Teori Konu Başlıkları

Tanımlar

- Verimlilik
- İtme Kuvveti
  - Yanma Oranı
  - Eksoz Hızı
- Ağırlık İtme Oranı
- Öz İtim
- Kütle Oranı

Roketler İçin Genelleştirilmiş Hareket Denklemi

- Sistem
- Kontrol Hacmi

Tanımlar
Verimlilik

Katı ve sıvı yakıtların en büyük sorunu verimliliktir. En iyi motorlarda bile enerjinin ancak %40'ından yararlanılır. Bu açıdan bakıldığında kimyasal yakıtlı motorlar epeyce verimsizdirler. Şu ana kadar oldukça iyi verim veren motorlar yapılmıştır ancak bazı problemlerden (özellikle ağırlık sorunundan) dolayı kullanılmıyorlar. Verimi kısaca tanımlamak istersek,

$$Verim = \frac{Yapılan\ İş}{Harcanan\ Enerji}$$

Yakıtın iyi yakılamamasından dolayı verimsizlik vardır. Her zaman harcanan enerjiyi ve yakılan enerjiyi doğrudan doğruya ölçme olanağımız yoktur. Bu nedenle çeşitli verimlilik parametreleri tanımlanmıştır.

Bunlar:

1. İtme Kuvveti
   a) Yanma Oranı
   b) Eksoz Hızı
2. Ağırlık İtme Oranı
3. Öz İtim
4. Kütle Oranı

İtme Kuvveti
Yanma Oranı, Eksoz Hızı

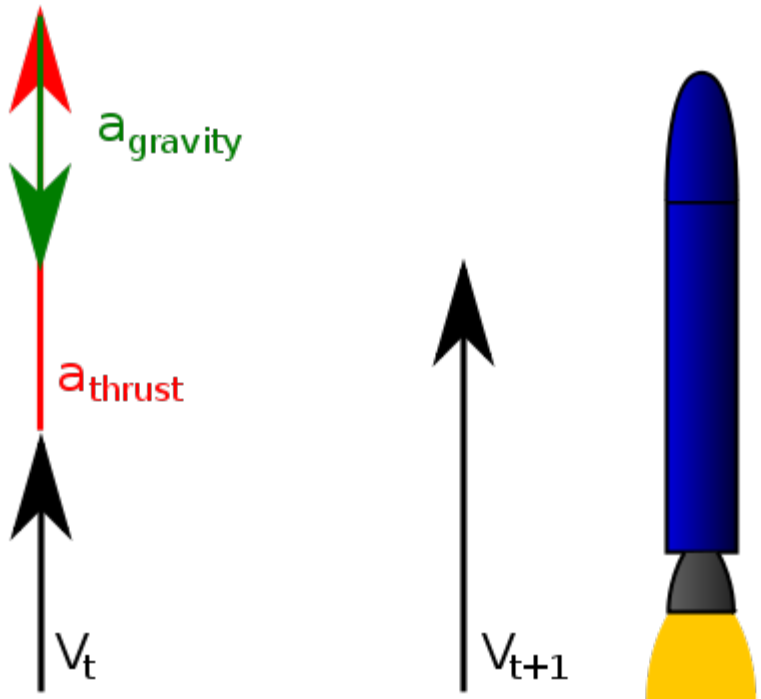
Roket motoru tarafından roketi ve bağlı araçları itmek için meydana getirilen kuvvettir. Bir roketin seçiminde itme kuvveti en önemli parametredir. İtme kuvveti iki parametreye bağlıdır.

a) Yanma Oranı
b) Eksoz Hızı

Yanma Oranı: Bir roketin toplam yakıt miktarı m_e olsun. Birim zamanda yanan yakıt miktarı da Δm_e ($\Delta m_e = \frac{dm_e}{dt}$) olsun.

