Eurasian Academy of Sciences
Eurasian Econometrics, Statistics & Emprical Economics Journal
2016 Volume:5 S: 60- 70
Published Online September 2016 (http://econstat.eurasianacademy.org)
http://dx.doi.org/10.17740/eas.stat.2016-V5-05

Various Approaches for the Estimation of the Three-Dimensional Fixed and Random Effect Models

Ferda Yerdelen Tatoğlu *
* İstanbul Üniversitesi
E-mail: yerdelen@istanbul.edu.tr

Copyright © 2016 Ferda Yerdelen Tatoğlu. This is an open access article distributed under the Eurasian Academy of Sciences License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

ABSTRACT
Two dimensional panel data models which include unit and/or time effect is inadequate sometimes for the analysis of the economic theory every aspect, therefore a need for multi-dimensional data model with more than two effects. On this need, recently studies in econometric literature have focused on how to estimate the multi-dimensional panel data model. In the estimation of the multi-dimensional panel data models with more than one unit and time effects nested each other, it is very important for which hypothesis and specifications is included in the model of the effects to obtain unbiased and efficient parameter estimators. While to estimate with fixed effects, within transformation vary depending on the whether the combination of included effects or individually and it varies the meaning of the model. The purpose of this study, to consider the alternative models it can be derived to estimate three dimensional fixed and random effect panel data models and to choose between them.

Keywords: Three dimensional panel data models, fixed effect, random effects, panel data

JEL-Clasification: C01, C23

Üç Boyutlu Sabit ve Tesadüfi Etkili Panel Veri Modellerinin Tahmini İçin Çeşitli Yaklaşımlar

ÖZET
İktisadi teoriyi her yönüyle ortaya koyabilmek için bazen birim ve/veya zaman etkilerinin olduğu iki boyutlu panel veri modelleri yetersiz kalmakta; ikiden fazla etkinin olduğu çok boyutlu panel veri modellerine ihtiyaç duyulmaktadır. Bu ihtiyacın üzerine, ekonometri literatüründe son yıllarda çok boyutlu panel veri modellerinin nasıl tahmin edileceği konusunda çalışmalar yoğunlaşmıştır. Birbiri içerisine yuvalanmış birden fazla birim ve zaman etkilerinin bulunduğu çok boyutlu panel veri modellerinin tahmini aşamasında, etkilerin modele hangi varsayımlarla ve spesifikasyonlarla dahil olduğu konusu tutarlı ve etkin parametre tahmincileri elde edilmesi için çok önemlidir. Sabit etkiler varsayımıyla tahmin yaparken, etkilerin tek tek ya da birlikte çeşitli kombinasyonlarla birleşimiyle modele dahil olmasına bağlı olarak yapılan grup içi dönüşüm farklılık göstermekte ve modele yükledikleri anlam da değişmektedir. Bu çalışmanın amacı, üç boyutlu panel veri modellerinin sabit ve tesadüfi etkiler varsayımıyla tahmin edilebilmesi için türetilebilecek temel model alternatiflerini ele almak ve aralarında tercih yapmaktır.

Anahtar Kelimeler: Üç boyutlu panel veri modelleri, sabit etkiler, tesadüfi etkiler, panel veri

Giriş

2000'li yılların başından itibaren birden fazla birim ve zaman boyutunun yer aldığı çok boyutlu panel veri modellerinin tahmin yöntemleri üzerinde tartışmalar başlamıştır. Uygulamada ister iki boyutlu ister çok boyutlu panel veri modelleri ile çalışılsın, daha çok zaman boyutundan ziyade birim boyutunun ağırlığı görülmekte ve etkisi gözlenmektedir. Bu nedenle bu çalışmada, temel oluşturabilmesi açısından iki birim ve bir zaman boyutunun yer aldığı üç boyutlu panel veri modelleri ele alınıp alternatif spesifikasyonları detaylı olarak incelenecektir, tahminler diğer durumlar için de kolaylıkla genişletilebilir.

İki birim ve bir zaman boyutunun olduğu üç boyutlu panel veri modeli aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$Y_{ijt} = \alpha + \beta X_{ijt} + \mu_i + \gamma_j + \lambda_t + u_{ijt} \qquad \text{(i=1...N, t=1...T, j=1...M)} \qquad (1)$$

Burada, μ ve γ birim etkiler ve λ zaman etkisidir. α, sabit terim, X bağımsız değişkenler matrisi, Y ve u sırasıyla bağımlı değişken ve hata terimi vektörleridir. Ele alınan iki birim birbiri içerisine yuvalanmıştır. Örneğin i: bireyler iken j: aileler; i: şehirler iken j: ülkeler, i: firmalar iken j: endüstriler olarak düşünülebilir. Görüldüğü üzere, bireyler ailelerin, şehirler ülkelerin, firmalar ise endüstilerin içerisine yuvalanmıştır. Literatür incelendiğinde, yapılmış olan sınırlı sayıda çalışmada daha çok yuvalanmamış birimlerin yer aldığı gravity modeller olarak anılan modellerin tahminine yoğunlaşıldığı dikkat çekmektedir.

