir. Örneğin, bir insan grubuna 'kalem' dendiğinde toplulukta her bir insanın zihninde canlanan imge farklı olacaktır. Kimisinin zihninde kırmızı kalem, kimisinin tükenmez kalem, kimisinin kurşun kalem canlanacaktır. Fakat her birinin 'kalem' dendiğinde zihninde canlandırdığı tasarım birbirinden farklı olmasına rağmen sonuçta bu kişilerin hepsi bu kalem türlerini 'kalem' adında birleştirmektedir. Buradaki fark, 'kalem' ile kişinin zihninde ilişkilendirme biçiminde yatmaktadır. İlişkilendirme biçimleri olarak kırmızı kalem, kurşun kalem ve tükenmez kalem ifadeleri tasarım olarak geçmektedir. Bu tasarım farklılıklarına rağmen 'kalem' adında hem fikir olunması sebebiyle anlam herkes için ortak olmaktadır. Çünkü nesnelerin dildeki ifadeleri anlam olarak nitelenmektedir. Dolayısıyla farklı kişilerin farklı tasarımlara sahip olması aynı anlamı ele almalarına engel olmamaktadır. Aynı anlam üzerinde farklı tasarımlara sahip olabilmekteyiz. Frege, anlama dair bu noktada şunu belirtmektedir: Tanımladığımız nesnenin kendisi olan gönderim ile bu esnada tanımladığımız nesne hakkında sahip olduğumuz tasarım arasında anlam bulunmaktadır. Nihai noktada Frege'nin anlam, gönderim ve tasarım arasında yapmış olduğu ayrımı kendisinin vermiş olduğu bir benzetme üzerinden daha açıklayıcı kılmaya çalışalım:

> "Birisi, teleskopla bakmaktadır. Ayın kendisini, gönderimiyle karşılaştırıyorum; Bu, teleskopun içindeki lens ve gözlemcinin retinası tarafından tasarlanan gerçek görüntünün aracılık ettiği gözlemin nesnesidir. İlkini duyularla (anlamla), sonrakini ise düşünce/ide (tasarımla) ya da bakış açısıyla karşılaştırıyorum. Gerçi, teleskoptaki imge sadece tek yönlüdür; durulan yere, bakış açısına bağlıdır; ancak çok sayıda gözlemciye hizmet ettiği için, objektiftir. En iyi ihtimalle, aynı anda birkaç kişinin kullanabileceği şekilde düzenlenebilir. Retina görüntülerinde ise, herkesin

[153] Frege, **a.g.e**, s. 55.

kendine özgü imgesi olurdu. Gözlerin farklı oluşumu nedeniyle, geometrik bir uyum elde edilemez, gerçek bir örtüşme söz konusu bile olamazdı."[154]

Anlam, tasarım kadar öznel olmayan ama aynı zamanda nesnenin kendisi de olmayan olarak nesnel yapıda karşımıza çıkmaktadır. Aksi takdirde birbirinden farklı anlamların ortaya çıkmasıyla birlikte insanlar ortak bir dil etrafında birleşemez ve dolayısıyla nesilden nesile bir aktarımın sağlanması da mümkün olmazdı.

Frege, tasarımları, öznel olması sebebiyle aynı sahte özel adlarda olduğu gibi bilimsellik alanının dışında tutmaktadır. Frege'ye göre tasarımlar, insanların zihinlerinde canlandırdığı imgeler yani hayal gücünün bir ürünüdür. Hayal gücünün bir ürünü olan ve kişiden kişiye değişebilen tasarımların akıl ve mantık yasalarına dayalı nesnel yapıdaki bilimsellik alanında kullanılması söz konusu değildir. Bununla birlikte sahte özel adlar gibi tasarımlar da sanat gibi yaratıcılığın ön planda olduğu alanlarda değerini korumaktadır. Frege'nin tasarıma dair bu düşüncelerine de yer verdikten sonra anlam ve gönderim arasındaki ayrım konusuna geri dönelim. Bu noktaya kadar Frege'nin özel adlar bağlamında ele almış olduğu anlam ve gönderime ilişkin düşüncelerini inceledik. Şimdi ise Frege'nin anlam ve gönderim ayrımını cümlelere nasıl uyguladığına bakalım.

Frege, bildirim içeren cümlelerin anlam ve gönderimin ne olduğunun incelemesini yapmaktadır. Fakat emir, istek vb. içeren cümleleri bildirim cümlelerinden ayrı tutarak onlara yönelik düşünceleri daha farklı bir düzlemde ele aldığını belirtmek de fayda vardır ki bir karışıklığa sebep verilmesin. İlkin Frege, bir bildirim cümlesinin bir düşünce[155] içerdiğini ifade etmektedir. Peki, bu düşünce cümlenin anlamı olarak mı yoksa gönderimi olarak mı algılanmalıdır? Frege, bu sorunun cevabını bir varsayım üzerinden yanıtlamaktadır. Bu varsayım, cümlenin bir gönderimi olduğunu üzerine kuruludur ve cümle içindeki bir sözcüğü, aynı gönderime sahip fakat farklı bir anlama sahip olan başka bir sözcükle değiştirdiğimizde cümlenin

[154] Frege, **a.g.e**, s. 56.
[155] Frege, 'düşünce'den bahsederken "Düşünce altında, düşünmen öznel eylemini değil, birçok kişinin ortak mülkiyeti olma yetisine sahip, objektif içeriğini anlıyorum." ifadesinde bulunmuştur. Bkz. Frege, **Duyum ve Gönderim Üzerine**, s. 58. Yani düşünceyi de anlam ve gönderim gibi nesnel bir yapıda ele aldığını vurgulamaktadır. Burada bahsedilen düşüncenin tasarım ile karıştırılmaması önemlidir.

gönderimi üzerinde herhangi bir değişiklik söz konusu olmayacaktır. Fakat gönderimi değişmemesine rağmen bu durumda düşüncenin değiştiğini görmekteyiz. Çünkü örneğin, "Sabah Yıldızı Güneş tarafından aydınlatılan bir cisimdir." ifadesindeki düşünce, "Akşam Yıldızı Güneş tarafından aydınlatılan bir cisimdir." ifadesindeki düşünceden farklıdır. Her ne kadar Sabah Yıldızı ile Akşam Yıldızı kelimeleri aynı gönderime sahip olsalar bile yani Venüs gezegenine gönderimde bulunmalarına rağmen bu iki cümlenin düşüncesi birbirinden farklıdır. Çünkü Sabah Yıldızı ile Akşam Yıldızının aynı gönderime sahip olduğunu bilmeyen biri, ifadelerden birindeki düşünceyi doğru bulurken diğer ifadedeki düşünceyi yanlış olarak değerlendirecektir. Dolayısıyla düşünceyi, bir cümlenin gönderimi olarak ele almak doğru olmayacaktır; düşüncenin daha çok anlam ile ilgili olduğunu kabul etmek daha uygun olacaktır.[156] Frege, bir cümlenin anlamını cümlenin düşüncesi ile bağlantılı olduğunu söylerken bir cümlenin gönderimini ise o cümlenin doğruluk değeri olarak tanımlamaktadır ve ona göre bir cümlenin doğruluk değeri cümlenin doğru ya da yanlış olarak algılanmasıdır.[157] Bir cümlenin doğruluk değeri onun gönderimi olduğuna göre bu durumda doğru olan bütün cümleler kendi aralarında ve yanlış olan bütün cümleler de yine kendi aralarında gönderimleri aynı olmaktadır. Örneğin "Jül Sezar, Roma'da doğmuştur." cümlesiyle "Aristoteles, Antik Yunan filozofudur." cümlesinin gönderimleri aynıdır. Çünkü Frege'ye göre bir cümlenin doğruluk değeri o cümlenin gönderimidir ve bu iki cümlenin doğruluk değeri de doğru olması sebebiyle gönderimleri aynı olmaktadır. Dolayısıyla bir cümle, başka bir cümle unsuruyla aynı gönderime sahip fakat farklı bir anlama sahip bir başka ifadeyle değiştirildiğinde cümlenin gönderimi yine aynı kalmaktadır.

Frege, *Anlam ve Gönderim Üzerine* adlı makalesinde 'bir bütün olarak bir cümlenin sadece anlamı olup fakat bir gönderime sahip olup olmadığı' sorusunu yöneltmiştir.[158] Frege, bir anlama sahip olup ancak bir gönderimi olmayan cümlelerin olduğunu dile getirerek soruyu yanıtlamış ve sahte özel adlar içeren cümleleri de bu kategoride sınıflandırmıştır. Frege, bu düşüncesini açıklamak için şu örneği

[156] Frege, **Duyum ve Gönderim Üzerine**, s. 58.
[157] Frege, **a.g.e**. s. 60.
[158] Frege, **a.g.e**. s. 58-59.

sunmaktadır: “Odysseus, derin bir uykudayken Ithaka’da karaya çıkarıldı.” cümlesinin bir anlama sahip olunduğu bilinmektedir. Fakat cümlenin içinde geçen ‘Odysseus’ adının bir gönderimi olup olmadığı şüpheli olduğundan dolayı bütün cümlenin bir gönderime sahip olup olmadığı da şüpheli bir duruma düşmektedir. Frege’nin vermiş olduğu örnek üzerinden bir cümlenin gönderiminin, o cümleyi oluşturan unsurların gönderimi ile bağlantılı olduğu sonucu çıkarılmaktadır. Dolayısıyla bir cümlenin içinde geçen herhangi bir kelimenin gönderimi olmaması durumunda o cümlenin de herhangi bir gönderimi bulunmamaktadır. Böylelikle Frege, ‘bir bütün olarak bir cümlenin sadece anlamı olup fakat gönderimi olup olmadığı’ sorusunun yanıtını da açıklığa kavuşturmuş olup bir cümlenin gönderimi olmamasına rağmen bir anlama sahip olabileceğini göstermiştir. Bir cümlenin gönderiminin olmaması aynı zamanda o cümlenin bir doğruluk değeri taşımadığını da belirtmektedir. Frege, içinde sahte özel ad içeren cümlelerin gönderimsiz olduğunu dile getirirken bu cümlelerin bir doğruluk değeri taşımadığını da dile getirmiş olmaktadır. Bir cümlenin doğruluk değeri olabilmesi için o cümlenin içinde sahte özel bir adın yer almaması başka bir deyişle gönderimi olan bir özel ad içermesi gerekmektedir.

> “Bir önermede, bileşenlerin gönderiminin önemli olduğu zamanlar, daima bir gönderimin aranması gerektiğini gördük; ve bu her zaman ve sadece doğruluk değerini irdelediğimizde söz konusudur. Böylece bir önermenin doğruluk değerini, gönderimi olarak görmek durumunda bırakılıyoruz. Bir önermenin doğruluk değerinden, doğru ya da yanlış olduğunu anlıyorum. Bundan başka doğruluk değeri yoktur. Kısacası birini doğru olan, diğerini yanlış olan şeklinde adlandırıyorum. Buna göre, sözcüklerin gönderiminin önemli olduğu her bildirim cümlesinde, bu nedenle doğru bir özel ismin, özellikle de, eğer varsa gönderimi, ya doğru ya da yanlış olarak algılanmalıdır.”[159]

Yapılan alıntıdan da anlaşılacağı üzere bir cümlenin sadece anlamı ile yetinmeyip bir gönderime de sahip olması beklenilmektedir. Peki, bir cümlenin gönderiminin o cümlenin anlamından daha ön planda olmasını sağlayan şey nedir? Frege bu soruyu ‘bizi her yerde anlamdan gönderime sürükleyen şey, doğrunun

[159] Frege, **a.g.e,**. s. 60.

peşinde koşmanın kendisidir'[160] şeklinde yanıtlamaktadır. Biz eğer bir gerçekliğin ve doğruluğun peşinde isek o zaman bir cümlenin gönderimine ihtiyaç duymaktayız. Çünkü daha öncede belirttiğimiz gibi bir cümlenin gönderimi onun doğruluk değerini belirlemektedir. Bu bağlamda Frege, sadece düşünce ve duygular ile zevk aldığımız sanatsal alanlarda gönderime ihtiyaç duyulmadığını ve sadece anlam ile yetinebilindiğini söylemekle birlikte bilimsel ve mantıksal araştırma alanında cümlelerin sadece anlamları değil gönderimlerinin de önem kazandığını dile getirmektedir.

2.7.1. Frege'de Önermelerin Gönderimi ve Doğruluk Değerleri

Bu noktaya kadar özet olarak Frege'de bir cümlenin gönderimini o cümlenin doğruluk değeri olduğunu; bir cümlenin anlamının ise düşünceyle bağlantılı olduğunu anlattık. Fakat düşüncenin anlam ile bağlantılı olması konusunda vurgulamamız gereken bir husus bulunmaktadır. Frege'nin anlam ve gönderim ayrımını cümlelere uyarlama konusunda bir cümlenin anlamını o cümlenin düşüncesiyle aynı şey olduğunu belirten kaynaklarda bulunmaktadır. Biz özellikle bir cümlenin anlamının o cümlenin düşüncesiyle sadece bağlantılı olduğu ifadesini bilinçli bir şekilde kullandık. Çünkü düşüncenin, cümlenin anlamı ile eş olduğu söylendiği zaman bazı çelişkiler ortaya çıkmaktadır. Bir cümle anlamlı olmasına rağmen herhangi bir gönderime sahip olma zorunluluğunun bulunmadığını belirtmiştik. Bu doğrultuda bir gönderimi olmayan bir cümlenin aynı zamanda bir düşünce de içermediği söylenebilir. Çünkü bir cümlenin gönderimi o cümlenin doğruluk değeridir ve bir cümlenin doğruluk değeri alabilmesi için de bir düşünce içermesi gerekmektedir. Eğer Frege, cümlelerin doğruluk değeri alabilme koşulu olarak gördüğü düşüncelerin, cümlenin anlamıyla eş olduğunu söylemiş olsaydı, o zaman hiçbir doğruluk değeri almamasına karşın bir anlamı olan cümleleri, düşünce içermeleri sebebiyle bir gönderime sahip olduklarını da söylemek zorunda kalacaktır ki bu durumda bir çelişki ortaya çıkmış olurdu.[161] Bu doğrultuda düşüncenin, cümlenin anlamı ile eş olmadığını ve Frege'nin düşünce ile

[160] Frege, **a.g.e**., s. 60.
[161] Tarhan, **Husserl ve Frege'de Anlam Sorunu,** s. 164.

anlam arasında bir ayrım yaptığı söylenebilir. Frege'nin bir düşünceyi anlamın bir parçası olarak görmesi daha yerinde bir ifade olmaktadır. Böylelikle Frege'nin anlam kuramında bir cümlenin anlamı olmasına rağmen bir gönderime sahip olmayan dolayısıyla da herhangi bir düşünce içermeyen ifadelerin izahı yapılmış olmaktadır.

Frege, diğer taraftan, bir cümlenin doğruluk değerinin, o cümlenin gönderimi olduğu düşüncesine dair istisnai durumlar olabileceğinden bahsetmektedir. Frege'ye göre bir cümlenin doğruluk değeri, cümle içindeki bir ifadenin, o ifadeye eşdeğer başka bir ifade ile değişmesi durumunda aynı kalmaktadır. Fakat cümle içinde değiştirilecek olan ifadenin kendisi de bir cümle olduğu takdirde durum yine bu şekilde mi olacaktır? Yani cümlenin ilgili bir bölümünü, doğruluk değeri aynı olan bir başka bölümle değiştirdiğimizde, bölüm olarak başka bir şey içeren önermenin doğruluk değeri aynı mı kalmaktadır? Frege'nin bahsetmiş olduğu istisnai durumlar bu noktada yer almaktadır. Çünkü cümlenin bütünü veya parçası, dolaysız ya da dolaylı ifade edilmesi durumunda, sözcüklerin gönderimi alışıldık biçimlerde olamazlar. Dolaysız ifadedeki bir cümle yine bir cümledir fakat dolaylı ifadedeki bir cümle ise bir düşünce anlamındadır.[162] Dolayısıyla Frege, cümlenin bir bölümünü oluşturan yan cümlelerin gönderimleri konusuna yönelmekte ve bir cümlenin gönderiminin onun doğruluk değeri olduğu şeklindeki görüşünün bütün yan cümleler için uygun olmadığının farkına varmaktadır. Ona göre bütün yan cümlelerin gönderimi bir doğruluk değerine işaret etmemektedir. Peki, bu tarz yan cümlelerin doğruluk değeri ile bu tarz gönderimi bir doğruluk değeri olmayan yan cümleleri içeren cümleler arasındaki ilişki nasıl olmaktadır? Frege, gönderimi doğruluk değerine sahip olmayan yan cümleleri tespit ederken bu tarz yan cümlelerin özellikle aktarılmış ya da dolaylı ifade içeren cümlelerde bulunduğunu dile getirmektedir. Örneğin; 'Fatih "gelecek yıl kendi okul voleybol takımının şampiyon olacağını" söylemektedir.' cümlesi aktarılmış ya da doğrudan alıntı yapılmış bir cümledir. Doğrudan alıntı yapılmış olan ifade çift tırnak ile belirtilmiş bir yan cümleyi oluşturmaktadır. Frege'ye göre cümlenin gönderimi, çift tırnak içine alınan yan cümledir. Çünkü kişinin kendi sözleri ilk etapta, diğerinin sözlerinin gönderimidir ve işte sadece bunlar, alışıldık gönderime sahiptir.[163]

[162] Frege, **Duyum ve Gönderim Üzerine**, s. 62.
[163] Frege, **a.g.e**., s. 54.

Örneği ‘Fatih, gelecek yıl kendi okul voleybol takımının şampiyon olacağını söylemektedir.’ şekline dönüştürerek dolaylı bir anlatımla karşılaştığımız zaman Frege’ye göre bu cümlenin gönderimi dolaylı bir gönderime sahip olacaktır ve bu dolaylı gönderim ise cümlenin olağan anlamı olacaktır. Dolaylı ifadelerde yan cümlenin dolaylı gönderimleri bir doğruluk değerine işaret etmekten ziyade yan cümlenin anlamı yani bir düşüncedir. Bu doğrultuda doğrudan ya da dolaylı ifadelerde bulunan yan cümlelerin doğruluk değerlerinin ana cümlenin doğruluk değerine herhangi bir etkisi olmadığı sonucu çıkarılmaktadır. Çünkü bir yan cümlenin, içinde bulunduğu ana cümlenin doğruluk değerine etki edebilmesi için olağan bir gönderime sahip olması gerekmektedir fakat yan cümleler, dolaylı gönderime sahip cümlelerdir. Yan cümleyle birlikte ana cümle, anlam olarak sadece tek bir düşünceye sahip olmaktadır ve bu bağlamda bütünün doğruluğu, yan cümlenin doğruluğunu ya da yanlışlığını içermemektedir. Frege, bu gibi durumlarda, yan cümlenin, aynı alışıldık gönderimi olan bir ifadeyle değiştirilemeyeceğini ifade etmektedir.[164] Bu duruma örnek olarak “Mehmet, her yılın 21 Mart ve 23 Eylül tarihlerinde gündüz ve gece eşitliği yaşandığına inanmaktadır.” ve “Mehmet, her yılın 21 Haziran tarihinde yılın en uzun gecesi yaşandığına inanmaktadır.” ifadelerini ele alacak olursak bu iki cümlede doğrudur. Fakat bu ifadelerdeki yan cümleleri ele aldığımız zaman ilk ifadedeki yan cümlenin doğru ikinci ifadedeki yan cümlenin ise yanlış olduğunu görmekteyiz. Çünkü her yılın 21 Haziran tarihinde yılın en uzun gecesi değil, yılın en uzun gündüzü yaşanmaktadır. Görüldüğü üzere bu iki ifadedeki yan cümlelerin doğruluk değerleri farklı olmasına rağmen ana cümlelerin doğruluk değeri aynı olmaktadır. Bu durumun tersi, yani iki ifadedeki yan cümlelerin doğruluk değeri aynı olmasına rağmen ana cümlelerin doğruluk değeri farklı olabilecek türde örnekte verebiliriz. “Kopernik, Venüs’ün Güneş etrafında döndüğüne inanmaktadır” ve “Kopernik, Uranüs’ın Güneş etrafında döndüğüne inanmaktadır” ifadelerine baktığımız zaman ilk cümle doğru ikinci cümle ise yanlıştır.[165] Çünkü Kopernik zamanında henüz Uranüs gezegeninin keşfi yapılmamış ve varlığı bilinmiyordu ve dolayısıyla Kopernik’in Uranüs diye bir gezegenin varlığından habersizdi. Buna rağmen bu iki ifadenin içindeki yan cümlelerin her ikisi de doğrudur. Venüs gezegeni

[164] Frege, **a.g.e**., s. 64.
[165] Kenny, **Frege: An Introduction to the Founder of Modern Analytic Philosophy** s. 137.

de Uranüs gezegeni de Güneş'in etrafında dönmektedir. Yan cümlelerin her ikisi de doğru olmasına rağmen ana cümlelerden ilki doğru diğeri yanlış olmaktadır. Verdiğimiz bu iki örnek üzerinden de anlaşılacağı gibi bir yan cümlenin doğruluk değeri içinde bulunduğu cümlenin doğruluk değerine hiçbir etkisi yoktur. Aynı zamanda dolaylı anlatımlarda cümlenin içindeki yan cümle ile aynı doğruluk değerine sahip başka bir yan cümle yer değiştirdiğinde bütün cümlenin doğruluk değerinin değişebileceği de görülmektedir.

Frege, yan cümlelerde geçerli olan bu durumun aynı zamanda cümlenin içinde geçen adlar için de geçerli olduğundan bahsetmektedir.[166] Bu bağlamda bir cümlenin içinde geçen bir ad ile aynı gönderime sahip başka bir ad yer değiştirdiğinde cümlenin doğruluk değerinin aynı kalmama ihtimali bulunmaktadır. Örneğin, 'Duncan, Macbeth'in güvenilir olduğuna inanıyordu.' cümlesinde 'Macbeth' adını 'katil' adı ile yer değiştiremeyiz.[167] Halbuki bu her iki ad da aynı gönderime sahip adlardır çünkü Macbeth, Duncan'ın katilidir. Ancak Duncan, hiçbir zaman 'benim katilim güvenilirdir' düşüncesine sahip olmadı. Görüldüğü üzere bir cümlenin içinde yer alan bir ad, aynı gönderime sahip başka bir ad ile değiştirildiğinde cümlenin doğruluk değeri de değişebilmektedir.

Frege'ye göre yan cümlelerde olduğu gibi emir, istek, inanç, korku, rica ve amaç bildiren cümlelerin de doğruluk değeri bulunmamaktadır. Amaç bildiren cümlelerin içinde geçen sözcüklerin dolaylı gönderimleri istem kipi olarak karşımıza çıkmaktadır. Çünkü ifadedeki amaç, açıkça bir düşüncedir.[168] Frege'ye göre emir, rica ve istek bildiren ifadeler ise bir düşünceden ziyade düşüncelerle aynı düzeyde olan yapılardır ve dolayısıyla bu ifadelerin bulunduğu yan cümlelerdeki sözcüklerin dolaylı gönderimleri bulunmaktadır. Buna göre, bu tür cümlelerin gönderimi, bir doğruluk değeri değil, bir emir, bir rica, bir istek olarak karşımıza çıkmaktadır.[169]

Frege'nin yan cümleler ile ilgili yapmış olduğu tüm belirlemeleri konumuzun sınırlılığı bağlamında ele almamız mümkün değildir. Hatta Frege'nin kendisi de yan

[166] Kenny, **a.g.e.,** s. 138.
[167] Kenny, **a.g.e.,** s. 138.
[168] Frege, **Duyum ve Gönderim Üzerine**, s. 65.
[169] Frege, **a.g.e**. s. 66.

cümlelere ilişkin yapmış olduğu tüm incelemelere rağmen dilimizde yer alan yan cümlelere dair tüm olasılıkları tüketmenin zor olduğunu ifade etmektedir.[170] Ancak, Frege, yan cümlelerle ilgili yapmış olduğu analizler üzerinden bir genelleme yaparak konuyu bir çerçeve altına almaktadır. Ona göre bir yan cümlenin anlamı bütüncül bir düşünceye karşılık geldiği durumlar da, bütün cümlenin doğruluk değerine zarar vermeden aynı doğruluk değerine sahip bir başka yan cümle ile değiştirilebilmektedir. Fakat yan cümlelerin bütününü incelediğimiz zaman bu durumun her yan cümle için geçerli olmadığının farkına varılır. Yani tüm cümle yapısının doğruluğuna zarar vermeden ifadenin içindeki yan cümlenin bir başka ve aynı doğruluk değerine sahip bir yan cümleyle değiştirilmesinin mümkün olmadığı durumlarda bulunmaktadır. Frege, bu durumun nedenlerini şu şekilde sıralamaktadır:

> "1.Yan cümlenin, yalnızca bir düşüncenin bir bölümünü ifade ederek, doğruluk değeri anlamına gelmediği;
>
> 2.Yan cümlenin gerçi bir doğruluk değerini ifade ettiği, ancak anlamının, sadece bir düşünceyi değil, aynı zamanda başka bir düşüncenin de bir bölümünü kapsayarak, bununla sınırlı kalmadığıdır.
>
> Birinci durum:
> a) Sözcüklerin dolaylı gönderimlerinde,
> b) Şayet cümlenin bir bölümü, bir isim olmak yerine sadece belirsiz bir şekilde ima ettiğinde gerçekleşir.
>
> İkinci durumda yan cümle, çift taraflı ele alınmalıdır, yani birinde sıradan, diğerinde ise dolaylı gönderim olarak; ya da yan cümlenin bir bölümünün anlamı, aynı zamanda, yan cümlede dolaysız bir şekilde ifade edilmiş olanla birlikte, ana ve yan cümlenin bütüncül anlamını oluşturan, başka bir düşüncenin yapısal bileşeni olabilir."[171]

Böylelikle Frege'nin anlam ve gönderim ayrımına ilişkin düşüncelerinin önemli bir kısmına değinmiş bulunmaktayız. Frege'nin söz konusu ayrıma dair çoğu düşüncesini dile getirdiği *Anlam ve Gönderim Üzerine* adlı makalesi felsefe tarihinde

[170] Frege, **a.g.e**. s. 78.
[171] Frege, **a.g.e**. s. 78.

oldukça önemli bir yere sahiptir. Çünkü bu makalede yer verdiği düşünceler Frege'nin düşünce tarihinde modern dil felsefesinin kurucusu olarak görülmesini sağlamıştır. Frege'nin modern dil felsefesine olan ilgisi aritmetiği mantığa indirgeme düşüncesini gerçekleştirme yolunda ortaya çıkmıştır. Çünkü ona göre dildeki belirsizlikler ve tutarsızlıklar mantıksal formun ortaya çıkmasına engel olmaktadır. Dolayısıyla mantığın yapısını ortaya koyabilmek için dildeki bu sorunlara yönelmiştir. Bu doğrultuda yapmış olduğu çalışmalar Frege'nin hem modern dil felsefesinin hem de modern mantığın kurucusu olarak anılmasını sağlamıştır. Frege'nin düşünceleri birçok alanı ve düşünürü etkilemiştir. Bu alanlardan biri mantıkçılık ve bu düşünürlerden biri de Russell olması sebebiyle Frege'nin temel düşünceleri çalışmamız açısından oldukça kritik bir öneme sahip olmaktadır. Dolayısıyla çalışmamızın bu bölümünü Frege'nin konumuzla bağlantılı olan temel düşüncelerine yer verdikten sonra ana konumuz olan Russell'ın mantıkçılığına ilişkin görüşlerini inceleyeceğimiz üçüncü bölüme geçiş yapabiliriz.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM
RUSSELL'IN ERKEN MANTIKÇI TEZLERİ: MATEMATİĞİN TEMEL İLKELERİ

3.1. Russell'da Mantıkçılık Kuramının Saf Matematikteki Yansımaları

Matematiği mantığa indirgeme girişimleri Peano ve Frege'nin çalışmaları ile başlamıştır. Peano ve Frege'nin çalışmalarını ve bu bağlamda matematiği mantığa indirgemeye dair olan katkılarını bir önceki bölümde ele almıştık. Bu çalışmaların ardından matematiği mantığa indirgeme girişimlerini ileri bir seviyeye götüren bir diğer önemli düşünür ise Russell'dır.

Russell, hem matematik hem de felsefe dünyasında önemli bir konuma sahip bir düşünürdür. Yapmış olduğu çalışmalar hem matematik dünyasında hem de felsefe dünyasında önemli kuramlara imza atmıştır. Russell'ın almış olduğu eğitim onun düşüncelerini oluşturmada oldukça etkili olmuştur. Russell, almış olduğu matematik eğitimini felsefi düşünce ile birleştirerek özgün çalışmalar ortaya koymuştur. Russell, düşünsel çalışma hayatı boyunca bilimi temellendirme gayesi içinde bulunmuştur. Özellikle de matematik biliminin temellerine ayrı bir ilgisi olmuştur. Çünkü matematik bilimi onun hayatında oldukça özel bir konuma sahipti. Öyle ki otobiyografisinde gençlik dönemlerinde yaşadığı bunalımlardan dolayı bir dönem intihar etmeyi düşündüğünü fakat daha fazla matematik hakkında bilgi edinme isteğinin onu intihardan alıkoyduğundan bahsetmektedir. Anlaşılacağı üzere Russell'ın matematiğe olan ilgisi erken dönemlerden itibaren başlamaktadır. Hatta henüz on yaşındayken ona geometri çalıştıran abisine çalışma esnasında sorduğu sorular onun matematiğin temellerine ilişkin merakının daha çocukluk yaşta filizlendiğini göstermektedir. Bulunduğu dönemin geometri ders kitabı olan Euclides'in kitabında yer alan aksiyomların kanıtlanmadan kabul edilmesi onun zihninde şüpheler uyanmasına sebebiyet vermiştir. Bu şüphesini şu sözlerle ifade etmiştir:

> "İlk önce aksiyomları kabul etmek istemedim. Kabul etmek için gerekçe istiyordum. Ağabeyim, aksiyomları kabul etmezsem devam edemeyeceğimiz söyleyince geçici olarak kabul ettim fakat matematiğin öncülleri konusundaki kuşku içimden çıkmadı."[172]

Çocukluk yıllarında başlayan bu merak doğrultusunda üniversite eğitiminin ilk üç yılını yoğun olarak matematik eğitimi ile geçirmiş ve ardından felsefe ile ilgilenmeye başlamıştır. Russell'ın matematiğin temellerine olan ilgisi zihnini sürekli meşgul etmiştir. Fakat zihnindeki bu meşguliyetin eyleme geçmesi Peano ile tanışmasıyla gerçekleşir. Russell, kendi düşüncelerine asıl cesaret veren şeyin Peano'nun çalışmaları olduğunu dile getirmektedir. Russell, Peano ile 1900'de Paris'te düzenlenen bir felsefe kongresinde tanışmaktadır. Peano'nun ortaya koymuş olduğu aksiyomlar ve matematiğe getirmiş olduğu kesinlik anlayışı Russell'ı oldukça etkilemiştir. Russell'ın erken dönemde başlayan matematiğin temellerine olan ilgisi Peano'nun çalışmaları ile birlikte hız kazanmıştır.

3.1.1. Saf Matematiğin Tanımı

Russell, Peano ve Frege'nin çalışmaları doğrultusunda matematiğin temelinde mantığın olduğu düşüncesi ile çalışmalarını başlatmıştır. Bu konu üzerinde yapmış olduğu önemli çalışmalarının başında 1903 yılında yayımlanan *Matematiğin İlkeleri* (*The Principles of Mathematics*), ilk cildi 1910 yılında yayımlanan üç ciltten oluşan ve Whitehead ile yazmış olduğu *Principia Mathematica* ve 1919 yılında yayımlanan *Matematik Felsefesine Giriş* (*Introduction to Mathematical Philosophy*) adlı eserleri yer almaktadır. Russell'ın bu çalışmaları hem matematik dünyası hem de felsefe dünyası açısından oldukça aydınlatıcı düşünceler barındırmaktadır. Bu doğrultuda çalışmamızın bu bölümünde öncelikli olarak *Matematiğin İlkeleri* ve *Matematik Felsefesine Giriş* adlı eserlerindeki düşüncelerine yer vererek Russell'ın matematiği mantığa indirgeme düşüncesinin temellerini nasıl kurduğunu göstereceğiz. Daha sonra

[172] Bertrand Russell, **Yaşantım**, Çeviren: Muammer Sencer, İstanbul, Erk Yayınları, 1974, s. 21

düşünce dünyasında oldukça öneme sahip olan *Principia Mathematica* adlı eserini merkeze alarak mantıkçılık düşüncesini nasıl geliştirdiğini anlatmaya çalışacağız.

Russell, *Matematiğin İlkeleri* adlı eserinde ilk bölümü *Matematiğin Tanımlanamazlığı (The Indefinables of Mathematics)* başlığı altında ele almaktadır. Bu başlığın ilk alt başlığını ise *Saf Matematiğin Tanımı (Definition of Pure Mathematics)* oluşturmaktadır. Saf matematiğin tanımı onun mantıkçılık düşüncesinde yer alan önemli taşlardan biridir. Çünkü mantıkçılık, saf matematiğin mantığın bir dalı olduğunu ifade eden bir düşünce sistemidir Dolayısıyla Russell'ın mantıkçılığa dair düşüncesini anlamak için ilk olarak öğretisinde sunmuş olduğu saf matematiğin tanımına bakmamız gerekir.

Russell'a göre saf matematik "P doğru ise Q doğrudur" biçimindeki tüm önermeler sınıfını kapsamaktadır. Saf matematiğe ait bu önermelerde P ve Q, iki önermede aynı olan bir veya daha fazla değişken içeren ve mantıksal sabitler dışında herhangi bir sabit içermeyen önerme türleridir.[173] Saf matematik önermelerinin mantıksal sabitler dışında herhangi bir sabit içermiyor oluşu onun karakteristik özelliğini oluşturmaktadır. Peki, bu mantıksal sabitler nedir? Russell, mantıksal sabitleri tanımlamanın kolay olmadığını söylemekle birlikte onlar hakkında birkaç yorumda bulunabileceğimizden bahsetmektedir:

> "Önermede bulunan ve değişken ile değiştirilmeye çalışıldığında yerini hala koruyan bir sabit, mantıksaldır. Daha kesin olursak, mantıksal sabitleri belki şu şekilde belirleyebiliriz: Bir tümdengelim alır ve terimlerini değişkenler ile değiştirirsek, sayılı birkaç adım sonra tümdengelimde yerini hala koruyan belli bir gruba ait sabitler olacaktır ve eğer genellemeye devam etmek istersek her zaman için bu aynı gruba ait sabitler yerlerini korumaya devam edecektir. İşte bu grup, mantıksal sabitlerin grubudur."[174]

[173] Bertrand Russell, **Principles of Mathematics,** London and New York, Routledge Classıcs, 2010, s. 3.

[174] Bertrand Russell, "Matematiksel Mantığın Felsefi Önemi", **Matematik Felsefesi**, Çeviren: Muharrem Özlük, Derleyen: Bekir S. Gür, Ankara, Kadim Yayınları, 2019, s. 117.

Saf matematik, mantıksal sabitler dışında herhangi bir sabit içermeyen önermelerden yani biçimsel önermelerden oluşmaktadır. Dolayısıyla bir biçimsel önermeyi tanımlamak için yine mantıksal sabitleri kullanmamız gerekiyor ki önermede herhangi başka bir sabit içerilmemiş olsun. Örneğin; "P doğru ise Q doğrudur." önermesinin tanımına yine mantıksal sabit bağlamında ulaşmaktayız. "P doğru ise Q doğrudur" önermesini aynı zamanda "P doğru değil veya Q doğru" olarak da tanımlayabiliriz; bu iki önerme birbirine denk iki önermedir. Fakat buradaki ince çizgi, tanımlama yapılırken kullanılan sabitin farklı bir mantıksal sabit olmuş olmasıdır, yani bir mantıksal sabiti yine aynı mantıksal sabitle birlikte tanımlama yapamayız, farklı bir sabit kullanmamız gerekmektedir. Saf matematiğin önermelerini daha iyi anlayabilmemiz için Russell, konuyu örneklendirmiştir. İlk olarak şu klasik cümleleri önümüze sunmaktadır:

Bütün insanlar ölümlüdür.
Sokrates bir insandır.
Dolayısıyla Sokrates ölümlüdür.

Bu önermeler aynı zamanda bir tümdengelim örneğini de ifade etmektedir. Biz, bu tümdengelimde Sokrates yerine herhangi başka bir ismi koyduğumuz zaman söylemek istediğimiz ifadede herhangi bir değişiklik olmayacaktır. Yani Sokrates yerine Aristoteles'i ya da Platon'u yerleştirdiğimizde ifademiz hala doğru kalmaya devam edecektir. O halde biz bu tümdengelimi şu şekilde de ifade edebiliriz:

Eğer bütün insanlar ölümlü ise ve eğer x bir insan ise x ölümlüdür.

Bu ifade, tümdengelimden çıkarsadığımız ilk genelleme ifadesidir. Fakat bu şekliyle ifade hala tamamen saf matematiğe ait bir önerme türüne işaret etmemektedir.

Çünkü önerme bu haliyle insan ve ölümlü olmanın özel doğasına bağlı bir önerme türü olarak karşımızda yer almaktadır. Oysaki saf matematik, belli şeylerle ya da belli özelliklerle ilgilenmemektedir. Saf matematik için önemli olan, herhangi bir şey veya herhangi bir şey hakkında neyi ifade etmiş olduğumuzdur. Dolayısıyla önermemizi saf matematiğe ait bir önerme formuna çevirme sürecine devam etmeliyiz. Bu süreçte belirli şeylerin özel doğasına olan bağlılığı kaldırarak sadece mantıksal sabitlerle önermemizi kurmamız gerekmektedir. Önermenin nihai formu şu şekilde olacaktır:

Eğer herhangi bir a sınıfının bütün elemanları bir s sınıfının bir elemanı ise
Ve eğer x, a sınıfının bir elemanı ise
O zaman x, s sınıfının bir elemanıdır.