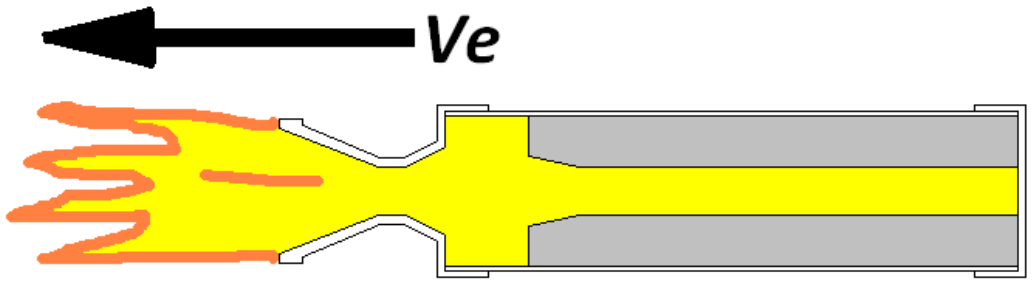
$$Yanma\ Oranı = \frac{\Delta m_e}{m_e} = \frac{\frac{dm_e}{dt}}{m_e} = \frac{dm_e}{dt}\frac{1}{m_e} = \frac{d \ln m_e}{dt}$$


THRUST

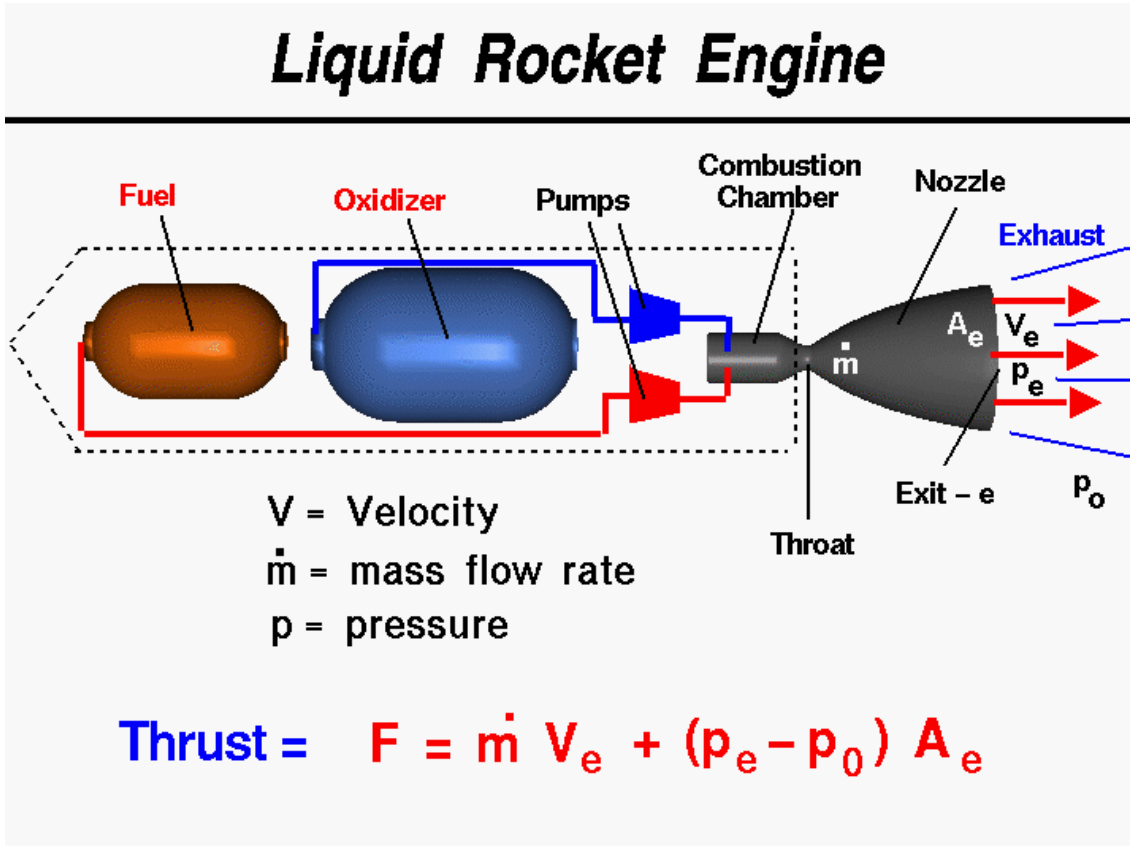

a gravity
a thrust
V t

V t+1

Eksoz Hızı (V_e) : Roketin kütle merkezine göre yanmış gazların dışarı atılma hızıdır. Bu olay çok karışık işlemler gerektirmektedir. Roketlerde kütle merkezi şiddetli yakıt sarfiyatından dolayı sürekli değişmektedir. Ayrıca kademeli roketlerde kütle merkezinin yeri her kademe için farklı olmaktadır.