Yuvalanmış birimlerle yapılan ilk çalışma Baltagi, Song ve Jung'a (2001) aittir. Yazarlar çalışmalarında aşağıdaki modeli kullanmışlar,

$$Y_{ijt} = \alpha + \beta X_{ijt} + \mu_i + \vartheta_{ij} + u_{ijt} \qquad (2)$$

ve bu modeli sabit ve tesadüfi etkiler varsayımları ile tahmin etmişlerdir. Görüldüğü gibi model, iki birim etkinin yer aldığı üç boyutlu modeldir; iki birim boyutu birbiri içerisine yuvalanmıştır. Birim etki hem tekil olarak hem de diğer birim etki ile etkileşim halimnde modelde yer almakta, fakat modelde zaman etkisi bulunmamaktadır. Bu çalışmanın dışında kalan çalışmalarda ise, yuvalanmamış çok boyutlu (gravity) panel veri modelleri incelenmiştir. Egger ve Pfaffermayrrb (2003), Balwin ve Taglioni (2006), Baier ve Bergstrand (2007), Balazsi, Matyas ve Wansbeek (2015) sabit etkiler varsayımıyla; Matyas, Hornok ve Pus (2012) ve Balazsi, Baltagi, Matyas ve Pus (2015) ise tesadüfi etkiler varsayımları ile panel gravity modelleri için alternatif spesifikasyonları türetmiş ve tahminlerine yoğunlaşmışlardır.

Bu çalışmada Baltagi, Song ve Jung'un (2001) yuvalanmış birimlerin ele alındığı çalışması temel alınarak, literatürü verilen diğer araştırmacıların yuvalanmamış durumlar için önerdiği spesifikasyonlar yuvalanmış birimler için genişletilecek ve sabit ve tesadüfi etkiler varsayımlarıyla modeller türetilmeye çalışılacaktır. Bu modellerde etkilerin varlığını sınayabilmek ve sabit ve tesadüfi etkiler modelleri arasında tercih yapabilmek için mevcut testlerin duruma uygun versiyonları da türetilecektir. Çalışmanın sonunda yapılacak uygulama ile alternatif modeller tahmin edilecek, birbiri ile karşılaştırılıp uygun modelin testler yardımıyla seçileceği bir uygulama da yer alacaktır.

Metodoloji

Üç boyutlu panel veri modellerinin sabit etkiler varsayımı ile ele alınmasında tıpkı iki boyutlu panel veri modellerinde olduğu gibi gölge değişkenli en küçük kareler tahmincisi ve grup içi tahminci kullanılabilmektedir. Gölge değişkenli en küçük kareler tahmincisi, üç boyut için de modele gölge değişken ilave etmesi sebebiyle oluşan serbestlik derecesi kaybı ve izin verdiği spesifikasyonların kısıtlı olması nedenleriyle tercih edilmemektedir. Ayrıca, birim boyutları birbiri içerisine yuvalandığı bir başka ifade ile birbirinden bağımsız olmaması sebebiyle içerisine yuvalanan birimin gölge değişkenlerinin tümü çoklu doğrusal bağlantı neticesinde modelden düşmektedir, dolayısıyla tahmin sonuçları bir birim ve bir zaman boyutunun olduğu iki boyutlu panel veri modelinin tahmininden farklı olmamaktadır. Bu durumda sabit etkiler modelinin tahmini için gözler grup içi tahminciye çevrilmektedir.

(1) numaralı eşitlikte yer alan iki birim ve bir zaman boyutu olan üç boyutlu modelde etkinlik için gerekli olan varsayımlar,

$$Y_{ijt} = \alpha + \beta X_{ijt} + \mu_i + \gamma_j + \lambda_t + u_{ijt} \qquad \text{(i=1...N, t=1...T, j=1...M)} \qquad (1)$$

$$E\left(u_{ijt}\right) = 0 \qquad E\left(u_{ijt}u_{i'j't'}\right) = \begin{cases} \sigma_u^2 & i = i', j = j', t = t' \\ 0 & \text{diğer durumlar} \end{cases} \qquad \text{(V1)}$$

$$E\left(\mu_i\right) = 0 \qquad E\left(\mu_i\mu_{i'}\right) = \begin{cases} \sigma_\mu^2 & i = i' \\ 0 & \text{diğer durumlar} \end{cases} \qquad \text{(V2)}$$

$$E\left(\gamma_j\right) = 0 \qquad E\left(\gamma_j\gamma_{j'}\right) = \begin{cases} \sigma_\gamma^2 & j = j' \\ 0 & \text{diğer durumlar} \end{cases} \qquad \text{(V3)}$$

$$E\left(\lambda_t\right) = 0 \qquad E\left(\lambda_t\lambda_{t'}\right) = \begin{cases} \sigma_\lambda^2 & t = t' \\ 0 & \text{diğer durumlar} \end{cases} \qquad \text{(V4)}$$

şeklinde yapılmıştır. (1) numaralı model için grup içi dönüşüm;

$$\left(Y_{ijt} - \overline{Y}_i - \overline{Y}_j - \overline{Y}_t + 2\overline{Y}\right) = \beta\left(X_{ijt} - \overline{X}_i - \overline{X}_j - \overline{X}_t + 2\overline{X}\right) + \left(\varepsilon_{ijt} - \overline{\varepsilon}_i - \overline{\varepsilon}_j - \overline{\varepsilon}_t + 2\overline{\varepsilon}\right) \qquad \text{(WE-1)}$$

