

1. Solve the following systems.

$$(a) \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3e^{-t} - 6 \\ e^{-t} + 3 \end{bmatrix}$$

$$(b) \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(c) \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ -4 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2e^t + 5e^{-t} \\ 4e^t - 9e^{-t} \end{bmatrix}$$

$$(d) \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3\sin 2t \\ 3\cos 2t \end{bmatrix}$$

$$(e) \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1-t-t^2 \\ 3t-t^2 \end{bmatrix}$$

$$(f) \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e^{3t} \\ e^{3t} \end{bmatrix}$$

$$(g) \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -t^2 \\ 2t \end{bmatrix}$$

$$(h) \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3e^{-2t} \\ -6e^{-2t} - 2 \end{bmatrix}$$

$$(i) \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sin t \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(j) \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e^t \\ 0 \\ e^{-t} \end{bmatrix}$$

$$(k) \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & -4 & -1 \\ 0 & 5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ t \\ e^t \end{bmatrix}$$

$$(l) \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -4 \\ 4 & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e^{2t} \\ 2e^{2t} \\ e^{2t} \end{bmatrix}$$

$$(m) \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ -3 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e^{-3t} \\ -e^{-3t} \\ -e^{-3t} \end{bmatrix}$$

$$(n) \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2e^{8t} \\ e^{8t} \\ 2e^{8t} \end{bmatrix}$$

2. Solve the initial-value Problems.

$$(a) \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4e^t \cos t \\ 0 \end{bmatrix}, \quad X(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(b) \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + e^t \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad X(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{(c)} \quad \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sin t \\ \tan t \end{bmatrix}, \quad X(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{(d)} \quad \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sin t \\ -\cos t \end{bmatrix}, \quad X(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{(e)} \quad \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - te^{-2t} \begin{bmatrix} 15 \\ 4 \end{bmatrix}, \quad X(0) = \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{(f)} \quad \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -7 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 60 \\ 90 \end{bmatrix}, \quad X(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{g)} \quad \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -7 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 100t \\ -50t \end{bmatrix}, \quad X(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{h)} \quad \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 180t \\ 90 \end{bmatrix}, \quad X(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{i)} \quad \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + e^{2t} \begin{bmatrix} 75 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad X(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{j)} \quad \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + e^{2t} \begin{bmatrix} 18 \\ 30 \end{bmatrix}, \quad X(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{k)} \quad \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 9 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ t^{-2} \end{bmatrix}, \quad X(1) = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$\text{l)} \quad \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4t \\ 1 \end{bmatrix}, \quad X(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{m)} \quad \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4\cos t \\ 6\sin t \end{bmatrix}, \quad X(0) = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\text{n)} \quad \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sec t \\ 0 \end{bmatrix}, \quad X(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{o)} \quad \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t \cos 2t \\ t \sin 2t \end{bmatrix}, \quad X(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{p)} \quad \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + e^{2t} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad X(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{r)} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + e^t \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad X(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{s)} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + e^t \cos t \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad X(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{t)} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + e^t \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}, \quad X(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{u)} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} + 30t \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad X(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v)} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 6t \\ 0 \\ e^{2t} \end{bmatrix}, \quad X(0) = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Y. Doç. Dr. Cemal ÇİÇEK