Ve = Rocket Exhaust Gas Velocity



Ağırlık İtme Oranı

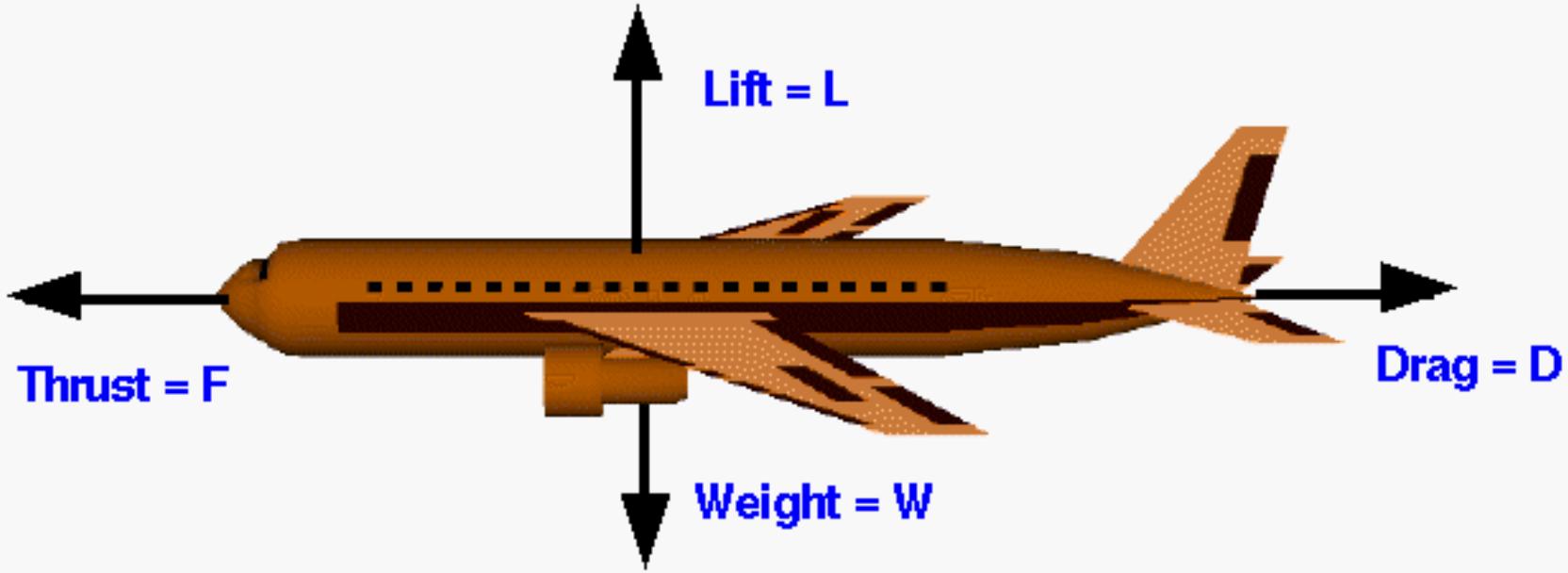
Roket yukarıya doğru yükseldikçe atmosfer azalır, dolayısıyla sürtünme kuvveti de azalır. Buna karşılık itme kuvveti artıyormuş gibi görünür. İtme kuvveti değiştikçe ağırlık itme oranı da değişir.

$$Ağırlık\ İtme\ Oranı = \frac{İtme\ Kuvveti}{Roketin\ Toplam\ Ağırlığı}$$

İtme kuvveti için çok yakıt gerekir. Yakıt arttıkça ağırlıkta artar. Hâlbuki oranın sabit kalması istenir. Bunun için roketi oluşturan yakıtın daha kaliteli olması gerekir ki az miktarla çok itme kuvveti oluşsun. Denklemdeki ağırlık anlamsız bir kavramdır. Ancak yeryüzünde sükûnet halinde bulunan cisimler için bir anlamı vardır. Oysa harekette bulunan bir cismin (özellikle yer çekimine karşı) ağırlığı yeryüzündeki sükûnet ağırlığından çok farklıdır.