Önermenin bu son hali artık saf matematiğe ait bir önerme türü olarak bizleri karşılamaktadır. Çünkü önermenin bu hali mantıksal sabitler dışında herhangi bir sabit içermeyen önerme formunu almıştır. Herhangi bir tümdengelimi, yukarıda uygulamış olduğumuz benzer bir sürece tabi tuttuğumuz takdirde saf matematiğin bir önermesi elde edilmiş olmaktadır. Görüleceği üzere saf matematiğe ait önermeler sadece değişkenler ve mantıksal sabitlerden oluşmaktadır. Dolayısıyla saf matematiğin önermeleri biçimsel önermeler olarak da nitelendirilebilir. Bu bağlamda saf matematikteki önermelerde asıl olanın biçim olduğu, önermelerin içerikleri olmadığı görülmektedir. Saf matematikte belirli bir nesneye uygulanabilen önermelerden ziyade herhangi bir nesneye uygulanabilir olan biçimsel önermeler mevcuttur. Örneğin, ‘Sokrates ve Aristoteles, ikidir.’ önermesi saf matematiğe ait bir önerme türü değildir. Çünkü belirli bir nesneyi ya da belirli bir özelliği bünyesinde barındırmaktadır. Sokrates veya Aristoteles’in varlığından habersiz olan bir kesim için bu önerme bir anlam ifade etmeyecektir. Fakat bu önerme ‘Bir ve bir, ikidir’ şeklinde kurabilir. Bu önerme için belirli bir nesnenin ya da özelliğin bilinmesine ihtiyaç yoktur. Dolayısıyla saf matematikte gerçek dünya hakkında herhangi bir bilgiye ihtiyaç duyulması söz konusu değildir. Çünkü saf matematik, olgulardan ziyade değişkenlerle

ilgilenmektedir, yani hakkında kimi zaman hipotezlerin kurulduğu herhangi bir konuyla ilgilenmektedir.

3.1.2. Saf Matematiğin Önemi

Peki, bir tümdengelimi saf matematiğe ait bir önerme formuna indirgemenin önemi nedir? Neden klasik tümdengelimi saf matematikteki önerme formuna indirgeme ihtiyacı duymaktayız? Bu soruların cevabını Russell, şu şekilde yanıtlamaktadır:

> "Eğer tümdengelimleri böyle bir şekle indirgemenin neden bu kadar değerli olduğu sorulacak olursa ben buna birbirleriyle ilişkili iki sebep vardır derim. Birincisi herhangi bir gerçeği mümkün olduğu kadar genelleştirmek iyi bir şeydir, ikincisi tümdengelimin bilinmeyen bir x ile oluşturulması bir emek tasarrufu meydana getirir."[175]

Bu bağlamda yukarıda ele almış olduğumuz tümdengelim örneğini incelenecek olursak sadece Sokrates hakkında bilgi sunduğu hemen görülecektir. Diyelim ki Sokrates değil de Platon ya da Aristoteles hakkında bilgi edinmek isteniliyor. İşte o zaman Sokrates'e dair yapılan akıl yürütmenin tekrardan yapılması gerekecektir ve bu da belli bir zamanı alacaktır. Görüleceği üzere her yeni bir nesne için akıl yürütmeyi tekrarlamak zaman kaybına neden olacaktır. Fakat saf matematiğe ait önermelerde durum böyle değildir. Dolayısıyla herhangi bir tümdengelimi saf matematiğe dair bir önerme türüne dönüştürmemiz gerekmektedir. Saf matematiğe ait bir önerme elde etmek için mantıksal sabitler dışında herhangi bir sabit kalmayıncaya dek tümdengelimdeki terimleri değişkenlerle değiştirilmektedir. Bir başka deyişle bir tümdengelimi saflaştırma işlemi uygulanmış olmaktadır. Bu hali ile artık sadece

[175] Russell, **Matematiksel Mantığın Felsefi Önemi**, s. 118-119.

Sokrates hakkında değil, hipotezi sağlayan bütün x'ler hakkında bilgi sahibi olunması sağlanmaktadır. Böylelikle elde ettiğimiz genelleme ile zaman kaybının önüne geçilmiş olunmaktadır.

Saf matematikte önermelerin olgusal içeriklerden soyutlandığı artık bilinmektedir. Emprik içerikli önermelerin doğruluğu olgularla ispat ediliyor iken saf matematiğe ait önermelerde bu söz konusu değildir. Çünkü saf matematikteki önermelerde sadece mantıksal sabitler ve değişkenler bulunmaktadır. Dolayısıyla bu önermelerin olgularla bağlantısı bulunmamaktadır. O halde olgulardan soyutlanmış olan bu önermelerin mantıksal olarak geçerliliği nasıl bilinebilecektir? Saf matematik, önermenin kurucu üyesi olmayan doğruluk nosyununu kullanmaktadır. Önermenin mantıksal olarak doğru olup olmadığı, önerme eklemlerine ait doğruluk tablolarına göre belirlenmektedir. Her önerme ekleminin kendisine özgü doğruluk tablosu bulunmaktadır. Bunlardan koşul önerme ekleminin doğruluk tablosunu örnek olarak verebiliriz.

Tablo 3: "Koşul" (→) Önerme Ekleminin Doğruluk Tablosu

p	q	p→q
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	D
Y	Y	D

Saf matematikte önemli olan bir diğer konu ise kullanılan yöntem anlayışıdır. Russell, saf matematikte kullandığı yöntemin analiz yöntemi yani çözümleme yöntemi olduğunu ve sorununun felsefi olduğunu belirtmektedir. Russell'ın kullanmış olduğu analiz türü karmaşıktan basite, kanıtlanabilir olandan kanıtlanamaz olana doğru

ilerleyen bir mantıksal analiz türüdür. Hatırlanacağı üzere Peano'nun öğretisinde bu durum tam tersiydi; o, kanıtlanamaz olandan kanıtlanabilir olana doğru öğretisini ilerletmekteydi. Russell, bu yöntem ile matematik felsefesinde daha önce ortaya çıkmış olan güçlükleri ve geçmişte çözülememiş olan geleneksel felsefi sorunları çözüme kavuşturacağına inanmaktadır. Özellikle matematiksel olarak akıl yürütmenin formel olmadığını ve matematiksel görünün varlığını kabul eden Kant'ın düşüncesinin doğru olmadığını savunmaktadır. Çünkü Kant, matematik oluşturmak için görüye yani uzay ve zaman görüsüne ihtiyaç olduğunu iddia ederken Russell, matematik için görüye ihtiyaç olmadığını dile getirmektedir. Russell'a göre görüler olmadan da matematik türetilebilir. Ancak o dönemdeki çoğu düşünür, Kant'ın düşüncesinin doğruluğuna inanmaktaydı. Bunun sebebi ise onlar, düşüncelerini sadece Öklid geometrisi ile sınırlı kılmışlardı. Öklid geometrisi ile sınırlanan bir matematiğin temellerinin görüye dayandırılması gayet olağandı. Çünkü Öklid geometrisi sadece empirik dünyayı açıklamaktadır ve dolayısıyla empirik dünyayı açıkladığı için de görüye ihtiyaç olunduğu düşünülüyordu. Fakat Peano'nun postulatlarıyla birlikte sembolik mantıktaki ilerlemeler Kant'ın matematiğin temellerine dair düşüncelerinin çürütülmesine sebebiyet vermiştir. Artık matematiğin görüler olmadan da türetilebileceği ortaya konulmuştur. Russell'ın saf matematik öğretisinde olgulardan soyutlanmış olarak ve sadece mantıksal ilkelerden yola çıkıldığını belirtmiştik. Russell, saf matematiğin iddia ettiği şeyin Öklid önermelerinin sadece Öklid aksiyomlarından çıktığını belirtmektedir. Bir başka deyişle Öklid önermeleri aslında keyfi aksiyomlar üzerine kurulmuştur ve böylelikle sayısız aksiyomdan sayısız geometri kurulmasına olanak tanımaktadır. Şöyle ki Öklid aksiyomları ortaya konulduğunda Öklid geometrisi elde edilir; Öklidçi olmayan aksiyomlar ortaya konulduğunda ise Öklidçi olmayan geometri elde edilir. Bu bağlamda herhangi bir geometri oluşturmak için empirik olma şartının olmadığı anlaşılmaktadır. Ortaya konulan aksiyomlara göre oluşturulmak istenen geometri türü de şekillenmektedir. Örneğin, oluşturmak istenilen geometrinin uzayı düzlem olarak tasarlandığı takdirde üçgenin açıları 180 derece olarak ortaya çıkmaktadır. Fakat uzay, düzlem olarak değil de küresel olarak ele alındığında bu sefer üçgenin iç açılarının toplamı 180 dereceden daha fazla bir dereceye sahip olduğu görülecektir. Kısacası, önemli olan empirik olan değildir; uzayı hangi bağlamda ele aldığımız önemlidir. Uzay, hangi bağlamda ele

alırsa oluşturulan geometriden de o bağlamda sonuçlar elde edilecektir. Dolayısıyla matematik, empirik olanla değil çıkarımlarla hareket etmektedir. Matematik, çıkarımlar dışında başka herhangi bir şeyi onaylamaz; o sadece doğru öncüllerden doğru sonuçlara varılan çıkarımlar yapıldığını onaylamaktadır. İşte Russell'a göre matematik budur, diğer bir deyişle de mantık da budur. Çünkü Russell'a göre matematik ile mantık özdeştir. Russell, bu düşüncesini şu sözleriyle ifade etmektedir:

> "Tarihsel anlamda, matematik ve mantık tamamen farklı çalışmalar olmuştur. Matematik bilimle, mantık Yunanlılarla ilişkilendirilmiştir. Fakat ikisi de son zamanlarda gelişmiştir. Mantık daha çok matematikselleşmiş ve matematik daha çok mantıksal hale gelmiştir. Sonuçta ikisi arasında bir çizgi çizmek tamamen imkansız hale gelmiştir, daha doğrusu ikisi bir olmuştur. Genç ve yetişkin kadar birbirinden farklıdırlar: Mantık, matematiğin gençliği ve matematik, mantığın yetişkin halidir."[176]

Burada dikkat edilmesi gereken bir husus bulunmaktadır. Russell'ın matematik ile mantığı özdeş olarak kabul etmesi matematik ile mantığın birbirinin aynısı olduğu anlamına gelmemektedir. Russell'ın amacı matematiği mantığa indirgemektir, yani ona göre matematik mantıktır fakat mantık daha geniş bir alana sahiptir. Matematik mantığa indirgenebilir iken mantık matematiğe indirgenememektedir; matematik olmayan mantıklar da bulunmaktadır. Russell'ın saf matematik olarak öne sürdüğü aslında matematiğin mantığa indirgenmesidir. Saf matematik, mantıktır.

3.2. Russell'da Kardinal Sayılar

Russell'ın matematik ile mantığı birbirine bağlı disiplinler olarak görme ve matematiğin temellerini mantığa indirgeme düşüncesini saf matematik öğretisinde ele aldığını göstermiş olduk. Peki, matematiğin mantıksallaştırılmasında nasıl bir yol

[176] Bertrand Russell, **Introduction to Mathematical Philosophy**, London, George Allen & Unwin, Ltd., 2010, s. 145.

izlenmesi gerekmektedir? Russell, geleneksel saf matematiğin tamamının, tamamen doğal sayılar üzerine önermelerden oluştuğunun düşünülebilir olduğunu belirtmektedir.[177] Yani kullanılan terimler doğal sayılarda tanımlanabilir ve önermeler, doğal sayıların özelliklerinden çıkarılabilir. Böylelikle geleneksel saf matematik, doğal sayılar kuramına indirgenmiş olmaktadır. Bu bağlamda mantıksal analizde atılacak bir sonraki adım ise bu kuramı, kendisinden türetebilecek en temel öncüller ve tanımlanmamış ilkeler kümesine indirgemektir.

Peano'nun ortaya atmış olduğu üç ilkel terim ve beş temel önerme ile doğal sayılar teorisini kurmaya yönelik girişimi Russell'ın düşüncelerini şekillendirmede oldukça etkili olmuştur Russell, saf matematiğin tamamının doğal sayılar ve onların özelliklerinden çıkarabileceğini düşünmektedir. Çünkü matematiğin tamamı aritmetik üzerine, aritmetik de doğal sayılar dizisine dayanmaktadır ve doğal sayılar en iyi Peano'nun kavram ve önermelerinin ışığında anlaşılmaktadır. Bu bağlamda Russell'ın hareket noktasını Peano'nun aksiyomları oluşturmaktadır. Daha önceki bölümde yer vermiş olduğumuz Peano'nun bu üç ilkel terimi ile beş aksiyomunu hatırlayalım:

Peano'nun üç ilkel ya da tanımlanmamış terimleri şu şekildedir: *sayı, sıfır* ve *ardıl.*

Peano'nun ünlü beş aksiyomu ise şu şekildedir;

Sıfır (0) doğal bir sayıdır.
Herhangi bir doğal sayının ardılı bir doğal sayıdır.
Herhangi iki sayı aynı ardıla sahip olamaz.
Sıfır (0), hiçbir sayının ardılı değildir.
Sıfır'ın (0) herhangi bir özelliği ve bu özelliğe sahip herhangi bir sayının ardılının herhangi bir özelliği tüm sayılar için ortaktır.

[177] Russell, **Introduction to Mathematical Philosophy**, s. 3.

Şimdi kısaca Peano'nun doğal sayılar öğretisinin bu üç ilkel terim ve beş aksiyomdan nasıl çıkarıldığına göz atalım. İlk olarak *bir (1)*'i *sıfır (0)*'ın ardılı, *iki (2)*'yi *bir (1))*' in ardılı olarak vb. tanımlayalım. Bu şekilde istediğimiz kadar ardıllar serisine devam etmemiz mümkündür. Çünkü ikinci aksiyom buna imkan vermektedir: 'Herhangi bir sayının ardılı yine bir doğal sayıdır' bağlamında bu tanımlamalarda istediğimiz kadar ilerleme sağlayabiliriz. Üçüncü aksiyom ise bizi tekrara düşürmekten kurtarmaktadır. Çünkü herhangi iki sayının aynı ardıla sahip olmaması ardıl serisinin sürekli yeni sayılardan oluşmasını sağlamaktadır. Ayrıca dördüncü aksiyom sıfırın hiçbir sayının ardılı olmadığını söyleyerek bize bir başlangıç noktası sunmaktadır. Son olarak beşinci aksiyom nedeniyle bütün sayılar sıfırdan başlayan ve ardı ardına gelen ardıllarla devam eden bu serinin içerisinde yer almaktadır.

Peano'nun entelektüel çabası aritmetiği aksiyomatize etmeye ve aritmetiği üç ilkel terime ve beş aksiyoma indirgeyerek matematiğin temel ilkelerine giden yolu göstermektedir. Fakat Peano, nihai amacına ulaşamamaktadır. Çünkü Russell'a göre üç ilkel terim üzerine sonsuz sayıda farklı yorumlar getirilebilmekte ve bu farklı yorumların hepsi de Peano'nun ortaya koymuş olduğu beş aksiyoma uygulanabilmektedir. Ayrıca Peaonu'nun üç ilkel terimi tanımlanmamıştır yani bu üç ilkel terimin bilgisinin bizde önceden var olduğu varsayılmıştır. Ancak Russell'a göre bu doğru değildir; tanımlanmamış olan terimlerin üzerine inşa edilen bir öğreti sağlam olmayacaktır. Russell, daha açıklayıcı olmak için konuya dair birkaç örnek de sunmaktadır. İlk örneğini Peano'nun üç ilkel terimden biri olan *sıfır (0)* kavramına yönelik sunmaktadır. Diyelim ki *sıfır (0), yüz (100)* anlamına gelsin ve böylece *'sayı'* doğal sayılar serisinde *100*'den itibaren başlayan sayılar anlamına gelecektir. Bu şekilde Peano'nun beş postulatı yine sağlanmaktadır. İkinci örneğini ise Peano'nun üç ilkel teriminden bir diğeri olan '*sayı'* kavramına yönelik sunmaktadır. Bu örnekte *sıfır (0)*'ı her zamanki anlamında bırakmaktadır fakat *'sayı'* kavramına *'çift sayılar'* anlamını yüklemektedir. Bu şekliyle seri sıfır, iki, dört, altı, … biçimini alacaktır. Aldığı bu biçimde hala seri *sıfır (0)* ile başlamakta, her sayının ardılının olduğu, aynı ardıla sahip iki sayının olmadığını yani kısaca Peano'nun beş aksiyomu hala sağlanmaktadır. Russell'ın üçüncü örneğine geldiğimiz zaman Peano'nun üç ilkel terimden sonuncusu olan *ardıl* üzerine örneğini sunmaktadır. Eğer biz *ardıl* kavramını

'yarı' anlamına geldiğini düşünürsek karşımıza şu şekilde bir seri çıkacaktır: 1, 1/2, 1/4 1/8, … Bu türdeki bir seri de Peano'nun beş aksiyomunu sağlamaktadır. Russell'ın vermiş olduğu bu üç örneğe dikkatlice baktığımız zaman sorunun temelinde Peano'nun sunmuş olduğu üç ilkel terimin tanımlanmayışının yattığı görülmektedir. Çünkü eğer *sıfır, sayı* ve *ardıl* terimlerinin tanımları verilmiş olsaydı onlara farklı anlamlar atfedilmeyecek ve böylelikle de çeşitli sayıda beş aksiyomu da sağlayan yorumlar elde edilmeyecekti. Peano, *sıfır, sayı* ve *ardıl* ile ne kastedildiğinin bilindiğini varsayması onun sisteminde bir boşluk oluşturmaktadır. Russell'a göre Peano, kavramlara başka anlamlar yüklenme ihtimalini gözden kaçırmıştır. Oysaki *sıfır (0)*'a *yüz (100)* anlamı ya da Cleopatra'nın iğnesi gibi birçok farklı anlamlar yüklenebilir.

Russell, aslında *sıfır (0)*'ın *yüz (100)* anlamına, *sayı*nın *çift sayı* anlamına ya da *ardıl*ın *yarı* anlamına geldiği ve benzeri gibi bir sistemin soyut matematik için belki bir sorun teşkil etmeyeceğini fakat gündelik hayat için sıkıntılı bir durum olduğunu ifade etmektedir. Çünkü *sıfır, sayı* ve *ardıl* terimlerinin öyle anlamları olsun isteniyor ki, parmakların, gözlerin ve burnun doğru ayrımı verilsin isteniyor. Yani sayıların sadece matematik formüllerini sağlamasını değil, uygun bir biçimde olağan nesnelere de uygulanması istenilmektedir.[178] Gündelik hayatta zaten kullanılmakta olan *bir (1), iki (2)* ve benzerleriyle ne kastedildiğine dair (yeterince anlaşılır ve açık olmasa da) bir kısım bilgi var ve bu bilginin de sayıların aritmetikteki kullanışı ile uyuşması beklenmektedir.

Peano'nun çalışmaları aritmetiği mantığa indirgeme konusunda aydınlatıcı yol göstermekle birlikte Russell tarafından yukarıda sözünü etmiş olduğumuz hususlar bağlamında yetersiz bulunmaktadır. Russell, bu yetersizlikleri gidermek amacıyla ilk olarak *sayı* kavramının tanımına dair çalışmalar yapmıştır. Çünkü hatırlanacağı üzere Russell'a göre Peano'nun üç ilkel teriminin tanımlanmamış olması bir sorun teşkil etmektedir ve *sayı* da bu terimlerden biridir. Bu bağlamda Russell, Peano'nun çizgisinden ayrılarak aritmetiği mantığa indirgemede başarılı bulduğu Frege'nin bakış açısına doğru bir ilerleme gerçekleştirmiştir. Russell'ın sayı anlayışı Frege'nin sayı

[178] Russell**, a.g.e**., s. 7.

anlayışına benzemektedir. Hatta1900 yılında Russell'ın Frege tarafından 1884 yılında verilen kardinal sayının mantıksal tanımını yeniden keşfettiği söylenmektedir.[179] Yani Russell ile Frege birbirinden habersiz ve bağımsız şekilde sayının tanımını aynı doğrultuda vermişlerdir. Daha önceki bölümde de belirttiğimiz gibi Frege, sayı kavramını kardinal sayı bağlamında ele almaktadır. Frege'yle aynı paralel düşünceye sahip olan Russell'ın sayı üzerine konuştuğu zaman bunun kardinal sayı olduğunun anlaşılması gerekmektedir. Şimdi Russell'ın *sayı* hakkında söylediklerine geçelim.

Russell, *sayı* kavramına dair atılacak olan ilk adımın sayının 'dilbilgisi' kısmının açıklığa kavuşturulması olduğunu ifade etmektedir:

> "Pek çok filozof, sayıyı tanımlamaya çalışırken gerçekte oldukça farklı bir şey olan 'çokluğu' tanımlamaya çalışmışlardır. İnsan, insanların karakteristik özelliği olduğu gibi sayı da sayıların karakteristik özelliğidir. Çokluk, bir sayı örneği değildir fakat belirli bir sayı örneğidir. Örneğin bir insan üçlüsü, 3 sayısının bir örneğidir ve 3 sayısı, sayının bir örneğidir ancak üçlü bir sayı örneği değildir. Bu nokta basit görünebilir ve neredeyse hiç bahsetmeye değmez: yine de birkaç istisna dışında filozoflar için çözümünün çok zor olduğu kanıtlanmıştır."[180]

Buradaki temel düşünce *üç (3)* sayısı gibi belirli sayıların tanımını vermekle sayının tanımını vermek arasında ayrım yapılması gerektiğidir. Russell, *üç (3)* sayısının üçlülerin bir özelliği olduğunu fakat sayının *iki (2)* sayısının, *üç (3)* sayısının ve diğer sayıların bir özelliği olduğunu söylemektedir. Dolayısıyla belli bir sayı, bu sayıyı içeren herhangi bir terimler koleksiyonuyla özdeş olmamaktadır. Örneğin *üç (3)* sayısı Ahmet, Mehmet ve Ali'den oluşan bir üçlü ile özdeş değildir. *Üç (3)* sayısı, bütün üçlülerde ortak olarak bulunan ve bunları diğer koleksiyonlardan ayıran bir şeydir.[181] Speaks'in bu konuda verdiği örnek de oldukça aydınlatıcı ve ilgi çekicidir: Kırmızılık ve renk örneği. Benim kazağımın rengi kırmızı, kırmızılık bir renk fakat

[179] Francisco Rodríguez Consuegra, "Russell's Logicist Definitions of Number, 1898-1913: Chronology and Significance", **History and Philosophy of Logic**, London, Taylor & Francis, 2015, s. 1.
[180] Russell, **Introduction to Mathematical Philosophy**, s. 8.
[181]Russell**, a.g.e**., s. 8.

benim kazağım bir renk değildir.[182] Kazağım ile renk birbirine özdeş olmadığı gibi belli bir sayı da bu sayıyı içeren terimler koleksiyonuyla özdeş değildir.

Böylelikle Russell, sayıyı terimler koleksiyonuyla özdeş olmaktan ziyade '*belirli bir koleksiyonu ya da sınıfı karakterize eden bir şey*' olarak tanımlamış olmaktadır. Russell, tartışmanın bu aşamasında *koleksiyon* yerine *sınıf* ya da bazen *küme* dememiz gerektiğini ifade etmektedir.[183] Ayrıca bir koleksiyon ya da sınıfı tanımlamak için de iki farklı yol sunmaktadır. Bunlardan ilki *kaplam (extension)* yoluyla bir diğeri ise *içlem (intension)* yolu ile yapılan tanımdır. Kaplam ile yapılan tanım sayımı gerektiren bir tanım iken içlem ile yapılan tanım ise tanımlayıcı özelliğin ifade edildiği bir tanım türüdür. Russell'a göre içlem ile yapılan tanım kaplam ile yapılan tanıma göre mantıken daha temel bir tanımdır. Çünkü kaplam ile yapılan her tanım içlem ile yapılan tanıma indirgenebiliyor iken içlem ile yapılan her tanım kaplam ile yapılan tanıma indirgenememektedir. Örneğin yine Mehmet, Ahmet ve Ali örneğine dönecek olursak bunların her biri, bütün evrende başka hiçbir şeyde bulunmayan belli bir özelliğe sahiptir yani Mehmet, Ahmet ve Ali'den biri olma özelliği. Bu, üç insandan oluşan sınıfın elemanlarına özgü ortak bir özellik atfedilmiş olarak alınabilmektedir. Bu özellik, Mehmet, Ahmet ve Ali'den oluşan sınıfın içlem ile yapılan tanımını bize vermektedir. Yani bu formül üç x için, Mehmet, Ahmet ve Ali için doğru olacaktır.

x, Mehmet'tir veya x, Ahmet'tir veya x, Ali'dir.

Bu şekliyle üç kökü olan kübik bir denkleme benzemektedir.[184] Böylelikle Mehmet, Ahmet ve Ali'den oluşan sınıfın elemanlarını sayarak kaplam yolu ile elde etmiş olduğumuz tanımı onlara özgü özellikler olarak atfettiğimiz tanımlayıcı özellik ile içlem yolu ile yapılan bir tanıma indirgemiş olmaktayız. Fakat sayımı gerektiren kaplam yoluyla tanımı içlem ile yapılan tanıma indirgeyemiyoruz. Çünkü bir sınıfın elemanlarını saymamızın mümkün olmadığı durumlar da bulunmaktadır ve bu

[182] Jeff Speaks, **Russell's Logicism**, 2017, s. 2, (Çevrimiçi) https://www3.nd.edu/~jspeaks/courses/2007-8/43904/_HANDOUTS/Russell-logicism.pdf 12 Ocak 2022.
[183] Russell, **Introduction to Mathematical Philosophy**, s. 8.
[184] Russell, **a.g.e.**, s. 9.

durumlarda içlem ile tanım yoluna başvurmaktayız. Çünkü her ne kadar bir sınıfın elemanlarını sayamasak da o sınıfın çoğu hakkında bilgi sahibi olabilmekteyiz. Örneğin, Londra'nın sakinlerinin hepsini sayamasak bile bu sınıfın hakkında çok miktarda bilgiye sahibizdir. Görüleceği üzere içlem ile yapılabilen bir tanımı kaplam yolu ile tanımlamamız bazı durumlarda mümkün olamamaktadır. Dolayısıyla bir sınıf hakkında bilgi almak için kaplam yoluyla yapılan tanımın gerekli olmadığını görebilmekteyiz. Russell, neden içlem ile yapılan tanımın daha temel olduğunu gösterdikten sonra bu bilgilerin sayının tanımı ile olan bağlantısını da şu şekilde dile getirmektedir:

> "Bu bilgiler, sayının tanımını aramamızla üç farklı şekilde ilgilidir. Birincisi, sayıların kendileri bir sonsuz koleksiyon oluştururlar ve dolayısıyla sayma yolu ile tanımlanamazlar. İkincisi belli bir sayıda terimlerden oluşan koleksiyonların kendileri ola ki sonsuz bir koleksiyon oluşturur. Mesela şunu varsayabiliriz: Dünyada üçlülerden oluşan sonsuz koleksiyon vardır, aksi durumda mümkün olmasına rağmen öyle görünmeyen dünyadaki nesnelerin toplam sayısı sonlu olur. Üçüncüsü 'sayı'yı öyle bir şekilde tanımlamak istiyoruz ki sonsuz sayısı mümkün olabilsin: Böylelikle sonsuz bir koleksiyondaki terim sayısından bahsedebilelim, daha ötesi böyle bir koleksiyon içlem yoluyla yani bütün elemanlarıyla ortak ve onlara özgü bir özellik ile tanımlanmalıdır."[185]

Russell, bu tanımlamaları verdikten sonra sayının tanımını vermeye devam etmektedir. Ona göre sayı, belirli koleksiyonları yani belirli sayıda terime sahip olanları bir araya getirmenin yoludur. Tüm çiftleri bir demette, tüm üçlüleri bir başka demette vb. varsayabiliriz. Bu şekilde her biri belirli sayıda terime sahip tüm koleksiyonlardan oluşan çeşitli koleksiyon demetleri elde edilmektedir. Böylelikle her demet, üyeleri koleksiyon olan bir sınıf yani sınıflar olmaktadır ve dolayısıyla her biri bir sınıflar sınıfıdır.[186] Örneğin bütün üçlülerden oluşan demet, bir sınıflar sınıfıdır, yani her üçlü üç üyeli bir sınıftır ve bütün üçlülerin demeti her biri üç üyeli sınıflardan oluşan sonsuz sayıda üyesi olan bir sınıftır. Aynı durum çiftler için de geçerlidir. Tüm

[185] Russell, **a.g.e.**, s. 9-10.
[186] Russell, **a.g.e.**, s. 10.

çiftler demeti, her biri iki üyeli bir sınıf olan sonsuz sayıda üyeye sahip bir sınıf olmaktadır. Russell, çiftleri iki üye bakımından tanımlar ancak diğer durumlarda çiftler sınıfını iki kavramına başvurmadan tanımlamaktadır. Çünkü çiftler sınıfı *2* sayısından daha farklı bir şeydir ve *2* sayısı, varlığından hiçbir zaman emin olamayacağımız metafizik bir varlıktır. Bu nedenle Russell, anlaşılması zor olan problemli *2* sayısını aramak yerine, emin olduğumuz çiftler sınıfıyla kendimizi sınırlamanın daha güvenli olduğunu dile getirmektedir.[187] Böylece iki sayısı iki üyeli tüm sınıfların sınıfı, üç sayısı üç üyeli tüm sınıfların sınıfıdır vb. Russell, genel olarak sayıyı '*bir üyenin sayısı olan herhangi bir koleksiyon'* veya daha basit olarak '*sayı, bazı sınıfların sayısı olan herhangi bir şey*' olarak tanımlamaktadır.[188]

Ancak bu, sayıların tam olarak başarılı bir tanımı değildir yani bunun sayıların tanımı için yeterli bir tanım olduğu söylenemez. Çünkü *iki* sayısı tam da tanımlamaya çalıştığımız şey iken tanım esnasında yine 'iki üyeli sınıf' kavramı kullanılmaktadır. Bu aşamada Russell'ın sayıları ne tür şeyler olarak kabul ettiği bilinmektedir – sınıfların sınıfı- fakat henüz sayıların tam bir açık tanımına ulaşılamamaktadır.[189]

Buna ulaşmanın ilk adımı iki koleksiyonun ne zaman aynı demete ait olup olmadığını belirlemekten geçmektedir. İki koleksiyonun aynı demete ait olup olmadığını sorduğumuz zaman akla gelen ilk yanıt, her iki koleksiyondaki terimleri bul ve eğer aynı sayıda terime sahip iseler, onların aynı demete ait olduğunun kararını ver. Fakat böyle bir durumda sayıların tanımlandığı ve bir koleksiyonun kaç terime sahip olduğunun bilindiği öngörülmektedir. Çünkü sayma işlemine gündelik hayatımızda o kadar alışığız ki bu, onun bilgisine sahip olduğumuzu düşünmememize sebep vermektedir. Oysaki onun bilindik oluşu onun bilgisine de sahip olunduğu anlamına gelmemektedir. Dolayısıyla sayma, sayıları tanımlamakta kullanılamaz çünkü sayma işleminde sayılar kullanılmaktadır. Bu durumda iki koleksiyonun ne zaman aynı demete ait olduğunu belirlemek için başka bir kıstasa ihtiyaç bulunmaktadır. Russell, iki koleksiyonun ayrı ayrı sayılarını bulmak yerine iki koleksiyonun aynı terime sahip olup olmadığını bulmanın daha mantıklı bir hareket

[187] Russell, **a.g.e**, s. 13.
[188] Russell, **a.g.e**, s. 13.
[189] Speaks, **Russell's Logicism,** s. 3.

olduğunu söylemektedir. Ve devamında iki koleksiyonun aynı sayıda terime sahip olup olmadığını bulmak için *birebir eşleşme* yöntemini kullanmaktadır. İşte aradığımız kriter budur: *birebir eşleşme* yöntemi. Russell, *birebir eşleşme*yi daha anlaşılır kılmak için bir örnek sunmaktadır:

> "Dünyanın herhangi bir yerinde çok eşlilik olmasaydı kocaların sayısı eşlerinin sayısı kadar olacağı açıktır. Bundan emin olmak için bir nüfus sayımına ya da karı kocaların gerçek sayılarının ne olduğunu bilmemize gerek yoktur. Her iki koleksiyonda da sayının aynı olması gerektiğini bilmekteyiz. Çünkü her kocanın bir karısı ve her eşin bir kocası vardır. Bu, karı-koca ilişkisi 'bire-bir' dir diye ifade edilmektedir."[190]

Aynı zamanda Russell'a göre evlilik bağıntısında olduğu gibi bir sınıfın her terimini diğer sınıfın bir terimiyle ilişkilendiren bire-bir bağıntı varsa bu iki sınıfa *benzer* denmektedir. Yani iki sınıfın aralarında bire-bir ilişkisi bulunduğu takdirde bu iki sınıfın benzer olduklarını ifade etmektedir Böylelikle iki koleksiyonun aynı demete ait olup olmadığını öğrenmek için ilkin iki koleksiyonun aynı sayıda terime sahip olup olmadığına bakmamız gerekmektedir. Ardından iki koleksiyonun aynı sayıda terime sahip olup olmadığını anlamak için de bu iki koleksiyon arasında bire-bir ilişkisi olup olmadığının tahlili yapılır ve eğer aralarında bire-bir ilişkisi mevcut ise bu iki koleksiyon birbirine benzerdir denilebilir. Nihai aşamada iki koleksiyon arasında bire-bir ilişkisi mevcut ise birbirine benzerdir ve dolayısıyla bu iki koleksiyonun aynı demete ait olduğundan söz edebilmektedir. Diğer bir deyişle herhangi bir koleksiyon verildiğinde bunun ait olduğu demeti buna benzer koleksiyonlardan oluşan sınıf olarak belirlenmektedir. Tüm bunların ardından Russell şu tanımı vermektedir: '*Bir sınıfın sayısı, ona benzeyen tüm sınıfların sınıfıdır*.'[191] Örneğin bir koleksiyonun üç üyesi varsa, ona benzeyen tün bu koleksiyonların sınıfının üçlülerin sınıfı olacağını görmek çok kolaydır. Ayrıca bir koleksiyonun sahip olduğu terim sayısı ne olursa olsun, ona benzeyen koleksiyonlar aynı sayıda terime sahip olacaktır ve Russell, bunu '*aynı sayıda terime sahip olmanın'* tanımı olarak ele alabileceğini söylemektedir.[192]

---

[190] Russell, **Introduction to Mathematical Philosophy**, s. 11.
[191] Russell, **a.g.e.,** s. 13.
[192] Russell, **a.g.e.**, s. 13.

Russell, böylelikle sayının tanımını yapmış ve aynı zamanda sayıları aslen mantıksal bir terim olan sınıflar bağlamında ele alarak da matematiği mantığa indirgeme yolunda ilerlemiş olmaktadır. Russell, sayının tanımını yaptıktan sonra Peano'nun ikinci ve üçüncü ilkel terimi olan *sıfır* ve *ardıl* kavramlarının tanımını vermeye girişmiştir. Bu kavramların tanımını o, *sayı* kavramının tanımı üzerinden vermektedir. Sayı, kendisine benzer tüm sınıfların sınıfı olduğuna göre *sıfır* sayısı *tek üyesi boş sınıf olan sınıf*[193] olarak tanımlanmaktadır. Aynı şekilde *ardıl* kavramını da sınıflara indirgeyerek *a sınıfındaki terim sayısının ardılı, a ile x'ten -burada x, sınıfa ait olmayan herhangi bir terim- oluşan sınıftaki terimlerin sayısı olarak*[194] tanımlamaktadır. Böylelikle Russell, Peano'nun üç ilkel teriminin tanımını yaparak bu ilkel terimlerin mantığa ait kavramlara indirgenmesini tamamlamış olmaktadır.

3.3. Russell'da Önermesel Fonksiyonlar

Russell, *Matematiğin İlkeleri*'ni (*Principles of Mathematics*) kaleme alırken düşüncelerindeki değişiklik ve gelişmeler sebebiyle yazmış olduğu eserin bazı bölümlerinde zaman zaman düzenlemeler yapma gereği duymuştur. Ağustos 1899 ile Haziran 1900 tarihleri arasında yazmış olduğu taslağın ilk bölümünü *'Sayı'* başlığı altında ikinci bölümünü ise *'Bütün ve Parça'* başlığı altında ele almıştır.[195] Henüz taslak halinde olan *Matematiğin İlkeleri*'nde *önermesel fonksiyon* kavramı ile karşılaşılmamaktadır. Russell'ın bu tarihlerde henüz Peano ile tanışmadığı düşünülürse *önermesel fonksiyon* kavramından bahsetmemesi çok olağan karşılanmalıdır. Çünkü ilgili kavram hakkında onu motive eden isim Peano olmuştur ve Peano ile görüşmesini takip eden aylarda (1900 yılının Ekim ile Aralık ayları) eserin bazı bölümlerinde küçük düzeltmeler yapmıştır. Ardından *'Sayı'* başlığı altında ele almış olduğu ilk bölümü ikinci bölüm olarak konumlandırmış ve tamamen taze yeni

[193] Russell, **a.g.e**., s. 17.
[194] Russell, **a.g.e.**, s. 17.
[195] Micheal Beaney, "The Early Life Russell's Notion of a Propositional Function", **The Baltic International Yearbook of Cognition, Logic and Communication,** Vol 4, UK, University of York, 2008, s. 1.

bir ilk bölüm yazmıştır.[196] Yazılan ilk bölümün bu yeni versiyonu önemlidir çünkü bu bölüm Russell'ın Peano'dan öğrendiği ve geliştirmekte olduğu yeni mantıksal sistemini açıklamaya yönelik ilk girişimini temsil etmektedir. Russell'ın yeni mantıksal sistemini açıkladığı bölüm *'Sembolik Mantık'* başlığı altında yer almaktadır. Sembolik Mantık bölümü giriş bölümlerinden sonra *'Önermeler Hesabı'*, *'Sınıflar Hesabı'*, *'Bağıntılar Hesabı'* ve *'Peano'nun Sembolik Mantığı'* olmak üzere dört bölüme ayrılmıştır. Russell, Peano ile olan etkileşimden sonra bu bölümde önermesel fonksiyon kavramından bahsetmeye başlamaktadır.