şeklinde ve gruplar arası dönüşümler iki birim ve zaman için sırasıyla,

$$\left(\overline{Y}_i - \overline{Y}\right) = \beta\left(\overline{X}_i - \overline{X}\right) + \left(\overline{\varepsilon}_i - \overline{\varepsilon}\right) \qquad \text{(BE1-1)}$$

$$\left(\overline{Y}_j - \overline{Y}\right) = \beta\left(\overline{X}_j - \overline{X}\right) + \left(\overline{\varepsilon}_j - \overline{\varepsilon}\right) \qquad \text{(BE1-2)}$$

$$\left(\overline{Y}_t - \overline{Y}\right) = \beta\left(\overline{X}_t - \overline{X}\right) + \left(\overline{\varepsilon}_t - \overline{\varepsilon}\right) \qquad \text{(BE1-3)}$$

gibi yapılmaktadır. Grup içi ve gruplararası parametre tahminleri ise yukarıda dönüşümleri verilen modellerden,

$$\hat{\beta}_{WE} = WE_{XX}^{-1} WE_{XY}$$

$$\hat{\beta}_{BE1} = BE1_{XX}^{-1} BE1_{XY}$$

$$\hat{\beta}_{BE2} = BE2_{XX}^{-1} BE2_{XY}$$

$$\hat{\beta}_{BE3} = BE3_{XX}^{-1} BE3_{XY}$$

olarak ve tesadüfi etkiler modeli ise aşağıdaki gibi tahmin edilebilmektedir:

$$\hat{\beta}_{RE} = \left(WE_{XX} + \phi_2^2 BE1_{XX} + \phi_3^2 BE2_{XX} + \phi_4^2 BE3_{XX}\right)^{-1}\left(WE_{XY} + \phi_2^2 BE1_{XY} + \phi_3^2 BE2_{XY} + \phi_4^2 BE3_{XY}\right) \qquad \text{(RE1)}$$

Burada $\phi_2^2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$, $\phi_3^2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_3}$ ve $\phi_4^2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_4}$'dir. Ayrıca,

$$\lambda_1 = \frac{SSE_{WE}}{(N-1)(T-1)-M-K}, \qquad \lambda_2 = \frac{SSE_{BE1}}{(N-1)-K},$$

$$\lambda_3 = \frac{SSE_{BE2}}{(M-1)-K}, \qquad \lambda_4 = \frac{SSE_{BE3}}{(T-1)-K}$$

eşitlikleri vardır. Burada,

$$\lambda_1 = \sigma_u^2$$

$$\lambda_2 = TM\sigma_\mu^2 + \sigma_u^2 \qquad \sigma_\mu^2 = \left(\lambda_2 - \sigma_u^2\right)/TM$$

$$\lambda_3 = TN\sigma_\gamma^2 + \sigma_u^2 \qquad \sigma_\gamma^2 = \left(\lambda_3 - \sigma_u^2\right)/TN$$

$$\lambda_4 = NM\sigma_\lambda^2 + \sigma_u^2 \qquad \sigma_\lambda^2 = \left(\lambda_4 - \sigma_u^2\right)/NM$$

Ayrıca $\sigma_v^2 = \sigma_u^2 + \sigma_\mu^2 + \sigma_\gamma^2 + \sigma_\lambda^2$ olmak üzere,

$$\rho_\mu = \sigma_\mu^2/\sigma_v^2$$

$$\rho_\gamma = \sigma_\gamma^2/\sigma_v^2$$

$$\rho_\lambda = \sigma_\lambda^2/\sigma_v^2$$

formülleriyle birim ve zaman etkilerinin önemlerini ölçen korelasyon katsayıları hesaplanabilmektedir. (1) numaralı modelin spesifikasyonundan yola çıkılarak yapılan tahminlerin, iki birim boyutunun bağımsız olmaması nedeniyle, Matyas ve Balazsi (2012) tarafından sapmalı olduğunu ispatlanmış ve alternatif olarak iki birim etkinin etkileşimli olarak modele ilave edildiği aşağıdaki spesifikasyon önerilmiştir:

$$Y_{ijt} = \alpha + \beta X_{ijt} + \eta_{ij} + \lambda_t + u_{ijt} \qquad (2)$$

Bu model için grup içi dönüşüm;

$$\left(Y_{ijt} - \overline{Y}_{ij} - \overline{Y}_t + \overline{Y}\right) = \beta'\left(X_{ijt} - \overline{X}_{ij} - \overline{X}_t + \overline{X}\right) + \left(\varepsilon_{ijt} - \overline{\varepsilon}_{ij} - \overline{\varepsilon}_t + \overline{\varepsilon}\right) \qquad (WE\text{-}2)$$

şeklinde ve gruplararası dönüşümler BE1-1, BE2-1 ve BE3-1 eşitliklerinde ve tesadüfi etkiler RE1 eşitliğinde verildiği gibi tahmin edilebilmektedir. Alternatif olarak, grup içi dönüşüm aynı kalmakla birlikte yukarıda yapılan varsayımlara aşağıdaki varsayımın da ilavesiyle,

$$E\left(\eta_{ij}\right) = 0 \qquad E\left(n_{ij}\eta_{i'j'}\right) = \begin{cases} \sigma_\eta^2 & i = i',\ j = j' \\ 0 & \text{diğer durumlar} \end{cases} \qquad (V5)$$

gruplar arası dönüşümler,

$$\left(\overline{Y}_{ij}-\overline{Y}\right)=\beta'\left(\overline{X}_{ij}-\overline{X}\right)+\left(\overline{\varepsilon}_{ij}-\overline{\varepsilon}\right) \quad \text{(BE2-1)}$$

$$\left(\overline{Y}_{t}-\overline{Y}\right)=\beta'\left(\overline{X}_{t}-\overline{X}\right)+\left(\overline{\varepsilon}_{t}-\overline{\varepsilon}\right) \quad \text{(BE2-2)}$$