Thrust to Weight Ratio

Glenn Research Center



$$\text{ratio} = \frac{F}{W} = \frac{\text{Thrust}}{\text{Weight}} = \frac{m\,a}{m\,g} = \frac{a}{g}$$

a = acceleration

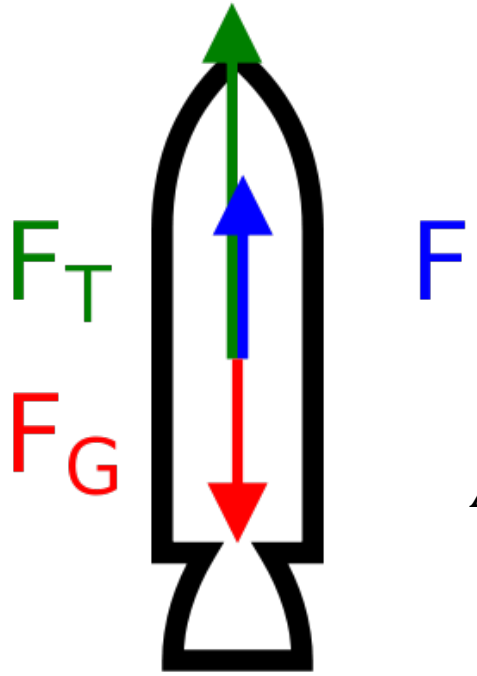
g = gravitational acceleration

m = aircraft mass

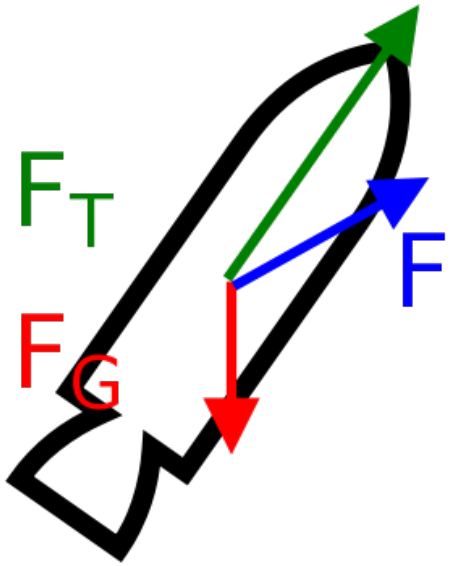
High F/W = High Acceleration = High Climb Rate

F/W > 1.0 can accelerate vertically.

Örneğin, SatürnV roketinin tüm ağırlığı 3000 ton'dur. Bu ağırlığın büyük kısmını yakıt oluşturur. Bu roketin kalkıştaki itme kuvveti 3750 ton'dur. Yani 3000 tonluk bir roketi harekete geçirebilmek için 3750 tonluk bir itme kuvvetine ihtiyaç vardır. Kabaca ağırlık itme oranı 5/4 civarındadır. Halbuki roketin yörüngeye girmeye çalışan son kısmına ait kademenin itme kuvveti sadece birkaç kilogramdır.



$$Ağırlık\ İtme\ Oranı = \frac{İtme\ Kuvveti}{Roketin\ Toplam\ Ağırlığı}$$



Eğer Ağırlık İtme Oranı:
> 1 ise F yukarı doğru
< 1 ise aşağı doğrudur

Öz İtim

Roket motorunun bir saniyelik çalışması ile yakılan yakıtın 1 paund'dan (yaklaşık 0.5 kg) elde edilen itme kuvvetidir. Birimi saniyedir. Kullanılan kimyasal roketlerin çoğunda öz itim 300 saniyedir. Bu önemlidir, zira kimyasal yakıtlı roketlerde yakıt miktarı çoktur. Önemli olan yakıtın çokluğu değil yakıtın iyi yanmasıdır. Bazı kimyasal yakıtlarda özel hidrojen ve oksijen karışımı kullanılarak öz itim 400 saniyeye kadar çıkarılabilmektedir. Nükleer motorlularda öz itim 800-1000 saniye, iyon motorlarda ise 10000-15000 saniye dolayındadır.

$$I_{\text{öz}} = \frac{I}{dm_e g}$$

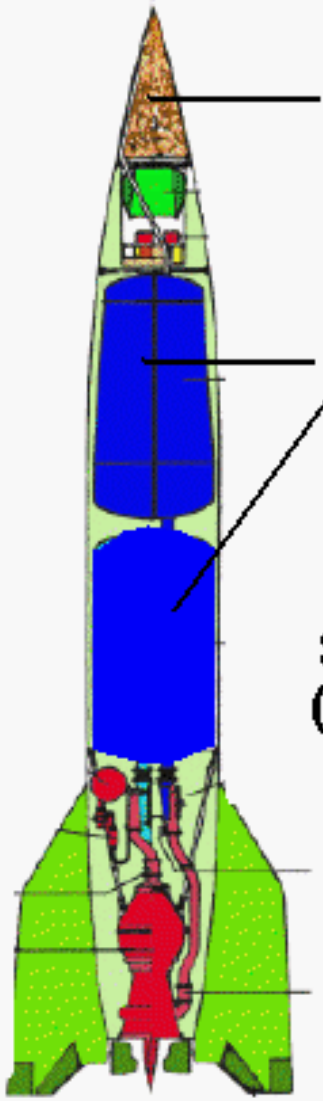
Kütle Oranı

Bir roketin yakıtlı ve yakıtsız durumdaki kütlelerinin oranıdır.

