

## Fizikte Matematik Metodlar

### YÖK Temel Bilimler Programı Üstün Başarı Sınıfları

#### 2018-2019 Bahar Dönemi 4. Ödev

1. Aşağıdaki matrislerin determinantlarını hesaplayınız.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{3} & 0 & 0 \\ \sqrt{3} & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & \sqrt{3} \\ 0 & 0 & \sqrt{3} & 0 \end{pmatrix}$$

2. Aşağıdaki matrislerin komütasyon ilişkilerini inceleyiniz.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

- 3.

$$i = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad j = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad k = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

olmak üzere, aşağıdaki eşitliklerin doğru olduğunu gösteriniz.

a)  $i^2 = j^2 = k^2 = -I$ ,  $I$  birim matris.

b)  $ij = -ji = k$

$jk = -kj = i$

$ki = -ik = j$

4. Kuantum mekaniğinde spin açıl momentumu 1 olan bir parçacığın, spin operatörünün x, y ve z bileşenleri aşağıdaki matrislerle ifade edilmektedir.

$$M_x = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad M_y = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad M_z = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- a) Matrislerin hermitsel olup olmadıklarını araştırınız.

- b)  $[M_x, M_y] = iM_z$  olduğunu ve durumu genelleyerek dairesel permütasyonun sağlandığını gösteriniz.

$$[M_i, M_j] = i \sum_k \epsilon_{ijk} M_k$$

- c)  $M^2 = M_x^2 = M_y^2 = M_z^2 = 2I$  olduğunu gösteriniz.

- d)  $[M^2, M_i] = 0$  olduğunu gösteriniz.

- e) Alçaltma ve eksiltme operatörleri sırasıyla  $L^+ = M_x + iM_y$  ve  $L^- = M_x - iM_y$  olarak tanımlanmaktadır.

$[L^+, L^-] = 2M_z$  ve  $[M_z, L^+] = L^+$  olduğunu gösteriniz.

5. Kuantum mekaniğinde spin açıl momentumu 3/2 olan bir parçacığın, spin oparetörünün x, y ve z bileşenleri aşağıdaki matrislerle ifade edilmektedir.

$$M_x = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{3} & 0 & 0 \\ \sqrt{3} & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & \sqrt{3} \\ 0 & 0 & \sqrt{3} & 0 \end{pmatrix}, \quad M_y = \frac{i}{2} \begin{pmatrix} 0 & -\sqrt{3} & 0 & 0 \\ \sqrt{3} & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -\sqrt{3} \\ 0 & 0 & \sqrt{3} & 0 \end{pmatrix}, \quad M_z = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

- a) Matrislerin hermitsel olup olmadıklarını araştırınız.  
b)  $[M_x, M_y] = iM_z$  olduğunu ve durumu genelleyerek dairesel permütasyonun sağlandığını gösteriniz.

$$[M_i, M_j] = i \sum_k \epsilon_{ijk} M_k$$

- c)  $M^2 = M_x^2 = M_y^2 = M_z^2 = 2I$  olduğunu gösteriniz.  
d)  $[M^2, M_i] = 0$  olduğunu gösteriniz.  
e) Alçaltma ve eksiltme oparetörleri sırasıyla  $L^+ = M_x + iM_y$  ve  $L^- = M_x - iM_y$  olarak tanımlanmaktadır.  
 $[L^+, L^-] = 2M_z$  ve  $[M_z, L^+] = L^+$  olduğunu gösteriniz.

6.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ matrisinin ek matrisini oluşturunuz ve tersini hesaplayınız.}$$

7. 6x6'lık bir matrisin elemanları aşağıdaki gibi verilmektedir;

$$a_{ij} = 0.5^{|i-j|}, \quad i, j = 0, 1, 2, \dots, 5$$

Matrisi oluşturunuz ve tersini hesaplayınız.

8. Aşağıdaki matrsilerin ek matrsilerini oluşturunuz ve terslerini hesaplayınız,

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

9. Aşağıdaki matrsilerin ranglarını bulunuz.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 2 & -2 \\ 2 & 3 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & 4 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & -3 & 9 & -1 \\ 1 & 0 & 6 & -5 \\ 2 & -5 & 7 & 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 4 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & -3 & 3 & -2 \\ 5 & -4 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

Not: Ödevler çalışma amaçlıdır, toplanmayacaktır. Zorlandığınız veya anlamadığınız her noktayı birlikte tartışabiliriz. Ödev çözümlerini ve nihai sonuçları AVESİS veya mail üzerinden paylaşmayacağım.