şeklinde ve tesadüfi etkiler tahmincisi,

$$\hat{\beta}_{RE}=\left(WE_{XX}+\phi_2^2 BE1_{XX}+\phi_3^2 BE2_{XX}\right)^{-1}\left(WE_{XY}+\phi_2^2 BE1_{XY}+\phi_3^2 BE2_{XY}\right) \quad \text{(RE2)}$$

olarak elde edilmektedir. Burada, ϕ^2'ler, λ'lar, σ²'ler ve ρ'lar bu dönüşümlere uygun şekilde elde edilebilmektedir.

(1) ve (2) numaralı modelde verilen spesifikasyonların yanında, Matyas ve Balazsi (2012)'de yuvalanmamış etkiler için tartışılan zaman etkisinde de etkileşim olduğu aşağıdaki spesifikasyonlar da incelenmiş, fakat uygulamada zaman etkisinin aşağıdaki spesifikasyonları çok kısıtlı görüldüğünden yaptığımız bu çalışmada bu iki spesifikasyon kapsam dışı bırakılmıştır:

$$Y_{ijt}=\alpha+\beta X_{ijt}+\xi_{it}+\vartheta_{jt}+u_{ijt} \quad (3)$$

$$Y_{ijt}=\alpha+\beta X_{ijt}+\eta_{ij}+\xi_{it}+\vartheta_{jt}+u_{ijt} \quad (4)$$

Ayrıca modeller tahmin edildikten sonra iki boyutta olduğu gibi, üç boyutta da öncelikle her bir boyuta ait etkinin varlığı test edilmeli ve uygun modelin seçilme aşamasında etkilerin bağımsız değişkenler ile korelasyon durumlarına göre sabit ya da tesadüfi etkiler spesifikasyonlarından birisi tercih edilmelidir. Üç boyutlu panel veri modellerinin uygun şekilde tahminine karar vermenin ilk aşamasında F testi kullanılmıştır. Üç boyutlu panel veri modellerinde etkilerin varlığını sınamak için kullanılan F testi, iki boyutlu panel veri modeli için kullanılan F testi temel alınarak genişletilmiştir. Temel hipotez,

$H_0:\mu_i=\gamma_j=\lambda_t=0$ (tüm i, j ve t'ler için)

şeklinde kurulmuştur. F test istatistiği:

$$F=\frac{\left(RRSS-URSS\right)/\left(N+T+M-1\right)}{URSS/\left[\left(N-1\right)\left(T-1\right)-M-K\right]}$$

Burada RRSS: kısıtlı (klasik) modele ait kalıntı kareler toplamı, URSS: kısıtsız (üç etkinin olduğu) modele ait kalıntı kareler toplamıdır. F test istatistiği (N+T+M-1) ve ((N-1)(T-1)-M-K) serbestlik dereceleri ile F dağılımına uymaktadır. Test sonucunda, H_0 hipotezi reddedilemezse üç etkinin de anlamsız olduğu kararına varılmakta ve klasik model ile tahminler yapılmaktadır. H_0 hipotezi reddedilirse, üç etkinin en az birisinin sıfırdan farklı olduğu kabul edildiğinden hangi etkinin olduğu tek tek test edilmelidir, dolayısıyla aşağıdaki hipotezler ayrı ayrı sınanmalıdır:

$H_0:\mu_i=0$

$H_0:\gamma_j=0$

$H_0:\lambda_t=0$

Örneğin j birim etkisinin varlığını, bir başka ifade ile $H_0 : \gamma_j = 0$ hipotezini sınamak için F test istatistiği aşağıdaki gibidir:

$$F = \frac{(RRSS - URSS)/(M-1)}{URSS/(NT - M - K + 1)}$$

Burada URSS: kısıtsız (sadece j biriminin etkisinin olduğu) modele ait kalıntı kareler toplamıdır.
Etkilerin varlığı birleşik ve tek tek sınandıktan sonra, birim ve zaman etkileri ile bağımsız değişkenlerin korelasyonlu olup olmadığı bir başka ifade ile sabit ya da tesadüfi etkiler modellerinin uygunluğu Hausman testi ile sınanabilmektedir. Üç etkinin olduğu durum için Hausman test istatistiği,

$$H = \left(\hat{\beta}_{WE} - \hat{\beta}_{RE}\right)' \left[\mathrm{V}\left(\hat{\beta}_{WE}\right) - \mathrm{V}\left(\hat{\beta}_{RE}\right)\right]^{-1} \left(\hat{\beta}_{WE} - \hat{\beta}_{RE}\right)$$