Her zaman için kütle oranı 1'den büyüktür. Eğer kütle oranı 1'e çok yakın ise roket az bir yakıtla hareket edebiliyor demektir. $^{2.72}/_{1}$ oranına konvensiyonel oran denir. Bu oran ile roket hızı, egzoz hızına eşitlenebiliyor.

$^{7.4}/_{1}$ kütle oranında $2V_e = roket\ hızı$, $^{20}/_{1}$ kütle oranında $3V_e = roket\ hızı$ elde ediliyor. Kütle oranını arttırmak için başvurulan yol kademeli roketlerdir. Bu durumda kütle oranı, kademelerin kütle oranlarının çarpımına eşittir. Örneğin kademeler için kütle oranı 7.4/1 olsun, Buna göre iki kademeli roketin kütle oranı 57.8/1 olur. Bu yüksek bir değerdir. Böylece kademeli roketlerde kütle oranı bu şekilde yükseltilmiş olur.

Mass Ratios



Empty Mass = me = md + ms

Full Mass = mf = md + ms + mp

mf = me + mp

Propellant Mass Ratio = $MR = \frac{mf}{me}$

$MR = 1 + \frac{mp}{me}$

Payload Ratio = $\lambda = \frac{md}{mf - md}$

$\lambda = \frac{md}{mp + ms}$

Structural Coefficient = $\varepsilon = \frac{ms}{mp + ms}$

$$MR = \frac{1 + \lambda}{\varepsilon + \lambda}$$

Roketler İçin Genelleştirilmiş Hareket Denklemi

Genellikle mekanikte maddesel noktalar veya kütlesi sabit olan cisimler ile uğraştığımızdan, bir cisme ait hareket denklemi,

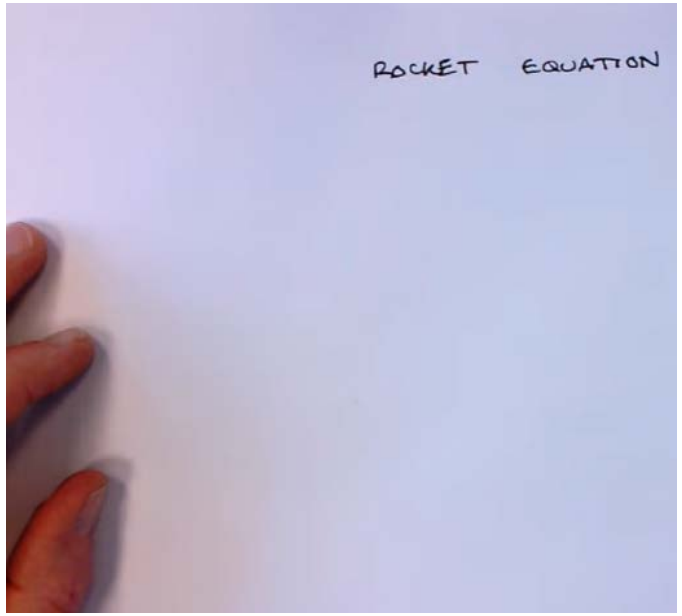
$$\vec{F} = m\frac{dv}{dt}$$

ile verilir. Burada ***F***, cisme etkiyen dış kuvvet; ***v***, hız vektörü ve ***m*** de sabit kabul edilen kütledir. Ancak bu denklem **kütlesi azalan veya artan cisimler için geçerli değil**dir. Roketler gibi kütlesi değişen cisimler için *m(t)* ve hız vektörü de *v(t)* ile gösterirsek, cismin **lineer momentum**u-$\mu(t)$,

