02.12.2019

Ad ve Soyad :
Numara :
Bölüm :

Soru:	1	Puan
Türü:	Z	--
Puan:		

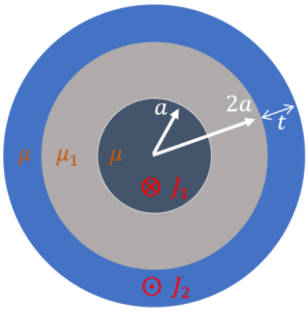
ELEKTROMAGNETiK TEORi

2019-2020 Güz Dönemi Örgün Öğretim 2. Kısa Sınavı

1. Sonsuz uzun koaksiyel (eşeksenli) bir kablonun enine kesiti aşağıda verilmiştir. Kablo; a yarıçaplı bir iç iletkenden, iç iletkeni saran lineer ve homojen bir yalıtkandan (μ_1) ve $2a$ iç yarıçapına ve $2a+t$ dış yarıçapına sahip iç iletken ile aynı malzemeden yapılmış bir dış iletkenden oluşmaktadır. Kablonun iç iletken kısmından akan kararlı I akımı, dış iletken kısmından geri gelmektedir ve her bölgedeki akım yoğunlukları A ve B sabitler olmak üzere aşağıdaki gibidir:

$$\vec{J}(\rho) = \begin{cases} -A\rho\, \widehat{e_z}, & 0 < \rho \leq a \\ 0, & a < \rho < 2a \\ \dfrac{B}{\rho}\widehat{e_z}, & 2a \leq \rho \leq 2a+t \end{cases}$$

$$\mu(\rho) = \begin{cases} \mu, & 0 < \rho \leq a \\ \mu_1 & a < \rho < 2a \\ \mu & 2a \leq \rho \leq 2a+t \end{cases}$$



a. t kalınlığı ne olmalıdır? *İpucu: İç iletkenden geçen akımın dış iletkenden döndüğünü dikkate alınız ve a, A ve B cinsinden bir t ifadesi elde etmeye çalışınız. (30 puan)*

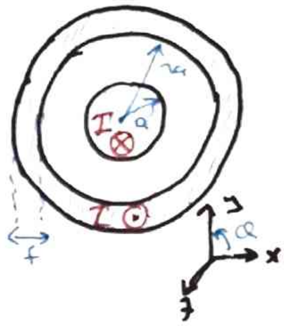
b. $0 < \rho \leq a$, $a < \rho < 2a$, $2a \leq \rho \leq 2a+t$ vee $\rho > 2a+t$ bölgelerinin herbirinde oluşan $\vec{H}$ ve $\vec{B}$ alanlarını bulunuz. *(40 puan)*

c. A ve B sabitlerinin birimi SI birim sisteminde nedir? Yanıtınızı en sade şekilde vermeye çalışınız. *(30 puan)*

Not: Tüm sorular zorunludur. Sınav süresi 20 dakikadır!

Başarılar.
Doç. Dr. Ertan GÜDEKLİ
Araş. Gör. Çağlar ÇETİNKAYA

1) a:



$$I(0<\rho<a) = \int \vec{J}(0<\rho<a)\cdot \underbrace{d\vec{A}}_{\rho\, d\rho\, d\varphi(-\hat{e}_z)} = I$$

$$I(2a<\rho<(2a+t)) = \int \vec{J}(2a<\rho<(2a+t))\cdot \underbrace{d\vec{A}}_{\rho\, d\rho\, d\varphi(+\hat{e}_z)}$$

$$I = \int_{\varphi=0}^{2\pi}\int_{\rho=0}^{a} (-A\rho\, \hat{e}_z)\cdot(-\rho\, d\rho\, d\varphi\, \hat{e}_z) = \int_{\varphi=0}^{2\pi}\int_{\rho=2a}^{\rho=2a+t} \left(\frac{B}{\rho}\hat{e}_z\right)\cdot(\rho\, d\rho\, d\varphi)\hat{e}_z$$

$$I = 2\pi A\int_0^a \rho^2 d\rho = 2\pi B\int_{2a}^{2a+t} d\rho \Rightarrow I = 2\pi A\frac{a^3}{3} = 2\pi B\left[(2a+t)-2a\right]$$

$$I = 2\pi A\frac{a^3}{3} = 2\pi B t \Rightarrow \boxed{t = \frac{a^3 A}{3B}}$$

$$\Rightarrow \quad I = \frac{2\pi A a^3}{3}, \quad I = 2\pi B t, \quad t = \frac{A}{3B}a^3 \text{ olmalı}$$

b: $0<\rho<a$ bölgesi;

$$\bullet \oint \bar{H}\cdot d\bar{l} = \underbrace{I^{sar}_{kap}}_{\int \bar{J}\cdot d\bar{A}} \Rightarrow \oint_{0<\varphi<2\pi} \vec{H}\cdot(-\rho\, d\varphi\, \hat{e}_\varphi) = \int_{\substack{0<\rho<\rho\\ 0<\varphi<2\pi}} (-A\rho\, \hat{e}_z)\cdot(-\rho\, d\rho\, d\varphi)$$

$$-H(0<\rho<a)\cancel{2\pi}\rho = A\cancel{2\pi}\int_0^\rho \rho^2 d\rho \Rightarrow -H(0<\rho<a)\rho = A\frac{\rho^3}{3}$$

$$\vec{H} = -\frac{A}{3}\rho^2\, \hat{e}_\varphi \quad (0<\rho<a)//, \quad \vec{B} = \mu\vec{H} \Rightarrow \vec{B} = -\frac{\mu A}{3}\hat{e}_\varphi \quad (0<\rho<a)//$$