şeklinde elde edilmektedir. Test, parametre tahminleri arasındaki fark ve varyans kovaryans matrisleri arasındaki farka dayanmaktadır. Sabit ve tesadüfi etkiler modellerinin varyans kovaryans matrisleri sırasıyla,

$$\mathrm{V}\left(\hat{\beta}_{WE}\right) = \sigma_u^2 WE_{XX}^{-1}$$

$$\mathrm{V}\left(\hat{\beta}_{RE}\right) = \sigma_u^2 RE_{XX}^{-1}$$

şeklinde elde edilmektedir. Hausman testinin temel hipotezi ise:

H_0: $E\left(\mu_i X_{ijt}\right) = E\left(\gamma_j X_{ijt}\right) = E\left(\lambda_t, X_{ijt}\right) = 0$

şeklinde kurulmaktadır. Test istatistiği parametre sayısı serbestlik dereceli χ^2 tablo değerinden bulunacak kritik değer ile karşılaştırılmaktadır. H_0 hipotezi reddedilemezse sabit ve tesadüfi etkiler tahmincilerinin her ikisinin de tutarlı fakat tesadüfi etkiler tahmincisinin etkin olduğuna karar verilmektedir. H_0 hipotezinin reddedildiği durumda ise, sabit etkiler modeli tutarlı olup tesadüfi etkiler tahmincisi içsellik nedeniyle tutarsızdır.
Yapılan bu çalışma temel olarak 1 ve 2 numaralı modellerin sabit ve tesadüfi etkiler tahminlerini türetmek ve tahminciler arasında karar vermek için F ve Hausman testlerini üç boyutlu panel veri modellerine genişletmek amacı taşıyan teorik bir çalışmadır. Tüm model tahminleri, t, F istatistikleri, R^2 değeri, etkileri sınamak için F ve Hausman test istatistikleri excell, stata ve eviewste yazılan kodlarla tarafımızdan türetilmiştir. Uygulama aşamasında ise, Baltagi, Song ve Jung'un (2001) Cobb-Douglas temelli üç boyutlu panel veri modeli ele alınmış ve türetilen tahminciler ve tüm uygulama bu model üzerinden yapılmıştır.

Uygulama

Bu çalışmada, Munnel (1990)'ın verilerinden hareketle Baltagi, Song ve Jung'un (2001) Amerika Birleşik Devletleri'nin her bir eyalet ve bölgesi için özel sektör üretiminde kamu sermaye verimliliğinin etkisini araştırmak için Cobb–Douglas üretim modeli ele alınmıştır. Etkilerin modellenmesine bağlı olarak aşağıdaki iki spesifikasyon örnek olarak alınmıştır.

$$gsp_{ijt} = \beta_0 + \beta_1 hwy_{ijt} + \beta_2 water_{ijt} + \beta_3 other_{ijt} + \beta_4 private_{ijt} + \beta_5 emp_{ijt} + \beta_6 unemp_{ijt} + \mu_i + \gamma_j + \lambda_t + u_{ijt} \quad (5)$$

$$gsp_{ijt} = \beta_0 + \beta_1 hwy_{ijt} + \beta_2 water_{ijt} + \beta_3 other_{ijt} + \beta_4 private_{ijt} + \beta_5 emp_{ijt} + \beta_6 unemp_{ijt} + \mu_{ij} + \lambda_t + u_{ijt} \quad (6)$$

Burada, gsp: gayri safi milli hasıla, kamu sermaye stoğunun bileşenleri (hwy: karayolları, water: su ve kanalizasyon tesisleri, other: diğer kamu binaları ve yapıları), private: özel sermaye stoğu, emp: tarım dışı ücret ödemeleri ve unemp: işsizlik oranıdır. İşsizlik oranı dışındaki tüm değişkenler logaritmik olarak modele dahil edilmiştir. Ayrıca, i (i=1,...,N_i): eyalet (48 adet), j (j=1,...,9): bölge (9 adet) ve t: yıllar (1970-1986) olarak tanımlanmıştır. Her bir bölgede yer alan eyalet sayısının birbirinden farklı olması nedeniyle, veri bu anlamda dengesizdir. Eyaletlerin bölgelerin içerisine yuvalandığı, yuvalanmış üç boyutlu panel veri modeli her iki spesifikasyonla da tahmin edilmiştir. Hem testler için gerekli olduğundan hem de karşılaştırmalara imkan tanıması açısından her bir modelde sadece tek bir etkinin olduğu aşağıdaki modeller de öncelikli olarak tahmin edilmiştir:

$$gsp_{ijt} = \beta_0 + \beta_1 hwy_{ijt} + \beta_2 water_{ijt} + \beta_3 other_{ijt} + \beta_4 private_{ijt} + \beta_5 emp_{ijt} + \beta_6 unemp_{ijt} + \mu_i + u_{ijt} \quad (7)$$

$$gsp_{ijt} = \beta_0 + \beta_1 hwy_{ijt} + \beta_2 water_{ijt} + \beta_3 other_{ijt} + \beta_4 private_{ijt} + \beta_5 emp_{ijt} + \beta_6 unemp_{ijt} + \gamma_j + u_{ijt} \quad (8)$$

$$gsp_{ijt} = \beta_0 + \beta_1 hwy_{ijt} + \beta_2 water_{ijt} + \beta_3 other_{ijt} + \beta_4 private_{ijt} + \beta_5 emp_{ijt} + \beta_6 unemp_{ijt} + \lambda_t + u_{ijt} \quad (9)$$

Tek yönlü sabit ve tesadüfi etkiler için tahmin sonuçları aşağıdaki tabloda özetlenmektedir.