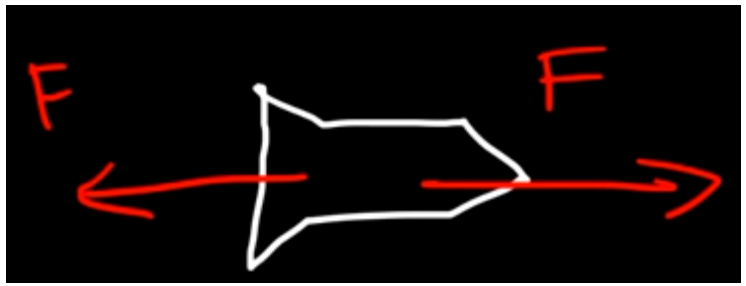
$$\mu(t) = m(t)v(t)$$

dir. Yani

$$\vec{F} = \frac{d\mu(t)}{dt}$$



Rocket Propulsion



Sistem

Birbiriyle uzak veya yakın ilişkisi bulunan ve bir bütün teşkil eden elemanlar topluluğuna sistem denir. Örneğin, t_1 anında uzayda bir yer işgal eden ve aralarında bir çekim kuvveti bulunan maddesel noktalar, birbirlerine göre izafi bir harekete sahip olsalar bile herhangi bir t_2 anında aynı karakteri koruyorlarsa, bu maddesel noktalar bir sistem teşkil ediyorlardır. $\vec{F} = \frac{d\mu(t)}{dt}$ denklemi bir sistem için geçerlidir.

Kontrol Hacmi

Bir ortamdan bölünerek çıkarılmış olan sabit bir hacimdır. Aynı maksada hizmet eden elemanlardan teşekkül etme zorunluluğu yoktur. Böyle hacimler için kütle korunumu söz konusu olmadığından $\vec{F} = \frac{d\mu(t)}{dt}$ denklemi direkt olarak geçerli değildir. $\mu(t) = m(t)v(t)$ denklemiyle verilen momentum ifadesi tek hızı olan sistemler (veya hızı sistemin bir noktasından diğer bir noktasına göre değişmeyen haller) için geçerlidir. Eğer sistem, kütleleri $m_i(t)$ ve hız vektörleri $v_i(t)$ $(i = 1, 2,\ldots,N$ olan N elemandan oluşmuş ise, lineer momentumun ifadesi,

$$\vec{\mu}(t) = \sum_{i=1}^{N} m_i(t)\,\vec{v_i}(t)$$

olur.

Bu maddesel noktaların sayısı N arttırılırsa $N \to \infty$, sistem sürekli bir ortam halini alır. Sürekli sistem hali için momentum ifadesi,

$$\vec{\mu}(t) = \sum_{i=1}^{N} \Delta m_i(t)\, \overrightarrow{v_i}(t)$$

olur. $N \to \infty$ olurken toplam momentum bir integral ile gösterilirse,

$$\mu(t) = \int_{\gamma} v(t) dm(t)$$

olur. Burada γ, sistemin kapladığı hacmi göstermektedir ve integral bu hacmin üzerinden alınmalıdır.

Şimdi, bazı özel haller için durumu inceleyelim. Diyelim ki dış kuvvetler sıfır olsun. Yani yerçekimi çok küçük, yok denebilir ve hava basıncı da ihmal edilsin. Bu durumda,

$$\vec{F} = \frac{d\mu(t)}{dt} \text{ ve } \frac{d\mu(t)}{dt} = 0$$

olur. Yani sistemin lineer momentumu zamanla değişmiyor, sabittir. Diğer bir deyişle lineer momentum korunmuş olur. $\vec{F} = \frac{d\mu(t)}{dt}$ ve $\frac{d\mu(t)}{dt} = 0$ denklemini t_1 den t_2'ye kadar integre edersek,

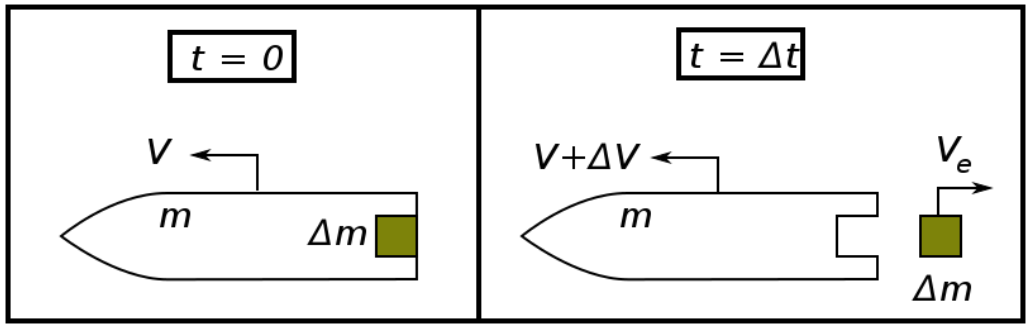
$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{d\mu(t)}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad d\mu(t_2) = d\mu(t_1)$$