3.3.1. Önerme ve Önermesel Fonksiyon Ayrımı

Russell, önermesel fonksiyonu tanımlamadan önce açık bir şekilde önerme ile ne kastedildiğinin bilinmesi gerektiğini ifade etmektedir. Çünkü önerme ile önermesel fonksiyon arasındaki ayrımın iyi analiz edilememesi felsefede birçok sorunu ortaya çıkarmaktadır. Dolayısıyla önerme ile önermesel fonksiyon arasındaki ayrım oldukça önemlidir. Russell, söz konusu ayrımın dikkate alınması ile felsefedeki birçok sorunun çözüme kavuşacağını belirtmektedir. Bu bağlamda Russell, konunun iyi anlaşılabilmesi için öncelikli olarak önermeyi tanımlar: Bir önerme 'doğru ya da yanlış olan bir şey' olarak ifade edebileceğimiz bir ifadedir.[197] Örneğin 'iki ve ikinin toplamı dörttür' veya 'iki ve ikinin toplamı beştir' veya 'Sokrates bir insandır' vb. biçimindeki ifadeler birer önerme örneğidir. Çünkü bu tarz ifadeleri doğru ya da yanlış olarak nitelendirebiliyoruz. 'İki ve ikinin toplamının dört' olduğunu söyleyen ifadeye doğru 'İki ve ikinin toplamının beş' olduğunu söyleyen ifadeye yanlış diyebilmekteyiz. Fakat 'x, bir insandır' tarzındaki bir ifadeyi önerme olarak adlandırmamız pek mümkün değildir. Çünkü bu ifade belirsiz olan bir x öznesine sahiptir ve ne doğruluğu ne de yanlışlığı hakkında herhangi bir bilgiye sahip değilizdir. Bu bağlamda Russell, bir önermesel fonksiyonun belirsiz bir önerme olduğunu ifade ediyor gibi görünmektedir.[198] Eğer x'e herhangi bir değer verirsek o zaman doğruluğu veya

[196] Russell, **Introduction to Mathematical Philosophy,** s. 2.
[197] Russell, **Principles of Mathematics**, s. 12.
[198] Edwin Mares**,** "What is a Propositional Function in Russell?", **Propositional Function**, Stanford, Stanford Encyclopedia of Philosophy, Winter Edition, 2011, s. 9.

yanlışlığı hakkında bilgi sahibi oluruz ve böylelikle önermesel bir fonksiyon bir önerme haline gelmektedir. Mesela 'x bir insandır' örneğinde x'e 'Russell' değerini atarsak önerme doğru olacak fakat x'e 'tırtıl' değerini atadığımız zaman önerme yanlış olacaktır. Böylelikle ifadenin doğruluğu ve yanlışlığı hakkında bilgi edinilmiş olacak ve ifade, bir önerme halini almış olacaktır. Diğer bir değişle 'x, bir insandır' ifadesinde x belirsiz kaldığı sürece doğruluğu veya yanlışlığı hakkında konuşulamaz fakat x'e bir değer atandığına doğruluğu veya yanlışlığı hakkında hüküm verilebilir. Önermesel fonksiyon x'in belirsiz kaldığı ifade türünde kendini gösterir iken önerme, önermesel fonksiyonda x'e değer atandığında yani x'in belirli olduğu durumlarda ortaya çıkmaktadır. Russell bu durumu şu şekilde ifade etmektedir: 'Önermesel fonksiyon gerçekte bir veya daha fazla tanımlanmamış değişken içeren bir ifadedir; öyle ki bu değişkenlere bir değer atandığı zaman ifade bir önerme haline gelmektedir.[199] Söz konusu tanımda *tanımlanmamış değişken* kavramı önemlidir ve herhangi bir değişken ile tanımlanmamış değişken arasındaki ayrıma her zaman dikkat edilmelidir. Bu ayrımı bir örnek ile daha açıklayıcı hale getirelim: *x*'in tüm değerleri için *x* insan ise *x* ölümdür' ifadesinde *x* harfinin görünmesine yani belirsizliği sembolize eden bir değişken olmasına rağmen bir önermesel fonksiyon değildir. Russell, bu ayrımı belirtmek için Peano'dan almış olduğu *görünür değişken (apparent variable)* ve *gerçek değişken (real variable)* kavramlarını kullanmaktadır. *Görünür değişken* yüzeysel olarak belirli bir değer aralığı bulunan, sınırlandırılmış bir değişken olarak; *gerçek değişken* ise belirli bir değer aralığı bulunmayan, sınırlandırılmamış bir değişken olarak tanımlayabiliriz.[200] Örneğimize geri dönecek olursak '*x*'in tüm değerleri için x insan ise x ölümdür' ifadesinde *x*, görünür değişken olması yani gerçek bir değişken olmaması sebebiyle bir önermesel fonksiyon değildir. Çünkü söz konusu önermede '*x*'in tüm değerleri için' ifadesi kullanıldığı için *x*'e bir değer aralığı atfedilmiştir ve böylelikle sınırlandırılmış olmaktadır. Sonuç olarak *x,* gerçek bir

[199] Russell**, Introductıon to Mathematical Philosophy**, s. 116.

[200] Görünür değişken ve gerçek değişken arasındaki ayrımın daha iyi anlaşılması amacıyla örnekler: Matematik alanıyla ilgili $\sum_{k=1}^{10} f(k,n)$ ifadesinde k, görünür değişken iken n, gerçek bir değişkendir. Çünkü k'nin değer aralığı toplam sembolünde 1≤k≤10 olarak belirlenmiştir ve görünür bir değişkendir. Fakat n için belirli bir değer aralığı belirtilmediğinden gerçek bir değişkendir. Mantık alanıyla ilgili bir örnek: ∀x∃y [υ (x,y,z)] ifadesinde x ve y görünür değişken z ise gerçek değişkendir. Çünkü x ve y ifadenin başında her x ve bazı y'ler olarak belirtildiğinden belirli bir değer aralığına sahip iken z için belirli bir değer aralığı belirtilmemiştir.

değişken olma özelliğine sahip olamamaktadır. Oysaki '*x* bir insan ise *x* ölümlüdür' ifadesini ele aldığımız zaman *x*'e belirli bir değer aralığının yüklenmediği görülmektedir ve dolayısıyla bu ifadedeki *x*, gerçek bir değişken olma özelliğine sahip olmaktadır. Russell, bir veya daha fazla gerçek değişkenin olduğu ve değişkenlerin tüm değerleri için söz konusu ifadenin bir önerme olduğu durumlarda bir önermesel fonksiyondan söz edilebileceğini ifade etmektedir.[201] Russell'ın bu bağlamda vermiş olduğu örneğe bakalım: 'a ve b sayıları ne olursa olsun $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$' ifadesi bir önermedir; fakat *'*$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$*'* ifadesini tek başına aldığımız zaman bir önerme değildir. Çünkü bize *a* ve *b*'nin tüm olası değerlere sahip olması gerektiği ya da şu ya da bu değerlere sahip olması gerektiği bildirilmedikçe kesin bir şey ileri sürmez.[202] Diğer bir deyişle ilk ifadede *a* ve *b* sayılarına belirli bir değer atfedildiğinde ifade, "önerme"; ikinci ifadede yani sadece formül verildiğinde *a* ve *b* sayılarına değer atfedilmediğinde ifade, "önermesel fonksiyon" olarak adlandırılmaktadır. Bu durumda herhangi bir matematiksel denklemin bir önermesel fonksiyona örnek olabileceği rahatlıkla söylenebilmektedir. Değişkenlerin bir değeri olmadığı sürece denklem sadece doğru ya da yanlış bir önerme olmak için belirlenmeyi bekleyen bir ifadedir.[203]

Görüleceği üzere bir önermesel fonksiyon ile *x*[204] değişkenini içeren ve *x*'e bir değer atanır atanmaz bir önermeyi ifade eden bir şey kastedilmektedir.[205] Bir önermesel fonksiyonu bir önermeden ayıran şey, onun belirsiz oluşudur yani değeri atanmamış bir değişken içeriyor olmasıdır. Bu bağlamda bir önermesel fonksiyonun temel özelliğinin belirsizlik olduğu ifade edilebilir. *x*'in belirsiz olduğu yerde Qx'ten bahsedildiğinde önermesel fonksiyonun bir değeri ifade edilmektedir ancak kesin bir değeri ifade edilmemektedir. Örneğin Qx'in belirsiz bir şekilde Qa, Qb, Qc vb.'yi ifade ettiği söylenebilir; burada Qa, Qb, Qc vb. Qx'in çeşitli değerleri olmaktadır. Russell, tek başına duran bir önermesel fonksiyonun salt bir şema, salt bir kabuk veya anlam için bir boş kap olarak ele alınabileceğini belirtmektedir.[206]

---

[201] Russell, **Principles of Mathematics**, s. 12.
[202] Russell**, Introduction to Mathematical Philosophy**, s. 116.
[203] Russell, **a.g.e.**, s. 117.
[204] '*x*' sembolü belirsiz yani değeri atanmamış bir değişken yerine kullanılmaktadır. '*x'* yerine ʎ,ʊ,β,y vb. farklı semboller de kullanılabilir.
[205] Russell, **Principia Mathematica Volume I**, s. 14.
[206] Russell**, Introduction to Mathematical Philosophy,** s. 157.

3.3.2. Önermesel Fonskiyonların Analizi

Russell, önermesel fonksiyonları 'durumlar' veya 'vakalar' kavramı ile yakından bağıntılı bulmaktadır. Gündelik hayatta karşılaşılan durumlar zihnimizde belirli kategorilere ayrılarak yer edinirler. Bu durumun en güzel örneği olarak nedensellik gösterilebilir. Eğer bir şimşek çakmasının ardından gök gürültüsünün duyulması durumuna çok kez tanıklık yapılmış ise 'bir şimşek çakmasının ardından gök gürültüsünün geleceği' fikri zihinde oluşur. Çünkü bu durumun bir dizi örneğine tanıklık edilmiştir yani 'bir şimşek çakması ve ardından gök gürültüsü' gibi bir dizi örnek. Peki, bu oluşumların 'durumları' nelerdir? Bunlar önermesel fonksiyonun örneklerini oluşturmaktadır: 'Eğer x bir şimşek çakması ise x'in ardından gök gürültüsü gelir.' Karşılaşılan durumlar sonrası ortaya bir genel ifade çıkarılmaktadır. Bu bağlamda genelleme süreci, bu tür birkaç örnekten önermesel fonksiyonun evrensel doğruluğuna geçiş olarak görülebilir.[207] Durumlardan veya vakalardan bahsettiğimizde benzer bir şekilde önermesel fonksiyonların her zaman dahil olduğu görülmektedir. Russell'ın önermesel fonksiyonları mantığın alanında incelemesinin temel sebebi olarak önermesel fonksiyonların bir genelleme sunuyor olmasıdır. Çünkü mantık, belirli şeylerden ya da kavramlardan söz etmek yerine genel ifadeler ile ilgilenmektedir. Aksi takdirde belirli şeylerden ve kavramlardan bahsedilmiş olsa bir şey veya kavram hakkında doğru olan bir diğeri için yanlış olacaktır. Oysa tüm önermelerin genel olması mantığın tanımının bir parçasıdır.

Russell, önermesel fonksiyonlarla genel olarak iki şekilde ilgilenmektedir: ilki *her durumda doğru* ve *bazı durumlarda doğru* kavramlarıyla ilgili olarak, ikincisi sınıflar ve bağıntılar teorisiyle ilgili olarak. Sınıflar ve bağıntılar konusuna bir sonraki bölümde yer vereceğimizden ilki üzerinde duralım.

Bir şeyin *her zaman doğru* ve *her durumda doğru* olduğu söylendiği zaman söz konusu 'bir şeyin' bir önerme olması beklenemez. Çünkü hatırlanacağı üzere önermeler, sadece doğru veya yanlıştır ve bağlam içindeki konunun bir sınırlaması mevcuttur. Örneğin, 'Sokrates bir insandır.' veya 'Napolyon St. Helana'da öldü' ifadelerini doğru ya da yanlış olarak ele alabiliriz. Ayrıca bu tarz ifadelerin birçok

[207] **A.y.**

örneği ya da durumları bulunmamaktadır; sadece ifade edilen üzerinden anlaşılmaktadır. Dolayısıyla bunlar birer önermedir ve *her durumda doğru* olduklarından bahsetmemiz mümkün değildir. *Her durumda doğru* kavramını sadece önermesel fonksiyonlar için kullanabiliriz. Çünkü önermesel fonksiyonlarda birçok örnek durumlar bulunmakta ve genelliğe hitap etmektedir. Bir önermesel fonksiyonun *her durumda* veya *her zaman* doğru olduğu söylendiği zaman onun tüm değerlerinin doğru olduğu ifade edilmektedir. Örneğin, a insan olsa da olmasa da 'a insan ise a ölümlüdür' doğrudur. Bu formdaki her önermesel fonksiyon *her zaman doğru* veya *her durumda doğrudur*. Çünkü diyelim ki '*x* insan ise *x* ölümlüdür' ifadesinde *x*'in ne olduğunun önemi olmadan *x* insan ise *x*'in ölümlü olduğunu dile getiriyor yani x şudur gibi bir söylem içermemektedir. Dolayısıyla *"x* insan ise *x* ölümlüdür" önermesel fonksiyonu her zaman doğru olmaktadır. Russell'ın önermesel fonksiyonlarla ilgilendiği bir diğer konu olan *bazı durumlarda doğru* olduğunun izahına geçelim. Bir şeyin *bazı durumlarda doğru* veya *bazen doğru* olduğu söylendiği zaman en az bir durumda doğru olduğu anlamına gelmektedir. Russell'ın bu tarz durumlara vermiş olduğu örneklere göz atalım:

> "'İnsanlar vardır' dediğimizde bu, 'x, bir insandır.' Önermesel fonksiyonunun bazen doğru olduğu anlamına gelmektedir. 'Bazı insanlar Yunandır' dediğimizde, bu 'x, bir insandır ve bir Yunandır' önermesel fonksiyonunun bazen doğru olduğu anlamına gelmektedir. 'Afrika'da hala yamyamlar vardır' dediğimizde bu 'x, şu an Afrika'da bir yamyamdır' önermesel fonksiyonunun bazen doğru yani x'in bazı değerleri için doğru olduğu anlamına gelmektedir. 'Dünyada en az n birey vardır' demek 'a, bir bireyler sınıfıdır ve n, kardinal sayının bir üyesidir' önerme fonksiyonunun bazen doğru olduğu veya denilebilir ki a'nın belirli değerler için doğru olduğu söylenmektedir."[208]

Russell, *bazen doğru* kavramının aynı zamanda *varoluş* kavramının temel anlamını verdiğini de ifade etmektedir. Russell, belirli bir özelliğe sahip bir şeyin var olduğunu söylemek, özelliği belirleyen önerme fonksiyonunun doğru olan bir değere sahip olduğunu söylemekten başka bir şey olmadığını iddia etmektedir. Örneğin, bir

[208] Russell, **a.g.e**., s. 119.

insanın var olduğunu veya insanların var olduğunu söylemek 'x insandır' önerme fonksiyonunun 'Sokrates insandır' gibi bir değere sahip olduğunu söylemekten başka bir şey değildir ki bu doğrudur.[209] Eğer ϕa doğruysa *a* argümanının ϕx fonksiyonunu karşıladığı iddia edilebilir; bu durum bir denklemin köklerinin denklemi sağlaması durumuna eş değerdir. Böylelikle eğer ϕx bazen doğru ise ϕx'i doğru yapan *x*'lerin olduğu veya ϕx'i karşılayan argümanların var olduğu söylenebilmektedir. Russell'a göre varoluş kavramının temel anlamı budur.[210] Örneğin '*x*, bir insandır'ın bazen doğru olduğu ifade edildiğinde bunu doğru yapan en az bir *x* değerinin bulunduğu işaret edilmektedir. Diğer bir deyişle 'İnsanlar vardır'ın anlamı 'x, bir insandır'ın bazen doğru olduğudur. Burada önemli bir noktayı kaçırmamak lazım. Herhangi bir önermenin bazen doğru olduğunu ifade etmek varoluşu ortaya çıkarmamaktadır; herhangi bir önermesel fonksiyonun bazen doğru olduğunu söylemek varoluş kavramının temel anlamını sunmaktadır. Russell'a göre varoluş aslında önermesel fonksiyonun bir özelliği olmaktadır. Bu durum önerme fonksiyonunun en az bir durumda doğru olduğunu belirtmektedir.[211] Ancak geleneksel kıyas kuramınd a 'Tüm Yunanlar insandır' önermesinin Yunanların varlığını ortaya koyduğu varsayılırdı ve Russell, bunun felsefede birçok yanılgılara sebebiyet verdiğini ifade etmektedir. Geleneksel kıyas kuramına ait şu örneğe bakalım: 'İnsanlar vardır, Sokrates bir insandır, öyleyse Sokrates bir insandır' görünüşe ve sonuca bakıldığı zaman doğru bir çıkarım şekli gibi görülmektedir. Fakat doğru değildir çünkü 'Sokrates', 'insanlar' gibi yalnızca belirli bir önermesel fonksiyona yönelik belirlenmemiş bir argüman değildir. Bu durumu aynı hatanın ortaya çıktığı şu örnekte daha iyi anlaşılmaktadır: 'İnsanlar çok sayıdadır, Sokrates bir sayıdır, öyleyse Sokrates çok sayıdadır' ifadesine bakıldığı zaman sonucun çok saçma olduğu gayet açıktır. İlk örneğimizde bu kadar açık gözükmese de aynı hata türü ile karşı karşıya gelinmektedir. Çünkü varoluş, önerme fonksiyonunun ya da çıkarımsal olarak bir sınıfın yüklemini oluşturmaktadır.[212] Russell, 'insanlar vardır' demek doğru olsa da insan olan belirli bir x'e varoluş

[209] Martin Shearn, "Russell's Analysis of Existence", **Analysis**, Vol. 11, No:6, Oxford University Press, 1951, s. 1.
[210] Russell, **Introduction to Mathematical Philosophy**, s. 122-123.
[211] Bertrand Russell, The Philosophy of Logical Atomism, New York, Routledge: Taylor & Francis e-Library, 2009, s.66.
[212] Russell, **a.g.e.,** s. 104.

atfetmenin yanlış veya daha doğrusu anlamsız olduğunu belirtmektedir. Genel olarak ‘ϕx’i karşılayan terimler vardır’ demek ‘ϕx’in bazen doğru olduğu’ anlamına gelmektedir; fakat ‘a vardır’ (a, ϕx’i karşılayan bir terimdir) ifadesi ise sadece boş bir söz yani anlamsız olmaktadır. Russell, bu hataların felsefeden kalkmasıyla birlikte birçok felsefi sorunun da ortadan kalkacağını ifade etmektedir. Dolayısıyla bu yanılgılara düşmemek için çok dikkatli olmamız gerektiğinden söz etmektedir.

3.3.3. Önermesel Fonksiyonlarda Modalite: Zorunluluk, Olanaklılık ve İmkansızlık

Russell, önerme ve önerme fonksiyonlarının birbiri ile karıştırılması sonucu ortaya çıkan bir başka sorunu daha dile getirmektedir. Önerme ve önermesel fonksiyon ayrımının iyi yapılamaması sonucu ortaya çıkan bu sorun modalite (kiplik) konusu içinde yer almaktadır. Geleneksel mantık görüşünde doğru önermelerin bir kısmı ‘zorunlu’ kalan diğer kısmı ise yalnızca ‘olanaklı’ olarak nitelenirken yanlış önermelerin bir kısmının ‘imkansız’ kalan diğer kısmın ise sadece doğru olmadığını ifade etmektedir.[213] Ancak bu görüş gerçek anlamda zorunluluk kavramının gerçeğe ne eklediğine dair hiçbir zaman net bir açıklama yapamamıştır. Russell, *zorunluluk, olanaklılık* ve *imkansızlık* meselesi olan modalite sorununun kaynağı olarak önermelere yüklenen yüklemleri görmektedir. Geleneksel felsefede *zorunluluk, olanaklılık* ve *imkansızlık* önermelerin birer özelliği olarak yer almaktadır. Oysa Russell’a göre *zorunluluk, olanaklılık* ve *imkansızlık* önermesel fonksiyonların birer özelliğidir. Geleneksel felsefede sadece önermesel fonksiyonlara yüklenebilecek olan bu modaliteler önermelere yüklenmiştir ve bu da birçok sorunu beraberinde getirmiştir. Buradaki ana fikir, önermelerin basitçe doğru ya da yanlış olduğu ve mantığın modal önermeler için çıkarım kurallarını ortaya koymakla ilgilenmemesi gerektiğidir. Bununla birlikte, önermesel fonksiyonlara, söz konusu fonksiyonların mantıksal bir özelliği hakkında bir şeyler ifade etmek üzere *zorunluluk, olanaklılık* ve

[213] Russell, **Introduction to Mathematical Philosophy,** s. 123.

imkansızlık yüklemeleri kullanılabilmektedir.[214] Diğer bir deyişle önermesel fonksiyonlar bu üç yüklemi bünyesinde barındırmaya elverişlidir.

Bir önerme fonksiyonu ya her zaman doğrudur ya da bazen doğrudur ya da hiçbir zaman doğru değildir. Bu bağlamda bir önerme fonksiyonu her zaman doğru ise *zorunlu*, bazen doğru ise *olanaklı* ve hiçbir zaman doğru değil ise *imkansız* olarak ifade edilmektedir. Russell, bu tür bir durumun olasılık ile ilgili olarak ortaya çıktığını belirtmektedir ve bir örnekle bunu açıklamaktadır: İçinde çok sayıda bilye bulunan bir torbadan bir x topunun çekildiğini varsayalım. Eğer tüm toplar beyazsa 'x beyazdır' *zorunlu;* eğer bazı toplar beyaz ise *olanaklı*; hiçbir top beyaz değilse *imkansız* olmaktadır. Burada x hakkında bilinen tek şey, belirli bir önermesel fonksiyonu yerine getirmesidir, yani 'x çantadaki bir toptur'[215]

Russell, önerme fonksiyonlarının gündelik dilde de birçok durumda karşımıza çıktığını fakat genellikle bunların farkında olmadığımızı ifade etmektedir. Örneğin 'Biriyle tanıştım' tarzında bir ifade kullanıldığında kişinin kim olduğu bilinmeden ifadenin anlatmak istediği şey gayet anlaşılır biçimdedir. Çünkü 'Biriyle tanıştım' ifadesi 'x ile tanıştım ve x bir insandır' önerme fonksiyonunun bazen doğru olduğu ifadesine eş değerdir. Bu önermesel fonksiyonu doğru yapan en az bir x değeri bulunmaktadır. Bir başka örnek olarak 'Sokrates ölümlüdür' gibi bir ifade ise Sokrates'in öldüğü bir zaman olduğunu ifade etmektedir ve bu da yine bir önermesel fonksiyonu karşımıza çıkarmaktadır: 't bir zamandır ve Sokrates t'de ölür.'

Russell, *'bir', 'bazı', 'bütün'* ve *'her'* gibi kavramların bulunduğu yerde her zaman bir önermesel fonksiyonun varlığının bulunduğuna işaret etmektedir.[216] Bu kavramların tümü iki kavrama yani *'bütün'* ve *'bazı'* kavramlarına indirgenebilmektedir. Ayrıca söz konusu iki kavram birbirinin olumsuzlanması olarak bir bütünü meydana getirmektedir. Mesela 'Tüm insanlar ölümdür' 'Bazı insanlar ölümlü değildir'in olumsuzudur ya da 'Hiçbir insan ölümlü değildir' 'Bazı insanlar ölümlüdür'ün olumsuzudur. Tümel önermelerde hangi tür önermeyi olumlu ve hangi

[214] Simon D'Alfonso, **Russell on Modality**, s. 2 (Çevrimiçi) http://simondalfonso.id.au/documents/philosophy/russell_modality.pdf 24 Mart 2022.
[215] Russell, **Mantıksal Atamoculuk Felsefesi**, s. 123.
[216] Russell, **a.g.e.**, s. 102.

tür önermeyi olumsuz olarak ele alacağımızı belirleyen belirli bir kriter bulunmamaktadır. Dolayısıyla *bütün* ile ilgili önermeler keyfi bir şekilde olumlu ya da olumsuz olarak ele alınabilmekte ve yine *bazı* ile ilgili önermeler de aynı şekilde olumlu ya da olumsuz olarak keyfi bir şekilde ele alınabilmektedir. Anlaşılacağı üzere tümel önermeler ile ilgili ifadelerin olumlu ya da olumsuz ayrımı öznel bir karara bağlı olmaktadır. Örneğin 'Marketten hiçbir meyve satın almadım' ifadesi ilk bakışta olumsuz olarak yorumlanmaktadır. Fakat *bütün* ile ilgili olarak bu ifade şu şekilde de kurulabilmektedir: 'Marketteki tüm meyveler satın almadıklarım arasındadır' Aslında olumsuz olarak görülen ilk ifadeyi *bütün* bağlamında tekrar kurduğumuz zaman olumlu bir ifade olarak karşımıza çıkmaktadır. Tümel ya da tikel bir önermeyi olumlu ya da olumsuz olarak ele almak bir tercih meselesidir. Buna rağmen Russell, tümel önermeleri olumlu olarak almanın ve tikel önermeleri olumsuz olarak ele almanın daha doğal olduğunu söylemektedir.[217]

Görüleceği üzere bir önerme fonksiyonu ya her zaman doğrudur ya bazen doğrudur ya da hiçbir zaman doğru olmamaktadır. Örneğin 'Eğer x bir insan ise x ölümlüdür' ifadesini ele aldığımız zaman bunun her zaman doğru olduğunu görmekteyiz. Ayrıca bu durum x'in insan olmasına da bağlı bulunmamaktadır; x bir insan olmadığında, x bir insan olduğu zamanki kadar doğru olmaktadır. Çünkü bu önermesel fonksiyon x'in insan olmasını değil x'in eğer insan ise ölümlü olduğu ifade etmektedir. Diğer bir deyişle bir insanın olup olmadığını değil eğer insan olan bir şey var ise bunun bir ölümlü olduğunu belirtmektedir. Nasıl ki 'Tecavüzcüler yargılanacaktır' ifadesi tecavüz eden herhangi bir kimsenin olmadığı durumlarda bile doğru olabiliyorsa x de insan olmadığı durumlarda doğru olabilmektedir. Çünkü söylem, yalnızca biri tecavüz ettiği takdirde yargılanacağı anlamına gelmektedir. Başka bir örnek olan 'x bir insandır' ifadesini ele alırsak bu bazen doğru olan bir önermesel fonksiyondur. Çünkü 'x bir insandır' ifadesini doğru yapan en az bir x değeri bulunmaktadır. Eğer 'x tek boynuzlu attır' ifadesini ele alırsak bu önermesel fonksiyonun hiçbir zaman doğru olmadığı görülecektir. Çünkü tek boynuzlu atlar olmadığından dolayı x yerine konulan her değişken, önermeyi doğru yapmayacaktır. Böylelikle bir önermesel fonksiyonun ya her zaman doğru ya bazen doğru olduğu ya

[217] Russell, **a.g.e**., s. 99.

da hiçbir zaman doğru olmadığı durumlar örneklenmiş oldu. Russell, bu bağlamda bir önermesel fonksiyon her zaman doğru ise *zorunlu*; bazen doğru ise *olanaklı*; hiçbir zaman doğru değil ise *imkansız* olarak nitelendirmektedir.

Russell öğretisinde önermesel fonksiyon ile önerme arasındaki ayrımın açık olması oldukça önemlidir. Russell'ın kendi söylemi de bunu ortaya koymaktadır: 'Açık düşünme için, çok çeşitli yönlerde, önerme fonksiyonları önermelerden keskin bir şekilde ayırma alışkanlığı son derece önemlidir ve geçmişte bunun gerçekleştirilememesi felsefe için bir yüz karası olmuştur.'[218] Şimdi Russell'ın önermesel fonksiyon ile ilişki kurduğu diğer bir konuya yani 'Sınıflar ve Bağıntılar' konusuna geçelim.

3.4. Russell'da Sınıflar Kuramı

Russell, sınıflar konusunu matematik felsefesinin en zor ve önemli konularından biri olarak görmektedir.[219] Russell'a göre sınıf kavramı ile ifade edilmek istenen şey açıkça ortaya konulmalıdır. Çünkü ona göre sınıf kavramı matematik felsefesi için önemli bir kavramdır ve yeterince doğru anlaşılamaması birçok karışıklığı beraberinde getirmektedir. Bu doğrultuda sınıf kavramının bağlı olduğu tüm kavramlardan ayrılması ve böylelikle saf sınıf kavramına ulaşılması oldukça önemlidir.

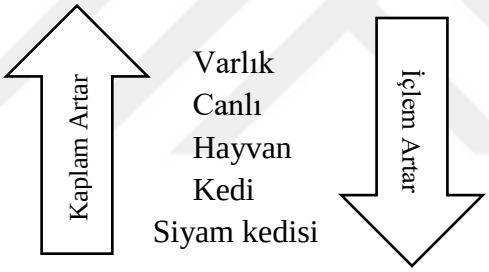
Mantık üzerine yapılan çalışmalarda genel bir tutum olarak *içlemsel (intension)* ve *kaplamsal (extension)* olmak üzere iki bakış açısı ayırt edilmektedir. Bu tutum, sınıflar konusunda da görülmektedir. Russell, sınıfları içlemsel ve kaplamsal olarak iki yolla belirlemektedir.[220] Russell'ın sınıfları nasıl içlemsel ve kaplamsal olarak belirlediğine geçmeden önce konunun daha iyi anlaşılabilmesi için *içlem* ve *kaplam* terimlerinin anlamına bakmak yerinde olacaktır.

Her terim, belirli bir nesne topluluğunu işaret etmektedir. Fakat bununla birlikte her terim, aynı zamanda söz konusu terimi bilen kişinin zihninde nesneye ait

[218] Russell, **Introduction to Mathematical Philosophy,** s. 167.
[219] Russell**, Principles of Mathematics**, s. 67.
[220] **A.y.**

bilgileri ortaya çıkarmaktadır. Böylece terimlerin işaret ettiği ya da nesnelere uygulanma özelliğini dile getirmek için *kaplam*; terimlerin bir anlam taşıma özelliklerini dile getirmek için ise *içlem* ifadeleri kullanılmaktadır.[221] Diğer bir deyişle *içlem*i, bir kavramın içine aldığı nesnelerin ortak özellikleri ve nitelikleri olarak; *kaplam*ı ise bir kavramın içine aldığı nesnelerin niceliği olarak tanımlayabiliriz. Örneğin 'çiçek' kavramının içine aldığı bireyler gül, lale, papatya vb. çiçek kavramının kaplamını oluşturmaktadır. Çiçek kavramının içlemini ise büyümek, fotosentez yapma vb. özellikler oluşturmaktadır. Çünkü çiçek olmaya özgü olan bütün bu ortak nitelikler, çiçek kavramında yer almaktadır.

İçlem ve kaplama dair belirtilmesi gereken bir nokta da ters orantılı olduklarıdır. Şöyle ki bir kavramın içlemi artıkça kaplamı azalır; kaplamı artıkça da içlemi azalmaktadır. Birtakım kavramlarla bu durumu örnekleyelim:



Yukarıdaki kavram topluluğunda içlemi en geniş olan 'siyam kedisi' kavramıdır; kaplamı en geniş olan ise 'varlık' kavramıdır. Siyam kedisi kavramından varlık kavramına doğru çıkıldıkça içlem azalır iken kaplam artmaktadır. Çünkü varlık kavramı hem canlı hem hayvan hem kedi hem de siyam kedisi kavramlarını içine almaktadır ve böylece varlık kavramının kapladığı alan başka bir deyişle nesne sayısı artmaktadır. Böylelikle bir kavramın kaplamı, içine aldığı nesnelerin tümü olması sebebiyle kaplamı en geniş olan 'varlık' kavramı olmaktadır. Fakat varlık kavramından siyam kedisi kavramına doğru ilerledikçe kaplam azalacak ve içlem artacaktır. Çünkü siyam kedisinin sahip olduğu özellikler varlık kavramının özelliklerinden daha fazladır. Varlık kavramı siyam kedisi kavramının tüm özelliklerini içermemektedir. Fakat siyam kedisi kavramı varlık kavramının tüm

[221] Şafak Ural, **Temel Mantık**, İstanbul, Çantay Kitapevi, 1995, s. 28

özelliklerine sahip olmakla birlikte başka tür özelliklere de sahiptir. İçlemi, bir kavramın içine aldığı nesnelerin ortak özelliği olarak tanımladığımızı hatırlayacak olursak bu durumda siyam kedisi kavramını içlemi en geniş olan kavram olarak atfetmemiz çok olağan karşılanacaktır.

İçlem ve kaplam terimlerinin anlamlarına yer verdikten sonra tekrar kendi konumuza dönelim. Mantık üzerine yapılan çalışmalarda iki bakış açısının bulunduğundan söz etmiştik: İçlemsel ve kaplamsal. Mantık gelenekleri arasında sembolik mantık, söz konusu bakış açılarından genel olarak kaplamsal bakış açısını benimsemektedir. Bu doğrultuda Russell, sembolik mantık alanı içerisinde yer alan sınıflar konusunda kaplamsal bakış açısının benimsendiğini ifade etmektedir. Fakat bununla birlikte sınıflar kuramında saf bir kaplamsal bakış açısının da olmadığını ifadelerine eklemektedir. Çünkü bir sınıfın kaplamsal açıdan tanımı, verilen terimleri sayılarak yani bir sayım sonucunda ortaya konulmaktadır.[222] Dolayısıyla söz konusu yöntemde bir sayım gerçekleşmekte ve bu sayım sonsuz sınıflar söz konusu olduğunda pek mümkün olmamaktadır. Böylece kaplamsal bakış açısı sonsuz sınıflarla ilgilenmeye başladığımız anda bizi engelleyecektir. Bu nedenle, Russell'a göre sonsuz sınıflardan bahsedebilmek için bir diğer bakış açısı olan içlemsel bakış açısına ihtiyaç duyulmaktadır. Fakat Russell'a göre sınıflar terimlerden oluşmaktadır[223] ve sınıfların terimlerden oluşması bağlamında kaplamsal bir bakış açısının da olması gerekmektedir, aksi takdirde, Russell, özdeşliğin yalnızca terimlere bağlı olması anlamında kaplamsal bakış açısının başarısız olacağını varsaymaktadır.[224] Bu nedenle, Russell, bir sınıftan bahsetmenin hem kaplamsal hem de içlemsel yollarının gerekli olduğunu düşünmektedir:

> "… saf içlemsel ile saf kaplamsal arasında ara konumlar vardır ve Sembolik Mantığın sığınağı bu ara bölgelerdedir."[225]

[222] Andrew Peter Rebera, **On the Orıgıns of Russell's Theory of Descriptions**, Thesıs Submıtted for the Degree of Doctor of Phılosophy (Dphıl), Unıversıty of Sussex, May 2010, s. 42.
[223] Russell, **Principles of Mathematics**, s. 67.
[224] Ryo Ito, **Russell's Metaphysıcal Accounts of Logıc,** A Thesis Submitted for the Degree of PhD at the University of St Andrews, 2017, s. 53.
[225] Russell, **Principles of Mathematics**, s. 67.

Görüldüğü üzere bir sınıf, içlemsel veya kaplamsal olarak tanımlanabilmektedir. Belirtmemiz gerekir ki Russell, belirli sınıfların sonsuz oldukları durumda sadece içlemsel olarak tanımlanabileceğinden söz ederken bunu psikolojik bakış açısında ele almaktadır, yoksa mantıksal bakış açısında kaplamsal bakış açısı da içlemsel bakış açısı kadar sonsuz sınıflara eşit derecede uygulanabilmektedir. Russell için sayma eylemi zihinsel veya fiziksel bir terim sayma eylemi değildir.[226] Bu nedenle mantıksal olarak sınıfların içlemsel tanımı ile kaplamsal tanımı eşit görülmektedir. Russell, bu düşüncesini şu sözleri ile aktarmaktadır:

> "Sınıf, kaplamsal veya içlemsel olarak tanımlanabilir. Yani, bir sınıf olan nesnenin türünü veya bir sınıfı belirten kavramın türünü tanımlayabiliriz: bu bağlamda kaplamsal ve içlemselin karşıtlığının açık anlamı budur. Fakat genel kavram bu ikili tarzda tanımlanabilse de, belirli sınıflar, sonlu oldukları durumlar dışında, sadece içlemsel olarak yani şu ve bu kavramlarla gösterilen nesneler olarak tanımlanabilirler. Bu ayrımın tamamen psikolojik olduğuna inanıyorum: mantıksal olarak, kaplamsal tanım sonsuz sınıflara eşit derecede uygulanabilir görünüyor, ancak pratikte, eğer buna girişecek olsaydık, Ölüm, övgüye değer çabamızı hedefine ulaşmadan önce yarıda keserdi. Bundan dolayı, mantıksal olarak kaplam ve içlem eşit görünmektedir."[227]

3.4.1. Sınıf Kavramı (Class-Concept) ile Sınıfın Kavramı (Concept of Class) Arasındaki Ayrım

Peki, bir kavram ele alınırken ne zaman içlemsel bir bakış açısıyla ne zaman kaplamsal bir bakış açısıyla yaklaşılacak? Russell, bir nesnenin bir kavram tarafından açık bir şekilde belirtildiğinde, söz konusu nesnenin kavramından bahsedeceğini dile getirmektedir. Bu bağlamda da *sınıfın kavramı (concept of a class)* ile *sınıf-kavramının (class-concept)* birbirinden ayırt edilmesinin öneminden söz etmektedir. İşte bu ayrımın yapılması bir kavramın içlemsel bağlamda mı yoksa kaplamsal bağlamda mı ele alındığını gösterecektir. Aynı zamanda bir *sınıfın kavramı* ile *sınıf-kavramı* arasındaki bu ayrım bir kavramın ne zaman bir sınıfın üyesi olduğunu veya

[226] Ito, **Russell's Metaphysıcal Accounts of Logic**, s. 53-54.
[227] Russell, **Principles of Mathematics**, s. 70.

kendisinin ne zaman bir sınıf olduğu sorusunun yanıtı vermektedir. Eğer bir kavram bir sınıfın üyesi olarak ele alınıyorsa içlemsel bir bağlam söz konusudur ve bu durumda bir *sınıfın kavramı (concept of class)* bulunmaktadır. Fakat eğer kavramın kendisi bir sınıf oluşturuyorsa kaplamsal bir bağlam söz konusudur ve bu durumda bir *sınıf-kavramı (class-concept) bulunmaktadır.* Örneğin 'insan (man)' kavramını ele aldığımız zaman göndergesi doğrudan olmayan bütün bir sınıf karşımızdadır. Diğer bir deyişle tek tek bireylere bir gönderimi bulunmamaktadır ve böylelikle kendisi bir sınıf oluşturmaktadır. Bu durum bize insan kavramının bir *sınıf-kavramı (class-concept)* olduğunu göstermektedir. Fakat insanlar kavramını (men) ele aldığımız zaman tek tek bireylere gönderimi bulunmaktadır ve bir sınıfa ait kavramlar olarak insan sınıfının altında bir kavrama dönüşmektedir. Böylelikle insanlar kavramı bir *sınıfın kavramı (concept of class)* olmaktadır. Russell, söz konusu ayrımın yapılmaması durumunda dilsel sıkıntılarla karşı karşıya gelebileceğimizi ifade etmektedir. Eğer az önce vermiş olduğumuz insan kavramı örneğinde bu ayrım yapılmamış olsaydı bir insandan bahsederken sınıf olarak mı insandan bahsedildiği yoksa insanlık sınıfına ait olan insanlardan mı bahsedildiği belirsiz kalacaktı. Dolayısıyla söz konusu ayrımın yapılması oldukça önemlidir.