Tablo 1. Sabit Etkiler (Grupiçi) Tahmincisi

	$Y_{ijt} = \alpha + \beta X_{ijt} + \mu_i + u_{ijt}$ **(Model 7)**	$Y_{ijt} = \alpha + \beta X_{ijt} + \gamma_j + u_{ijt}$ **(Model 8)**	$Y_{ijt} = \alpha + \beta X_{ijt} + \lambda_t + u_{ijt}$ **(Model 9)**
hwy	0.0768**	0.1378*	0.0637*
water	0.0787*	0.0953*	0.1162*
other	-0.1148*	0.0409*	0.0111
private	0.2350*	0.3323*	0.3086*
emp	0.8011*	0.4746*	0.5479*
unemp	-0.0052*	-0.0112*	-0.0056*
R^2	0.9988	0.9911	0.9931
F test (H_0: β_i=0)	2208.58*	14854.91*	19157.18*
F test	(H_0: μ_i=0) $F_{0.05;\,47,762}$=1.35 76.71195*	(H_0: γ_j=0) $F_{0.05;\,8,801}$=1.94 57.04*	(H_0: λ_t=0) $F_{0.05;\,16,793}$=1.66 1.61***

Tablo 2. Tesadüfi Etkiler (Genelleştirilmiş EKK) Tahmincisi

	$Y_{ijt} = \alpha + \beta X_{ijt} + \mu_i + u_{ijt}$ **(Model 7)**	$Y_{ijt} = \alpha + \beta X_{ijt} + \gamma_j + u_{ijt}$ **(Model 8)**	$Y_{ijt} = \alpha + \beta X_{ijt} + \lambda_t + u_{ijt}$ **(Model 9)**
hwy	0.0621*	0.1359*	0.0589*
water	0.0756*	0.0960*	0.1186*
other	-0.0984*	0.0394*	0.0085
private	0.2732*	0.3303*	0.3120*
emp	0.7491*	0.4781*	0.5497*
unemp	-0.0059*	-0.0111*	-0.0073*
R^2	0.9915	0.9924	0.9931
Wald (H_0: β_i=0) χ^2_6 =12.592	20176.09*	90774.99*	115650.15*

Tek yönlü sabit ve tesadüfi etkiler tahmin sonuçlarını veren Tablo 1 ve Tablo 2 incelendiğinde tüm parametrelerin (model 9'da unemp hariç) ve F ve Wald testlerine göre modellerin genel olarak anlamlı olduğu görülmektedir. Tüm modellerde R^2 %99 civarındadır. Tablo 1 ve Tablo 2'deki tek yönlü etkilerin olduğu modellerin tahmin sonuçları sadece testlerde ve karşılaştırmalarda kullanılacağından detaylı yorumlara gidilmemiştir.
Aşağıda üç etkinin de yer aldığı grup içi, gruplararası tahminciler ve onların ağırlıklı ortalamasından elde edilen tesadüfi etkiler tahmincileri için sonuçlar özetlenmektedir.

Tablo 3. Sabit Etkiler Tahmincisi (Grupiçi Tahminci)

	$Y_{ijt}=\alpha+\beta X_{ijt}+\mu_i+\gamma_j+\lambda_t+u_{ijt}$ **(Model 5)**	$Y_{ijt}=\alpha+\beta X_{ijt}+\mu_{ij}+\lambda_t+u_{ijt}$ **(Model 6)**
Grupiçi Dönüşüm	WE-1	WE-2
hwy	-0.2770*	0.1540*
water	0.1710*	0.0754*
other	0.0551*	0.0075
private	0.3913*	0.2898*
emp	0.6362*	0.5528*
unemp	-0.0009	-0.0101*
R^2	0.9980	0.9977
F test (H_0: $\beta_i=0$)	64149.5*	53807.1*
F test (H_0: $\mu_i=\gamma_j=\lambda_t=0$)	23.8389* ($F_{0.05;\,47,762}$=1.35)	30.6813* ($F_{0.05;\,63,746}$=1.35)

Yukarıdaki tabloda WE-1 ve WE-2 dönüşümleriyle elde edilmiş grup içi tahminciler yer almaktadır. Model 5'de her bir etki ayrı ayrı modele alınmış ve WE-1 dönüşümü kullanılarak grup içi tahminci elde edilmiştir. Daha önce de bahsedildiği gibi Model 5'in Matyas ve Balazsi (2012) tarafından sapmalı olduğunu ispatlanmıştır, sonuçlara göz atıldığında Model 5 ve Model 6'nın paramatre tahminleri arasındaki büyük fark dikkat çekmektedir. Her iki modelin sonuçlarına göre, Model 5'de işsizlik oranı ve Model 6'da diğer kamu yatırımları değişkeninin parametreleri dışındaki tüm paramatreler anlamlı, F testlerine göre modeller genel olarak anlamlı, R^2'ler %99 civarındadır.