elde edilir. Bu bilgileri bir rokete uygularsak, t_1 zamanının toplam kütlesi *m* ve yere göre hızı *v* olan bir roket düşünelim. Yakıt sarfiyatı nedeniyle kütlede değişimler olacağından t_2 zamanındaki toplam kütle $m + \Delta m$ ve mutlak hız ise $v + \Delta v$ olacak, ayrıca arkada $-\Delta m$ kütleli ve yere göre hızı v_j olan bir egzoz gazı kütlesi bırakacaktır. Buna göre hız artışı ile kütle artışı arasındaki bağlantıyı bulalım.

Çözüm: v v_j $v+\Delta v$

m $m+\Delta m$

t_1 $-\Delta m$ $t_2=t_1+\Delta t$



Dış kuvvetler sıfır olduğundan toplam momentum korunuyor demektir. O halde $d\mu(t_2) = d\mu(t_1)$ denklemini kullanabiliriz. Bunun için t_1 ve t_2 zamanındaki momentum ifadelerini bilmemiz gerekir.

$$\mu(t_1) = mv \text{ ve } \mu(t_2) = (m+\Delta m)(v+\Delta v) - \Delta m v_j$$

olur. ($\mu(t_2) = (m+\Delta m)(v+\Delta v) - \Delta m v_j$) denklemini açarsak,

$$\mu(t_2) = mv + m\Delta v + \Delta m v + \Delta m \Delta v - \Delta m v_j$$

Bulunur. Halbuki biliyoruz ki $\mu(t_1) = \mu(t_2)$ olduğundan,

$$m\Delta v + \Delta m v + \Delta m \Delta v - \Delta m v_j = 0$$

bulunur. Burada $\Delta m \Delta v \ll 0$ olduğundan ihmal edilebilir. Böylece

$m\Delta v + \Delta m v - \Delta m v_j = 0$ olur ve $m\Delta v + \Delta m(v - v_j) = 0$ bulunur.

Burada, $v - v_j = v_e$(rokete göre eksoz hızı, relatif hız)

$$m\Delta v = -\Delta m v_e$$

denklemini elde ederiz. Rokette tepki kuvvetinin meydana gelebilmesi için v ile v_e 'nin ters yönlü olması gerekir. Eğer $m\Delta v = -\Delta m v_e$ denkleminde vektör işaretlerini kaldırırsak,

$$mdv = -dmv_e$$

olur. Pratikte v_e sabit kabul edildiğinden,

$$dv = -v_e \frac{dm}{m}$$

dir. Şimdi *t=0* 'dan *t=t* 'ye kadar integre edersek,

$$\int_0^t dv = -v_e \int_0^t \frac{dm}{m}$$

$$v = v_0 + v_e \ln \frac{m_0}{m}$$

bulunur. Burada v_0 ve m_0; *t=0* anındaki hız ve kütledir. Belli bir t_f zaman sonra pratik olarak bütün yakıt harcanmış olacaktır.

Eğer, m_f'ye toplam yakıt kütlesi, m_r $'ye\ de$ boş roket kütlesi dersek, $m_0 = m_f + m_r$ olduğundan bunları $v = v_0 + v_e \ln\frac{m_0}{m}$ denkleminde yerine koyarsak,

$$v - v_0 = v_e \ln(1 + \frac{m_f}{m_r})$$

olur. $v - v_0 = v_e \ln(1 + \frac{m_f}{m_r})$ denkleminden görülüyor ki, hız artışını yükseltmek için iki noktaya dikkat etmek gerekir. Birincisi, egzoz hızını yüksek tutmak, ikincisi de yakıt kütlesinin boş roket kütlesine oranını büyük yapmak. Buda fazla yakıt sarfiyatı gerektirir. Ayrıca logaritmik olarak tesir ettiğinden ikinci derece öneme sahiptir. Bu bakımdan egzoz hızının yüksek olması tercih edilir.

Şimdi m=m(t) ‘nin zamana göre değişimini inceleyelim.