3.4.2. Bir-Olarak-Sınıf (Class As One) ve Çok-Olarak-Sınıf (Class As Many)

Russell, bir sınıfın içlemsel ve kaplamsal olarak ele alınabileceğini ve bu bağlamda da *sınıf kavramı (class-concept)* ile *sınıfın kavramı (concept of class)* arasındaki ayrımın gerekliliğini vurgulamıştır. Russell, söz konusu ayrımlara ek olarak *Principles of Mathematics*'in son taslağında sınıflar teorisiyle bağlantılı önemli bir ayrım daha sunmaktadır; *bir-olarak-sınıf (class as one)* ve *çok-olarak-sınıf (class as many).* Yukarıda bahsedilen söz konusu ayrımlar ışığında bir sınıf ele alınırken ya bir terimler topluluğu ya da birleşik bir bütün olarak düşünülebilmektedir. İşte *bir-olarak-sınıf* ile *çok-olarak-sınıf* ayrımı da karşımıza bu noktada çıkmaktadır. Bu doğrultuda bir sınıf, terimler topluluğu olarak ele alındığında söz konusu sınıftan *çok-olarak-sınıf (class as many);* birleşik bir bütün olarak ele alındığında ise söz konusu sınıftan *bir-olarak-sınıf (class as one)* şeklinde söz edilmektedir. Russell, sınıfı basitçe "A ve B ve C vb." sayısal bağlaçla eşdeğer olarak alındığında çok sayıda olduğunun açıkça

görüldüğünü ifade etmektedir.[228] Öte yandan sınıfları birer birer sayabilmemizin oldukça gerekli olduğunu çünkü bir sınıftan alışılmış bir şekilde söz edildiğini ifade etmektedir. Böylece Russell, bu iki noktayı uzlaştırmak için *bir-olarak-sınıf* ve *çok-olarak-sınıf* ayrımını ortaya koymaktadır: "Böylece sınıflar bir anlamda bir, başka bir anlamda çok gibi gözükmektedir."[229]

Bu ayrım oldukça önemli ve gereklidir. Örneğin sayısal bağlaç kavramı aracılığıyla, 'A ve B' ve 'C ve D' gibi iki sınıf basitçe birleştirilmek istendiği takdirde, bu iki sınıftan tek sınıfın elde edilemeyeceği görülecektir ve ancak sadece "A ve B ve C ve D' gibi *çok-olarak-sınıf* elde edilecektir. Bu nedenle, bir sınıfın üyeleri olarak sınıflara sahip olmak istendiği takdirde, bu sınıfları tek bir sınıfa dönüştürmemiz gerekmektedir.[230] *Bir-olarak-sınıf* ile *çok-olarak-sınıf* ayrımının gerekliliği bu noktada açıkça görülmektedir. Bir başka deyişle söz konusu ayrım aslında bir sınıfı nasıl başka bir sınıfın üyesi olarak ele alabileceğimizin yanıtını bizlere sunmaktadır.

Peki, *bir-olarak-sınıf* ve *çok-olarak-sınıf*, bir ve aynı, belki de farklı sunum modelleri altında aynı koleksiyon biçimleri olabilir mi? Russell, vermiş olduğu insanlar ve insan ırkı örneğinde durumun böyle olmadığını, *bir-olarak-sınıf* ile *çok-olarak-sınıf*in birbirinden oldukça ayrı olduğunu göstermektedir. Russell'a göre bir sınıf kavramı, bir sınıfı *bir-olarak-sınıf* şeklinde ifade ediyorsa, ifade ettiği sınıfın herhangi bir kavramıyla aynı değildir.[231] Dolayısıyla bir terim olarak insan ırkını *bir-olarak-sınıf* şeklinde ifade edilen tüm rasyonel hayvanların sınıfı, insanları yani insan ırkını *çok-olarak-sınıf* şeklinde ifade eden insanlardan farklıdır. Çünkü insan ırkı insanlarla özdeş olsaydı, bu sınıflardan birini ifade eden her şeyin diğer sınıftan biri için de geçerli olması beklenirdi. Oysaki tüm rasyonel hayvanlar *bir-olarak-sınıf* biçiminde insan ırkı ile aynıdır; *çok-olarak-sınıf* biçimindeki insan ırkı ile aynı değildir. Aksi takdirde insanlar ile tüm rasyonel hayvanlar özdeş tutulmak zorunda kalınırdı. Russell, bu durumun oldukça açık olduğunu ve bunun için yani insanın ve tüysüz iki ayaklının aynı olmadığını anlamak için bir tavuğu alıp zavallı kuşu

[228] Russell**, a.g.e**., s. 77.
[229] **A.y.**
[230] Ryo Ito, **Russell's Metaphysıcal Accounts of Logıc**, s. 55.
[231] Russell**, a.g.e**., s. 77.

tüylerinden mahrum bırakmanın gereksiz bir davranış olduğunu dile getirmektedir.[232] Ayırca Russell, bütün bir sınıfın yani *bir-olarak-sınıfın* kendisini oluşturan terimlerden farkına da işaret etmektedir:

> "Bir sınıf da, en azından bir anlamda, kendi terimlerinden oluşan bütünden farklıdır, çünkü ikincisi yalnızca ve özünde birdir, oysa birincisi, birçok terime sahip olduğu yerde, birçoğunun ileri sürüldüğü türden bir nesnedir. Çok-olarak-sınıf biçimindeki bir sınıfın bir bütün olarak bir sınıftan [yani bir sınıftan] ayırt edilmesi genellikle dil tarafından yapılır: uzay ve noktalar, zaman ve anlar, ordu ve askerler, donanma ve denizciler, Kabine ve Kabine Bakanları, hepsi bu ayrımı gösterir."[233]

Bu doğrultuda *bir-olarak-sınıf* ile onun ilişkili olduğu *çok-olarak-sınıfı*n birbirinden farklı olduğu ve *çok-olarak-sınıf*ın terim değil de nesneler olduğu görülmektedir.[234] Bu bağlamda konunun başında bahsetmiş olduğumuz insan kavramının *sınıf-kavramı* olarak, insanlar kavramını ise *sınıfın kavramı* olarak ifade edilmesinin temellendirilmesi de yapılmaktadır.

Sınıflar teorisi Russell'ın düşünme serüveni içerisinde birkaç kez değişikliğe uğramış bir konudur. Russell, erken dönem sınıflar teorisini, *Matematiğin İlkeleri*'nin son taslağında Mayıs 1902'de tamamladı, ancak bundan sonra Frege'nin etkisi altında sınıflar kuramını büyük ölçüde değiştirdi. Fakat Russell'ın eski sınıflar kuramına ilişkin görüşlerinin çoğu hala kitabın gövdesinde bulunmaktadır.[235] Çalışmamız gereği Russell'ın ilk dönem sınıflar teorisi ele alınmıştır ve yine konumuzun sınırlılığı bağlamında yüzeysel bir biçimde ele alınmıştır. Russell'ın sınıflar teorisi içinde yaşamış olduğu çelişkiler ve tartışmalar kendi başına bir çalışma konusu gerektirmektedir. Fakat Russell'ın sınıflar teorisindeki düşüncelerinin değişimi sonucu ortaya koymuş olduğu meşhur tasvirler teorisi kendi başına bir başlık altında çalışmamızın içinde yer alacaktır. Ayrıca yine çalışmamız içinde Russell'ın tipler

[232] Russell**, a.g.e**., s. 69.
[233] Russell**, a.g.e**., s. 69-70.
[234] Rebera, **On the Orıgıns of Russell's Theory of Descriptions**, s. 42.
[235] Ryo Ito, **Russell's Metaphysical Accounts of Logic**, s. 51.

teorisi ele alınacak olup sınıflar teorisinden kopuşu o bölümde de ele alınmaya devam edilecektir.

3.5. Russell'da Bağıntılar Kuramı

Bağıntı kavramı felsefe ve mantık alanında oldukça önemli bir yere sahiptir. Fakat özellikle de mantık alanında büyük öneme sahip olan *bağıntı (relation)* kavramı felsefe tarihi içerisinde yeterince ilgi görüp önemsenmemiştir. Bu durum Russell'ın yapmış olduğu çalışmalar sayesinde değişmiş ve *bağıntı* kavramı çağdaş felsefede gereken ilgiyi görmeye başlamıştır. Russell'ın modern mantığa yapmış olduğu katkılar ile *bağıntı* kavramı özel bir çalışma konusu olarak ele alınmaya başlamıştır. Çünkü klasik ve geleneksel mantık olarak adlandırdığımız mantık alanında *bağıntı* kavramı önermeler ve çıkarımlar üzerine yapılan çalışmalar çerçevesinde, sadece belirli kavramlarla ilişkisi açısından ele alınmaktadır.[236] Ayrıca geleneksel mantıkta özne-yüklemden oluşan basit önermeler ve eklemlerden oluşan birleşik önermeler ele alınmış olup *bağıntı* bildiren önermeler göz ardı edilmiştir. Oysaki *bağıntı* bildiren önermeler, basit ve birleşik önermelerden farklı bir yapı ortaya koymaktadır. Kutlusoy, konuyu vermiş olduğu bir örnek ile daha açıklayıcı kılmaktadır: "'Edirne, Ardahan'ın batısındadır' gibi bir önerme söz konusu olduğunda, bağıntıların (çoklu-yüklemlerin) özelliklere (birli-yüklemlere) indirgendiği geleneksel mantıkta '-in batısındadır' bağıntısı göz ardı edildiği için bu önerme, 'Ardahan'ın batısındadır' özelliğinin/yükleminin 'Edirne' öznesine yüklendiği bir önermeye dönüşür."[237] Bu yapıya sahip önermelerin anlaşılabilmesi için *bağıntı* kavramı ile özel olarak ilgilenilmesi gerekmektedir. Russell da bu açığın farkında olarak kendi mantık kuramını ortaya koyarken *bağıntı* kavramını ele almaktadır. Russell'a göre her önermenin özne-yüklem türünden birine indirgenebileceği görüşü doğru değildir. Russell, özne-yüklem türünde olmayan tüm önermelerin iki terim ve bir bağıntı içeren önermelere indirgenebileceğini dile getirmektedir.[238] Aynı zamanda Russell, iki terimden daha fazlasına sahip bağıntıların da bulunduğunu fakat bunların daha

[236] Yücel Yüksel, **"Bağıntı" Kavramının Mantık ve Felsefe Açısından İncelenmesi**, İstanbul Üniversitesi Yüksek Lisans Tezi, İstanbul, 2001, s. iv.
[237] Zekiye Kutlusoy, **Temel Sembolik Mantık**, Ankara, Art Yayınları, 2003, s. 141.

[238] Russell, **Principles of Mathematics,** s. 95.

karmaşık olduğu için sadece iki terimli olanlar üzerinden bağıntıyı ifade etmenin daha anlaşılır olacağını düşünmektedir.

Russell, bağıntıyı *'kavram olarak var olmayan iki terimin bulunduğu bir önermede ortaya çıkan ve iki terimin değiş tokuşunun farklı bir önerme verdiği bir kavram'* olarak tanımlamaktadır.[239] Belirli bir önermenin ifade ettiği bir bağıntı, önermenin öğelerine ve bunların arasındaki bağıntıya farklı harfler atfederek sembolize edilmektedir. Bu noktada dikkat edilmesi gereken husus bu atanan harflerin sırasının önemli olduğu yani belirli bir sıraya göre sembolize edilmesidir. Aksi takdirde yani harflerin sırasına dikkat edilmediği takdirde bağıntı bildiren önermenin anlamı değişecektir.

Russell'a göre bağıntısal bir önerme, *'aRb'* biçiminde sembolize edilmektedir ve burada *a* ve *b* önermenin terimlerini *R* ise terimlerin arasındaki bağıntıyı ifade etmektedir.[240] Yukarıda belirttiğimiz gibi harflerin belirli bir sıraya göre sembolize edilmesi sebebiyle *aRb, a* ve *b* özdeş olmadığı sürece *bRa'* dan farklı bir önermeyi ifade etmektedir. Russell'n vurgulamak istediği şey iki terimli bir bağıntının temel özelliği bir terimden diğer bir terime ilerlemesidir ve bu, bağıntının anlamı olarak da adlandırabileceğimiz bir durumdur. Bu durumda *aRb* ile *a* teriminden *b* terimine doğru yönelen bir bağıntıyı ifade ederken *bRa* ile *b* teriminden *a* terimine doğru yönelen bir bağıntı ifade edilmektedir. Russell, herhangi bir karışıklığa sebep vermemek için bağıntıdaki ilk hareket edilen terimi yani sıralı çiftlerden öncelini *referent*[241]; yöneldiğimiz terimi ise yani sıralı çiftlerden ardılını *relata*[242] olarak adlandırmaktadır. Russell, *Principa Mathematica*'da *referent* ve *relata*'yı şu şekilde açıklamaktadır: "Herhangi bir R bağıntısı verildiğinde belirli bir y terimiyle R bağıntısına sahip olan terimler sınıfına y'nın *referent*ları denir ve belirli bir x teriminin R bağıntısına sahip

[239] Russell, **Principles of Mathematics,** p.95
[240] **A.y.**
[241] Türkçe karşılığı olarak 'gönderge'; 'kastedilen nesne veya kavram'; 'bir söz veya sembol ile ima edilen şey' olarak geçmektedir. Fakat bunların hiçbiri Russell'ın kullanmış olduğu anlamda *referent* kelimesinin anlamını tam vermediğinden dolayı çalışma içerisinde kavramın orijinal hali kullanılacaktır.
[242] Türkçe karşılığı olarak 'aralarında bağıntı olduğu söylenen nesnelerden her biri' olarak geçmektedir. Fakat Russell, aralarında bağıntı bildiren nesnelerden biri değil de bağıntı bulunan iki şeyden yöneldiğimiz terimi yani ardılı *relatum* olarak adlandırmaktadır. Dolayısıyla çalışma içerisinde *relata* kelimesinin tam anlamını sunabilmek amacıyla orijinal hali kullanılacaktır.

olduğu terimler sınıfna x'in *relata*ları denir."[243] Russell, vermiş olduğu tanıma ilişkin örnek olarak 'babalık' bağıntısını göstermiştir. Eğer babalık bir bağıntı ise babalar *referent;* çocuklar ise *relata* olacaktır.[244] Başka bir örnek olarak 'Efsun, Ali'den büyüktür.' önermesini ele alalım. Bu önerme 'büyüktür' bağıntısını içeren yani bağıntısal bir önermedir. Bu bağıntısal önermede hareketin başladığı terim yani 'Efsun' *referent* iken yöneldiğimiz terim ise yani 'Ali' *relata* olmaktadır. Bu önermeyi sembolize edelim: 'Efsun' u *'e'* harfiyle 'Ali' yi ise *'a'* harfiyle ve bunların arasındaki 'büyüktür' bağıntısını da '*B'* harfi ile gösterim yapmayı tercih edersek önerme *'eBa'* şeklinde sembolize edilmiş olacaktır. Peki, bu önermeyi *'eBa'* biçiminde değil de *'aBe'* şeklinde sembolize edebilir miyiz? Russell, bunun mümkün olmadığını; *'eBa'* ile *'aBe'* nin birbirinden farklı olduğunu söylemektedir. Vermiş olduğumuz örneğe dönecek olursak *'aBe'* biçiminde sembolize ediliş bizi 'Ali, Efsun'dan büyüktür' önermesine götürecektir. Halbuki verilen örnek önermede Ali değil, Efsun büyüktür. Dolayısıyla *'eBa'* ile *'aBe'* nin birbirinden farklı olduğu ve bağıntı bildiren önermelerde terimlerin sırasının oldukça önemli olduğu görülmektedir.

3.5.1. Bağıntıların Etki Alanı, Ters Etki Alanı ve Nispi Çarpımı

Russell, genel bağıntılar teorisi için sınıflar ve bağıntılarla ilgili belirli aksiyomların büyük önem taşıdığını belirtmektedir:

> "Belirli bir terimle belirli bir bağıntıya sahip olmanın bir yüklem olduğu, böylece bu terimle bu bağıntısı olan tüm terimlerin bir sınıf oluşturduğu kabul edilmelidir. Ayrıca belirli bir bağıntıya sahip olmanın bir yüklem olduğu, böylece belirli bir bağıntıya ilişkin referentlerin bir sınıf oluşturduğu da kabul edilmelidir. Ters ilişki göz önüne alındığında, tüm relataların da bir sınıf oluşturduğu sonucu çıkmaktadır. Bu iki sınıfa sırasıyla bağıntının etki alanı ve ters etki alanı diyeceğim; ikisinin mantıksal toplamına bağıntının alanı diyeceğim."[245]

[243] Alfred North Whitehead &Bertrand Russell, **Principia Mathematica Volume I**, London, The Syndıcs of The Cambridge University Press, 1963, s. 242.
[244] Russell, **Principles of Mathematics,** s. 24.
[245] Russell, **Principles of Mathematics,** s. 97.

Görüleceği üzere bu ifadeler Russell'ın sınıflar ile bağıntılar arasında kurmuş olduğu ilişkiyi ve bu ilişkinin önemini vurgulamaktadır. Russell'ın konuya açıklık getirirken kullanmış olduğu *etki alanı (domain)* ve ters etki alanı *(converse domain)* ile neyi ifade etmek istediğine açıklık getirelim. Belirli bir bağıntının referentlerinin oluşturduğu sınıfı *etki alanı*; belirli bir bağıntının relatalarının oluşturduğu sınıfı *ters etki alanı* olarak adlandırmaktadır. Russell'ın etki alanına dair vermiş olduğu örnekler konuyu daha açıklayıcı kılacaktır; kocalar, kocanın karısıyla olan bağıntının alanı; karılar, karının kocayla olan bağıntının alanı; karı-koca ise birlikte evlilik bağıntısının alanını oluşturmaktadır.[246] Russell'ın sözleriyle bir bağıntının tersi ise "Eğer R bir bağıntı ise xRy olduğunda y'nin x ile sahip olduğu bağıntıya R'nin tersi denir"[247] şeklinde açıklanmaktadır. Russell bu konuda 'babalık' bağıntı örneğini vermektedir; Babalık bir bağıntı ise babalar onun etki alanını, çocuklar ise ters etki alanını oluşturmaktadır. Daha açıklayıcı olması bakımından örneği önerme türüne çevirebiliriz. 'Mehmet, Zeynep'in babasıdır' önermesinde 'babası olma' bağıntısı aynı zamanda 'Zeynep, Mehmet'in çocuğudur' biçiminde bir önermeyle ifade edilebilecek şekilde 'çocuğu olma' bağıntısını da ifade etmektedir. Bu durumda 'çocuğu olma' bağıntısı 'babası olma' bağıntısının ters bağıntısı olmaktadır. Aynı zamanda 'babası olma' bağıntısı da 'çocuğu olma' bağıntısının ters bağıntısı olmaktadır. Genel olarak belirli bir bağıntının tersi, belirli bir bağıntı x ve y arasında olduğunda, y ve x arasında geçerli olan bağıntıdır. Russell, bir bağıntı 'R' ifadesi ile sembolize ediliyorsa onun ters bağıntısının da "Ř" şeklinde sembolize edileceğini ifade etmektedir. Ayrıca R bağıntısının *a* ve *b* arasında olduğu her durumda *b* ve *a* arasında geçerli olan bir ters Ř bağıntısına da sahip olduğunu belirtmektedir. Bu nedenle, Russell'ın belirtiği gibi, bir bağıntı onun tersini karşılıklı olarak ima etmektedir. Örneğin 'büyüktür' bağıntısının ters bağıntısı 'küçüktür' bağıntısıdır. '9, 5'ten büyüktür' önermesi '5, 9'dan küçüktür' önermesini ima etmektedir; aynı şekilde '5, 9'dan küçüktür' önermesi '9, 5'ten büyüktür' önermesini ima etmektedir.[248] Örnekleri şu şekilde çoğaltabiliriz; 'önce' bağıntısı 'sonra' bağıntısının ters alanını, 'ileri' bağıntısı 'geri' bağıntısının ters

[246] Russell, **Introduction to Mathematical Philosophy,** s. 11.
[247] Whitehead&Russell, **Principia Mathematica Volume I**, s. 238.
[248] Michael Pakaluk, "The Doctrine of Relations in Bertrand Russell's Principle's of Mathematics", Mexico, **Tópicos Revısta De Fılosofía** 2 (1):153, November 2013, s. 157.

alanını, ‘ağır’ bağıntısı ‘hafif’ bağıntısının ters alanını vb. oluşturmaktadır. Bir bağıntının ters etki alanı, onun tersinin etki alanıdır.[249] Dolayısıyla her bağıntının ima ettiği bir ters bağıntı olduğu görülmektedir.

Russell’ın bağıntılar konusunda ortaya koymuş olduğu başka bir kavram da *nispi çarpım (relative product)* kavramıdır. Nispi çarpım, iki bağıntı arasında oluşmaktadır. Russell, nispi çarpımı şu şekilde tanımlamaktadır; R ve S olmak üzere iki bağıntının nispi çarpımı, x’in R ile y ve y’nin de S ile z bağıntısına sahip olduğu bir y ara terimi olduğunda x ve z arasında geçerli olan bağıntıdır.[250] R ve S’nin nispi çarpımı *‘R|S’* olarak sembolize edilmektedir. Örneğin; erkek kardeş ve babanın nispi çarpımı amcadır; baba ve babanın nispi çarpımı baba tarafından büyükbabadır; eş ile babanın nispi çarpımı kayınpederdir.

3.5.2. Russell’da Bağıntı Türleri

Russell, birçok farklı türde bağıntı olduğunu ve bu bağıntıların da farklı türde kullanımları olduklarını dile getirmektedir. Fakat bununla birlikte o, ilgilendiği çalışma konusu bağlamında daha kullanışlı bağıntı türleri olarak ifade ettiği bağıntı türleri üzerinde durmuştur. Russell’ın ilgilendiği bağıntı türlerini iki başlık altında inceleyebiliriz: Nicel ilişkiler açısından bağıntılar ve nitel ilişkiler açısından bağıntılar. Bu sınıflandırmanın Russell’ın kendisi tarafından yapılmadığını sadece konunun anlaşılır olması bağlamında yapıldığını belirtmeliyiz. Nicel bağlam altında ele alacağımız bağıntı türleri şunlardır; *bire-bir (one-one) bağıntı*, *bire-çok (one-many) bağıntı* ve *çoğa-bir (many-one) bağıntı* türü. Nitel bağlam altında ele alacağımız bağıntı türleri ise şunlardır: *simetrik (symmetrical) bağıntı*, *asimetrik (asymmetrical) bağıntı, geçişli (transitive) bağıntı, geçişsiz (intransitive) bağıntı, bağlantı (connexity) bağıntısı* ve *seri (order) bağıntı* türü.

Öncelikle nicel bağlam altındaki bağıntı türlerine göz atalım. Eğer x’in y ile bağıntısı varsa başka hiçbir x' terimi y ile aynı bağıntıya sahip değilse ve x, y dışında

[249] Russell, **Introduction to Mathematical Philosophy,** s. 11.
[250] Whitehead&Russell, **Principia Mathematica Volume I**, s. 256.

herhangi bir y' terimiyle aynı bağıntıya sahip değilse bu bağıntı türü *bire-bir (one-one)* bağıntı olarak adlandırılır. Bu iki koşuldan sadece ilkini sağlayan bağıntı türü *bire-çok (one-many)*; sadece ikinci koşulu sağlayan bağıntı türü ise *çoğa-bir (many-one)* bağıntı olarak adlandırılır.[251] Başka bir deyişle *bire-çok* bağıntı türü en fazla bir terimin belirli bir terime sahip olabileceği bir bağıntılar sınıfıdır; *çoğa-bir* bağıntı türü belirli bir terimin en fazla bir terime sahip olabileceği bir bağıntılar sınıfıdır ve *bire-bir* bağıntılar ise her sınıftaki terimin diğerinde karşılığı olan yani terime terimin karşılık geldiği bağıntı türüdür. Aynı zamanda *bire-bir* bağıntılar hem *bire-çok* hem de *çoğa-bir* olan bağıntılar şeklinde de tanımlanabilmektedir.[252] Russell'ın bu üç bağıntı türüne ilişkin vermiş olduğu örnekler şu şekildedir; Hristiyan ülkelerde karı-koca ilişkisi *bire-bir* bağıntı, bazı Müslüman ülkelerde karı-koca ilişkisi *bire-çok* bağıntı, Tibet ülkesindeki karı-koca ilişkisi ise *çoğa-bir* bağıntıdır.[253] Hristiyan ülkelerdeki karı-koca ilişkisinin *bire-bir* bağıntı türüne örnek gösterilmesinin sebebi her erkeğin sadece bir kadınla ve yine her kadının da sadece bir erkekle evlenme hakkı olduğu içindir. Bu durumda kocalar sınıfından bir üye karılar sınıfından sadece bir üyeyle ve karılar sınıfından bir üye kocalar sınıfından sadece bir üye ile eşleşerek *bire-bir* bağıntıyı örneklemiş olmaktadır. Müslüman ülkelerde bir erkeğin birden fazla kadınla evlilik yapma hakkı bulunduğundan dolayı *bire-çok* bağıntı türünü oluşturmaktadır. Çünkü kocalar sınıfından her bir üye karılar sınıfından birden fazla üye ile eşleşebiliyor iken karılar sınıfından her bir üye kocalar sınıfından sadece bir üye ile eşleşebilmektedir. Tibet ülkesinde ise durum tam tersidir. Bu ülkede kadınlara birden fazla erkekle evlenme hakkı verilmiştir. Dolayısıyla karılar sınıfındaki her bir üye kocalar sınıfından birden fazla üye ile eşleşebiliyor iken kocalar sınıfından her bir üye karılar sınıfından sadece bir üye ile eşleşerek *çoğa-bir* bağıntı örneği oluşturmuş olmaktadır. Yine Russell'ın vermiş olduğu başka bir örnek; bir baba-oğul bağıntısı *bire-çok*, oğul-baba bağıntısı ise *çoğa-bir* ve en büyük oğul ile babanın bağıntısı ise *bire-bir* bağıntı örneğidir.[254] Her babanın birden çok oğlu olabildiği için baba-oğul bağıntısı *bire-çok* bağıntı türüne örnektir. Fakat her çocuğun sadece bir babası olabildiği için oğul-baba bağıntısı *çoğa-*

[251] Russell, **Introduction to Mathematical Philosophy,** s. 11.
[252] Rudolf Carnap, **The Logical Structure of the World**, Çev. Rolf A. George, Berkeley And Los Angeles, University Of California Press, 1967, s. 60.
[253] Russell, **Introduction to Mathematical Philosophy,** s. 11.
[254] **A.y.**

bir bağıntı türünü örneklemiştir. Her babanın sadece bir tane en büyük oğlu bulanabileceğinden dolayı *bire-bir* bağıntı türüne en büyük oğlanın babasına olan bağıntısı örnek verilmiştir.

Russell'ın nitel bağlamda ilgilenmiş olduğu bağıntı türlerine geçelim. Bu tür bağıntılar nicelikten ziyade bağıntının özelliklerine göre belirlenmektedir. Bir bağıntıdaki sıralı çiftler, yer değiştirdiği takdirde anlamda herhangi bir değişiklik gerçekleşmiyorsa yani sıralı çiftler arasındaki bağıntı karşılıklı olarak gerçekleşebiliyorsa bu bağıntıya *simetrik (symmetrical) bağıntı* adı verilmektedir. Russell'ın ifadesiyle bir a sınıfının β sınıfına benzediği ve β sınıfının da a sınıfına benzediği durum simetriktir.[255] Yine Russell'ıı başka bir ifadesine göre bir bağıntı, x ve y arasında iken y ve x arasında da bulunuyorsa bu bağıntı türü simetriktir.[256] Örneğin; "Efsun ile Ali farklı yaştadır" önermesindeki 'farklı yaşta olma' bağıntısını ele alalım. Verilen önermede sıralı çiftlerin yerini değiştirdiğimiz takdirde gerçekliğimiz hala aynı kalmaktadır: "Ali ile Efsun farklı yaştadır" Yine başka bir örnek olarak 'kardeş olma' bağıntısını verebiliriz: "Neva ile Zeynep kardeştir" önermesinde sıralı çiftlerin yerini değiştirdiğimizde "Zeynep ile Neva kardeştir" olacaktır ve bağıntının anlamında herhangi bir değişiklik meydana gelmeyecektir. Çünkü Neva, Zeynep'in kardeşi iken Zeynep de Neva'nın kardeşidir. Simetrik bağıntılar bir anlamda sıralı çiftlerin sırasının bir öneminin olmadığı bağıntılardır. Yani eğer bir bağıntı "xRy" iken "yRx" de olabiliyor ise bu bağıntı bir simetrik bağıntıdır.[257] Russell, simetrik bağıntılara örnek olarak "eş" bağıntısını göstermektedir. Çünkü a, b'nin eşi ise, b de a'nın eşidir.[258] Fakat "karısı olma" bağıntısında durum daha farklıdır. "Karısı olma" bağıntısında x, y'nin karısıysa y de x'in karısı değil kocası olmaktadır. "Zehra, Ahmet'in karısıdır." önermesinde sıralı çiftlerin yerini değiştirdiğimizde "Ahmet, Zehra'nın karısıdır." önermesi karşımıza çıkacaktır fakat bu önerme doğru değildir; Ahmet, Zehra'nın karısı değil kocasıdır. Russell, bu tür bağıntıları yani orijinal bağıntının tersiyle bağdaşmama özelliği

[255] Russell, **Introduction to Mathematical Philosophy,** s. 12.
[256] Bertrand Russell**, Anlam ve Doğruluk Üzerine**, Çev. Ezgi Onat, İstanbul, İtalik Yayınları, 2014, s. 37.
[257] Susanne K. Langer, **An Introduction to Symbolic Logic**, London, George Allen & Unwin Ltd., 1937, s. 247.
[258] Russell, **Introduction to Mathematical Philosophy,** s. 32.

bulunan bağıntıları "*asimetrik (asymmetrical) bağıntı*" olarak adlandırmaktadır.[259] Asimetrik bağıntı, simetrik bağıntının aksine *x* ve *y* arasında olan bir bağıntının *y* ve *x* arasında da gerçekleşmediği durumlarda ortaya çıkmaktadır. Bu doğrultuda asimetrik bağıntı da sıralı çiftlerin dizilişinin önemli olduğu görülmektedir. Bir bağıntı "xRy" biçiminde iken "yRx" olabilmesinin mümkün olmadığı durumlarda asimetrik bağıntı ortaya çıkmaktadır.[260] Russell, asimetrik olan bağıntılara örnek olarak "önce olma", "daha büyük olma", "sağında olma" bağıntılarını göstermektedir.[261] Eğer x, zaman açısından y'den önceyse, y de x'ten önce değildir; x, y'den daha büyük ise y, x'den daha büyük değildir; x, y'nin sağında ise y, x'in sağında değildir. Bu özelliklere sahip bağıntılar asimetrik bağıntının özelliklerini oluşturmaktadır. Örneğin "Nevra, Ayşe'nin annesidir." önermesindeki 'annesi olma' bağıntısı asimetrik bağıntıdır. Çünkü önermede sıralı çiftlerin yerleri değiştirildiğinde önermenin doğruluk değeri de değişmektedir. "Ayşe, Nevra'nın annesidir." önermesi gerçekliği yansıtmamaktadır; Nevra, Ayşe'nin annesi iken Ayşe, Nevra'nın annesi değil, kızı olmaktadır. Russell, simetrik bağıntı ile asimetrik bağıntı arasında bir ara durumdan söz etmektedir. Ne simetrik olan ne de asimetrik olan bir bağıntı türü olan *simetrik olmayan (not-symmetrical)* bağıntılardır. Fakat simetrik olmayan denilince asimetrik ile karıştırılma olasılığına binaen *ne simetrik ne asimetrik olan* bağıntı türü ifadesinin kullanımı daha uygun olacaktır. Russell, bu tür bağıntılara örnek olarak 'erkek kardeş olma" bağıntısını göstermiştir. Çünkü x, y'nin erkek kardeşi ise y, x'in kız kardeşi olabilir.[262]

Russell'ın ilgilendiği diğer bir bağıntı türü ise *geçişli (transitive) bağıntı* türüdür. Russell, bu bağıntı türünü xRy, yRz'nin birlikte her zaman xRz'yi ima ettiği bağıntılar olarak tanımlamaktadır.[263] Russell, aynı zamanda geçişli bağıntıyı α'nın β'ye ve β'nin γ'ye benzediği durumda α'nın γ'ye benzer olduğu bağıntı olarak ifade etmektedir.[264] Görüleceği üzere geçişli bir bağıntı için en az üç unsura ihtiyacımız bulunmaktadır. Russell, 'daha erken', 'daha az', 'solunda olma' vb. bağıntılarını

[259] Russell, **Principles of Mathematics,** s. 25.
[260] Langer, **a.g.e.**, s. 247.
[261] Russell**, Anlam ve Doğruluk Üzerine,** s. 37.
[262]Russell**, a.g.e.,** s. 37.
[263] Russell, **Principles of Mathematics,** s. 220.
[264] Russell, **Introduction to Mathematical Philosophy,** s. 12.

geçişli bağıntı türüne örnek olarak göstermiştir.[265] Mesela "Mardin'de güneş Ankara'dan daha erken doğar." ile "Ankara'da güneş İstanbul'dan daha erken doğar." önermeleri "Mardin'de güneş İstanbul'dan daha erken doğar." önermesini içermektedir. 'Daha erken' bağıntısı geçişli özelliğini taşımamış olsaydı son önermeye ulaşmamız mümkün olmazdı. Russell'ın geçişli bağıntıya örnek olarak sunduğu 'solunda olma' bağıntısına bakalım. "Kalem, silginin solundadır" ve "Silgi, makasın solundadır" önermeleri "Kalem, makasın solundadır" önermesini de içermesi sebebiyle geçişli bir bağıntıdır. Birbiriyle bağıntılı olan her üç unsur arasında bu şekilde bir geçişin olacağı akıllara gelmemelidir. Örneğin; "Ahmet, Kemal'in kuzenidir" ve "Kemal, Buse'nin kuzenidir" önermelerinden "Ahmet, Buse'nin kuzenidir" önermesine ulaşamayız. Çünkü Ahmet, Kemal'in anne tarafından kuzeni, Buse ise baba tarafından kuzeni olabilir ya da tam tersi de mümkündür. Bu durumda da Ahmet ile Buse'nin kuzen olduğu söylenemez. Böylelikle 'kuzen olma' bağıntısının geçişli bir bağıntı olmadığı görülmektedir. Bu tür bağıntılar *geçişsiz (intransitive) bağıntı* olarak adlandırılır. Russell'ın söylemi ile geçişsiz bağıntı xRy, yRz'nin her zaman xRz'yi ima etmediği bağıntı türüdür.[266] Başka bir deyişle eğer bir bağıntı bir sonraki üye için aynı şekilde sağlanamıyor ise bu geçişsiz bağıntı olarak adlandırılır.[267]

Russell'ın ele aldığı bağıntı türlerinden bir diğeri de *bağlantı (connexity) bağıntısı*dır. Bu tür bağıntılar, bağıntı içindeki unsurların belli bir sıra içerisindeki yerlerini ifade eden bağıntılardır.[268] Örneğin, herhangi iki tam sayıdan veya kesirli sayıdan biri küçük diğeri büyük olmak zorundadır. Çünkü tam sayılar veya kesirli sayılar belli bir sıra düzeni içerisinde yer almaktadır. Böylece 'daha büyüktür' ve 'daha küçüktür' bağıntıları bağlantı bağıntıları olmaktadır. Fakat karmaşık sayılar söz konusu olduğunda herhangi bir sıra düzeni içerisinde yerleri belirlenemeyeceğinden bağlantı bağıntısı oluşamamaktadır. Yine başka bir örnek olarak belirli bir zaman içerisinde herhangi iki andan biri diğerinden önce olmalıdır. Zaman içerisinde belirli sıra düzeni bulunduğundan dolayı burada bağlantı bağıntıları söz konusudur. Önerme

[265] Russell, **a.g.e.,** s. 23.
[266] Russell, **Principles of Mathematics,** s. 220.
[267] Carnap, **The Logıcal Structure Of The World,** s. 22.
[268] Russell, **Introduction to Mathematical Philosophy,** s. 24.

biçiminde bunu şu şekilde gösterebiliriz: "Yeliz, Ayşe'den önce eve geldi" önermesinde 'daha önce' olma bağıntısı iki unsur arasında belirli bir zaman içindeki yerlerini ifade etmesi bağlamında bağlantı bağıntısı olmaktadır. Fakat eşzamanlı olabilecek durumlarda bu söz konusu değildir. "Yeliz ve Ayşe aynı anda eve geldiler" önermesi zaman içerisindeki iki unsurun önceliği ya da sonralığını ifade etmediğinden 'aynı anda' bağıntısı bağlantı bağıntısı olmamaktadır. Russell, geometri alanından da bu tür bağıntılara örnek göstermiştir; 'bir doğru üzerindeki iki noktadan biri diğerinin solunda olmalıdır.'[269] Çünkü bir doğru üzerindeki noktalar belli bir sıra içerisinde yer almaktadır ve 'solunda olma' bağıntısı da unsurların yerlerini belirlemesi sebebiyle bağlantı bağıntısı olmaktadır.

Russell, bir bağıntının hem bağlantı bağıntısı hem asimetrik bağıntı hem de geçişli bağıntı özelliklerini taşıdığı takdirde bir *seri (order) bağıntı* oluşturduğunu ifade etmektedir: "… Bir bağıntı bu üç özelliğe sahip olduğunda aralarında bulunduğu terimler arasında bir seri meydana getiren bir bağıntı türüdür ve nerede bir seri varsa onu oluşturan bu üç özelliğe sahip bir bağıntı bulunabilir."[270] Russell'ın sözünü etmiş olduğu üç özellik asimetri, geçişli ve bağlantı bağıntısı olma özelliğidir. Bu üç bağıntının özelliklerini taşıyan bir bağıntı *seri bağıntı* adını almaktadır. Bağıntılar hakkında daha birçok detay bulunmakla birlikte biz konumuz bağlamında Russell'ın ilgilenmiş olduğu belli başlı bağıntı türlerini incelemiş bulunmaktayız.

[269] **A.y.**
[270] **A.y.**

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM
RUSSELL'IN MANTIKÇI TEZİNİN SORUNLARI

4.1. Russell'da Dilin Mantıksal Analizi: Tasvirler Teorisi

Russell, gündelik dilde kullandığımız gramatik yapıyı problemli bulmaktadır. Bu gramatik yapının yani gündelik dildeki dilbilgisinin problemli oluşu sebebiyle birçok karmaşık durum ortaya çıkmaktadır. Russell'ı rahatsız eden asıl olay, dilbilgisinin sebebiyet verdiği yanlış yönlendirmeler ve bu bağlamda şekillenmiş olan felsefi öğretilerdir. Çünkü felsefe tarihinde bu öğretilerin bulunması beraberinde birçok zorluğu da getirmektedir. Bu noktada Russell, olağan dildeki yapının mantıksal analize indirgenmesi gerektiği görüşünü öne sürmektedir. Ona göre mantıksal analize tabi tutulan önermeler, dilbilgisinin sorunlu yapısından ve ortaya çıkan karmaşık durumlardan arındırılmış olmaktadır. Russell, bu görüşünü *Tasvirler Teorisi* başlığı altında ele almaktadır ve ilk olarak ünlü eseri *On Denoting (Gönderim Üzerine)*[271] adlı çalışmasında temellendirmektedir. Tasvirler teorisi, Russell'ın 1905'te *On Denoting* adlı makalesinin yayımlanmasından itibaren metafizik, semantik, mantık ve dilbilim alanındaki çalışmalarda oldukça önemli bir rol oynamıştır.[272]

Russell, *On Denoting* makalesinde, doğal dilde *gönderim ifadesi (denoting phrase)* içeren önermelerin yanlış çözümlenmesinden kaynaklanan zorluklara çözüm getirmektedir. Bu bağlamda Russell'ın ilgi noktası gönderim ifadesinin tanımından ziyade bu tür ifadeleri içeren önermelerin analizi olmuştur. Russell, gönderim ifadelerinin doğrudan bir tanımını yapmasa da söz konusu makalesinin başında bu tür ifadeler ile neyi kastettiğini belirtmektedir:

> "Bir 'gönderim deyimi' ile şunlardan birini anlatmak istiyorum: bir insan, kimi insan, herhangi bir insan, her insan, bütün insanlar, İngiltere'nin şimdiki kralı, Fransa'nın

[271] Konunun anlatımı boyunca söz konusu makaleden orijinal ismi olan '*On Denoting'* olarak söz edilecektir.
[272] Peter Ludlow, **Descriptions**, The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Winter 2022 Edition), (Çevrimiçi) https://plato.stanford.edu/archives/win2022/entries/descriptions/ 14 Haziran 2022.