Tablo 4. Gruplararası Tahminciler-1

	$Y_{ijt}=\alpha+\beta X_{ijt}+\mu_i+\gamma_j+\lambda_t+u_{ijt}$ **ve** $Y_{ijt}=\alpha+\beta X_{ijt}+\mu_{ij}+\lambda_t+u_{ijt}$ **(Model 5 ve Model 6)**		
Gruplararası Dönüşüm	BE1-1	BE1-2	BE1-3
hwy	0.0645	-0.6097***	2.5044*
water	0.1279*	0.3190	1.1050*
other	0.0181	0.2002	-0.7203
private	0.3097*	0.4647*	0.0570
emp	0.5250*	0.5416*	-0.5725
unemp	-0.0026	-0.0201	-0.0305*

Tablo 5. Gruplararası Tahminciler-2

	$Y_{ijt} = \alpha + \beta X_{ijt} + \mu_{ij} + \lambda_t + u_{ijt}$ **(Model 6)**	
Gruplararası Dönüşüm	BE2-1	BE2-2
hwy	-0.0797*	2.5045*
water	0.1701*	1.1050*
other	0.0025	-0.7203*
private	0.3497*	0.0570
emp	0.5680*	-0.5725**
unemp	0.0042*	-0.0305*

Tablo 4 ve Tablo 5'de tesadüfi etkiler tahmincilerinin türetilebilmesi için gerekli olan gruplararası dönüşümlerle modeller tahmin edilmiştir. Tablo 6'da ise, tesadüfi etkiler varsayımıyla tahmin edilmiş modeller yer almaktadır.

Tablo 6. Tesadüfi Etkiler Tahmincisi (Genelleştirilmiş EKK)

	$Y_{ijt} = \alpha + \beta X_{ijt} + \mu_i + \gamma_j + \lambda_t + u_{ijt}$ **(Model 5)**	$Y_{ijt} = \alpha + \beta X_{ijt} + \mu_{ij} + \lambda_t + u_{ijt}$ **(Model 6)**	
Dönüşümler	**WE-1, BE1-1, BE1-2, BE1-3**	**WE-2, BE1-1, BE1-2, BE1-3**	**WE-2, BE2-1, BE2-2**
hwy	-0.1883*	0.1175*	0.1082*
water	0.1501*	0.0866*	0.0890*
other	0.0442*	0.001	-0.0026
private	0.3582*	0.3115*	0.3111*
emp	0.6291*	0.5567*	0.5637*
unemp	-0.0056*	-0.0092*	-0.0089*
σ_u	0.0516	0.0022	0.0026
σ_μ	0.0286	0.0008	0.0023
σ_γ	0.0159	0.0002	
σ_λ	0.0023	0.000006	0.00005
ρ_μ	0.2196	0.2486	0.5235
ρ_γ	0.0679	0.0019	
ρ_λ	0.0014	0.0768	0.0086
Hausman χ^2_6 **=12.592**	81.0003*	21.1898*	33.0190*

Model 5 ve Model 6'nın tesadüfi etkiler ile tahminlerine göz atıldığında, model 5'in parametrelerinin diğerlerinden oldukça farklı olduğu dikkat çekmektedir. Tablo 6'nın son iki sütununda yer alan Model 6'nın tesadüfi etkiler GEKK ile iki tahmincisi arasındaki fark gruplararası dönüşümün farkından kaynaklanmaktadır. Model 6'nın ilk tahminine göre eyalet etkisinin varyansının toplam varyans içerisindeki payı (ρ_μ) %24 iken, bölge etkisinin varyansının ve zaman etkisinin varyansının toplam varyans içerisindeki payları sırasıyla%0.1 ve %7'dir. Model 6'nın ikinci tahminine göre ise, iki birim etkinin birleşik varyansının toplam varyans içersindeki payı %52 iken zaman etkisinin varyansının toplam varyans içindeki payı ise %0.8'dir.

Uygun modeli seçme aşamasında, etkilerin önce birlikte sonra tek tek anlamlılıkları sınanmıştır. Tablo 3'de yer alan F istatistiği 30.6813, tablo değeri olan 1.35'den büyük olduğundan her üç etkinin sıfıra eşit olduğunu söyleyen H_0 hipotezi (H_0: $\mu_i=\gamma_j=\lambda_t=0$) reddedilmiştir, etkiler anlamlıdır, klasik model geçerli değildir. Etkilerin tek tek testleri Tablo 1'de yer almaktadır. Her üç etkinin tek tek varlığını sınamak için yapılan F testi sonuçlarına göre H_0 hipotezlerinin hepsi (H_0: $\mu_i=0$; H_0: $\gamma_j=0$; H_0: $\lambda_t=0$) reddedildiğinden her üç etkinin de varlığına karar verilmiştir. Dolayısıyla üç etkinin olduğu model, klasik

modele tercih edilmiştir. Etkilerin bağımsız değişkenlerle korelasyonunlu olup olmadığını bir başka ifade ile tesadüfi etkiler tahmincisini sabit etkiler tahmincisine karşı sınamak için yapılan Hausman test sonuçları Tablo 6'da yer almaktadır, hesaplanan değer tablo değeri olan 12.59'dan büyük olduğundan H_0 hipotezi $\left(H_0 : E\left(\mu_i X_{ijt}\right) = E\left(\gamma_j X_{ijt}\right) = E\left(\lambda_t, X_{ijt}\right) = 0\right)$ reddedilmekte ve sabit etkiler tahmincisinin geçerli olduğuna karar verilmektedir.