Bunun için en çok kullanılan iki değişim formülü vardır:

a) Lineer değişim kanunu $m = m_0(1 - qt)$
b) Ekspotansiyel değişim kanunu $m = m_0 e^{-qt}$

Burada $q = \frac{dm}{dt}$ dir. $dv = -v_e \frac{dm}{m}$ denkleminin her iki yanını $\frac{dt}{m}$ ile bölelim.

$$\frac{1}{\frac{dt}{m}} \times dv = -v_e \frac{dm}{m} \times \frac{1}{\frac{dt}{m}}$$

$$m \frac{dv}{dt} = -v_e \frac{dm}{m} \times \frac{m}{dt} \rightarrow m \frac{dv}{dt} = -v_e \frac{dm}{dt} = f(t)$$

$$-v_e \frac{dm}{dt} = f(t)$$

bulunur. Burada $f(t)$ rokete etkiyen reaktif kuvvettir. Eğer lineer değişim kanunu $m\frac{dv}{dt} = -v_e \frac{dm}{dt} = f(t)$ denkleminde kullanılırsa,

$$m\frac{dv}{dt} = f(t) = -v_e \frac{dm}{dt} = m_0 q v_e$$

bulunur. Egzoz hızı v_e $=$*sabit* kabul edilirse, reaktif kuvvetin sabit olduğu görülür.

Problem: Uranyum bozunması ile ortaya çıkan parçacıklar, silindirik bir roketin içinde 10^4km/sn hızla her yöne yayılmaktadır.

a) Öne giden parçacıkların absorbe edilip, arkaya gidenlerin yalnız eksen doğrultusunda hareket ettikleri varsayılarak roket hızının 11.2km/sn 'ye ulaşması için ne kadar yakıt gerekeceğini hesaplayınız.

Çözüm: Roketin kütlesinin m=10^3kg olduğunu varsayalım. Bozunan kütlenin yarısı tekrardan roket içinde kaldığından, momentumun korunumuna göre, $mv = \frac{m_e}{2} v_e$ denkleminden

$$\frac{m_e}{2} = \frac{mv}{v_e} = \frac{10^3 \cdot 11.2}{10^4} = 1.12\text{'den } m_e = 2.24kg$$

b) Yakıtın 100sn de tükendiğini varsayarak 1sn de roketin cidarlarınca absorplanan ortalama enerjiyi ve gücü bulunuz.

Çözüm: t=100sn, 1sn deki ortalama enerji ve güç?

$E = \frac{1}{2}\frac{m_e}{2}v_e^2$ denkleminden $E = 5.5 \times 10^7\ joule$, güç ise $\frac{5.5\times10^7}{100} = 5.5 \times 10^5$ watt bulunur.

c) Yayılan tüm parçacıkların yansıtılarak eksen doğrultusunda püskürtüldüğünü varsayarak (a) şıkkındaki durum için ne kadar yakıt gerektiğini bulunuz.

Çözüm:

$mv = m_e v_e$ 'den $m_e = \frac{mv}{v_e} = \frac{10^3\times11.2}{10^4} = 1.12kg$

Problem: Bir roket atış rampasına düşey olarak yerleştirilmiştir. Roketin ağırlığı (yakıt dahil) 10^3kg, yakıtın yanma hızı 2kg/sn 'dir. v_e için öyle kritik bir değer bulunuz ki roket ancak yerinden kalksın.

Çözüm: $F_{itme} = F_{çekme}$ olmalıdır. $F_{çekme} = mg$ ve $F_{itme} = -v_e \frac{dm_e}{dt}$ olduğundan, $v_e = 4.9\ km/s$ bulunur.

Problem: Öz itimi 500 saniye olan bir rokette egzoz hızını bulunuz.

Çözüm: $I_{\text{öz}} = \frac{I}{dm_e g} = \frac{F_{itme} dt}{dm_e g}$ olduğundan $I_{\text{öz}} = \frac{v_e \frac{dm_e}{dt} dt}{dm_e g} = \frac{v_e}{g}$ denkleminden

$v_e = I_{\text{öz}} g = 500 \times 9.810^{-3} = 4.9\ km/s$ bulunur.

Not: Kaybedilen kütle (m_e) ile g arasında bir bağıntı vardır. Yükseklik arttıkça g'nin değeri azalmaktadır. Ancak roket atış rampasında olduğundan yeryüzündeki g değeri kullanılmıştır.