> şimdiki kralı, Güneş Sistemi'nin yirminci yüzyılın ilk anındaki kütle merkezi, Dünya'nın Güneş'in çevresinde dönüşü, Güneş'in Dünya'nın çevresinde dönüşü. . Demek ki bir deyim yalnızca biçimi yoluyla gönderim yapar. Üç durumu ayırt edebiliriz: (1) Bir deyim, gönderim deyimi olup da şu anda hiçbir şeye gönderim yapmıyor olabilir; örneğin, "Fransa'nın şimdiki kralı". (2) Bir deyim belirli bir nesneye gönderim yapabilir: örneğin, "İngiltere'nin şimdiki kralı" belirli bir insana gönderim yapar. (3) Bir deyim belirsizce gönderim yapabilir; örneğin, "bir insan" birçok insana değil, belirsiz bir insana gönderim yapar."[273]

Russell, gönderim ifadesi olarak nitelendirdiği bu söz gruplarından daha sonraki çalışmalarında *tasvirler (descriptions)* olarak bahsetmektedir.[274] Russell'a göre *tasvirler*[275] belirli ve belirsiz tasvirler olmak üzere iki türe ayrılmaktadır. Belirsiz bir tasvir "*herhangi bir falanca (a so-and-so)"* biçiminde iken belirli bir tasvir "*belirli bir falanca (the so-and-so)"* biçiminde önermelerde yer almaktadır.[276] Belirsiz tasvirlere 'bir insan', 'bir çiçek', 'bir şehir', 'bazı bölgeler' vb. örnek olarak gösterilebilir. Belirli tasvirlere ise 'Zeynep'in annesi', 'okulun bekçisi', '5+2'nin toplamı', 'şişelerin kapağı' vb. örnek olarak gösterebiliriz. Görüldüğü üzere bir tasvirin sadece bir bireyi tasvir etme zorunluluğu bulunmamaktadır; aynı zamanda bir tasvir, bir bağıntıyı, bir yüklemi ya da herhangi başka bir şeyi de tasvir edebilmektedir.[277] Russell'a göre belirsiz tasvirler, birden fazla nesne tarafından karşılanabilmeleri bağlamında belirsizdir. Ancak belirli tasvirler en fazla bir nesne tarafından karşılanabilmesi bağlamında açıktır ve belirsiz değildir. Yani belirli tasvir her zaman bünyesinden bir biricikliği ya da benzersizliği barındırıyor iken belirsiz bir tasvirin mutlaka bir biricikliği barındırdığından söz edilememektedir. Bu biriciklik özelliği, Russell'ın belirli tasvirleri ele alışında oldukça önemli bir konuma sahiptir. Russell'ın belirsiz tasvirlere yönelik tutumunu daha önceki bölümlerimizde ele almıştık. Aynı zamanda Russell, tasvirler teorisinde tartışmak istediği konu

---

[273] Bertrand Russell, "On Denoting", **Mind**, Vol. 114:873-887 No:456 Oxford University Press, Oct. 2005, s. 873.
[274] Teo Grünberg, "Bertrand Russell'ın Tasvirler Teorisi", **Felsefe Arkivi Dergisi**, 14. Sayı, İstanbul 1963, s. 143.
[275] Russell, "gönderim ifadesini" sadece *On Denoting* adlı makalesinde kullanıp daha sonraki çalışmalarında söz konusu ifadelerden "tasvir" olarak söz etmesi ve çalışmamız içinde kavram birliği sağlanması amacıyla "tasvir" kullanımına devam edilecektir.
[276] Russell, **Introduction to Mathematical Philosophy**, s. 167-168.
[277] Bertrand Russell, **Mantıksal Atomculuk Felsefesi**, Çev. Dilek Arlı Çil, vd., İstanbul, Alfa Basım, 2015, s. 115.

bağlamında belirsiz tasvirlerin konuyla doğrudan ilişikli olmadığını dile getirmektedir: "Belirsiz tasvirlerle ilintili değişik sorunlar vardır; ben onları geçiyorum çünkü tartışmak istediğim konuyla doğrudan ilişkili değiller."[278] Dolayısıyla Russell'ın konuyla doğrudan bağlantısı olduğunu düşündüğü belirli tasvirlerin[279] analizi bu bölümümüzün ilgi odağı olacaktır.

4.1.1. Russell'ın Meinong ve Frege Eleştirisi

Russell, kendinden önce tasvirlere dair oluşturulan görüşlerin doğru olmadığını ve bu sebepten dolayı da birçok zorluklarla karşılaşıldığını ifade etmektedir. Bu zorluklardan ilki önermelerin sözel dile getirilişinde bulunan tasvirleri, önermelerin gerçek bileşenlerine karşılık geldiğini düşündüğümüzde karşımıza çıkan zorluklardır.[280] Russell, bu tür düşünceyi barındıran düşünürlerin başında Meinong'u örnek olarak gösterir ve onun bu düşüncesini eleştirir. Meinong, ünlü nesneler kuramında düşünülebilir her şeyi nesne olarak kabul etmektedir. Çünkü ona göre bir nesnenin özelliği onun varlığından bağımsız olabilmektedir. Meinong bu düşüncesini söz konusu kuramının içinde bağımsızlık ilkesi olarak adlandırmaktadır.[281] Bu ilkeye göre nesnelerin özellikleri varoluşlarından bağımsız bir şekilde mevcut olabilmektedir. Meinong, bu düşüncesi ile sadece varlık sahibi olan değil varlık sahibi olmayanları da içine alan zengin bir nesneler kuramına sahip olmaktadır. Olağan varolan nesnelerin yanı sıra ideal nesneleri mesela matematik nesneleri ve hatta özellikle ilk bakışta tuhaf görünse de var olmayan nesneleri de ontolojisine dahil etmiştir ve bu bağlamda varoluş, nesne olmanın bir koşulu olarak görülmemektedir, mesela 'yuvarlak kare' bu türden bir nesnedir.[282] Bu bağlamda Meinong'a göre tasvirler de birer nesne olmaktadır. Tasvirlerin birer nesne olarak görülmesi aynı zamanda tasvirleri, önermelerin birer bileşeni olarak görmeyi de beraberinde

[278] Bertrand Russell, **Mysticism and Logic and Other Essays,** London, George Allen & Unwın Ltd Ruskın House Museum Street, 1959, s. 124.
[279] Çalışma içerisinde 'tasvir' denildiğinde bundan sonra 'belirli tasvir' kastedilecektir.
[280] Russell, **On Denoting**, s. 876.
[281] Alexius von Meinong, "The Theory of Objects", Trans. Isaac Levi, D. B. Terrell, and Roderick M. Chisholm, **Realism and the Background of Phenomenology**, 1960, s. 82.
[282] Uğur Ekren, "Alexius Von Meinong Ve Nesneler Teorisi", **Kutadgubilig Felsefe-Bilim Araştırmaları Dergisi**, Sayı 17:9-26, Mart 2010, s. 22.

getirmektedir. Örneğin "Yuvarlak kare yuvarlaktır." önermesini ele aldığımız zaman 'yuvarlak kare' terimine birer nesne niteliği atfedilmiş olup önermenin bir bileşeni olarak görülmektedir. Bu durum 'yuvarlak kare' ve bu türden nesnelere ontolojik bağlılık tanınmasına olanak vermektedir. Russell, var olmayanlara ontolojik bağlılık atfedilmesini sorunlu bulmaktadır.[283] Çünkü var-olmayana nesne gözüyle bakılması kendi içinde bir çelişki oluşturmaktadır. Russell'ın zihnini 'Varlığa sahip olmayan bir nesne nasıl olabilir?' sorusu meşgul etmektedir. Ona göre ortada bir nesne var ise o zaman söz konusu nesne bir tür varlığa sahip olmalıdır çünkü varlığı olmayan bir nesnenin olabileceği düşünülememektedir. İşte Russell'ın temel eleştirisi burada yatmaktadır. Russell'a göre Meinong'un bu kuramı çelişmezlik yasasının ihlaline sebep vermektedir. Çünkü onun nesneler kuramına göre varolan Fransa'nın şimdiki kralının hem var olduğu hem de varolmadığı; yuvarlak karenin hem yuvarlak hem de yuvarlak olmadığı vb. ileri sürülmektedir. Bu türden nesnelerin kalıcı olmadıkları kabul edilse bile, yine de nesneler olarak varsayılmaktadır ve bu görüş doğrultusunda çelişmezlik ilkesinin ihlali kaçınılmaz olmaktadır.[284] Meinong, Russell'ın bu eleştirisine yanıt olarak, çelişmezlik ilkesinin sadece var olan ve kalıcı olan nesnelere uyguladığını; var-olmayanlara karşı çelişmezlik yasasının uygulanamayacağını belirtmektedir. Russell, Meinong'un yanıtını mantık ilkelerinden biri olan çelişmezlik yasasının bu tarz bir ayrıma dahil edilemeyeceğini belirterek kabul etmemektedir. Russell, Meinong'un var olmayan fakat var olan nesneler kavramının bilim tarafından desteklenmeyen son derece mantıksız bir kavram olarak düşünmektedir. Çünkü Russell, çeşitli bilimler tarafından incelenen tek bir dünyanın yani gerçek dünyanın bulunduğunu ve mantığın diğer bilimler tarafından incelenen aynı dünyayı içermesi bakımından diğer bilimlerden tamamen farklı bir şey olmadığını vurgulamaktadır:

> "Bana öyle geliyor ki, bu tür teorilerde en soyut çalışmalarda bile korunması gereken gerçeklik duygusunda bir eksiklik bulunmaktadır. Mantık, zooloji biliminin kabul edeceğinden daha fazla tek boynuzlu atı kabul etmemelidir; çünkü mantık, saha soyut

[283] Çağdaş Burak Karataş, "Russell-Meinong Tartışması Üzerine", **Felsefe Arkivi Dergisi**, Sayı 53: 35-54, 2020, s. 39.
[284] Russell, **On Denoting**, s. 876.

> ve genel özellikleriyle ilgili olsa da, tıpkı zooloji kadar gerçek dünyayla ilgilenmektedir."[285]

Russell'ın söz konusu ifadesi doğrultusunda var olmayan nesnelerin sözde varlığının mantıkta kabul edildiğini düşünmek için hiçbir nedenin olmadığı görülmektedir. Aynı zamanda Russell'ın Meinong'un var olmayan nesneleri ontolojisine dahil etmesini doğru bulmadığını Whitehead ile birlikte yazmış olduğu *Principa Mathematica* adlı eserindeki şu ifadelerinden anlaşılmaktadır:

> "'Yuvarlak kare yoktur' dediğimizi varsayalım. Bunun doğru bir önerme olduğu açık görünüyor, ancak bunu 'yuvarlak kare' denen belirli bir nesnenin varlığını yadsımak olarak kabul edemeyiz. Çünkü böyle bir nesne olsaydı, var olurdu. Önce belli bir nesnenin var olduğunu kabul edip, sonra böyle bir nesnenin var olduğunu yadsıyamayız."[286]

Russell, Frege'nin teorisinin Meinong'un kuramına yöneltmiş olduğu itiraza yenik düşmediğini fark etmiştir. Çünkü Frege, bir ismin anlamı ve gönderimi arasında ayrım yapmaktadır. Frege'ye göre bir ismin anlamı söz konusu ismin dildeki karşılığı olarak kullanılan semboller olarak görülür iken bu semboller ile işaret edilen nesnenin kendisini ise söz konusu ismin gönderimi olarak adlandırılmaktadır. Başka bir deyişle Frege, bir ismin anlamı ile gönderimin sunum tarzını[287] ve bir ismin gönderimi ile ismin belirttiği veya uygulandığı nesneyi kastetmektedir.[288] Frege'ye göre anlamı olan her ismin bir gönderimi olma zorunluluğu bulunmamaktadır; anlamı olan ama hiçbir gönderimi olmayan isimler de bulunmaktadır. Frege'nin görüşünde 'Fransa'nın şu anki kralı', 'dünyadan en uzak gök cismi', 'yuvarlak kare' vb. gibi tasvirler isim olarak ele alınmaktadır. Dolayısıyla ona göre 'yuvarlak kare' gibi ifadelerin bir gönderimi olmasa dahi bir anlama sahip olabilmektedir. Russell, bu yaklaşımın bazı mantıksal

[285] Russell, **Introduction to Mathematical Philosophy,** s. 169.
[286] Whitehead&Russell, **Principia Mathematica Volume I**, s. 66.
[287] Gottlob Frege, "On Sense and Reference", **The Philosophical Review 57**, No. 3, 1948, ss. 209-230, s. 210.
[288] Frege, **a.g.e,.** s. 214.

zorluklardan kaçındığını kabul etmektedir.[289] Frege, aynı zamanda gönderimi olmayan ifadeleri içeren önermelerin herhangi bir doğruluk değerine sahip olamayacağı düşüncesini taşımaktadır. Çünkü önermeyi oluşturan öğeler, söz konusu önermenin birer parçalarıdır ve bir önerme herhangi bir gönderime sahip olmayan bir öğe barındırdığı takdirde kendisi de bir gönderime sahip olmayacaktır. Frege'nin görüşüne göre sadece gönderimi olan önermeler doğruluk değerine sahip olabilmektedir. 'Yuvarlak kare', 'pegasus', 'şahmeran' vb. herhangi bir gönderimi olmayan unsurlar bulundukları önermeyi de gönderimsiz yapmaktadır. Bu tarz önermeler ne doğru ne de yanlış olarak nitelendirilir; onların herhangi bir doğruluk değeri bulunmamaktadır.

Russell, Frege'nin teorisini tasvir içeren önermelerin doğruluk değerlerini yadsıması bağlamında doğru bulmamaktadır. Çünkü kendisi Frege'nin aksine herhangi bir gönderimi olmayan önermelerin bir doğruluk değerine sahip olabileceğini düşünmektedir. Russell'a göre bir önermenin doğruluk değerine sahip olabilmesinin koşulu bir anlam taşımasına bağlıdır. Russell'da yalnızca anlamlı önermeler bir doğruluk değerine yani doğru ya da yanlış değerine sahip olabilmektedir. Frege ise herhangi bir gönderimi olmayan önermeyi anlamlı bulmakla beraber bir doğruluk değerine sahip olamayacağını belirtmektedir. Oysaki Russell, gönderimi olmayan önermelerin 'yanlış' değeri alabileceğine inanmaktadır. Çünkü herhangi bir gönderimi olmayan önermelerin hakkında bildirim içerdikleri şeyin bir gönderimi olmaması sebebiyle önerme doğrulanamamakta ve böylelikle yanlış değerini almaktadır.[290] Russell'ın tasvirler teorisini ortaya koyma sebeplerinden biri yeterince iyi analiz edilememiş olan unsurlar ve bu unsurların bulunduğu önermelerin dilbilgisel açıdan doğru çözümlemesinin yapılamamasıdır. Frege'nin kuramına göre bir önermeyi anlamak onun bileşenlerini anlamayı da gerektirmektedir.[291] Russell, kuramın bu noktasında sorun bulmamaktadır, onun sorun olarak dile getirdiği nokta tasvirlerin önermenin bir bileşeni olarak görülmesidir. Çünkü tasvirler bir önermenin parçaları değildir; önermenin parçaları olduğu takdirde Frege'nin kuramında olduğu gibi birtakım zorluklar ile karşılaşılır. Frege, eğer tasvirleri önermenin bileşenleri olarak

[289] S. Marc Cohen, **Russell: "On Denoting"**, 2018, (Çevrimiçi) Microsoft Word - Russell Display.doc (washington.edu), 7 Haziran 2022.
[290] Tarhan, **Husserl Ve Frege'de Anlam Sorunu**, s. 17.
[291] Tarhan, **a.g.e**, s. 63.

görmeseydi gönderimi olmayan unsurlar, önermenin gönderimini ve dolayısıyla doğruluk değerini de etkilemeyecekti.

4.1.2 Tasvirlerin Mantıksal Sorunu ve Russell'ın Çözüm Önerileri

Russell, tasvirlere dair yaşanan sorunların gramatik bir yapı sorunu olduğunu ve tasvirleri içeren önermelerin mantıksal çözümlemesinin yapılması ile sorunun ortadan kalkacağını ifade etmektedir. Çünkü önermenin mantıksal çözümlemesi yapıldığı takdirde tasvirler bölünür ve ortadan kaybolurlar. Russell'ın vermiş olduğu örneğe bakalım: "Scott, Waverley'in yazarıdır." önermesinin çözümlenmesinde genel kanı 'Scott', 'Waverly'in yazarı' ve '-dır' şeklinde üç unsura sahip olduğu yönündedir. Russell, bu görüşün yanlış olduğunu ve 'Waverley'in yazarı' ifadesinin hiçbir şekilde önermenin bir bileşeni olarak görülemeyeceğini belirtmektedir.[292] Russell, bir önermede tasvire karşılık gelebilecek herhangi bir bileşenin bulunmadığını 'Tek boynuzlu at yoktur.' önerme örneğinde daha detaylı bir şekilde anlatmaktadır:

> "Eğer tek boynuzlu at bu önermenin bir bileşeni ise bu durum gerçekleşemez; çünkü hiç boynuzlu at olmadığı sürece bir bileşen olamayacağı açıktır. Şüphesiz önermelerin bileşenleri, onlara karşılık gelen olguların bileşenleriyle aynı olduğu ve tek boynuzlu atın var olmadığı bir olgu olduğu için, tek boynuzlu atın bu olgunun bir bileşeni olamayacağı çok açıktır; çünkü eğer tek boynuzlu atın bileşeni olduğu bir olgu olsaydı, tek boynuzlu at olmuş olurdu ve tek boynuzlu atın var olmadığı doğru olmazdı."[293]

Görüldüğü üzere Russell'a göre tasvirler, içinde geçtikleri önermelerin birer öğesine karşılık gelmemektedir. Eğer tasvirler içinde geçtikleri önermelerin birer öğesi olarak ele alınmış olsaydı söz konusu tasvirlerin varlığı ile ilintili önermelerin doğruluğu ya da yanlışlığı hakkında zorluklar yaşanırdı. Russell bu zorlukları önlemek amacıyla tasvirlerin, içinde geçtikleri önermelerin bir bileşeni olarak kabul görülmemesi görüşünü ileri sürmektedir. Russell bu görüş ile birlikte tasvirlerin aynı

[292] Russell, **The Philosophy of Logical Atomism**, s. 85.
[293] Russell, **a.g.e.,** s. 12.

zamanda tek başlarına herhangi bir anlam içermediklerini; sadece bulundukları önermeler bağlamında bağlamsal bir anlamları olduğunu da belirtmektedir: *On Denoting* adlı makalesinde bu görüşünü şu şekilde dile getirmektedir:

> "Benim savunmak istediğim gönderim kuramının[294] ilkesi şudur: gönderim ifadelerinin hiçbir zaman kendi başlarına bir anlamı yoktur ama sözel ifadelerinde bulundukları her önermenin bir anlamı vardır. Gönderimle ilgili yaşanan güçlüklerin hepsinin, sözlü ifadelerinde gönderim ifadeleri içeren önermelerin yanlış analizinden kaynaklandığına inanıyorum."[295]

Russell, *Principia Mathematica* adlı eserinde de söz konusu düşüncelerini devam ettirmektedir. Russell, *Principia Mathematica*'da tasvirler için bir tanım sağlamamaktadır çünkü ona göre bir tasvir, tek başına hiçbir anlamı olmayan tamamlanmamış bir simgedir; yalnızca belirli bir bağlamda tanımlanabilir.[296] Bu nedenle Russell, bir tasvir için koşullu veya açıklayıcı bir tanım sağlamak yerine, söz konusu tasvirin içinde bulunduğu önerme bakımından bağlamsal bir tanım sunmaktadır. Russell, ilgili konuyla yaşanan güçlüklerin ana nedeni olarak tasvirleri değil, tasvirlerin bulunduğu önermelerin yanlış analizinden kaynaklandığını düşünmektedir. Dolayısıyla, bir tasvirin bağlamsal bir tanımının yapılabilmesi için gerekli olan şey, söz konusu tasviri içeren önermeyi, o tasviri içermeyen eşdeğer bir önermeye dönüştürmektir.[297] Russell, tasvirlerin bulundukları önermelerin doğru mantıksal analizinin yapılması ile bu zorlukların çözüleceğine inanmaktadır. Russell, söz konusu sorunları üç paradoks altında birleştirmektedir ve önermelerin gündelik dildeki analizlerini mantıksal analize indirgeyerek paradoksların çözümünü sunmaktadır. Şimdi bu paradoksların neler olduğuna bakalım.

---

[294] Russell, tasvirler teorisini On Denoting adlı makalesinde temellendirmeye başlamıştır. Daha sonraki çalışmalarında *'tasvirler'* olarak niteleyeceği söz öbeklerin söz konusu makalede '*gönderim deyimleri'* olarak bahsetmektedir. Dolayısıyla gönderim deyimleri için ifade ettiği düşünceleri aynı zamanda tasvirler için de geçerli olmaktadır.
[295] Russell, **On Denoting,** s. 874.
[296] Whitehead and Russell, **Principia Mathematica Volume I**, s. 66.
[297] Mostofa Nazmul Mansur, **Bertrand Russell's Theory of Definite Descriptions: an Examination,** Doctoral Thesis, Unıversıty Of Calgary, Alberta, 2012, s. 13.

İlk ele alacağımız paradoks Leibniz'in ayırt edilemeyenlerin özdeşliği yasası ile ilgilidir. Leibniz yasasına göre eğer herhangi bir x ve y özdeş ise x hakkında doğru olan her şey y hakkında da doğru olacaktır ve aynı şekilde bunun tersi de geçerlidir. Yani bir önermenin doğruluk ya da yanlışlığında herhangi bir değişiklik olmadan x ile y birbirinin yerine konulabilmektedir. Russell, söz konusu paradoksu "IV. George Scott'ın Waverley'in yazarı olup olmadığını öğrenmek istedi." önermesi ile gözler önüne sermektedir. Scott, gerçekten de Waverley'in yazarıdır. O halde özdeşlik yasası gereği özdeş olan iki unsuru birbirinin yerine kullanarak "IV. George Scott'ın Scott olup olmadığını öğrenmek istedi." önermesi elde edilmektedir. Ancak elde ettiğimiz bu önerme ile ilk ele aldığımız önerme arasında bir farklılık olduğu hemen görülecektir. İlk önerme olan "IV. George Scott'ın Waverley'in yazarı olup olmadığını öğrenmek istedi." ifadesi bir bilgi içeriyor iken elde ettiğimiz son önerme olan "IV. George Scott'ın Scott olup olmadığını öğrenmek istedi." ifadesi ise bir totolojiyi barındırmaktadır. Hâlbuki Russell'ın da dediği gibi Avrupa'nın en centilmen kişisinin özdeşlik yasasına ilgi duyduğu söylenemez.[298] IV. George, Scott'ın Scott olduğu ile ilgilenmemektedir; Waverley'i yazan kişinin Scott olup olmadığını bilmek istemektedir.

Russell'ın ikinci paradoksu üçüncü halin olanaksızlığı yasasının ihlali ile ilgilidir. Bu yasaya göre bir önerme ya da önermenin değillemesi doğru olmalıdır. Eğer **Ω** doğru ise ~Ω yanlıştır, eğer **Ω** yanlış ise ~Ω doğu olmalıdır. Bir önerme ve değillemesi düşünüldüğünde bunlardan birisi doğru ise diğeri yanlış olmalıdır. Üçüncü halin olanaksızlığı yasasına göre doğru ve yanlış değerleri dışında başka bir değer bulunmamaktadır. Russell, söz konusu paradoksu "Fransa'nın şimdiki kralı keldir." ve "Fransa'nın şimdiki kralı kel değildir." önermeleri ile ifade etmektedir. Bu iki önermeden biri doğru biri yanlış olmalıdır çünkü bu iki önerme birbirinin değillemesini oluşturmaktadır. Ancak dünyada kel olan varlıkları tek tek saydığımızda ve yine aynı şekilde dünyada kel olmayan varlıkları tek tek saydığımız takdirde Fransa'nın şimdiki kralı iki listede de yer almayacaktır. O halde Fransa'nın şimdiki kralının kel olduğunu ve Fransa'nın şimdiki kralının kel olmadığını öne süren önermelerin ikisinin birden yanlış olduğu sonucuna mı ulaşacağız? Russell, "Sentezi

[298] Russell**, On Denoting**, s.879.

seven Hegelciler büyük olasılıkla kralın peruk taktığı sonucuna varacaklardır." ifadesinde bulunmaktadır.[299] Üçüncü halin olanaksızlığı yasası gereği bir önermenin ve onun değillemesinin aynı anda doğru ya da aynı anda yanlış olması mümkün değildir. Açıkça görülüyor ki burada üçüncü halin olanaksızlığı yasasının ihlalinin mevcut olduğu bir paradoks bulunmaktadır.

Russell'ın üçüncü paradoksunu negatif varoluşsallık olarak yani herhangi bir şeyin varlığını inkar etmenin kendi içinde çelişkili olduğu görüşüyle ilgilidir.[300] Bir şeyin varolmadığını dile getirmek istediğimizi düşünelim. Varlığını inkar etmek istenilen şeyi seçmek için onu gösteren bir cümle kullanılması gerektiği zaman bu nasıl sağlanacaktır? Diyelim ki bunu başardık; peki bu durumda söz konusu şeyin varlığını inkar etmek ne kadar doğru olacaktır? Russell, bu durumu şu şekilde ifade etmektedir;

> " 'A, B'den farklıdır' önermesini düşünün. Bu doğruysa A ve B arasında bir fark vardır ve bu olgu 'A ve B arasındaki fark kalıcıdır.' biçiminde dile getirilebilir. Ancak A'nın B'den farklı olduğu yanlışsa, o zaman A ve B arasında hiçbir fark yoktur. Bu olgu 'Ave B arasındaki fark kalıcı değildir.' şeklinde dile getirilebilir. Ancak olmayan bir varlık nasıl bir önermenin öznesi olabilir?"[301]

Özne olan gösterge terimi hiçbir şeyi göstermiyorsa cümle nasıl doğru olabilir? Sonuçta hakkında olması gereken hiçbir şey bulunmamaktadır. Fakat bir şeyi gösteriyorsa ya da belirtiyor ise öznesinin belirttiği şeyin varlığını inkar etmekle kendi kendisiyle çelişiyor olarak gözükmesine sebep verecektir. 'F yoktur' biçimindeki olumsuz varoluş önermesi doğru olduğunda söz konusu önermenin içerdiği tasviri karşılayan herhangi bir şey bulunmamaktadır. Russell'ın örneğinde de olduğu gibi A ve B farklı değillerse 'A ve B arasındaki fark' gibi bir nesnenin varlığı nasıl ortaya koyulacaktır? Yine başka bir örnek "Güneşin dünya etrafında bir dönüşü yoktur." Eğer güneşin dünya etrafında bir dönüşü yok ise önermenin öznesi olan 'Güneşin dünya etrafında bir dönüşü' ifadesi nasıl kullanılabilmektedir?

---

[299] Russell, **On Denoting**, s. 879.
[300] Cohen, **Russell: "On Denoting"**, s. 5.
[301] Russell, **a.g.e.**, s. 879.

Böylelikle Russell'ın öne sürmüş olduğu üç paradoksu dile getirmiş olduk. Dikkatlice bakıldığında bu üç paradoksun her biri klasik mantığın başlıca yasalarından biri ile ilgili olduğu görülecektir.[302] Şimdi Russell'ın bu paradokslara getirmiş olduğu çözümlere bakalım.

Russell'a göre bir tasvirle ilgili fark edilmesi gereken ilk şey, onun bir isim olmadığıdır. Bir isim, yalın bir semboldür yani sembol olan herhangi bir parçası bulunmayan bir semboldür.[303] Russell örnek olarak "Waverley'nin yazarı"nı göstermektedir. "Waverley'nin yazarı" bir isim değildir; o bir tasvirdir. Çünkü "Waverley'nin yazarı', sembol olan parçalar içeren bir karmaşık sembol ifadesidir. Bu semboller şu şekildedir:[304] 'the', 'author', 'of' ve 'Waverley' olmak üzere dört adet semboldür. Bir isim ile tasvir arasındaki ayrım oldukça önemlidir. Bir tasvire bir isimmiş gibi davranıldığı takdirde "Scott, Waverley'nin yazarıdır." gibi bir önermede Scott ile Waverley'nin yazarı özdeş görülerek ikisinin de aynı kişi olduğu kanısına varılacaktır. Bu kanı sadece bir yanılsamadır. Çünkü "Scott", belirli bir kişiyi göstermek için geleneksel bir biçimde kullanılan, salt bir ses ya da biçimdir; bir birey ile ilgili herhangi bir bilgi vermemektedir.[305] "Scott", yani bir isim, bir bireyin nasıl adlandırıldığı ile ilgili olması dışında başka herhangi bir olguya dayanmamaktadır. Fakat "Waverley'nin yazarı", adlandırılmaya gerek kalmadan da Waverley'nin yazarı olmaktadır. Çünkü onun yazar olduğu olgusu fiziksel bir olgudur ve herhangi bir adlandırma tercihi yoluyla onun Waverley'nin yazarı olup olmadığı belirlenmemektedir.[306] Açıkça görüleceği üzere "Waverley'nin yazarı", "Scott"tan yani bir tasvir bir isimden oldukça farklı bir şeydir. Dolayısıyla ilk paradoksta bahsedilen "IV. George Scott'ın Waverley'nin yazarı olup olmadığını öğrenmek istedi." önermesinde *Waverley'nin yazarı* ifadesi ile *Scott* ifadesi ile yer değiştirilemez. Çünkü biri tasvir iken biri isimdir. Russell, bunu göstermek için tasvir içeren önermeleri, söz konusu hiçbir tasviri içermeyen üç önermenin birleşimini ele

[302] Janet Farrell Smith, "The Russell-Meinong Debate", **Philosophy and Phenomenological Research**, Vol. 45: 305-350, No. 3, 1985, s. 316.
[303] Russell, **The Philosophy of Logical Atomism**, s. 80.
[304] Burada Russell'ın anlatımına sadık kalmak adına önermenin özgün hali olan " The author of Waverley" ifadesi dikkate alınmıştır.
[305] Russell, **Mysticism and Logic and Other Essays,** s. 130.
[306] Russell, **The Philosophy of Logical Atomism**, s. 81.

alan bir teknik öne sürmektedir. Russell'a göre paradoksları çözmenin yolu tasvirlerin özgün gönderme terimleri olmadıklarını fark etmekte gizlidir. Ona göre, söz konusu tümcelerin tam bir analizini yaptığımız takdirde onların aslında karmaşık niceliksel ifadeler olduklarının farkına varırız ve böylelikle paradokslar çözüme kavuşturulmuş olur.[307] Bu bağlamda ilk paradoksu ele alalım ve paradoksun oluştuğu düşünülen "IV. George Scott'ın Waverley'nin yazarı olup olmadığını öğrenmek istedi." önermesinin tasvir içeren kısmı yani 'Scott'ın Waverley'nin yazarı' ifadesinin mantıksal analizini yapalım.

1) Waverley'nin yazarı en az bir kişidir.
2) Waverley'nin yazarı en fazla bir kişidir.
3) Waverley'i her kim yazdı ise o kişi Scott'tır.

Eğer Waverley'i yazan hiç kimse olmamış olsaydı yazar olamazdı dolayısıyla birinci önerme Waverley'i yazan en az bir kişi olduğunu ifade ederek ortada bir yazardan bahsedilmesini sağlamaktadır. Eğer Waverley'i yazan iki kişi bulunmuş olsaydı yine yazardan söz edilemezdi. İkinci önerme Waverley'i yazan en fazla bir kişi olduğunu dile getirerek birden fazla yazar olmadığını belirtmektedir. Fakat sadece bu önerme ile kısıtlı kalındığı takdirde Waverley'i yazan herhangi bir kişinin olmadığı sonucuna da ulaşılabilir. Sonuçta en fazla bir kişinin yazdığından söz etmemektedir; ya hiç kimse yazmamıştır ya da bir kişi yazmıştır. O yüzden Waverley'i yazan en az bir kişi olduğunu dile getiren ilk önerme ile birlikte ele alınmalıdır ki Waverley'i yazanın yalnızca ve tek bir kişinin yazdığı sonucuna ulaşılabilsin. Son önerme ise Waverley'i yazan bu biricik kişinin Scott olduğunu söylemektedir. Bu durumda önerme, "Bir ve sadece bir varlık Waverley'i yazdı ve Scott o varlıkla özdeştir." biçimini almış bulunmaktadır. Russell bu ifadenin daha açık biçimi olarak "x için her zaman yanlış değildir ki x, Waverley'i yazdı; eğer y Waverley'i yazdı ise y'nın x ile özdeş olduğu her zaman doğrudur ve Scott x ile özdeştir." önermesini ifade etmektedir.[308] Bu ifade sembolik dilde ifade edildiğinde ise "∃x (x, Waverly'i yazdı ∧ ∀y (y, Waverley'i yazdı

[307] Kenneth A. Taylor, "Bertrand Russell", **Philosophy of Language: The Key Thinkers**, Edited by Barry Lee, ss. 56-76, 2011, s. 60.
[308] Russell, **On Denoting**, s. 882.

→ y=x) Λ x= Scott)" şeklini almaktadır.[309] Bu şekli ile önermeye bakıldığında yani önermenin mantıksal analizi yapıldığında paradoksun çözüldüğü görülecektir. Çünkü önermenin mantıksal çözümlenmesinde 'Waverley'nin yazarı' ifadesinin kaybolduğuna dikkat çekmek isteriz. Bu durumda 'Scott'ın yerini alacağı bir 'Waverley'nin yazarı' na karşılık gelen herhangi bir ifade bulunmamaktadır. Böylelikle "Waverley'nin yazarı Scott'tır." ifadesi, birinci dereceden mantık analizine indirgenmesi bağlamında önermenin bir özdeşlik ifadesi olmadığı ortaya konmaktadır. Aynı zamanda söz konusu önermelerin mantıksal analizi yapıldığında ortaya çıkan diğer bir durum da tasvirlerin bulundukları önermelerin özneleri olmadığıdır. Gündelik dil kullanımında tasvirler birer özne konumunda nitelendirilmektedir ve bu durum yukarıda sözünü etmiş olduğumuz paradokslara neden olmaktadır. Russell'ın önerdiği teknik ile önermeler artık özne-yüklem biçiminde değillerdir. Peki, Russell'ın tekniğinde yani önermelerin mantıksal çözümlenmesinde özne konumunda ne yer almaktadır? Russell, bu sorunun yanıtını şu şekilde vermektedir: "Öyleyse önermemizin gerçek öznesi bir önermesel fonksiyondur."[310] Çünkü söz konusu yargılarda tasvirsel ifadeler parçalanarak onların yerine bir değişken atfedilir ve böylelikle bir önermesel fonksiyon ile karşılaşılır. Örneğin Russell, "Waverley'nin yazarı vardır." önermesi ile aslında "x, Waverley'i yazdı ifadesinin x, c iken doğru, x, c değilken yanlış olduğu bir c varlığı vardır." ifadesinin kastedildiğini ifade etmektedir.[311] Sunulan bu önermede 'Waverley'nin yazarı' ifadesi ortadan kaybolmuş ve önermeye x değişkeni sokularak önermesel fonksiyonları olan '-vardır' ifadesi ortaya çıkmış bulunmaktadır. Gündelik dil kullanımında gramer öznesi olan tasvirler, mantıksal çözümlemenin sonucunda değişken biçimini alarak özne, önermesel fonksiyona dönüştürülmektedir. Russell, son analizde ortaya çıkan önermelerin genel biçimini şu şekilde tarif etmektedir: "falan-filân olan bir şey vardır; bu bir şey de şu-şudur." biçiminde bir önerme elde ederiz." [312]

Russell, *On Denoting* 'de paradoksların çözümünü tasvirlerin birincil ve ikincil oluşumları arasındaki ayrıma dayanarak da sunmaktadır. Birincil ve ikincil oluşum

[309] Cohen, **Russell: "On Denoting"**, s. 6,
[310] Russell, **Mysticism and Logic and Other Essays,** s. 132.
[311] Russell, **Matıksal Atomculuk Felsefesi**, s. 122.
[312] Russell, **Mysticism and Logic and Other Essays,** s. 132.

olarak adlandırılan oluşumlar tasvirlerin kapsam alanını ifade etmektedir. Russell, bir tasvirin geniş bir kapsamda ele alındığı durumu birincil oluşum; bir tasvirin dar bir kapsamda ele alındığı durumu ise ikincil oluşum olarak adlandırmaktadır.[313] İlk paradoksta ele alınan önermeyi bu bağlamda inceleyelim.

1. IV. George Scott'ın Waverley'nin yazarı olup olmadığını öğrenmek istedi.

1a. Bir ve yalnızca bir adam Waverley'i yazdı ve IV. George, Scott'ın o adam olup olmadığını öğrenmek istedi.

1b. IV. George, Waverley'nin yazarının bir ve yalnızca bir adam olup olmadığını ve Scott'ın o adam olup olmadığını öğrenmek istedi.

