

**Fizikte Matematik Metodlar**  
**YÖK Temel Bilimler Programı Üstün Başarı Sınıfları**  
**2018-2019 Bahar Dönemi 6. Ödev**

1. Aşağıdaki fonksiyonların kutup noktaları belirleyiniz ve bu kutup noktalarındaki rezidülerini hesaplayınız ( $a > 0$ ).

a.  $\frac{1}{z^2 + a^2}$

Cevap:  $\pm \frac{1}{2ai}$

b.  $\frac{1}{(z^2 + a^2)^2}$

Cevap:  $\pm \frac{1}{4a^3i}$

c.  $\frac{z^2}{z^2 + a^2}$

Cevap:  $\pm ia$

d.  $\frac{\sin(1/z)}{z^2 + a^2}$

Cevap:  $\frac{-\sinh(1/z)}{2a}$

e.  $\frac{ze^{iz}}{z^2 + a^2}$

Cevap:  $\frac{1}{2}e^{\pm a}$

f.  $\frac{ze^{iz}}{z^2 - a^2}$

Cevap:  $\frac{-i}{2}e^{\pm a}$

g.  $\frac{e^{iz}}{z^2 - a^2}$

Cevap:  $\pm \frac{1}{2a}e^{\pm ia}$

2.

$$F(z) = \frac{z^2}{(z-1)(z^2+1)^2}$$

Fonksiyonunun Rezidü Teoremi aracılığıyla,

a.  $|z| = \frac{3}{2}$  çemberi,

b.  $|z-1| = 1$  çemberi boyunca integrallerini hesaplayınız. Cevap: a:  $\frac{\pi i - 2\pi}{4}$ , b:  $\frac{\pi i + \pi}{2}$

3. Aşağıda verilen integralleri hesaplayınız ve sonuçlarını doğrulayınız.

3.1.  $I = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{\frac{5}{4} + \sin \theta} = \frac{8\pi}{3}$

3.2.  $I = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1 + a \cos \theta} = \frac{2\pi}{\sqrt{1-a^2}}$   $|a| < 1$

3.3.  $I = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1 + \cos^2 \theta} = \pi\sqrt{2}$

3.4.  $I = \int_0^{\pi} \frac{d\theta}{(a + \cos \theta)^2} = \frac{\pi a}{(a^2 - 1)^{\frac{3}{2}}}$   $a > 1$

$$3.5. \quad I = \int_0^{2\pi} \frac{\cos 2\theta \, d\theta}{5 - 4 \cos \theta} = \frac{\pi}{6}$$

$$3.6. \quad I = \int_0^{\pi} \frac{\cos m\theta \, d\theta}{5 - 4 \cos \theta} = \frac{\pi}{3 \cdot 2^m}$$

$$3.7. \quad I = \int_0^{2\pi} \frac{\cos 3\theta \, d\theta}{5 - 4 \cos \theta} = \frac{\pi}{12}$$

$$3.8. \quad I = \int_0^{\infty} \frac{x \sin x}{x^2 + 1} \, dx = \frac{\pi}{2e}$$

$$3.9. \quad I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{x^2 + a^2} \, dx = \frac{\pi}{a} e^{-a}$$

$$3.10. \quad I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x}{x^2 + a^2} \, dx = \pi e^{-a}$$

$$3.11. \quad I = \int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + a^2)^2} = \frac{\pi}{4a^3} \quad a > 0$$

$$3.12. \quad I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{1 + x^4} \, dx = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$$

$$3.13. \quad I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^6 + a^6} = \frac{2\pi}{3a^5} \quad a > 0$$

$$3.14. \quad I = \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^4 + x^2 + 1} = \frac{\pi\sqrt{3}}{6}$$

Not: Ödevler çalışma amaçlıdır, toplanmayacaktır. Zorlandığınız veya anlamadığınız her noktayı birlikte tartışabiliriz. Ödev çözümlerini ve nihai sonuçları AVESİS veya mail üzerinden paylaşmayacağım.