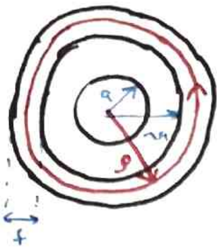
• $a<\rho<2a$ bölgesi; $\quad I^{sarılı}_{kapsanan} = I$

$$\bullet \oint \bar{H}\cdot d\bar{l} = I^{sarılı}_{kapsan} \Rightarrow \oint_{0<\varphi<2\pi} \bar{H}\cdot(-\rho\, d\varphi\, \hat{e}_\varphi) = \int_{\substack{0<\rho<a\\ 0<\varphi<2\pi}} (-A\rho\, \hat{e}_z)\cdot(-\rho\, d\rho\, d\varphi\, \hat{e}_z) \rightarrow 2\pi A\frac{a^3}{3} = I$$

$$\vec{H}(a<\rho<2a) = \frac{-I}{2\pi\rho}\hat{e}_\varphi// \quad \bar{B}(a<\rho<2a) = \frac{-\mu_1 I}{2\pi\rho}\hat{e}_\varphi//$$

Araş . Gör. Çağlar Çetinkaya
caglarcetinkaya@istanbul.edu.tr

• $a<\rho<2a$ bölgesi;



$$\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = I^{sarh}_{kaps} = \int_{\rho=0}^{a} \vec{J}(0<\rho<a)\cdot d\vec{A} + \int_{\rho=2a}^{\rho} \vec{J}(2a<\rho<\rho)\cdot d\vec{A}$$

$d\vec{l} \to \rho\, d\varphi\, \hat{e}_\varphi$, $\quad \vec{J}(0<\rho<a) \to J(-\hat{e}_z)$, $\quad \underbrace{\int_{\rho=0}^{a} \vec{J}(0<\rho<a)\cdot d\vec{A}}_{I(-\hat{e}_z)}$

$$\Rightarrow \vec{H}\, 2\pi\rho = I(-\hat{e}_z) + 2\pi \int_{\rho=2a}^{\rho} \frac{B}{\rho}\, \rho\, d\rho\, (\hat{e}_\varphi)$$

$$\vec{H}(a<\rho<\rho) = \frac{-I}{2\pi\rho}(\hat{e}_z) + \frac{2\pi B}{2\pi\rho}(\rho - 2a)\,\hat{e}_\varphi$$

$$\vec{H}(a<\rho<\rho) = \left(-\frac{I}{2\pi\rho} + \frac{\cancel{2\pi} B}{\cancel{2\pi}} - \frac{\cancel{2\pi} B}{\cancel{2\pi}\rho}2a\right)\hat{e}_\varphi$$

$I = 2\pi B t$

$B = \dfrac{I}{2\pi t}$

$$\vec{H}(a<\rho<\rho) = \left(-\frac{I}{2\pi\rho} + \frac{I}{2\pi t} - \frac{I}{2\pi}\left(\frac{2a}{\rho t}\right)\right)\hat{e}_\varphi$$

$$\vec{H}(a<\rho<\rho) = \frac{I}{2\pi}\left(\frac{-1}{\rho}\left(1+\frac{2a}{t}\right) + \frac{1}{t}\right)\hat{e}_\varphi \,//$$

$$\vec{B}(a<\rho<\rho) = \frac{\mu I}{2\pi}\left(-\frac{1}{\rho}\left(1+\frac{2a}{t}\right) + \frac{1}{t}\right)\hat{e}_\varphi \,//$$

• $\rho > 2a+t$ bölgesi;

$$\oint \vec{H}(\rho>2a+t)\cdot d\vec{l} = I^{sal}_{kapr} = \vec{I}_{iç} + \vec{I}_{dış} = (\underbrace{I - I}_{0})\,\hat{e}_z = 0$$

$$\Rightarrow \vec{H}(\rho>2a+t) = \vec{0}, \quad \vec{B} = \vec{0} \,//$$

c: • $I = \dfrac{2\pi A}{3}a^3 \Rightarrow [A] = A\,[m^3] \Rightarrow A = \left[\dfrac{A}{m^3}\right]$; $\dfrac{\text{Amper}}{m^3}$

• $I = 2\pi B t \Rightarrow [A] = B\,[m] \Rightarrow B = \left[\dfrac{A}{m}\right]$; $\dfrac{\text{Amper}}{m}$

Araş . Gör. Çağlar Çetinkaya
caglarcetinkaya@istanbul.edu.tr