Russell (1) önermesinin (1a) ve (1b) olmak üzere iki farklı şekilde yorumlanabileceğini ifade etmektedir. İlk ifade edilişte (1a) tasvir, geniş bir kapsamda yani birincil oluşum bağlamında ele alınmıştır ve bu IV. George'un Scott'un Scott ile aynı olup olmadığını bilmek istediği sezgisini yansıtıyor gibi görünmektedir. İkinci ifade ediliş (1b) ise tasviri dar bir kapsamda ele almıştır ve ikincil bir oluşum içerisindedir. Russell, doğru bir mantıksal analizde herhangi bir tasvirin önerme içerisinde ikincil oluşum şeklinde olması gerektiğini belirtmektedir. Çünkü ona göre herhangi bir tasvirin bir önerme içinde ikincil konumda olması, tasvirin söz konusu önermenin bir bileşeni olan bir *p* önermesi içinde geçmesi ve tasvirin bir başka terimle değişimi bütün önermede değil *p* içinde etkili olması demektir.[314]

Russell, ikinci paradoksun çözümünü de tasvirlerin kapsamı bağlamında ele almaktadır.[315] Hatırlanacağı üzere ikinci paradoksun konusu üçüncü halin olanaksızlığı yasasının ihlali ile ilgiliydi. Bu yasaya göre ya 'Fransa'nın şimdiki kralı keldir' ya da 'Fransa'nın şimdiki kralı kel değildir' ifadesinin doğru olması gerekmektedir. Çünkü yasa, bir önerme ile söz konusu önermenin değillemesi halinde bunlardan birisinin doğru diğerinin ise yanlış olacağını söylemektedir. Ancak ortada kel olma ya da kel olmama özelliğini kendisine atfedebileceğimiz mevcut bir Fransa kralı bulunmamaktadır. Dolayısıyla her iki önerme de doğru değil gibi gözükmektedir

[313] Cohen, **Russell: "On Denoting"**, s. 7.
[314] Russell, **On Denoting**, s. 883.
[315] Russell, **a.g.e.**, s. 884.

ve paradoks bu noktada ortaya çıkmaktadır. Russell'a göre sorun, gündelik dilde birbirinin değillemesi gibi gözüken bu iki önermenin aslında birbirinin değillemesi olmadığının farkına varılamamasıdır. Russell'ın analizi söz konusu örneğe uygulandığı takdirde bu durum daha görünür bir hal alacaktır.

2. 'Fransa'nın şimdiki kralı keldir.' önermesi Russell'ın yorumuyla

2a. 'Fransa'nın şimdiki kralı olan bir ve yalnızca bir x vardır ve x keldir' biçimini almaktadır.

3. 'Fransa'nın şimdiki kralı kel değildir' önermesi gündelik dilde (2) önermesinin değillemesi olarak görülmektedir.

Russell, (2)/(2a) önermesinin değillemesinin en az iki şekilde yorumlanabileceğini söylemektedir. Bu iki yorumlamadan biri birincil oluşum yani geniş kapsamlı bir yorumlama, diğeri ise ikincil oluşum yani dar kapsamlı bir yorumlamadır.

3a. 'Fransa'nın şimdiki kralı olan bir ve yalnızca bir x vardır ve x kel değildir'

3b. 'Fransa'nın şimdiki kralı olan bir ve yalnızca bir x olduğu ve kel olduğu yanlıştır'

(3a) önermesi Russell'ın birincil oluşum dediği yorumlamaya sahiptir ve bu yorumlamaya bakıldığında önermenin doğruluk değeri yanlış olmaktadır. Çünkü önerme mevcut bir Fransa kralının varlığından söz etmektedir ve gerçekte Fransa'nın şu anda bir kralı yoktur. Böylelikle önerme yanlış olmaktadır. Bu durumda (2) önermesi ve onun değillemesi olarak öne sürülen (3a) önermesinin doğruluk değerleri ikisinin de yanlış olması bağlamında aynı olmaktadır. Fakat üçüncü halin olanaksızlığı yasası gereği bir önerme ve onun değillenmiş halinin birlikte aynı doğruluk değerini alması mümkün değildir. Böylelikle (3) önermesinin birincil oluşum yorumlamasının yanlış bir okuma olduğu görülmektedir. İkincil yorumlama olan (3b) önermesine bakıldığında ise mevcut bir Fransa kralının varlığını reddetmesi sebebiyle önermenin doğruluk değeri doğru olmaktadır. Görüldüğü üzere 'Fransa'nın şimdiki kralı keldir' önermesinin değillemesi 'Fransa'nın şimdiki kralı' tasviri birincil oluşum içinde ise

yanlış, ikincil oluşum içinde ise doğru olmaktadır.[316] Russell'a göre söz konusu tasvirin ikincil oluşum içinde olduğu önerme esas alındığında herhangi bir paradoks ortaya çıkmamaktadır. Yani (2)/(2a) önermesinin doğruluk değeri yanlış iken onun değillemesi olarak Russell'ın öne sürmüş olduğu (3b) önermesinin doğruluk değeri doğru olduğundan dolayı üçüncü halin olanaksızlığı yasasının ihlali söz konusu değildir. Russell'ın dediği gibi 'Böylece Fransa Kralı'nın bir peruğu olduğu sonucundan kurtulmuş olduk'[317]

Russell, dilde birincil ve ikincil oluşumların yol açtığı çok anlamlılıktan kaçınılmanın zor olduğunu fakat aynı zamanda mümkün olduğunu ve bu kaçınmanın sembolik mantık ile gerçekleşebileceğini ifade etmektedir.[318] Gerçekten de (3a) ve (3b) önermelerinin sembolik gösterim ile ifade edilişlerine bakıldığında birincil ile ikincil oluşum arasındaki ayrım daha net görülmektedir.

3a. 'Fransa'nın şimdiki kralı olan bir ve yalnızca bir x vardır ve x kel değildir'

$$(\exists x)\,[Kx \wedge (\forall y)\,(Ky \rightarrow y=x) \wedge \sim Bx)]$$[319]

3b. 'Fransa'nın şimdiki kralı olan bir ve yalnızca bir x olduğu ve kel olduğu yanlıştır'

$$\sim (\exists x)\,[Kx \wedge (\forall y)\,(Ky \rightarrow y=x) \wedge Bx)]$$

Russell'a göre tasvir içeren herhangi bir önermenin nasıl değillendiği bilinmediği sürece, Fransa'nın şimdiki kralının kel olduğunun da, kel olmadığının da doğru olmadığı sonucuna ulaşılmaktadır. 'Fransa'nın şimdiki kralı keldir' önermesinin değillenmesine ulaşılmak istendiği takdirde bunu onun kel olduğunu değillemek yerine var olduğunu değilleyerek yapmamız gerekmektedir.[320] Böylece söz konusu önermenin doğru değillemesine ulaşılabilmektedir. Gündelik dilin gramer yapısında

[316] Russell, **a.g.e.**, s. 884.
[317] Russell, **a.g.e.**, s. 884.
[318] Russell, **a.g.e.**, s. 883.
[319] 'Kx' ifadesi 'x, Fransa'nın şimdiki kralıdır'; 'Bx' ifadesi 'x, keldir' olarak ele alınmıştır.
[320] Russell, **The Philosophy of Logical Atomism,** s. 89.

bir önermenin doğru bir değillmesini ifade etmekte belirsizlikler ortaya çıksa da sembolik gösterimde bu belirsizlik ortadan kaybolmaktadır.

Russell'ın son paradoksu bir şeyin var olmadığını nasıl söyleyebileceğimiz sorunu ile ilgilidir. Russell'ın bu paradoks için vermiş olduğu örneği ele alalım. "A ve B arasında fark yoktur" Bu ifadenin doğru olabilmesi için söz konusu nesnenin yani A ile B arasındaki fark, söz konusu niteliğe yani var olma niteliğine sahip olmaması gerekmektedir. Fakat söz konusu nesneyi karşılayan herhangi bir varlık bulunmadığından dolayı söz konusu nesnenin var olma niteliğine sahip olup olmadığına bakılamamaktadır. Bu durumda var olmayan nesnelere gönderim yapılması bağlamında bir paradoks ortaya çıkmaktadır. Russell'a göre bu paradoksun ortaya çıkma sebebi önermelerin gramatik yapısının yanlış analizidir ve tam bir mantıksal analiz yapıldığı takdirde paradoks ortadan kaybolacaktır. "A ve B arasında fark yoktur" ifadesine yüzeysel gramatik bir bakış açısı ile bakıldığında belli bir nesnenin belli bir nitelikten yoksun olduğu sonucu çıkarabilir ve ilk bakışta 'Obama, bir budala değildir' ifadesi ile aynı gramatik yapıya sahipmiş gibi de görünebilir.[321] Ancak bu doğru değildir. Çünkü Russell'ın tasvirler kuramında '*F vardır' (veya 'F yoktur')* biçimindeki varoluşsal ifadelerin *'F, G'dir' '(veya 'F, G değildir')* biçimindeki diğer tasvir içeren ifadelerden karakteristik olarak farklı olduğu söylenebilmektedir. *'F, G'dir' (veya 'F, G değildir')* biçiminde tasvir içeren bir önermenin yüklem konumunda bir yüklemi bulunmaktadır. Ancak *'F vardır' (veya 'F yoktur')* biçimindeki varoluşsal bir cümlenin yüklem konumunda bir yüklemi bulunmamaktadır. [322] Çünkü Russell'a göre varoluşun bir yüklem olarak ele alınması söz konusu değildir ve daha ileri giderek bu görüşe sahip olan felsefeleri de saçmalık olarak nitelendirmektedir:

> "Daha öncede belirttiğim gibi, var olmanın şeylere atfedilen bir nitelik olduğu ve var olan şeylerin var olma niteliğine sahip olduğu ve var olmayan şeylerin ise var olma niteliğine sahip olmadığı görüşüne sahip çok fazla felsefe bulunmaktadır. İster şeylerin türlerini ister tasvirlenen tekil şeyleri alın bu saçmalıktır."[323]

[321] Taylor, **Bertrand Russell,** s. 62.
[322] Mansur, **Bertrand Russell's Theory of Definite Descriptions: an Examination,** s. 27.
[323] Russell, **Mantıksal Atomculuk Felsefesi**, s. 125.

Görüleceği üzere Russell, varoluşu nesnelerin sahip oldukları ya da olmadıkları bir nitelik olarak görmemektedir. Örneğin *'F vardır'* ifadesi *F*'ye bir varlık atfetmez, sadece bir şeyin var olduğunu ve o şeyin F ile özdeş olduğu anlamına gelmektedir. Russell, varoluşun sadece söz konusu önermenin önerme fonksiyonu haline getirildiğinde anlamlı olduğunu ifade etmektedir.[324] Bu durum *'F vardır' (veya 'F yoktur')* biçimindeki bir ifadenin bir önerme fonksiyonunu ileri sürdüğünü göstermektedir. Yani *'F vardır'* biçimindeki bir önerme, 'öyle bir x vardır ki bu x, F'dir' önerme fonksiyonunun x'in en az bir değeri için doğru olduğu ve *'F yoktur'* biçimindeki bir önerme ise 'öyle bir x vardır ki bu x, F'dir' önerme fonksiyonunu doğru yapan hiçbir x değerinin olmadığını yani hiçbir zaman doğru olmadığı anlamına gelmektedir. Bir şeyin varlığını olumlamak, ona belirli bir varlık atfetmek demek değildir; daha çok belirli bir önerme fonksiyonunun en az bir değer için doğru olduğunu iddia etmektir. Bu nedenle bir şeyin varlığını inkar etmek, belirli bir önerme fonksiyonunun hiçbir değerinin doğru olmadığı anlamına gelmektedir. Bu bağlamda 'A ve B arasında fark yoktur' ifadesi "bir ve yalnızca bir x varlığı vardır ki, öyle ki 'x, A ve B arasındaki farktır'" önerme fonksiyonunu doğru yapan herhangi bir x değerinin bulunmadığı anlamına gelmektedir. Eğer ortada bir varlık var ise önermenin bir gönderimi bulunmaktadır; eğer bir varlık yok ise o önermenin bir gönderimi bulunmamaktadır. A ile B arasında bir farkın olduğunu öne süren önermenin bir gönderimi bulunuyor iken A ile B arasında bir farkın olmadığını ileri süren önermenin ise bir gönderimi bulunmamaktadır. Sonuç olarak bir varlığın olumsuzlanması yapılırken o varlıktan söz edilme gibi bir durumun aslında olmadığı görülmektedir. Böylelikle söz konusu ifadenin mantıksal çözümlenmesinde herhangi bir nesneye gönderim yapılmadığı yani herhangi bir nesnenin varlığı varsayılmadığından dolayı herhangi bir paradoks da oluşmamaktadır.

[324] **A.y.**

4.2. Tipler Teorisi

Russell, matematiğin mantığa indirgenebileceği düşüncesini kanıtlama yolunda büyük gelişmeler kaydetmiştir. Özellikle *Matematiğin İlkeleri* adlı eserinin ilk taslağını yazdığı tarihte yani 1900 yılının Aralık ayında tüm güçlüklerin çözüldüğünü ve tüm sorunların sona erdiğine inanmaktaydı. Hatta söz konusu tarihten bir önceki Temmuz ayına kadar geçen süreyi de entelektüel bir balayı olarak nitelendirmişti.[325] Ancak bu balayı fazla uzun sürmemiş ve Mayıs 1901'de Russell'ın 'entelektüel balayı' birdenbire sona ermiştir. Kendisi bu durumu şu şekilde ifade etmektedir: "Balayı uzun sürmedi ve ertesi yılın başlarında entelektüel keder tam anlamıyla üzerime çöktü."[326] Russell'ın bu ifadelerinin sebebi düşünce tarihinde kendi ismini taşıdığı Russell paradoksunu bulmuş olmasıdır. Russell'ın paradoksu, mantıksal veya küme-kuramsal paradoksların en ünlüsüdür. Russell'ın bu paradoksu keşfetmesinde Cantor'un sonsuz sayılarla ilgili ortaya koyduğu düşünceler oldukça etkili olmuştur. Cantor, ilk kez en büyük kardinal sayının olmadığı düşüncesini paylaştığında Russell bu düşünceye karşı çıkmıştır fakat ilerleyen yıllarda Cantor'un düşüncesini daha detaylı incelediğinde ona haksızlık ettiğinin farkına varmıştır. Russell bu süreci şu ifadeleri ile anlatmaktadır:

> "Bu çelişkiye, Cantor'un en büyük kardinal sayı olmadığına dair kanıtını düşünerek ulaştım. Masumiyetimle, dünyadaki tüm nesnelerin sayısının mümkün olan en büyük sayı olması gerektiğini düşündüm ve ne olacağını görmek için kanıtı bu sayıya uyguladım. Bu süreç beni oldukça ayrıcalıklı bir sınıfın değerlendirilmesine götürdü. Şimdiye kadar yeterli görünen çizgide düşününce, bana öyle geliyordu ki, bir sınıf bazen kendisinin bir üyesidir ve bazen de kendisinin bir üyesi değildir. Örneğin çay kaşığı sınıfı, bir çay kaşığı değildir, ancak çay kaşığı olmayan şeylerin sınıfı çay kaşığı olmayan şeylerden biridir.
>
> Cantor'un argümanının uygulanması, beni kendilerinin üyesi olmayan sınıfları düşünmeye yöneltti ve bunlar, öyle gözüküyor ki bir sınıf oluşturuyordu. Kendi kendime bu sınıfın kendisinin bir üyesi olup olmadığını sordum. Eğer kendisinin bir üyesiyse, sınıfın tanımlayıcı özelliğine yani kendisinin üyesi olmaması gerekir. Kendisinin bir üyesi değilse, tanımlayıcı özelliği sahip olmamalıdır ve bu nedenle kendisinin bir üyesi olmalıdır. Böylece her seçenek kendi karşıtına götürür ve bir çelişki vardır. İlk başta, mantığımda önemsiz bir hata olması gerektiğini düşündüm. Her adımı mantıksal bir mikroskop altında inceledim

[325] Bertrand Russell. **My Philosophical Development**, New York, Simon and Schuster, 1959. s. 73.
[326] **A.y.**

> ama yanlış bir şey bulamadım. Bu konuda, aritmetiğin sendelediğini ve V. Yasasının yanlış olduğunu gördüğünü söyleyen Frege'ye yazdım.
>
> Kendi adıma, sorunun matematikten ziyade mantıkta olduğunu hissettim ve yeniden biçimlenmesi gerekenin mantık olduğunu hissettim."[327]

Russell, Cantor'un en büyük kardinal sayı olmadığına dair kanıtını incelemiş ve inceleme sonrasında en büyük nesneler sınıfı olup olmadığı sorusu üzerine yoğunlaşmıştır. Kendisine yöneltmiş olduğu bu soru, Russell'ın bazı sınıfların kendilerinin üyesi olduğunu, bazılarının ise olmadığını fark etmesine yol açmıştır. Bu bağlamda *kendisinin üyesi olmayan tüm sınıfların sınıfı* onun dikkatini çekmeyi başarmıştır. İşte bu noktada Russell, söz konusu paradoksun keşfine ulaşmıştır. Russell paradoksunun genel hatları şu şekildedir: Paradoks "*Kendi kendisinin üyesi olmayan tüm sınıfların sınıfı kendisinin bir üyesi midir?"* sorusunda temellenmektedir. Kendi kendisinin üyesi olmayan tüm sınıfların sınıfını 'x' olarak adlandıralım. Böylelikle söz konusu sorumuz '*x sınıfı, x sınıfının üyesi midir?*' şeklini alacaktır. İlk seçenek olarak x'in kendi kendisini bir üyesi yani 'x∈x' olduğunu doğru varsayalım. Bu durumda eğer x, x'in bir üyesi ise o zaman x, x'in bir üyesi olamaz. Çünkü x kümesi, kendisinin üyesi olmayan sınıfları içermektedir ve dolayısıyla kendisinin üyesi olan sınıfları içeremez. Diğer olasılığı değerlendirecek olursak yani x'in kendi kendisinin üyesi olmadığını (x∉x) doğru varsaydığımız zaman x sınıfının tanımı gereği x, x'in bir üyesi olmalıdır. Ancak bu durumda da yine aynı tarz bir çelişkiyle karşı karşıya kalmaktayız.

Russell, bulmuş olduğu bu paradoks ile aritmetiği mantığa indirgeme çalışmalarında bulunan Frege'nin kuramına yıkıcı bir darbe indirmektedir. Paradoks Frege'nin üzerinde çalışmış olduğu kuram açısından oldukça önemlidir. Çünkü paradoks Frege'nin mantığını formelleştirmek için kullandığı aksiyomların tutarsız olduğunu göstermektedir.[328] Frege'nin "V. Aksiyom" olarak adlandırdığı ilke, belirli koşullar çerçevesinde her kümenin bir bütünlük oluşturmasına izin vermektedir. Çünkü söz konusu aksiyom gereği iki sınıfın değer alanları bire bir eşleşebiliyorsa bu

[327] Russell, **My Philosophical Development**, s. 75-76.
[328] Andrew D. Irvine, "Bertrand Russell's Logic", **Logic from Russell to Church,** Ed. Dov M. Gabbay, John Woods, Vol. 5, 2009, s. 8.

iki sınıfın eşit olduğu söylenmektedir. Dolayısıyla Frege'nin V. Aksiyomu herhangi bir kavramın genelleştirilerek bir kümenin meydana gelmesine izin vermektedir.[329] Bu durum, Russell'ın x'i hem kendisinin bir üyesi olabilecek hem de olamayacak şekilde ifade edilmesine izin veren küme kavramındaki belirsizliği ortaya çıkarmaktadır. Bunun üzerine Russell, 16 Haziran 1902'de Frege'ye keşfetmiş olduğu paradoksla ilgili bir mektup göndermiştir.

> "...Diyelim ki *w,* kendi kendisine yüklemlenemeyecek olan yüklem olsun. Bu durumda *w* kendisine yüklemlenebilir mi? Verilecek her yanıt karşıtıyla sonuçlanıyor. Bunu kısaca şu şekilde ifade edelim: *w,* 'kendi kendisine yüklenemeyen kavram' olsun. (bunu, 'kendi kendisinin üyesi olmayan kavram' kavramı olarak kümeler kuramı diliyle de ifade edebiliriz: 'x ∉ x'); bu durumda *w,* kendi kendisine yüklenemeyen tüm kavramları kaplamı olarak altında barındıracaktır; başka bir deyişle x kavramının, *w*'nun altında yer almasının koşulu 'x ∉ x' olacaktır." Bunu genelleyerek şu ifadeyi elde ediyoruz:
> ∀x ((x ∉ x) ↔ (x ∈ w)); bu ifade tüm x'ler için geçerli olduğu için x'in yerine *w* koyduğumuzda (tümel özelleme yaptığımızda), ((w∉w) ↔ (w∈w)) gibi bir çelişkiyle karşılaşıyoruz."[330]

Frege, bu mektup karşısında oldukça hayal kırıklığına uğramıştır. Çünkü eseri tam basım aşamasındadır ve eserde köklü bir değişiklik yapacak bir zamanı kalmamıştır. Çok emek ve zaman sarf ederek yazmış olduğu eserinin bu denli bir darbe alması Frege'yi derinden etkilemiştir. Frege, Russell'ın mektubuna vermiş olduğu yanıtta bu üzüntüsünden de söz etmektedir:

> "16 Haziran tarihli ilginç mektubunuz için çok teşekkürler, birçok noktada benimle aynı fikirde olmanız ve çalışmalarımı bütün yönleriyle ele alma isteğiniz beni memnun etti. Bulduğunuz çelişki bende çok büyük şaşkınlığa sebep oldu, daha doğrusu aritmetiği inşa etmeye çalıştığım temeli sarstığı için derin üzüntüye uğrattı. Bana öyle geliyor ki […] beşinci kuralım yanlış (20. Bölüm, sayfa 36), 31.bölümde sundum açıklamalar [yeterli değil]. Bu

[329] Paul Ernest, **The Philosophy Of Mathematics Education**, Routledge, Published in The Taylor & Francis E-Library, 2004, s. 8.
[330] Frege, **Aritmetiğin Temelleri,** s. 66.

> daha ciddi bir durum ortaya çıkarıyor ki, V. kuralın yanlışlığı ile birlikte, sadece bu temel sarsılmakla kalmıyor aynı zamanda aritmetiğin sağlam bir temele dayandırılabilmesi mümkün görünmüyor."[331]

Frege'nin paradoksun doğruluğunu onaylayıp kendi kuramındaki yanlışlığını kabul etmesi üzerine Russell, bütün ilgisini bu paradoks üzerine yöneltmiştir. Russell, paradoks üzerine yapmış olduğu çalışmalar sonucunda bir çözüme ulaştığı iddia eder ve bu çözümü *tipler teorisi* adı altında ele alır.

4.2.1. Tipler Teorisinin İlk Versiyonu: Basit Tipler Teorisi

Russell'ın *tipler teorisi* adını verdiği kuram ilk kez 1903'de *Matematiğin İlkeleri* adlı eserinde yayınlanmıştır. Hatırlanacağı üzere entelektüel balayının sonunda söz konusu paradoksla karşılaştığı için esere ek bir bölüm yazarak bu teorisini dile getirmiştir. '*Ek B: Tipler Doktrini'* başlıklı ek, Russell'ın söz konusu paradokstan kaçınmak için ilkeli bir yöntem sağlamaya yönelik ilk önemli girişimini temsil etmektedir.[332] Söz konusu eserin *Ek: B* bölümünde yer vermiş olduğu "Tipler teorisi, çelişkinin olası bir çözümünü sağlıyormuş gibi burada geçici olarak ileri sürülmektedir." ifadesi ile eserin başlarında yer alan "mantıksal tiplerin ayrımı tüm gizemin anahtarıdır" ifadesi açıkça paradoksun çözümünü tipler teorisinde bulduğunu bize göstermektedir. Russell'ın söz konusu eserde yer vermiş olduğu tipler teorisi genel olarak *basit tipler teorisi* olarak adlandırılmaktadır. Russell, ilerleyen yıllarda söz konusu düşüncelerinde değişikliğe giderek daha olgunlaşmış bir tipler teorisi sunmaktadır. Fakat bir öğretinin hangi temellerde kurulduğunun ve hangi aşamalardan geçtiğinin bilgisi her zaman konunun daha iyi anlaşılmasını sağlamaktadır. Bu bağlamda öncelikle Russell'ın basit tipler teorisini ele almayı tercih ettik.

Russell, *Matematiğin İlkeleri* adlı eserinde tiplerin önemli iki noktasından söz ederek teoriyi açıklamaktadır. Her önermesel fonksiyonun $\phi(x)$'e bir doğruluk aralığı bulunmakla birlikte bir de anlam aralığı bulunmaktadır. Başka bir deyişle eğer $\phi(x)$,

[331] Frege, "**Letter to Russell"**, s. 126.
[332] Irvine, **Bertrand Russell's Logic,** s. 9.

doğru ya da yanlış olarak nitelendirilmek isteniyor ise x'in içinde bulunması gereken bir anlam aralığının olması gerekmektedir. Bu, tipler teorisindeki ilk noktadır.[333] Diyelim ki x, herhangi bir anlam aralığına sahip değil; o zaman ϕ(x), doğru ya da yanlış olarak değer atfedilemez ancak sadece onun anlamsız olduğu dile getirilebilir. Bu durumu gündelik dilden örnekler ile daha açıklayıcı kılalım. 'İzafiyet teorisi mavidir.', '2 sayısı 7 sayısından daha ağırdır.' 'aklı balık yer' vb. daha milyonlarca ifade sözdizimsel doğruluklarına rağmen yanlış olarak değil anlamsız olarak nitelendirilmektedir. Örneğin 'x, mavidir' biçimindeki bir önermenin yanlış olarak reddedilmesi, x'in maviden başka bir renge sahip olduğu iddiasıyla eş değerdir; benzer şekilde 'x, y'den daha ağırdır' önermesini yanlış olarak reddeden biri, üstü kapalı olarak ya x ve y'nin aynı ağırlığa sahip olduğunu ya da y'nin x'ten daha ağır olduğunu ileri sürmektedir. Russell'ın terminolojisine göre renkli varlıkların sınıfı 'mavi'nin anlam aralığı olarak; ağırlığı olan varlıkların sınıfı 'ağır'ın anlam aralığı olarak tanımlanmaktadır.[334] Dolayısıyla her önermesel fonksiyonun bir doğruluk aralığına sahip olabilmesi için bir anlam aralığına sahip olması gerekmektedir. Diğer ikinci nokta ise, anlam aralıklarının tipleri oluşturmasıdır yani tipler, anlam aralıklarından türetilmektedir.[335]

Russell, söz konusu tipleri bir hiyerarşi altında katmanlara ayırmaktadır. Bu hiyerarşinin en alt tipine terimleri veya bireyleri yerleştirmekte ve terimleri ve bireyleri de 'aralık olmayan herhangi bir nesne' olarak tanımlamaktadır.[336] Aynı zamanda bireyler, en düşük nesne tipini oluşturmaktadır. Bir sonraki tip, bireylerin aralıklarından veya sınıflarından oluşmaktadır. Birey sınıflarından bir sonraki tip, bireylerin sınıflarının sınıflarından oluşmaktadır ve diğer bir sonraki tipler de bu şekilde bireylerin sınıfların sınıflarının sınıfı vb. şeklinde ilerleyerek sonsuza kadar devam etmektedir. Ancak ortaya sunulan söz konusu hiyerarşi şekli, Russell'ın istediği kadar ayrıntılı bir hiyerarşi şeklini oluşturamamıştır. Çünkü bahsedilen hiyerarşi içinde önermeler ve sayılar dışlanmaktadır. Russell, önermeler tipi oluşturmak için

[333] Russell**, Principles of Mathematics**, s. 523.
[334] Arthur Pap, "Types and Meaninglessness", **Mind,** New Series, Vol. 69, No. 273, Oxford University Press, pp. 41-54, 1960, s. 42.
[335] Russell, **Principles of Mathematics**, s. 523.
[336] Russell, **a.g.e.**, s. 523.

yeni bir hiyerarşinin başlatılabileceğini fakat bu tarz bir görüş içerisinde önermelerin diğer nesneler gibi ele alınıp alınamayacağını şüpheli kılan bazı güçlüklerin bulunduğunu ifade etmektedir:

> "Yukarıdaki tip serilerinin dışında bir önerme tipi bulunmaktadır ve başlangıç noktası olarak bundan yeni bir hiyerarşinin başlatılabileceği varsayılabilir; ama böyle bir görüş açısında, önermelerin diğer nesneler gibi ele alınıp alınamayacağını şüpheli kılan bazı güçlükler bulunmaktadır."[337]

Aynı şekilde sayıların da söz konusu hiyerarşinin dışında kaldığını ve her sayının diğer tüm aralık tiplerinden belirli nesneleri seçmesi nedeniyle bazı zorlukların bulunduğunu belirtmektedir.

> "Sayılar da yukarıdaki serilerin dışında kalan bir tiptir ve her sayının diğer tüm aralık tiplerinden, yani verilen üye sayısına sahip aralıklardan belirli nesneleri seçmesi nedeniyle belirli zorluklar sunar. Bu, 0'ın açık tanımını hatalı hale getirir; çünkü her aralık tipinin kendi boş aralığı (null-range) olacaktır, bu da bir aralık aralığı olarak kabul edilen 0'ın bir üyesi olacaktır, böylece 0'ın tek üyesi boş aralık olan aralık olduğunu söyleyemeyiz. Ayrıca sayılar, tiplerin ve aralıkların toplamının dikkate alınmasını gerektirir: ve bu düşüncede zorluklar olabilir."[338]

Görüleceği üzere Russell, *Matematiğin İlkeleri* adlı eserinde tipler teorisini ana hatlarıyla ele aldığını ve çözemediği bazı sorunların olduğunun farkına varmıştır. Bu durumu da söz konusu yazının son paragrafında şu şekilde belirtmektedir: "Zorluğun tam çözümünün ne olabileceğini keşfetmeyi başaramadım; ama akıl yürütmenin temellerini etkilediği için, onun incelenmesini tüm mantık öğrencilerinin dikkatine içtenlikle sunuyorum."[339]

[337] Russell, **a.g.e.**, s. 525.
[338] Russell, **Principles of Matehmatics,** s. 525.
[339] Russell, **a.g.e.,** s. 528.

4.2.2. Basit Tipler Teorisinden Dallara Ayrılmış *(Ramified*) Tipler Teorisine Geçiş

Bahsettiği zorlukların üstesinden gelemeyen Russell, 1903'ün ortalarında çözüm olarak sunmuş olduğu tipler teorisinin ilk versiyonundan vazgeçmiş ve tipler teorisinin yerini alacak ve bahsettiği zorluklara yeni bir çözüm bulma umuduyla birkaç farklı çalışma yürütmeye başlamıştır. Bu çalışmalar *zig-zag teorisini (zig-zag theory), boyutun sınırlandırılması teorisini (the limitation of size theory)* ve *sınıfsızlık teorisini (no-class theory)* içermektedir. Russell bu çalışmalarını 1906 tarihli *Transfinite Sayılar ve Derece Tipleri Teorisinin Bazı Zorlukları Üzerine (On Some Difficulties in The Theory of Transfinite Numbers and Order Types*) adlı bir makalede toplamıştır. Fakat Russell, bu teorilerde de istediği çözüme ulaşamamış ve tekrar tipler teorisine dönüş sağlamıştır.

Russell'ın *Matematiğin İlkeleri* adlı eserinin ilk basımındaki *'Ek B: Tipler Öğretisi'* bölümünde öne sürmüş olduğu tipler teorisi *basit tipler teorisi* olarak adlandırıldığından söz etmiştik. Russell, basit tipler teorisinin daha olgun bir ifadesini 1908 tarihli '*Tipler Teorisine Dayalı Matematiksel Mantık (Mathematical Logic as Based on the Theory of Types)*' adlı makalesinde ve Whitehead ile birlikte yazmış olduğu 1910 tarihli *Principia Mathematica* adlı eserinde yer vermektedir. Tipler teorisinin olgun halini içeren bu versiyonu *dallara ayrılmış (ramified) tipler teorisi* olarak adlandırılmaktadır. Bunun sebebi de basit tipler teorisinde sadece bireylere dair tipler hiyerarşisi bulunur iken dallara ayrılmış tipler teorisinde bireyler dışında fonksiyonlar ve önermeler hiyerarşisi de bulunmaktadır. Ayrıca söz konusu teoride tiplerin yanı sıra derecelendirmeler (*order*) de kullanılmıştır. Böylelikle Russell'ın olgunlaştırılmış tipler teorisi, adeta aynı ağaç kökenine sahip farklı dallar gibi farklı hiyerarşileri bir kökten oluşturması bakımından söz konusu adlandırmaya uygun görülmüştür. Çalışmanın bu kısmından itibaren Russell'ın dallara ayrılmış tipler teorisi ele alınacaktır.

4.2.3. Paradokslar

Russell, *Dallara Ayrılmış Tipler Teorisi*'ni[340], tüm paradoksları (hem mantıksal hem de anlamsal) çözmenin veya bunlardan kaçınmanın bir yöntemi olarak görmektedir. Ayrıca Russell'ın "sağduyuyla belirli bir uyum içinde olduğu ve bu da onu doğası gereği inandırıcı kıldığı" ifadeleri teorinin güvenirliliğini belirtmektedir.[341]

Russell, *Tipler Teorisine Dayalı Matematiksel Mantık* adlı makalesinde ve aynı zamanda *Principia Mathematica* adlı eserinde de kendi keşfi olan paradoksla birlikte çözülmesi gerektiğini düşündüğü çeşitli paradokslara yer vermiştir. Bu paradokslardan bazıları şu şekildedir;

a) Giritli Epimenides Paradoksu: Giritli Epimenides tüm Giritlilerin yalancı olduğunu dile getirmiştir. Fakat kendisi de bir Giritli olduğu için söylediği ifade hem doğru hem de yanlış olmaktadır. Russell, bu paradoksun daha yalın bir biçimi olarak 'yalan söylüyorum' diyen adam örneğini göstermektedir.[342] Söz konusu kişinin doğru söylediğini varsayalım. Bu durumda söylediği 'yalan söylüyorum' ifadesi doğru olması sebebi ile aslında yalan söylemiş olmaktadır. Eğer söz konusu kişinin yalan söylediği varsayılırsa 'yalan söylüyorum' ifadesi doğru olacak ve kişi doğruyu söylemiş olacaktır. Dolayısıyla kişinin kullandığı ifade hem doğru hem de yanlış bir ifade olacaktır.

b) Russell Paradoksu: Düşünebileceğimiz sınıfların bazıları kendilerinin üyesi olabiliyor iken bazıları kendisinin üyesi olamamaktadır. Kendi kendisinin üyesi olan sınıflara örnek olarak 'tüm kalem olmayanların' sınıfı gösterilebilir. Çünkü sınıfın kendisi de bir kalem olmaması sebebiyle kendisinin bir üyesi olmaktadır. Fakat insanlar sınıfının kendisi bir insan değildir ya da çiçekler sınıfının kendisi bir çiçek değildir. Bu tarz sınıflar

[340] Russell, *'Dallanmış Tipler Teorisi'* kavramını kendisi kullanmamıştır. 1908 yılı itibariyle geliştirmiş olduğu tipler teorisi, düşünce tarihinde bu şekilde anılmaktadır.
[341] Bertrand Russell, "Mathematical Logic as Based on the Theory of Types, **American Journal of Mathematics**, Vol:30, No:3, The Johns Hopkins University Press, 1908, ss. 222-262, s. 222; Whitehead ve Russell**, Principa Mathematica**, s. 37.
[342] Russell, **Mathematical Logic as Based on the Theory of Types**, s. 222.

kendi kendisinin üyesi olamamaktadır ve çoğunlukla da bu tarz sınıflarla karşılaşılmaktadır. Daha kapsayıcı olarak 'kendilerinin üyesi olmayan bütün sınıfların sınıfını' düşünelim ve bu sınıfa 'Y' diyelim. Eğer Y sınıfı kendisinin bir üyesi ise kendisinin bir üyesi olmaması gerekir ya da kendisinin bir üyesi değilse o zaman kendisinin bir üyesi olmalıdır. İşte paradoks bu noktada ortaya çıkmaktadır. Paradoks, Russell'ın ifadeleri ile şu şekildedir: "Kendilerinin üyesi olmayan tüm sınıfların sınıfı w olsun. O halde, x sınıfı ne olursa olsun, "x bir w'dir", "x bir x değildir" ile eşdeğerdir. Dolayısıyla, x'e w değerini vermek, "w, bir w'dir", "w bir w değildir" ile eşdeğerdir."[343]

c) Berry Paradoksu: Sonlu tamsayıların İngilizce adlarındaki hece sayısı, tamsayılar büyüdükçe artma eğilimindedir ve belirli bir sonlu sayıda heceyle yalnızca sonlu sayıda ad yapılabilmektedir. Bu nedenle, bazı tam sayıların adları en az on dokuz heceden oluşması gerekmektedir. Bu nedenle, 'on dokuz heceden daha azıyla adlandırılamayan en küçük tam sayı' belirli bir tam sayıyı göstermektedir. Fakat 'on dokuz heceden daha azıyla adlandırılamayan en küçük tam sayı' ifadesine baktığımız zaman on sekiz hecesi olduğu görülecektir. Söz konusu ifadenin on sekiz hece ile adlandırılabilmesi bir paradoksu ortaya koymaktadır.[344]

d) Paradoks: Transfinite sıra sayıları (transfinite ordinals) arasında bazıları tanımlanabilir iken bazıları tanımlanamamaktadır. Olası tanımlamaların toplam sayısı alef sıfır N_0'dır. Oysa sonlu ötesi sıra sayıları N_0'ı aşmaktadır

[343] Russell, **a.g.e**., s. 222.