Uygun model olan Tablo 3'de yer alan Model 6'nın sabit etkiler grupiçi tahmin sonuçlarına göre kamunun karayolu yatırımlarındaki ve su ve kanalizyon yatırımlarındaki her %1'lik artış gayri safi milli hasılada sırasıyla %0.15 ve %0.07 artış yaratmaktadır. Ayrıca özel sermaye stoğundaki %1'lik artış gayri safi milli hasılada yaklaşık %0.29 artış yaratırken ücret ödemelerindeki %1'lik artış ise gayri safi milli hasılayı %0.55 arttırmaktadır. İşsizlik oranındaki %1'lik artış ise, gayri safi milli hasılayı %1 azaltmaktadır.

Sonuç

Bu çalışmada, birbiri içerisine yuvalanmış iki birim ve bir zaman etkisinin olduğu üç boyutlu panel veri modellerinin sabit ve tesadüfi etkiler modelleri çerçevesinde tahminleri ele alınmıştır. Literatürde son iki yıldır yer alan yuvalanmamış etkilerin bulunduğu çeşitli spesifikasyonlarla tahminler, yuvalanmış durumlara uyarlanmıştır. Yuvalanmış etkilerin olduğu durumda, yuvalanmamış etkilerin olduğu modellerdeki durumlara ilave olarak tahminler yapılırken dikkat edilmesi gerekli olan ince noktalar söz konusudur. Bu noktalara dikkat çekerek tahmin teknikleri ve testler türetilmiştir.

En temel iki spesifikasyon ile tesadüfi etkiler modelinin tahmininin elde edilebilmesi için grup içi ve gruplararası dönüşümler türetilmiştir. Uygun modele karar verilebilmesi için, iki boyutlu panel veri modellerinde etkilerin varlığını sınamak için kullanılan F testi ve etkilerin varlığının kabulünden sonra etkilerin bağımsız değişkenlerle korelasyonunu bir başka ifade ile içselliği sınamak için kullanılan Hausman testi üç boyutlu duruma genişletilmiştir.

Üç boyutlu modelde uygun modelin seçilmesi için, önce üç etkinin birlikte anlamlılığı sınanmalı anlamlı olduğu anlaşıldıktan sonra etkiler tek tek test edilmelidir. Üç etki birlikte anlamlı değilse üç boyutlu model havuzlanmış EKK ile tahmin edilmelidir. Tek tek etkilerin varlığı sınamasında ise, bazı etkiler anlamlı bazıları anlamsız ise, anlamlı olanlarla modele devam edilmelidir; örneğin sadece bir birim etki anlamlı ise üç boyutlu modelin sadece bir birim etki ile tahminine odaklanılmalıdır. Etkilerin üçü de anlamlı ise (ya da hangi etkiler anlamlı ise), Hausman testi kullanılarak sabit ya da tesadüfi etkiler modelleri tercih edilmelidir.

Sonuçta örnek alınan model üzerinden tüm spesifikasyonlarla modeller tahmin edilmiş, Matyas ve Balazsi (2012) tarafından teorik olarak sapmalı tahminciler ürettiği gösterilen modellerin uygulamada da sapmalı tahmincilere neden olduğu gösterilmiş, türetilen F ve Hausman testleri kullanılarak uygun model seçilmiştir. Yapılan F ve Hausman testlerinin sonuçlarına göre, her üç etkinin de olduğu sabit etkiler üç boyutlu panel veri modelinin uygun model olduğuna karar verilmiş ve yorumlar bu model üzerinden yapılmıştır. Tahmin sonuçları ekonometrik olarak anlamlı ve parametrelerin işaretleri iktisadi olarak beklenilen yöndedir.

REFERENCES

- Baier S., 2007, Bergstrand J.H., "Do Free Trade Agreements, Actually Increase Members International Trade?", Journal of International Economics, 71, 72–95.
- Balazsi L., Matyas L., Wansbeek T., "The Estimation of Multi-dimensional Fixed Effects Panel Data Models" Forthcoming in Econometrics Reviews.
- Baldwin R., Taglioni D., 2006, "Gravity for Dummies and Dummies for the Gravity Equations," NBER WP.
- Baltagi B., Pinnoi N., 1995, "Public Capital Stock and State Productivity Growth: Further Evidence From an Error Components Model", Empirical Economics, 20 (2), 351–359
- Baltagi B., Song S.H., Jung B. C., 2001, "The Unbalanced Nested Error Component Regression Model", Journal of Econometrics, 101 (2), 357-381.
- Baltagi B., Egger P., Pfaffermayr M., 2003, "A Generalized Design for Bilateral Trade Flow Models", Economics Letters, 80 (3), 391-397.
- Baltagi B., Econometric Analysis of Panel Data, 2013, 5th edition, John Wiley&Sons.
- Egger P., Pfaffermayr M., 2003, "The Proper Econometric Specification of the Gravity Equation: A Three Way Model with Bilateral Interaction Effects," Empirical Economics, 28 (3), 571–580.
- Matyas L., Balazsi L., 2012, "The Estimation of Multi-dimensional Fixed Effects Panel Data Models", CEU, Department Of Economıcs Workıng Papers
- Matyas L., Hornok C., Pus D., 2013, The Formulation and Estimation of Random Effects Panel Data Models of Trade, CEU WP.
- Munnel A., 1990, "Why Has Productivity Growth Declined? Productivity and Public Investment." New England Economic Review, 3–22.