[344] Russell, söz konusu paradoksu İngilizce olarak ifade ettiği için bu ifade, Türkçeye çevrildiğinde tutarsızlığa sebebiyet vermektedir. Asıl bahsi geçen ifadenin orijinali 'the least integer not nameable in fewer than nineteen syllables' şeklindedir ve bu ifade on sekiz heceden oluşmaktadır. Fakat söz konusu paradoks Michael Clark'ın "Paradokslar Kitabı" adlı eserinin Türkçe çevirisinde şu şekilde ifade edilmektedir: 'Yirmiden az heceyle betimlenemeyen en küçük tam sayı' ifadesinin kendisi, on dokuz hecelik bir betimlemedir. O halde, yirmiden az heceyle betimlenemeyen en küçük tam sayı yirmiden az heceyle betimlenebilir; çünkü alıntılanan ifade, böyle bir betimlemedir ve yalnızca on dokuz hecesi vardır.' Michael Clark, **Paradokslar Kitabı**, Çev. Ahmet Fehmi, İstanbul, Hil Yayın, 2008, s. 207. Paradoksun orijinal haline bağlı kalabilmek amacıyla 'on dokuz heceden daha azıyla adlandırılamaya en küçük tam sayı' ifadesine yer verilmiştir ve çalışmanın ilerleyen bölümlerinde bu hali ile bahsedilecektir.

ve dolayısıyla tanımlanamaz sıra sayıları bulunmaktadır. Tanımlanamaz sıra sayıları arasında en küçük olanı olmalıdır ve bu sayı da 'tanımlanamaz en küçük sıra sayısı' olarak tanımlanır.[345] Bu durum bir paradoks oluşturmaktadır.

e) Richard Paradoksu: Sonlu sayıda kelime ile tanımlanabilecek bütün ondalık sayıları düşünelim ve *E*'yi böyle bir ondalık sınıf olarak kabul edelim. O halde *E*'nin N_0 terimi vardır. Daha sonra *N* sayısını şu şekilde tanımlayalım: Eğer n'inci ondalıktaki n'inci sayı p ise *N*'deki n'inci sayı p+1 olsun (örneğin p=9 ise 0). O zaman *N*, *E*'nin tüm üyelerinden farklıdır, çünkü n'nin sahip olduğu sonlu değer ne olursa olsun, *N*'deki n. rakam, *E*'yi oluşturan ondalık sayıların n'inci rakamından farklıdır ve bu nedenle *N*, n'inci ondalıktan farklıdır. Bununla birlikte, *N*'yi sınırlı sayıda kelimede tanımladık ve bu nedenle *N*, *E*'nin bir üyesi olmalıdır. Dolayısıyla *N*, *E*'nin hem üyesidir hem de değildir.[346]

f) Burali-Forti Paradoksu: İyi sıralanmış her dizi, bir sıra sayısına sahip olabilmektedir. Sıra sayıları, dizisi verilen bir sıra sayısına kadar, o sayı dahil, verilen sıra sayısını bir birim aşmaktadır ve bütün sıra sayıları dizisi iyi sıralanmaktadır.[347] Böylelikle tüm sıra sayıları dizisinin bir sıra numarasına sahip olduğu ortaya çıkmaktadır ve sıra numarasına Ω diyelim. Ancak bu durumda Ω dahil tüm sıra sayıları dizisi Ω + 1 sıra numarasına sahip olacaktır ve bu sayı Ω'dan büyük olmalıdır. Dolayısıyla Ω, tüm sıra sayılarının sıra sayısı değildir.[348]

[345] Russell, **a.g.e**., s. 223.
[346] Bertrand Russell, **Batı Felsefe Tarihi I**, Çev. Muammer Sencer, İstanbul, Say Yayınları, 2004, s. 62. Aynı zamanda Russell, **Mathematical Logic as Based on the Theory of Types,** s. 223.
[347] Russell, **Batı Felsefe Tarihi I**, s. 58.
[348] Russell, **Mathematical Logic as Based on the Theory of Types,** s. 224.

4.2.4. Kısır Döngü *(Vicious Circle)* İlkesi

Russell, yukarıda yer vermiş olduğumuz tüm paradoksların özünde kendilerini referans almaları yani kendine gönderimde bulunma veya dönüşlülük olarak adlandırabileceğimiz bir ortak özellik bulunduğunu ifade etmektedir. Her bir paradoksta bir tür *tüm durumlar* hakkında bir şeyler söylenmektedir. Aynı zamanda söylenen şeylerden, söylenenler ile ilgili tüm durumlarla hem aynı türde olan hem de aynı türde olmayan yeni bir durumun ortaya çıkmasına izin verilmiş gibi görünmektedir.[349] Paradokslar üzerinde bu durumu görelim. Bir adam 'yalan söylüyorum' dediğinde onun ifadesi aslında 'benim onayladığım ve yanlış olan bir önerme var' şeklinde yorumlanabilmektedir. Şöyle ya da bu şekilde 'var' ifadesi, bunun tersinin her zaman doğru olduğunu inkar etmek olarak kabul edilebilir. Böylelikle 'Ben yalan söylüyorum' ifadesi 'Tüm önermeler için ya onları onaylamadığım ya da doğru oldukları doğru değildir' şeklini almaktadır. Paradoks, söz konusu ifadenin bir önermeyi onayladığı şeklinde yorumlanmasından dolayı kaynaklanmaktadır.[350] Bu noktada 'tüm önermeler' kavramının gayri meşru olduğu açıkça ortaya konulmuş olmaktadır. Önermelerin bütünlüğü ne olursa olsun, bu bütünlük hakkındaki ifadeler, paradoks pahasına, bütünlüğün dışında kalması gereken yeni önermeler üretmektedir. Bütünü büyütmek faydasızdır, çünkü bu, bütünlük hakkındaki ifadelerin kapsamını da aynı ölçüde genişletecektir. Bu nedenle, önermeler bütünlüğü olmamalı ve 'tüm önermeler' anlamsız bir ifade olarak görülmelidir.[351]

İkinci olarak yer verdiğimiz Russell paradoksunda ise *w* sınıfı 'tüm sınıflar' referans alınarak tanımlanmakta ve ayrıca söz konusu sınıf, sınıflar arasındaki bir sınıf olarak ortaya çıkmaktadır. Paradoksun oluşmasına sebep veren 'tüm sınıfların sınıfı' ifadesi eğer ortadan kaldırılsa paradoks da çözülmüş olacaktır. Görüldüğü üzere burada da 'tüm sınıflar' kavramının gayri meşru olduğu ortaya çıkmaktadır. Bahsettiğimiz bir diğer paradoks olan Berry paradoksun ise 'on dokuz heceden daha azıyla adlandırılamaya en küçük tam sayı', adların toplamını içermektedir, çünkü 'en küçük tamsayıdır öyle ki, tüm adlar ya kendisine uygulanamaz ya da on dokuzdan

[349] **A.y.**
[350] **A.y.**
[351] **A.y.**

fazla heceye sahiptir.'[352] Bu noktada paradoks ortaya çıkarken 'tüm adları' içeren bir ifadenin kendisinin de bir ad olduğunu varsayıyoruz, ancak paradokstan da anlaşılacağı üzere var olan tüm adlar, olması gereken adlardan biri olamaz. Dolayısıyla 'tüm adlar' gayri meşru bir kavramdır. Bir sonraki (d) paradoksu ile Richard paradoksunda da benzer bir durum bulunmaktadır, çünkü 'tüm tanımlar' ifadesi söz konusu paradokslar içerisinde gayri meşru bir kavram olarak yer almaktadır. Son olarak Burali-Forti paradoksunda da 'tüm sıra sayıları' kavramının meşru olmayan bir kavram olduğu görülmektedir; çünkü eğer söz konusu kavram gayri meşru bir kavram olmamış olsaydı büyüklük sırasına göre tüm sıra sayıları, tüm sıra sayılarından daha büyük bir sıra sayısına sahip olması gerekecekti. Ancak bu durum bir paradoksu beraberinde getireceğinden dolayı 'tüm sıra sayıları' meşru olmayan bir kavram olmaktadır.

Görüleceği üzere tüm paradoksların ortak noktası bir *bütünlük (totality)* varsayımında yatmaktadır. Eğer bu bütünlük varsayımı meşru bir şekilde olmuş olsaydı kendisi açısından tanımlanan yeni üyeler tarafından genişletilmeye izin verilirdi ancak varsayılan bütünlük tam aksine bir paradoksu meydana getirmektedir. Dolayısıyla hiçbir bütünlüğün kendi açısından tanımlanan üyeleri içermemesi gerekmektedir.[353] Russell, *Principia Mathematica* adlı eserinde bu durumu *kısır döngü (vicious circle) ilkesi* olarak adlandırmaktadır yani kaçınılması gereken tüm paradoksların hepsinin bir tür kısır döngüden kaynaklandığını ifade etmektedir.[354] Russell'a göre kısır döngü ilkesi, paradokslardaki gayri meşru bütünlüklerden kaçınmamızı sağlamaktadır. Peki, kısır döngü ilkesi olarak adlandırılan bu ilke tam olarak nedir? Russell, ifadelerinde söz konusu ilkenin oldukça açıklayıcı bir tanımına yer vermektedir:

> "Gayri meşru bütünlüklerden kaçınmamızı sağlayan ilke şu şekilde ifade edilebilir: 'Bir koleksiyonun tamamını içeren şey, koleksiyondan biri olmamalıdır' veya tersine 'Belirli bir koleksiyonun bütünlüğü olması koşuluyla, yalnızca bu bütünlük açısından tanımlanabilir üyeleri olacaksa, o zaman söz konusu koleksiyon bir bütünlüğe sahip

[352] Russell, **a.g.e**., s. 225.
[353] **A.y.**
[354] Whitehead&Russell, **Principia Mathematica Volume I**, s. 37.

değildir.' Buna 'kısır döngü ilkesi' diyeceğiz çünkü bu, gayri meşru bütünlüklerin varsayımını içeren kısır döngülerden kaçınmamızı sağlamaktadır. Kısır döngü ilkesi tarafından kınanan argümanlara 'kısır döngü yanılgıları' adı verilecektir." [355]

Russell, kısır döngü ilkesinin açıklamasını yaptıktan sonra bu tarz bir yanılgıyı bünyesinde barındıran bir örnek de sunmaktadır: 'Tüm önermeler doğrudur veya yanlıştır.' biçimdeki üçüncü halin imkansızlığı ilkesini ifade eden önermeyi ele alalım. Söz konusu ifadenin kendisi de bir önerme olması bağlamında ifade dile getirildiği anda yeni bir önerme daha meydana gelmektedir. Elbette bu yeni önerme, yeni bir bütüne dahil edilmeye çalışılabilir ancak bunlar yalnızca önceki bir "bütünlük" temelinde yaratılabilmektedir ve bu girişim her zaman başarısız olacaktır.[356] Dolayısıyla 'tüm önermeler' kavramı geçtiği için bu ifade kullanıldığı anda yeni bir önerme daha meydana gelecektir ve böylelikle bir kısır döngü yanılgısına maruz kalınacaktır. Yani iddia asla kendine yetişemeyecektir, çünkü bu şekliyle söz konusu iddia hem bir bütünlüğe sahip hem de bir bütünlüğe sahip olamamaktadır. Russell'a göre 'tüm önermeler' kavramı meşru bir ifade haline gelmeden ortadaki paradoksal durumu ortadan kaldırmak mümkün değildir. Bunun için Russell, 'tüm önermeler' kavramının meşru bir ifade haline gelmeden önce bir şekilde sınırlandırılması gerektiğini belirtmektedir.[357] Çünkü onu meşru kılan herhangi bir sınırlama, bütünlük hakkındaki herhangi bir ifadenin söz konusu bütünlüğün dışında yer almasını sağlayacaktır.

Fakat Russell, daha sonra bu ilkeyi kapsamı bakımından olumsuz bulmuştur çünkü ona göre söz konusu ilke, pek çok teorinin yanlışlığını göstermekle birlikte hataların nasıl düzeltileceğine dair bir çözüm sunamamaktadır. Russell, bu ilkenin yetersizliğini şu şekilde de belirtmektedir: 'bütün önermelerden bahsedildiğinde içinde 'tüm önermeler'in bahsedildiği önermeler dışında hepsini kastediyorum' denilemez çünkü bu tür bir ifadede anlamlı bir şekilde izah edilemeyen tüm önermelerin bahsedildiği önermelerden söz edilmektedir.[358] Fakat bir şeyden bahsedilemeyeceği

[355] **A.y.**
[356] Andrew D. Irvine, **Bertrand Russell's Logic**, s. 10.
[357] Russell, **Principia Mathematica Volume I**, s. 38.
[358] Russell, **Mathematical Logic as Based on the Theory of Types,** s. 226.

söylenirken o şey, yine de dile gelmektedir. Dolayısıyla bir şeyden bahsedilemeyeceği söylenerek o şeyi bahsetmekten kaçınmak mümkün değildir. Bu nedenle Russell, söz konusu ilkeye karşı günah işlenmeyecek ise mantığımızı 'tüm önermeler' veya 'tüm özellikler' biçimindeki ifade tarzlarından bahsetmeden ve hatta bu tür ifadeleri dışladığımızı söylemeden inşa etmemiz gerektiğini vurgulamaktadır.

4.2.5. Tip Kavramının Tanımı ve Tipler Hiyerarşisi

Russell, aramış olduğu çözümü daha önce ileri sürmüş olduğu *tipler teorisi*ne geri dönerek bulmuştur fakat söz konusu teori, tipler teorisinin ilk versiyonunun gelişmiş halini içermektedir. Şimdi tipler teorisinde merkezi konumda bulunan *tip* kavramının ne olduğunu inceleyelim. Russell, *tip* kavramını şu şekilde ifade etmektedir: 'Bir *tip*, bir önermesel fonksiyonun anlam aralığı, yani söz konusu fonksiyonun değerlere sahip olduğu argümanlar topluluğu olarak tanımlanır.'[359] Bu tanımı daha iyi anlayabilmek için öncelikle önerme ile önermesel fonksiyon arasındaki ayrımı hatırlayalım. Bir önerme fonksiyonu bir önermeden sadece belirsiz olması bağlamında ayrılmaktadır. Çünkü bir önerme fonksiyonu ile bir x değişkeni içeren ve x'e değer atanır atanmaz bir önermeyi ifade eden bir şey kastedilmektedir.[360] Aslında atanmamış bir değişken içermesi bakımından matematikteki olağan fonksiyon tanımı ile uyuşmaktadır fakat sadece önermesel fonksiyonun değerlerinin önermelerden oluşması bağlamında birbirinden farklılık göstermektedir.

Russell'ın tip kavramı için öne sürmüş olduğu tanıma geri dönelim. Russell, bir önermesel fonksiyonun anlam aralığını *tüm* ve *herhangi* ifadeleri arasındaki ayrımla ortaya koymaktadır. *Tüm* ifadesini içeren her önerme, bazı önermesel fonksiyonların her zaman doğru olduğunu ileri sürmektedir ve bu, söz konusu fonksiyonun tüm değerlerinin doğru olduğu anlamına gelmektedir. Dikkat edilmesi gereken nokta söz konusu fonksiyonun tüm argümanlarının doğru olduğu değil, tüm değerlerinin doğru olduğudur. Çünkü verilen bir fonksiyonun anlamsız olduğu yani

[359] Russell**, a.g.e.**, s. 236.
[360] Russell, **Principia Mathematica Volume I**, s. 38.

herhangi bir değere sahip olmadığı argümanlar da bulunmaktadır. Bu nedenle, yalnızca ve yalnızca bir koleksiyondan, bazı önermesel fonksiyonların anlam aralığının bir kısmını veya tamamını oluşturduğunda bahsedilebilmektedir. Diğer bir deyişle anlam aralığı, söz konusu fonksiyonun anlamlı olduğu yani bir değeri olduğu argümanların toplamı (koleksiyonu) olarak tanımlandığında, bir koleksiyonun tamamından söz edilebilmektedir.[361] Russell, bu ifadeleri ile 1903 yılında oluşturmuş olduğu tipler teorisinin ilk versiyonunda olduğu gibi doğruluk aralığı ile anlam aralığı arasında bir ayrım yaptığı görülmektedir. Fakat 1903 yılında yapmış olduğu ayrıma kıyasen söz konusu ayrımı bu sefer daha kesin bir şekilde ortaya koymaktadır. Bu kesinliği de gerçek değişken ve görünür değişken arasındaki ayrımdan söz ederek sağlamaktadır.

Russell'a göre bir önermesel fonksiyonun herhangi bir değeri ileri sürüldüğü takdirde argüman, gerçek değişken olarak adlandırılmaktadır ve bir önermesel fonksiyonun her zaman doğru olduğu veya her zaman doğru olmadığı ileri sürüldüğünde ise argüman görünür değişken olarak adlandırılmaktadır.[362] Diğer bir deyişle görünür değişkeni, belirli bir değer aralığı bulunan, sınırlandırılmış bir değişken olarak; gerçek değişkeni ise belirli bir değer aralığı bulunmayan, sınırlandırılmamış bir değişken olarak tanımlayabiliriz.[363]

Russell, tip kavramının tanımını verirken bu iki tür değişkenden görünür olarak adlandırdığı değişkenin önermelerde görülmesiyle birlikte söz konusu değişkenlerin değer aralığının tipleri oluşturduğunu belirtmektedir. Çünkü tipler, işlev gördükleri alan içerisine bir sınırlama getirmektedir ve aynı şekilde bir görünür değişken belirli bir değer aralığına sahip olması bağlamında sınırlandırılmış bir değişkendir. Görünür değişkenin bu özelliği tiplerin belirlenmesinde etkili olmaktadır. Bir gerçek değişken ise belirli bir değer aralığı bulunmadığından dolayı tiplerin doğası ile uyumlu olamamaktadır. Russell, ayrıca tipin *tüm değerlerin* söz konusu olduğu fonksiyon tarafından sabitlendiğini de ifade etmektedir.[364] Dolayısıyla görünür bir

[361] Russell, **Mathematical Logic as Based on the Theory of Types,** s. 236.
[362] Russell**, a.g.e**., s. 228.
[363] Detaylı bilgi için tez içerisindeki 3.3.1 bölümüne bakınız.
[364] Russell, **a.g.e**., s. 236-237.

değişken içeren herhangi bir şey, bu görünür değişkenden daha yüksek bir tipte olması gerekmektedir.[365]

Böylelikle yukarıda bahsedilen paradoksların kaynağı olarak gösterilen 'bütünlük' ifadeleri belirli bir tip içerisinde yer alacağından kısır döngü yanılgılarına maruz kalmayacaktır. Çünkü önermelerin verili bir bütünlüğüne atıfta bulunan önermelerin kendileri artık belirli bir tip çerçevesinde sunulması bağlamında asla bu bütünlüğün üyeleri olmayacaktır. Dolayısıyla *tüm önermeler*'in meşru olmayan bütünlüğünü, her biri bir bütün oluşturabilecek daha küçük kümelere ayırmamız gerekecektir. Russell, bu durumu tipler teorisinin gerçekleştirmeyi amaçladığı şey olarak ifade etmektedir.[366] Sonuç olarak bir önermeler hiyerarşisinin oluşumu kaçınılmaz olmaktadır. Söz konusu hiyerarşi şu şekilde ifade edilebilir: birinci dereceden önermeler, herhangi bir bütünlüğe gönderme yapmayan önermeler olacaktır; ikinci dereceden önermeler birinci dereceden önermelerin bütünlüklerine atıfta bulunan önermeler olarak ortaya çıkacaktır; üçüncü dereceden önermeler ise ikinci dereceden önermelerin bütünlüklerine atıfta bulunan önermeler olarak ortaya çıkacaktır ve bu durum sonsuza kadar bu şekilde devam etmektedir. Genel olarak, n'inci dereceden önermelerle ilgili olan ancak n'den büyük herhangi bir dereceden önermeyle ilgili olmayan önermeler, n+1 dereceden önermeler olarak adlandırılmaktadır.[367] Russell, birinci dereceden önermelerin yalnızca bireyleri içerdiğini belirtmektedir. Çünkü bireylere genelleme işlemi uygulanarak yeni önermeler elde edilmektedir ve bu süreç içerisinde hiçbir birey bir önerme olarak ele alınamamaktadır. Bu, yeni bir bütünlüğün kendi kapsamına dahil olmasını engellemektedir. Russell, bunun sebebi olarak bireylere yüklediğimiz anlamı göstermektedir ve bir bireyi, karmaşıklıktan yoksun bir şey olarak ifade etmektedir. Hatırlanacağı üzere tipleri belirleyen şeyin görünür değişkenlerin değer aralığı olduğu yukarıda belirtmiştik. Bu bağlamda görünür değişken olarak sadece bireyleri içeren önermeler birinci dereceden önermeler olacaktır ve bunlar ikinci mantıksal tipi

[365] Jordan E. Collins, "**A History of the Theory of Type**", A Thesis in McMaster University, Hamilton Ontario, 2005, s. 40.
[366] Russell, **Principia Mathematica Volume I**, s. 37.
[367] Irving M. Copi, **The Theory of Logical Types**, Ed. G. B. Keene, London, Routledge & Kegan Paul, 1971, s. 80.

oluşturacaktır. Böylelikle yeni bir bütünlüğe, birinci dereceden önermelere sahip olunacaktır. Daha sonra birinci dereceden önermelerin görünür değişken olarak ortaya çıktığı yeni önermeler oluşacaktır ve bunlara ikinci dereceden önermeler denilecektir: aynı zamanda bunlar üçüncü mantıksal tipi oluşturmuş olmaktadır ve bu süreç sonsuza kadar devam ettirilebilmektedir. Russell, bu durumun genel özetini şu şekilde vermektedir: n+1'inci mantıksal tip, n-1'inci derecesinde olan önermeleri içeren ancak görünür değişkenler olarak daha yüksek dereceden olmayan n derecesindeki önermelerden oluşmaktadır.[368] Bu şekilde, görünen bir değişken her zaman bir tip içinde sınırlandırılacak ve elde edilen tipler de birbirini dışlamış olacaktır. Böylelikle hiçbir kısır döngü yanılgısının ortaya çıkması söz konusu olmayacaktır.

4.2.6. Paradoksların Tipler Teorisi ile Çözümü

Bu bölümde Russell'ın sunmuş olduğu tipler teorisinin paradoksları nasıl ortadan kaldırdığını ele alacağız. İlk olarak yalancı paradoksunu ele alalım. 'Yalan söylüyorum' ifadesinde bulunan bir kişi söz konusu ifade yerine 'onayladığım ve n'inci dereceden yanlışlığı olan bir p önermesi vardır' ifadesini kullandığı takdirde paradoks çözülmektedir. Çünkü ait olabilecek doğruluk veya yanlışlık tipi, n'inci dereceden daha yüksek bir derecede doğruluk veya yanlışlığı ifade etmektedir. Dolayısıyla kişinin ifadesi kendi kapsamına girmemekte ve bu nedenle herhangi bir paradoks ortaya çıkmamaktadır. Yani Epimenides 'birinci dereceden yanlış bir önerme ileri sürüyorum' ifadesini kullandığı anda aslında ikinci dereceden bir önerme ileri sürmektedir. Birinci dereceden hiçbir önerme ileri sürülmediği için söz konusu önerme ifadesi yanlıştır. Fakat söz konusu ifadenin kendisi ikinci dereceden bir önerme olduğu için 'ikinci dereceden yanlış bir önerme ileri sürüyorum' ifadesi doğru olacaktır.[369]

Russell, kendisinin üyesi olmayan sınıfların sınıfıyla ilgili paradoksu çözmek için bir sınıfla ilgili bir önermenin her zaman sınıfı tanımlayan bir fonksiyonla ilgili yani sınıfın üyeleri tarafından karşılanan ve başka hiçbir argüman tarafından

[368] Russell, **Mathematical Logic as Based on the Theory of Types,** s. 238.
[369] Russell, **Principia Mathematica Volume I**, s. 62.

karşılanmayan bir fonksiyonla ilgili bir ifadeye indirilmesi gerektiğini belirtmektedir.[370] Bu noktada da fonksiyonlar hiyerarşisi inşa edilecektir. Argümanı bir birey olan ve değeri her zaman birinci dereceden bir önerme olan bir fonksiyona *birinci dereceden fonksiyon* adı verilmektedir. Görünür değişken olarak birinci dereceden bir fonksiyon veya önerme içeren bir fonksiyon ise *ikinci dereceden bir fonksiyon* olarak adlandırılacaktır ve bu böyle devam edecektir.[371] Dolayısıyla bir fonksiyona ilişkin olası argümanlar sınırlandırılmış olacaktır ve 'kendisinin üyesi olmayan sınıfların sınıfı' kavramının bir anlamı olmayacaktır. Böylelikle söz konusu sınıfın var olduğunu varsaymaktan kaynaklanan paradoks ortadan kalkacaktır.

Berry paradoksunun meydana gelme sebebi olarak 'on dokuz heceden daha azıyla adlandırılamaya en küçük tam sayı' ifadesinde bulunan *adlandırılabilir* sözcüğünün adların bütününe atıfta bulunuyor oluşunu göstermiştik. Bu durum, kendisinin de bu adlardan biri olarak anılmasına izin vermektedir. Oysa tipler kuramı adların bütünü hakkındaki anlatımları olanaksız bir hale getirmektedir.[372] Söz konusu paradoksta *adlar*dan söz edildiği anlamda adların toplamı diye bir şeyin olması söz konusu değildir ve bu, yukarıda bahsetmiş olduğumuz fonksiyonlar hiyerarşi ile sağlanmaktadır. Russell, farklı derecedeki adları şu şekilde tasniflemektedir: temel adlar olarak herhangi bir tanım içermeyen *uygun adlar (proper names)* bulunmaktadır. Birinci dereceden adlar, birinci dereceden bir fonksiyon aracılığıyla bir tanımlama içerecek şekilde olacaktır. İkinci dereceden adlar, ikinci dereceden bir fonksiyon aracılığıyla bir tanımlama içerecek şekilde olacak ve bu adlar arasında birinci dereceden adların toplamına atıfta bulunanlar olacaktır. Bu şekilde bütün bir hiyerarşi boyunca ilerlenebilmektedir. Ancak hiçbir aşamada, kullanılacak adların derecesi belirtilmedikçe *adlandırılabilir* sözcüğü bir anlam taşımayacaktır. Söz konusu sözcüğün bir anlam içermesi için *n'inci dereceden adlar bakımından adlar* ifadesi kullanılmalı ve bu ifadenin yer aldığı herhangi bir ad mutlaka n'inci dereceden daha yüksek bir derecede olması gerekmektedir.[373]

[370] Russell, **Principia Mathematica Volume I**, s. 62-63.
[371] Russell, **Mathematical Logic as Based on the Theory of Types,** s. 239.
[372] Russell, **Batı Felsefesi Tarihi**, s. 61.
[373] Russell, **Principia Mathematica Volume I**, s. 64.

Bir sonraki 'tanımlanamaz en küçük sıra sayısı' paradoksu ile Richard paradoksunda da durum benzer şekildedir. Her iki paradoksta da *tanımlanabilir* ibaresinin tipinin belirsizliğinden kaynaklanan bir durum bulunmaktadır. *Tanımlanamaz en küçük sıra sayısı* yerine *n'inci tipten tanımlar ile tanımlanamaz en küçük sıra sayısı* ifadesinin bulunduğu ve söz konusu ifadenin n'inci dereceden daha yüksek bir tipe sahip olan bir tanım olması bağlamında paradoks ortadan kalkacaktır. Çünkü ifadenin kendisi artık söz konusu ifadenin içine dahil edilen bir ifade olmaktan ziyade daha farklı bir tipte meydana gelmiş yeni bir ifade olacaktır. Richard paradoksunda ise *E*'yi sonlu sayıda kelime ile tanımlanabilecek bütün ondalık sayılar olarak tanımlanmıştı. Oysa *E*'yi belirli bir tipin tanımına sahip ondalık sayılar ile sınırladığımızda ve paradoksa neden olan *N* sayısının daha yüksek bir tipe ait bir tanıma sahip olduğunda paradoks ortadan kalkacaktır. Çünkü bu durum, daha önceki tanımlarımızın kapsamına girmeye izin vermemektedir.[374]

Russell, benzer nitelikteki tüm paradoksların çözümünün hepsinin aynı türden olduğunu ifade etmektedir:

> "Hepsinde yer alan paradoksal görünüm, *doğruluk, yanlışlık, fonksiyon, özellik, sınıf, bağıntı, kardinal, sıra sayısı, isim, tanım* gibi sistematik tip belirsizliği olan bazı sözcüklerin varlığından kaynaklanmaktadır. Bu tarz herhangi bir sözcük, tipik belirsizliği gözden kaçırılırsa, görünüşe göre kendi terimleriyle tanımlanan üyeleri içeren bir bütünlük oluşturacak ve böylece kısır döngü yanılgılarına yol açacaktır. ... Bu nedenle, paradoks görünümü her zaman gizli, tipik bir belirsizliği bünyesinde barındıran sözcüklerin varlığından kaynaklanır ve görünürdeki çelişkinin çözümü, gizli belirsizliği gün ışığına çıkarmakta yatmaktadır."[375]

Görüldüğü üzere Russell, sunmuş olduğu paradoksların ve onlara benzer nitelikteki tüm paradoksların belirli bir tip eksikliğinden kaynaklandığını görmüş ve bu bağlamda tipler kuramını inşa etmiştir. Öne sürmüş olduğu tipler kuramı söz konusu paradoksların çözümünde oldukça etkili olmakla birlikte eş değer önermelerin ifade edilmesi gerektiği durumlarda teori sekteye uğramaktadır. Özellikle

[374] **A.y.**
[375] Russell, **Principia Mathematica Volume I**, s. 64-65.

matematiksel tümevarımla bağlantılı durumlarda eş değer olması gereken önermelerin olması gerekmektedir. Oysa tipler kuramına göre x'in herhangi bir tipte ya da derecede olması gerekmektedir ve bu durumda 'x'in tüm özelllikleri' hakkındaki herhangi bir ifade anlamsız olacaktır. Aynı zamanda tipler teorisi, doğal sayıların biricikliğini de zedelemektedir. Çünkü mantıksal teze göre *bir(1)* sayısı tek üyeli kümelerin bir kümesidir.[376] Tipler teorisine göre ise söz konusu *bir(1)* üyeli kümelerin hepsi aynı tipten olması gerekmektedir çünkü aksi takdirde paradoks oluşmaktadır. Şimdi bu *bir sayısı*, belirli bir tipteki nesneleri, büyük olasılıkla en düşük tipteki nesneleri, sayarken kullanılan sayıdır.[377] Fakat daha yüksek bir tipteki nesneler sayılmak istenildiğinde yeni bir *bir(1)* sayısına ihtiyaç duyulacaktır, çünkü bu yeni *bir(1)* sayısı artık yüksek tipteki *bir(1)* üyeli kümelerin bir kümesi olmaktadır ve böylelikle söz konusu sayı kendi kapsamına dahil olmayarak bir paradoksun oluşmasını engellemektedir. Böylelikle tipler hiyerarşisinde her bir tip için yeni bir *bir(1)* sayısı meydana gelmiş olacaktır ve bu durum diğer doğal sayılar için de geçerlidir. Sonuç olarak ortada bir sayısı, iki sayısı, üç sayısı, vb. sayıların sonsuz bir şekilde bulunmasına neden olmaktadır. Bu durum, doğal sayıların biricikliğini gölgede bırakmaktadır. Russell, böyle bir durumun temel matematiğin çoğunu imkansız hale getirdiğinin farkına vararak *indirgenebilirlik aksiyomunu* ortaya koymuştur. Russell, indirgenebilirlik aksiyomu ile herhangi bir derece içerisindeki herhangi bir yüklem için, ona eşdeğer olan birinci dereceden bir yüklem olduğunu belirtmektedir. Böylelikle matematikteki sayılar üzerinden ve birçok temel matematik ilkeleri hakkında işlemler yapılabilecektir. Fakat söz konusu aksiyomun bu yetkinliği yeterince etkili görülmemiş ve çoğu kişi felsefi olarak gerekçelendirilmesinin mümkün olmadığı kanaatini getirmiştir.[378] Örneğin, Quine, söz konusu aksiyomu 'garip bir şekilde aldatıcı' bulmaktadır.[379] Çünkü eğer herhangi bir derecedeki bir önerme birinci dereceden bir önerme ile eş kapsamlı sayılabiliyor ise o zaman tiplerin varlığının gerekliliği ortadan kalkmaktadır. Bir başka deyişle, 'İndirgenebilirlik aksiyomu kendi

[376] Stephen F.Barker, **Matematik Felsefesi**, Çev. Yücel Dursun, 2.bs. Ankara, İmge Kitabevi, 2017, s. 145.
[377] **A.y.**
[378] Adrew D. Irvine, **Bertrand Russell's Logic**, s. 11.
[379] John L. Bell, "Types, Sets and Categories", **Handbook of the History of Logic**, Elsevier, Ed. Dov M. Gabbay, Akihiro Kanamori, John Woods, ss. 633-687, 2012, s. 639.

kendini silmektedir: eğer doğruysa, başa çıkması amaçlanan dallanma[380] en baştan beri anlamsızdır.'[381]

Russell'ın söz konusu aksiyomun da içinde bulunduğu tipler kuramı birçok kişi tarafından başarılı bulunurken diğer başka bir kesim tarafından da oldukça kısıtlayıcı bulunarak eleştirilmiştir.[382] Fakat unutulmamalıdır ki Russell'ın öne sürmüş olduğu

[380] Bu kavram, Russell'ın tipler teorisinin ikinci versiyonu olan dallanmış tipler teorisindeki çeşitlenmeyi kastetmektedir.

[381] John L. Bell, **Types, Sets and Categories,** s. 639.

[382] Bu düşünürlerden biri de ünlü mantıkçı, matematikçi ve filozof olan Kurt Gödel'dir. Gödel, *Eksiklik Teoremi* adındaki kuramı ile 20. yy'ın en önemli matematiksel sonuçlarından birini ortaya çıkarmıştır. Bu teorem, genel olarak şu iki sonuca ulaşmaktadır: İlki, aksiyomatik sistemlerin içinde doğruluğu ya da yanlışlığı kanıtlanamayan önermelerin bulunmasıdır. Gödel, bunu aritmetik içeren aksiyomatik bir sistem tutarlı ise eksiksik değildir şekilnde ifade etmektedir. Bir başka deyişle, biçimsel bir dizge içerisinde doğru oldukları halde aksiyom kullanılarak ispatlanması olanaksız olan matematik önermeleri bulunmaktadır. "Biraz daha matematiksel olarak ifade edecek olursak, eksiklik teoremi şunu söyler: Doğal sayıları, toplamayı ve çarpmayı ifade edecek güçte olan ve neyin belit olup olmadığı anlaşılabilen çelişkisiz bir sistemde, doğru olan ama kanıtlanamayan bir önerme olmak zorundadır." https://nesinkoyleri.org/wp-content/uploads/2019/09/226_232_kurtgodel.pdf (Çevrimiçi) 12 Nisan 2023. Dolayısıyla Gödel'e göre aksiyomlar üzerine kurulan sistemlerin tam olması mümkün değildir, her zaman eksik olmaktadır. Söz konusu teoreme göre çıkarılan ikinci sonuç, aritmetiği kapsayan bir biçimsel dizgenin tutarlılığının, bu dizgenin içinde bulunan araçlarla kanıtlanamayacağıdır. Gödel, bu tarzda kurulan en kapsamlı biçimsel dizgelere örnek olarak Russell ve Whitehead'ın yazmış olduğu *Principia Mathematica*'yı göstermiştir. Kurt Gödel, **On Formally Undecidable Propositions of Principia Mathematica and Related Systems,** Çev. Meltzer, New York, Basic Books, 1962, s.37. "Russell ve Whitehead, matematiğin tamamını saf mantıkta temellendirdiklerine ve çalışmalarının bundan sonra matematik için sağlam bir temel teşkil edeceğine inanıyorlardı. Yaklaşık yirmi yıl sonra, Gödel bu yeni bakış açısına kuşku ile yaklaşmaya başladı ve bir gün, bu ciltlerdeki oldukça zorlu simge örüntüleri üzerinde çalışırken, bu örüntülerin sayı örüntülerine benzediklerini keşfetti ve her bir simgeyi bir sayı ile değiştirebileceği düşüncesi zihninde bir şimşek gibi çaktı. Bu şekilde düşününce, *Principia Mathematica'*nın tümünü bir simge dizisi oluşturma olarak değil, (modem bir terimden ödünç alarak ifade edersek) bir sayı bağlantısı kurmak [*number crunching*] olarak yeniden algıladı. Konuya bu şekilde bakmak, meselenin yukarıdan kuşatıcı bir şekilde görülmesine yol açtı: *Principia Mathematica*'nın nesne alanı sayılar olduğuna göre ve Gödel de bu ciltlerde kullanılan aracı ortamı [medium] sayılara dönüştürdüğüne göre, bu, *Principia Mathematica*'nın aslında kendi kendisinin nesnesi olduğunu gösteriyordu." E. Nagel & J.R. Newman, **Gödel Kanıtlaması**, Çev. Bülent Gözkan, İstanbul, Boğaziçi Üniversitesi Yayınları, 2007, s. xxiv. Oysa Gödel, biçimsel bir dizgenin tutarlılığına, kendi içindeki araçlarla ulaşılamayacağını yani hiçbir zaman bir dizgenin kendisine bakarak onun tutarlılığına karar verilmeyeceğini *Eksiklik Teoremi* sayesinde ortaya koymuştu. *Principia Mathematica*'da matematiğin temel kısımları, sınırlı sayıda aksiyomdan başlayarak tümdengelimli bir sistem içerisine oturtturulması bağlamında yine Gödel'in eleştirisine maruz kalmaktadır. Çünkü Gödel, Principia Mathematica ve benzeri aksiyomatk sistemlerin içinde doğruluğu ve yanlışlığı kanıtlanamayan önermelerin bulunması sebebiyle matematiksel gerçekliğe tam olarak uymadığını belirtmektedir. Kısacası Gödel, Russell'ın temelde matematiği sembolik mantık yoluyla bir dizi aksiyom ve kurallarla türetme fikrini eleştirmektedir. Gödel, Russell'ın sistemi içerisindeki biçimsel dizge ya da aksiyomların doğru olabileceğini fakat bu doğruluğun söz konusu biçimsel dizgenin kuralları veya aksiyomları kullanılarak kanıtlamayacağını göstermiştir. Başka bir deyişle, matematiksel bir sistemi oluşturan aksiyomların doğruluğunu doğrulamak için dışsal bir kaynağa ihtiyaç duyulmaktadır ve böylelikle hiçbir biçimsel dizge, kendi kendini kanıtlayamayacağı görülecektir. "Bu şaşırtıcı gözü peklikle Gödel, Principia Mathematica'nın kalesine hücum etmiş, tozu dumana katarak yıkılmasına sebep olmuştur. Gödel ayrıca yönteminin Principia Mathematica'nın amacını gerçekleştirmeye çalışan herhangi bir dizgeye uygulanabileceğini de göstermişti. Sonuç olarak Gödel,

tipler kuramı hem kendi zamanında yer alan düşüncelere yeni bir ışık ve yeni bir bakış açısı vermesi hem de kendisinden sonra oluşturulacak olan çok önemli kuramların kapısını aralaması bağlamında çok değerli bir kuramdır.

matematiksel düşünmenin aksiyomatik dizgelerin sağlamlığı ile yakalanabileceğine inananların umutlarını yıktı." E. Nagel & J.R. Newman, **Gödel Kanıtlaması,** s. xxv.

SONUÇ

Russell, matematiği mantığa indirgemeyi kendine amaç edinen bir akım olan mantıkçılığın en önemli isimlerinden biridir. Russell'ın mantıkçılık düşüncesinin felsefe tarihi üzerindeki etkisi büyük ve kalıcıdır. Russell, mantıkçılık sayesinde felsefenin bilimsel bir disiplin haline gelmesini ve gündelik dilin gramer yapısının mantıksal analize tabi tutulmasını amaçlamıştır. Çünkü ona göre gündelik dilin gramatik yapısı yanlış yönlendirmelere elverişli bir yapıdadır. Dolayısıyla Russell, mantıksal analiz yöntemi ile dilin mantıksal yapısını ortaya çıkararak felsefi öğretilere sağlam bir temel sunma düşüncesini taşımaktadır. Bu çalışmanın sonucunda mantıkçılık düşüncesinin felsefe tarihine ait geçici bir düşünce okulu olmadığı gösterilmiştir. Aynı zamanda mantıkçılığın öncüsü kabul edilen Russell düşüncelerinin felsefe tarihinde etkisinin devam ettiği vurgulanmıştır. Russell'ın mantıkçılığı, analitik felsefenin doğuşuna ve gelişmesine katkıda bulunmuş, ayrıca mantıksal pozitivizm ve dil felsefesi gibi akımları etkilemesi ile güncelliğini hala korumaktadır. Eğer, özellikle analitik ve dil felsefesine ait bir felsefi sorun tartışılmak isteniyorsa Russell'ın mantıkçılığına dair düşünceleri kesinlikle ele alınmalıdır. Aksi takdirde söz konusu tartışmanın verimli olacağı söylenemez. Çünkü bu alanlara dair düşüncelerin tohumları Russell'ın mantıkçılığında atıldığından dolayı tüm sorunlar bu noktada düğümlenmektedir. Dolayısıyla Russell'ın mantıkçılığı anlaşılmadan söz konusu sorunlar da yeterince iyi anlaşılamayacaktır. Bunun yanı sıra bu çalışmada Russell'ın ortaya atmış olduğu düşüncelerin saf bir başarıya ulaştığını iddia etmiyoruz. Russell'ın düşüncelerine karşı geliştirilen birtakım eleştiriler elbette mevcuttur. Fakat unutulmamalıdır ki hiçbir inceleme, kuram ya da yöntem mutlak bir başarısızlık içermez; bir şeye dikkat çeker, bir sorunu açığa çıkarır. Fakat bir çözümün ortaya konmasından ziyade bir sorunun ortaya çıkarılması daha önemli bir meseledir. Russell'ın düşüncelerinde de bu durum görülmektedir. Russell, belirli sorunları gün yüzüne çıkarmış ve onlara bir çözüm önerisi getirmiştir. Ancak Russell, sorunlara karşı getirdiği çözümlerin yanı sıra ele almış olduğu özgün sorunlar felsefenin gelişiminde etkili olmuştur. Russell'ın ortaya koymuş olduğu sorunlar ve problemler kendisinin bile tahmin edemeyeceği sonuçlara ve yeni kuramların önüne ışık tutmuştur. Russell,

ortaya koymuş olduğu düşünceler ve sorunlar Wittgenstein'a kadar uzanan dil felsefesinin gelişiminde çok önemli katkılarda bulunmuştur. Yine felsefe tarihinde önemli bir topluluk olan ve felsefenin bir öğreti değil etkinlik olduğunu ortaya koyan Viyana Çevresi, bu görüşlerini oluştururken Russell'ın düşüncelerinden beslenmiştir. Bu çalışma Russell'ın çağdaş felsefede hala önemini koruduğunu ve onun mantıkçılık düşüncesinin anlaşılamaması sonucu dil felsefesi ve analitik felsefe çalışmalarının da yarım kalacağı sonucunu taşımaktadır. Bir başka deyişle yapmış olduğumuz çalışma Russell'ın mantıkçılık bağlamında ele almış olduğu sorunların sonraki nesiller için birer kılavuz olduğunu göstermesi bağlamında önemlidir. Dilerim ki yapmış olduğumuz bu çalışma da okuyucuda farkındalık yaratıp zihinlerde yeni problemlerin oluşmasına ve bu problemlerin çözüm arayışı esnasında başka yeni problemlerin oluşmasına ve böylelikle felsefi düşünce serüveninin her zaman insan hayatında yer almasına hizmet eder.

Bu düşünceler doğrultusunda çalışmamızda Russell'ın mantıkçılığın temel ilkeleri ve sorunlarını ele aldık. Çalışmaya öncelikle mantıkçılık düşüncesinin hangi aşamalar doğrultusunda ortaya çıktığını göstermeye çalıştık. Çünkü söz konusu gelişim aşamaları Russell'ın mantıkçılığa dair düşüncelerinin anlaşılmasında oldukça yardımcı olmaktadır. Bu bağlamda ilk bölümümüzde mantıkçılığın temellerinin oluşmasında ön plana çıkan Leibniz, Dedekind, Peano ve Cantor gibi önemli isimlerin düşüncelerine yer verdik. Leibniz'in *evrensel dil* düşüncesi mantıkçılığa giden yolda önemli bir adımdır. Leibniz'den önce de söz konusu amaca yönelik çalışmalar bulunmuş olsa da Leibniz bu çalışmaları yetersiz bulmuş ve kendi çalışmasını ortaya koymuştur. Çalışma içerisinde Leibniz öncesi çalışmalarla birlikte Leibniz'in *Evrensel Karakterizm (Characteristica Universalis)* olarak adlandırılan öğretinin detaylarına yer verdik. Leibniz, gündelik dil ile yapılan felsefeyi yeterli görmemiştir çünkü ona göre gündelik dil, düşüncelerin oluşmasında yanılgılara sebep olmaktadır. Bu nedenle de matematiği kendine rol model almış ve en yalın ilkelerden hareketle tüm kavramları matematiksel bir düzene göre elde etmeye çalışmıştır. Çalışma içerisinde Leibniz'in sisteminin ayrıntılarını ele aldık ve sembolik mantığın habercisi olması bağlamında kurmak istediği sistemin önemini vurguladık. Eğer Leibniz'in yapmış olduğu çalışmalar yeterince duyurulmuş olsaydı bugün belki modern mantığın kurucusu

olarak Leibniz ismi telaffuz edilecekti. Çalışmamızda Leibniz'in sembolik mantığın görünmez bir öncüsü olarak görülebileceğine işaret ettik.

Ardından mantıkçılığın ilk tohumları olan aritmetiği mantığa indirgeme konusunda çalışmalar yapan Dedekind'ın görüşlerini ele aldık. Dedekind, düşüncelerini oluşturmada uzay ve zamana başvurmayı reddeden bir düşünürdür. Çünkü ona göre sezgilerimize dayalı kanıtlamalar bizi bilimsellikten uzaklaştırmaktadır. Dedekind'ın bu düşünce ile öğretilerinde mantıksal bir temel sağlamaya çalıştığını gözlemledik. Dedekind'in *Dedekind Kesimi* olarak adlandırılan öğretisi ve bu öğretisi ile irrasyonel sayıların varlığına nasıl ulaştığını inceledik. Dedekind, rasyonel sayıları doğal sayılardan türeterek açıklamaktadır ve böylelikle sayının temellendirilmesini sağlamış olmaktadır. Bu görüş doğrultusunda Dedekind'in aritmetiği, mantığın bir parçası olarak gördüğünü vurguladık. Ardından Peano'nun Dedekind'in sayıyı temellendirirken kullanmış olduğu aksiyomları mantıksal bir çerçeveye yerleştirdiğine dikkat çektik. Peano, üç ilkel fikir ve beş aksiyom ile doğal sayıların aritmetiğini ve daha sonra tüm aritmetiği yeniden kurmayı başarmıştır. Peano'nun düşünceleri Leibniz'in ortaya koymuş olduğu soruna yani sembollerle tamamen mantıksal kavramları ve önermeleri tanımlama sorununa çözüm getirmektedir. Çalışma içerisinde yer alan Peano bölümü aynı zamanda Russell'da kardinal sayıların oluşumunda etkili olması sebebiyle önemlidir. Çalışmanın ilk bölümünün son ismi olarak Cantor'un görüşlerini ele aldık. Cantor, kümeler kuramının kurucusu olarak matematiğe ve mantığa büyük yenilikler getiren bir düşünürdür. Bölüm içerisinde Cantor'un *bire bir eşleşme* kavramına, sonsuz küme tanımına ve farklı büyüklükte sonsuzluklar olduğunu kanıtladığı *köşegen teoremine* odaklandık. Böylelikle ilk bölümde mantıkçılığın oluşmasında temel sayılan belli başlı düşünürlerin görüşlerine yer vererek çalışma konumuz için ön hazırlık yapmış olduk.

Çalışmamızın ikinci bölümünde Russell'ın mantıkçı tezinin oluşumunda öncü bir isim olan Frege'nin görüşlerine yer verdik. Frege'nin gündelik dili sağlıklı bulmaması onu yeni bir dil arayışına yöneltmiştir. Frege, mantığın tam bir kesinlik sunarak söz konusu arayışına çözüm getirdiğine inanmış ve aritmetiği mantık üzerine inşa etmeye başlamıştır. Bu bağlamda Frege'nin aritmetiğin önermelerini mantığın önermelerine indirgeme düşüncesini ele aldık ve mantıkçılık kuramının bu düşünce ile

başlatıldığını vurguladık. Frege, aritmetiği mantığa indirgeme düşüncesini *Aritmetiğin Temelleri* adlı eserinde oldukça açık bir şekilde gözler önüne sermektedir. Frege, söz konusu düşüncesini ortaya koyarken ilkin sayının tanımını yaparak işe başlamaktadır. Dolayısıyla Frege'nin sayıyı kardinal sayı bağlamında ele aldığını ve kardinal sayının ise *kaç tane* sorusuna verilen yanıtın kendisi olduğunu ortaya koyduk. Ardından Frege'nin aritmetiği mantığa indirgeme çalışmalarını derinden sarsan Russell paradoksunu inceledik. Russell paradoksu ile Frege'nin aritmetiği mantığa indirme girişimi her ne kadar başarısızlığa uğramış olsa da Frege'nin söz konusu çalışmaları kendisinden sonra yapılan çalışmalar açısından önemini koruduğunu belirrtik.

Frege'nin düşüncelerini ele alırken onun psikolojizme bakış açısı göz ardı edilemezdi. Çünkü psikolojizm, mantık yasalarını insan zihninin bir ürünü olarak görmekte ve insanın akıl yürütmesinin deneysel genellemeleri olarak değerlendirmektedir. Bu durum mantığın evrenselliğini savunan Frege'nin doğal olarak eleştirisine maruz kalmaktadır. Bölüm içerisinde Frege'nin psikoloji ile mantık arasında kesin bir ayrım yaptığını ve psikolojizmi, mantığın evrenselliğini sarstığı düşüncesi ile eleştirdiğini gösterdik. Daha sonra Frege'nin klasik mantığın gündelik dilin yapısına paralel olarak yapmış olduğu özne-yüklem ayrımına yeni bir boyut kazandırdığına işaret ettik. Çünkü ona göre özne-yüklem ayrımı gündelik dilin yanıltıcı yapısının bir parçasıdır. Dolayısıyla özne-yüklem ayrımının ortadan kalkması gerekmektedir. Frege'nin geleneksel özne-yüklem ayrımı yerine fonksiyon-argüman ayrımını getirerek modern mantığa yönelik girişimlerini ele aldık. Frege'nin fonksiyonu, boşluklu, tamamlanması gereken ve doymamış olarak tanımladığına ve argümanı ise tam tersi boşluksuz, tamamlanmış ve doymuş olarak tanımladığına işaret ettik. Daha sonra Frege'nin fonksiyon-argüman ayrımına paralel olarak oluşturmuş olduğu gündelik dildeki karşılıkları olarak değerlendirebileceğimiz kavram-nesne ayrımını gösterdik. Frege, hem fonksiyon-argüman hem de kavram-nesne ayrımını geleneksel özne-yüklem ayrımının yetersizliğini göstermek için öne sürdüğü sonucuna ulaştık. Frege yine söz konusu sebepten yani geleneksel özne-yüklemin yetersiz kaldığı bir konu olarak genellik bildiren yargıların analizini göstermektedir. Bu doğrultuda Frege, bu sorunun üstesinden gelmek adına 'bütün', 'bazı', 'hepsi' gibi niceliklerin ifade ettiği genellik türünü açıklamada yeterli olduğunu düşündüğü bir

notasyon ortaya koymuştur. Bölüm içerisinde söz konusu notasyonunun genel imlerine ve ayrıntılarına değindik. Bunu yaparken konunun anlaşılırlığı açısından Frege'nin kendi oluşturmuş olduğu notasyonla birlikte modern notasyondaki karşılıklarına da yer verdik. Ayrıca bu notasyonun mantık tarihinin yeni bir dönemi ve modern mantığın habercisi olarak niceleme mantığı (yüklemler mantığı) olduğunu gösterdik. Frege'nin ortaya koymuş olduğu bu niceleme mantığı daha sonra Bertrand Russell'ın *Tasvirler Teorisi* ve Russell'ın Alfred North Whitehead ile birlikte ele aldığı *Principia Mathematica* adlı eser için son derece temel bir unsur olması bağlamında önemini vurguladık. İkinci bölümün sonunda ise Frege'nin felsefe tarihinde önemli bir konumu olan anlam ve gönderim ayrımını ele aldık. Frege, bir ifadenin dildeki karşılığı olarak kullanılan sembolleri o ifadenin anlamı olarak nitelerken bu semboller ile işaret edilen nesnenin kendisini ise onların gönderimi olarak adlandırmaktadır. Söz konusu bölüm içerisinde Frege'nin yapmış olduğu çalışmalar ile modern mantığın kurucusu olarak görüldüğüne ve Russell'ı düşünceleri ile etkilediğine dair vurgulamalar yaptık. Bu bölümde ünlü bir matematikçi olan Frege'nin matematiği belirsizliklerden kurtarma çalışmalarının mantıkçılığın gelişmesinde çok önemli bir dönüm noktasını oluşturduğu ve Russell'ın mantıkçılığa dair düşüncelerinin yönlendirilmesinde önemli bir isim olduğu sonucuna ulaştık.

Çalışmamızın ilk ana bölümü olarak değerlendirebileceğimiz üçüncü bölümde Russell'ın mantıkçılık düşüncesinin oluşum sürecini ve mantıkçılığa dair temel ilkelerini ele aldık. Bu bağlamda öncelikle Russell'ın matematiğe olan ilgisinin çocukluk yıllarından itibaren başladığını ve Peano ve Frege'nin düşünceleriyle birlikte matematiği mantığa indirgeme düşüncesinin hız kazandığını ifade ettik. Daha sonra Russell'da saf matematik konusunu ele aldık. Ona göre saf matematik mantıksal sabitler dışında herhangi bir sabit içermeyen önermeler yani biçimsel önermelerden oluşmaktadır ve saf matematik aslında mantıktır. Saf matematiğe ait önermeler belirli bir nesneye uygulanabilen önermelerden ziyade herhangi bir nesneye uygulanabilmesi bağlamında önemi üzerinde vurgular yaptık. Russell için saf matematik öğretisi aslında mantıkçılık öğretisinin gözle görülür ilk adımı olarak değerlendirilebilir. Russell'a kadar gelen süreçte sadece aritmetik mantığa indirgenmeye çalışılırken artık Russell ile tüm matematik mantığa indirgemeye çalışılmaktadır. Russell, tüm saf

matematiğin tamamının doğal sayılar ve onların özelliklerinden çıkarılabileceğini düşünmektedir. Russell, daha önce sayıları aksiyomatize eden Peano'nun kuramında belirsizlik olması sebebiyle birçok farklı şekilde yorumlamaya açık olduğunu belirtmektedir. Bu bağlamda bölüm içerisinde Russell'ın Peano aksiyomlarında belirsiz olduğunu düşündüğü üç ilkel fikri (sayı, sıfır ve ardıl) tanımlamaya yönelik girişimlerini ele aldık. Russell söz konusu çalışmalarına ilk olarak sayı kavramından başlamıştır. Dolayısıyla Russell'ın Peano çizgisinden uzaklaşarak Frege'nin sayı anlayışına yöneldiğini ve Frege'nin sayı anlayışına paralel olarak Russell'ın sayıyı kardinal sayı bağlamında ele aldığını belirttik. Russell'da sayı 'belirli bir koleksiyonu ya da sınıfı karakterize eden bir şey' olarak tanımlanmaktadır. Fakat Russell'ın bu sayı tanımı üzerinden yapmış olduğu açıklamalar, birtakım çelişkiler barındırdığından dolayı kendisi *bire bir eşleme* yöntemini kullanarak sınıflar bağlamında sayı tanımını değiştirmiştir. Cantor'da başlayan daha sonra Frege'de de kendini gösteren bire bir eşleme yönteminin Russell'da da sayının tanımında kullanıldığını gösterdik. Russell, sayı tanımını verdikten sonra diğer iki ilkel fikir olan sıfır ve ardıl kavramlarının tanımını vermiştir. Söz konusu alt bölüm sonucunda Russell'ın Peano'nun üç ilkel teriminin tanımını yaparak bu ilkel terimlerin mantığa indirgenmiş olduğunu ve böylelikle matematiği mantığa indirgeme yolunda önemli bir gelişmenin gerçekleştiğini vurguladık.

Ardından Russell'da önemli bir konu olan önermesel fonksiyonları ele aldık. Russell, önerme ile önermesel fonksiyon arasındaki ayrımın iyi analiz edilememesi sonucu felsefede birçok sorunun ortaya çıktığını belirtmektedir. Bu bağlamda Russell'ın önerme ile önermesel fonksiyon arasında yapmış olduğu ayrıma odaklandık. Bu ayrım bağlamında görünür değişken ve gerçek değişken kavramlarının izahını yaptık. Daha sonra önermesel fonksiyonlarda modalite sorununu ele aldık. Söz konusu bölüm içerisinde Russell'ın önermesel fonksiyonları, geleneksel kıyas kuramında yanılgıya sebep veren bazı durumları ortadan kaldırmak için öne sürdüğü sonucuna ulaştık.

Russell, matematik felsefesinin en zor ve önemli konularından biri olarak sınıflar konusunu görmektedir. Bu nedenle çalışmamız içerisinde Russell'ın sınıflara dair görüşlerini içeren bir bölüme yer verdik. Fakat Russell'ın sınıflar ile ilgili

düşünceleri zaman içerisinde değişiklik gösterdiğinden dolayı çok kapsamlı bir inceleme gerektirmektedir. Çalışma konumuzun sınırlılığı bağlamında Russell'ın ilk dönem sınıflar teorisini ele aldık. Çünkü Russell'ın mantıkçılığının temellerini anlamak için ilk dönemdeki sınıflar teorisinin en azından çalışma konumuz bağlamında yeterli olacağını düşündük. Russell'a göre bir sınıftan bahsetmenin içlemsel ve kaplamsal olmak üzere iki yolu bulunmaktadır. Dolayısıyla bölüm içerisinde Russell'ın bir sınıfı içlemsel ve kaplamsal olarak nasıl ele alınabileceğinin detaylarına odaklandık. Ardından bir sınıfın ne zaman içlemsel ve kaplamsal olarak ele alınabileceği sorusunun yanıtı olarak onun sınıfın kavramı (concept of class) ile sınıf kavramı (class concept) arasında yapmış olduğu ayrımda yattığını gösterdik. Russell'a göre sınıflar teorisiyle ilgili olarak ek bir ayrım daha yapılmalıdır. Bu ayrım bir-olarak-sınıf ile çok-olarak-sınıf arasındaki ayrımdır. Söz konusu ayrımın aslında bir sınıfı nasıl başka bir sınıfın üyesi olarak ele alabileceğini göstermesi bağlamında önemli olduğu sonucuna ulaştık. Russell için sınıfların mantıksal bir kavram olduğu ve bu görüşünün mantıkçılık düşüncesinin temelini oluşturan öğretilerden biri olduğu sonucuna ulaştık. Bunun yanı sıra Russell'da mantık alanında büyük öneme sahip olan bağıntı kavramını ele aldık. Geleneksel mantıkta özne-yüklemden oluşan basit önermeler ve eklemlerden oluşan birleşik önermelere yer verilmiş ve bağıntı bildiren önermeler göz ardı edilmiştir. Oysa bağıntı bildiren önermelerin yapısı söz konusu iki önerme türünden de oldukça farklıdır. Russell, bu durumun farkına vararak bağıntı kavramı üzerinde çalışmalar gerçekleştirerek söz konusu boşluğu doldurmuştur. Russell, bağıntıyı *'kavram olarak var olmayan iki terimin bulunduğu bir önermede ortaya çıkan ve iki terimin değiş tokuşunun farklı bir önerme verdiği kavram'* olarak tanımlamıştır. Russell, belirli bir önermenin ifade ettiği bağıntıyı önermenin öğelerine ve bunların arasındaki bağıntıya farklı harfler atfederek sembolize etmektedir. Bu noktada ortaya çıkardığımız sonuç Russell'ın bağıntıları mantıksal yapılar olarak görmüş olmasıdır. Ardından Russell'ın bağıntıların çeşitli türlerini ayırt etmiş olduğunu ve bunların mantıksal özelliklerini incelediğini gösterdik. Sonuç olarak Russell'ın bağıntı kuramı onun mantıkçılık düşüncesinin önemli katkılarından biri olarak görülebileceğini saptadık.

Çalışmamızın son bölümünde Russell'ın felsefede büyük yankı uyandıran ve birçok kuramın ortaya çıkmasına ışık tutan *Tasvirler Teorisi* ve *Tipler Teorisini* ele aldık. Russell'ın gündelik dilde kullanılan gramatik yapıyı sorunlu bulduğunu daha önceki bölümlerde dile getirmiştik. Yine aynı sebep bağlamında Russell, tasvirlerin doğru ifade edilemediğini ve bu nedenle de tasvirlere yönelik felsefi öğretilerin sorunlarla karşılaştığını ifade etmektedir. Bu bağlamda öncelikle Russell'ın kendisinden önce yapılmış olan tasvirlere yönelik eleştirilerini ele aldık. Ardından Russell'ın tasvirlerin yanlış ifade edilmesi sonucu ortaya çıkan paradoksal durumlar ve bu durumlara getirmiş olduğu çözüm önerilerini inceledik. Russell, çözümü gündelik dilde kullanılan gramatik yapının mantıksal analize indirgenmesinde bulmaktadır. Mantıksal analiz sayesinde dilbilgisinden kaynaklan sorunların ortadan kalkacağını düşünmektedir. Söz konusu düşünce, çalışma boyunca dikkat çekmek istediğimiz noktalardan biridir: Russell, gündelik dildeki gramatik yapının sorunlarını ve geleneksel mantık içerisinde yer alan birtakım sorunları mantıksal analiz ile çözme düşüncesini taşımaktadır ve söz konusu bu düşünce, onun mantıkçılık düşüncesinin temelini oluşturmaktadır.

Russell, Frege'nin sisteminde bulmuş olduğu paradoks ile Frege'nin öğretisini her ne kadar başarısızlığa uğratmış olsa da onla aynı düşünceyi yani matematiğin mantığa indirgenmesi gerektiği düşüncesini taşımaya devam etmiştir. Russell sadece Frege'nin yönteminin doğru olmadığını ama ulaşmak istediği sonucun doğru olduğunu düşünmektedir. Dolayısıyla bu amaç doğrultusunda paradoksu çözebilecek yöntem arayışına girmiştir. Bu yöntem arayışının sonucunda tipler teorisine ulaşmıştır. Bölüm içerisinde Russell'ın kendi paradoksuyla birlikte aynı nedenden kaynaklandığını düşündüğü birtakım paradokslara yer vererek söz konusu paradoksların tipler teorisi ile nasıl çözüldüğünü ele aldık. Russell'a göre paradoksların kaynağı gayri meşru bütünlükler barındırmalarıdır ve bu durumu da kısır döngü ilkesi aracılığıyla açıklamaktadır. Russell'ın tipler teorisi ile gayri meşru bütünlük ifadelerinin bir tip içerisinde yer aldığını ve böylelikle kısır döngü yanılgılarının ortadan kalktığına işaret ettik. Bölüm içerisinde ulaştığımız sonuçlardan biri tipler teorisinin Russell'ın mantıkçılık düşüncesinin hem temelini hem de sonucunu oluşturmuş olduğudur. Aynı zamanda Russell'ın tipler teorisi mantıkçılık düşüncesinin gelişimine katkıda

bulunmuş olsa da tam olarak kabul görmediğini ve bazı düşünürler tarafından eleştirildiğini de ifade ettik. Buna rağmen Russell'ın ortaya koymuş olduğu tipler teorisinin kendisinden sonraki birçok öğretinin kapısını aralaması ve birçok sorunun ortaya çıkmasına vesile olması bağlamında çok değerli bir kuram olduğu sonucuna ulaştık.

KAYNAKÇA

Barker, Stephen F. : **Matematik Felsefesi**, Çev. Yücel Dursun, 2.bs. Ankara, İmge Kitabevi, 2017.

Beaney, Michael: "Letter to Marty", **The Frege Reader**, Cambridge, Mass Blackwell, 1997.

Beaney, Micheal: "The Early Life Russell's Notion of a Propositional Function", **The Baltic International Yearbook of Cognition, Logic and Communication,** Vol 4, UK, University of York, 2008.

Bell, John L. : "Types, Sets and Categories", **Handbook of the History of Logic**, Elsevier, Ed. Dov M. Gabbay, Akihiro Kanamori, John Woods, ss.633-687, 2012.

C. Klement, Kevin: **Frege and the Logic of Sense and Reference**, New York & London, Routledge, 2002.

Carnap, Rudolf: **The Logıcal Structure of the World**, Translated by Rolf A. George, Berkeley And Los Angeles, University Of California Press, 1967.

Clark, Michael: **Paradokslar Kitabı**, Çev. Ahmet Fehmi, İstanbul, Hil Yayın, 2008.

Cohen, S. Marc: **Russell: "On Denoting"**, 2018, (Çevrimiçi) Microsoft Word - Russell Display.doc (washington.edu), 7 Haziran 2022.

Collins, Jordan E. : "**A History of the Theory of Type**", A Thesis in McMaster University, Hamilton Ontario, 2005.

Copi, Irving M. : **The Theory of Logical Types**, Ed. G. B. Keene, London, Routledge & Kegan Paul, 1971.

Couturat, Louis: **The Logic of Leibniz,** Trans. Donald Rutherford, R. Timothy Monroe, (Çevrimiçi) http://philosophyfaculty.ucsd.edu/faculty/rutherf

ord/Leibniz/Couturatchapters/Chap1.pdf 19 Mart 2021.

D'Alfonso, Simon: **Russell on Modality**, (Çevrimiçi) http://simondalfonso.id.au/documents/philosophy/russell_modality.pdf 24 Mart 2022.

Dedekind, Richard: **Essays on the Theory of Numbers**, Translated W.W. Beman, New York, Dover, 1901.

Dumitriu, Anton: **History of Logic**, Volume IV, England, Abacus Press, Tunbridge Wells, Kent, 1977.

Dummett, Michael: **Frege, Philosoph of Mathematics**, London, Duckworth, 1991.

Edward N. Zalta, **Frege's Logic and Philosophy of Mathematics**, Stanford Encyclopedia of Philosophy**,** (Çevrimiçi) https://plato.stanford.edu/entries/frege/ 21 Eylül 2021

Ekren, Uğur: "Alexius Von Meinong Ve Nesneler Teorisi", **Kutadgubilig Felsefe-Bilim Araştırmaları Dergisi,** Sayı 17:9-26, Mart 2010.

Ernest, Paul: **The Philosophy of Mathematics Education**, Routledge, Published in The Taylor & Francis E-Library, 2004.

Frege, Gottlob: **Kavram Yazısı**, Çev. Mustafa Özdemir, İstanbul, Külliyat Yayınları, 2019.

Frege, Gottlob: **Philosophical Writings**, 2. Bs. , New York, Basil Blackwell, 1960.

Frege, Gottlob: **Posthumous Writings.** Çev. Peter Long ve Roger White, Blackwell, 1979.

Frege, Gottlob: "Duyum ve Gönderim Üzerine", **Fonksiyon ve Kavram,** Çev. Mustafa Özdemir, İstanbul, Külliyat Yayınları, 2019.

Frege, Gottlob: "Letter to Russell", in Jean Van Heijenoort, **From Frege to Gödel**, Cambridge, Harvard University Press, 1967.

Frege, Gottlob: "On Sense and Reference", **The Philosophical Review 57**, No. 3, 1948, pp. 209-230.

Frege, Gottlob: "The Thought: A Logical Inquiry", **Mind**, New Series, Vol. 65, U.K, Oxford University Press, 1956, ss. 289-311.

Frege, Gottlob: **Aritmetiğin Temelleeri: Sayı Kavramı Üzerine Mantıksal-Matematiksel Bir İnceleme,** Çev. H. Bülent Gözkan, 5. Bs. İstanbul, Yapı Kredi Yayınları, 2020.

Frege, Gottlob: **Fonksiyon ve Kavram**, Çev. Mustafa Özdemir, İstanbul, Külliyat Yayınları, 2019.

Gödel, Kurt: **On Formally Undecidable Propositions of Principia Mathematica and Related Systems,** Çev. Meltzer, New York, Basic Books, 1962.

Gözkan, Bülent: **Aritmetiğin Temelleri-Sayı Kavramı Üzerine Mantıksal Matematiksel İnceleme**, İstanbul, Yapı Kredi Yayınları, 2020.

Grünberg, Teo: **Bertrand Russell'ın Tasvirler Teorisi**, Felsefe Arkivi Dergisi, 14. Sayı, İstanbul 1963.

Gür, Bekir: **Matematik Felsefesi**, Ankara, Fol Yayınları, 2019.

Hızır, Nusret: "Yeni Mantığın Öncüsü Leibniz", Ankara Üniversitesi, **Dil ve Tarih Coğrafya Fakültesi Dergisi,** Cilt: 3,4, Ankara, Ankara Basımevi, s. 433-440.

Irvine, Andrew D. : "Bertrand Russell's Logic", **Logic from Russell to Church,** Ed. Dov M. Gabbay, John Woods, Vol. 5, 2009.

Ito, Ryo: **Russell's Metaphysıcal Accounts of Logıc,** A Thesis Submitted for the Degree of PhD at the University of St Andrews, 2017.

Jourdain, Philip E.B.: "The Logical Work of Leibniz", **The Monıst**, Chıcago, The Open Court Publıshıng Company, 1916.

Kahveci, Kutsi: **Gottfried Wilhelm Leibniz Felsefesinde Bilgi Teorisi ve Mantık**, Ankara, Berikan Yayınevi, 2012.

Karataş, Ç. Burak: "Russell-Meinong Tartışması Üzerine", **Felsefe Arkivi Dergisi**, Sayı 53:35-54, 2020.

Kennedy, Hubert C.: "Peano's Concept Of Number", **Twelve Articles on Giuseppe Peano**, San Francisco, Peremptory Publications, 2002.

Kenny, Anthony: **Frege: An Introduction to the Founder of Modern Analytic Philosophy**, Malden, Massachusetts, USA, Blackwell Publishers, 2000.

Kneale, W. & Kneale, M: **The Development of Logic.** New York, Oxford University Press, 1962.

Kökçü, Ayşe: "Sayının Doğası ve Anlamı Üzerine", **Beytulhikme Felsefe Dergisi**, Cilt 9, Sayı 1, 2019.

Kutlusoy, Zekiye: "Mantık-Matematik İlişkisi Üzerine, **Kaygı Bursa Uludağ Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Felsefe Dergisi**, Cilt: 20, 2013, s. 127-138.

Kutlusoy, Zekiye: **Temel Sembolik Mantık**, Ankara, Art Yayınları, 2003.

Langer, Susanne K. : **An Introduction to Symbolic Logic**, London, George Allen & Unwin Ltd., 1937.

Leibniz, Gottfried Wilhelm: **Selections**, Ed. Philip P. Wiener, New York, Charles Scribner's Sons, 1951.

Ludlow, Peter: **Descriptions,** The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Winter 2022 Edition), (Çevrimiçi) https://plato.stanford.edu/archives/win2022/entries/descriptions/ 14 Haziran 2022.

Mansur, M. Nazmul: **Bertrand Russell's Theory of Definite Descriptions: an Examination,** Doctoral Thesis, Unıversıty Of Calgary, Alberta, 2012.

Mares**,** Edwin: "What is a Propositional Function in Russell?", **Propositional Function**, , Stanford, Stanford Encyclopedia of Philosophy, Winter Edition, 2011.

Meinong, Alexius von: "The Theory of Objects", Trans. Isaac Levi, D. B. Terrell, and Roderick M. Chisholm, **Realism and The Background of Phenomenology**, 1960.

Michael, Potter: **Set Theory and Its Philosophy**, New York, Oxford University Press, 2004.

Millán, Joan Bertran-San: **Frege, Peano and the Interplay between Logic and Mathematics,** 25: 15-34, 2021, s.31 (Çevrimiçi)https://journals.openedition.org/philosophiascientiae/2831?lang=en#tocto2n5 19 Nisan 2021.

Nagel. E. & Newman, J.R.: **Gödel Kanıtlaması**, Çev. Bülent Gözkan, İstanbul, Boğaziçi Üniversitesi Yayınları, 2007.

Özgüç Güven**:** **"**Dedekind'de Sayının Temellendirilmesi", **Kutadgubilig Felsefe-Bilim Araştırmaları**, Sayı:29, 2016.

Öztürk, Ali Bilge: **Kurt Gödel'in Eksiklik Teoremleri ve Platonculuğu Üzerine Felsefi Bir İnceleme**, Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Yüksek Lisans Tezi Felsefe Anabilim Dalı, 2011.

Pakaluk, Michael: **The Doctrine of Relations in Bertrand Russell's Principle's of Mathematics**, Mexico, Tópicos Revısta De Fılosofía 2 (1):153, 2013.

Pap, Arthur: "Types and Meaninglessness", **Mind,** New Series, Vol. 69, No. 273, Oxford University Press, pp. 41-54, 1960

Rebera, A. Peter: **On The Orıgıns Of Russell's Theory Of Descrıptıons**, Thesıs Submıtted For The Degree of Doctor of Phılosophy (Dphıl), Unıversıty Of Sussex, May 2010.

Reck, E. & Keller, P.: **From Dedekind to Cassirer: Logicism and the Kantian Heritage,** University of California at Riverside, 2018.

Reck, Erich H. : "The Logic in Dedekind's Logicism", **Logic from Kant to Russell**, Routledge, 2018.

Reicherbanch, Hans: **Bilimsel Felsefenin Doğuşu**, Çev. Cemal Yıldırım, İstanbul, Remzi Kitapevi, 1981.

Rodríguez Consuegra, F. : "Russell's Logicist Definitions of Number, 1898-1913: Chronology and Significance", **History and Philosophy of Logic**, London, Taylor & Francis, 2015.

Ross, G. MacDonald: **Leibniz,** Oxford, Oxford University Press, 1984.

Russell Bertrand: **Introduction to Mathematical Philosophy**, London, George Allen & Unwin, Ltd., 2010.

Russell, Bertrand: **Batı Felsefesi Tarihi**, Çev. Muammer Sencer, İstanbul, Say Yayınları, 7. Basım, 2000.

Russell, Bertrand: **The Philosophy of Logical Atomism,** New York, Routledge: Taylor & Francis e-Library, 2009.

Russell, Bertrand: "Matematiksel Mantığın Felsefi Önemi", **Matematik Felsefesi**, Çeviren: Muharrem Özlük, Der: Bekir S. Gür, Ankara, Kadim Yayınları, 2019.

Russell, Bertrand: "Mathematical Logic as Based on the Theory of Types, **American Journal of Mathematics**, Vol:30, No:3, The Johns Hopkins University Press, 1908.

Russell, Bertrand: "On Denoting", **Mind**, Vol. 114:873-887 No:456 Oxford University Press, Oct. 2005.

Russell**,** Bertrand: **Anlam ve Doğruluk Üzerine**, Çev. Ezgi Onat, İstanbul, İtalik Yayınları, 2014.

Russell, Bertrand: **Batı Felsefe Tarihi I**, Çev. Muammer Sencer, İstanbul, Say Yayınları, 2004.

Russell, Bertrand: **Mantıksal Atomculuk Felsefesi**, Çev. Dilek Arlı Çil, Kurtul Gülenç, Önder Kulak, Cenk Özdağ, İstanbul, Alfa Basım, 2015.

Russell, Bertrand: **My Philosophical Development**, New York, Simon and Schuster, 1959.

Russell, Bertrand: **Mysticism and Logic and Other Essays,** London, George Allen & Unwın Ltd Ruskın House Museum Street, 1959.

Russell, Bertrand: **Principles of Mathematics,** London and New York, Routledge Classıcs, , 2010.

Russell, Bertrand: **Yaşantım**, Çeviren: Muammer Sencer, İstanbul, Erk Yayınları, 1974.

Salerno, Joseph: **Frege'ye Dair**, Çev. Ayhan Dereko, Ankara, Birleşik Yayınevi, 2011.

Saw, Ruth Lydıa: **Leibniz,** U.S.A, Penguin Books, 1954.

Scheffer, Mark: **The Theory of The Foundations of Mathematics- 1870 to 1940**, Computing Science study at the Eindhoven University of Technology, 2002.

Sena, Cemil: **Filozoflar Ansiklopedisi**, Cilt: III, İstanbul, Remzi Kitapevi, 1976.

Shearn, Martin: "Russell's Analysis of Existence", **Analysıs**, Vol. 11, No.6, Oxford University Press, 1951.

Sluga, Hans: **Gottlob Frege**, London, Routledge and Kegan Paul, 1980.

Smith, J. Farrell: "The Russell-Meinong Debate", **Philosophy and Phenomenological Research**, Vol. 45: 305-350, No. 3, 1985.

Speaks, Jeff: **Russell's Logicism**, 2017, p.2, (Çevrimiçi) https://www3.nd.edu/~jspeaks/courses/2007-8/43904/_HANDOUTS/Russell-logicism.pdf 12 Ocak 2022.

Stewart, Ian: **Matematiğin Kısa Tarihi**, Çev. Sibel Sevinç, İstanbul, Alfa Yayınları, 2017.

Tarhan, Ezgi D. : **Husserl ve Frege'de Anlam Sorunu,** İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Felsefe Anabilim Dalı Doktora Tezi, 2019.

Taylor, Kenneth A. : "Bertrand Russell", **Philosophy of Language: The Key Thinkers**, Edited by Barry Lee, ss. 56-76, 2011.

Ural, Şafak: **Temel Mantık**, İstanbul, Çantay Kitapevi, 1995.

Whitehead, A. N. & Russell, B.: **Principia Mathematica Volume I**, London, The Syndıcs of The Cambridge University Press, 1963.

Yıldırım, Cemal: **Matematiksel Düşünme**, İstanbul, Remzi Kitabevi, 1988.

Yüksel, Yücel: **"Bağıntı" Kavramının Mantık ve Felsefe Açısından İncelenmesi"**, İstanbul Üniversitesi Yüksek Lisans Tezi, İstanbul, 2001.

ÖZGEÇMİŞ

Buşra AŞIK BİRLİK, ilk, orta ve lise eğitimini Yalova'da tamamladıktan sonra 2009 yılında İstanbul Üniversitesi Edebiyat Fakültesi Felsefe Bölümü'nde lisans eğitmine başladı. 2013 yılında bu bölümden mezun olup, aynı yıl İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Felsefe Anabilim Dalı'nda tezli yüksek lisans eğitimine başladı. 2016 yılında "Kant'ın Doğa Bilimi Anlayışının Metafizik Temelleri" başlıklı tezi ile yüksek lisansını tamamladı. Aynı yıl İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Felsefe Anabilim Dalı'nda doktora eğitimine başladı. 2019 yılında Düzce Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Felsefe bölümünde Araştırma Görevlisi olarak başladığı görevini hâlen sürdürmektedir.